

Київський національний університет будівництва і архітектури
Міністерство освіти і науки України

Київський національний університет будівництва і архітектури
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

СОССА БОГДАН РОСТИСЛАВОВИЧ

УДК 528.48

ДИСЕРТАЦІЯ

**МЕТОДИ І МОДЕЛІ ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ НАЗЕМНОГО
ЛАЗЕРНОГО СКАНУВАННЯ ЗА ДАНИМИ КАЛІБРУВАННЯ**

Спеціальність 193 - Геодезія та землеустрій
Технічні науки

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело
_____ Б.Р. Сосса

Науковий керівник: Нестеренко Олена Вікторівна, д.т.н., доцент.

Київ – 2023

Ідентичний за змістом з іншими примірниками дисертації
Вчений секретар вченої ради

АНОТАЦІЯ

Сосса Б.Р. Моделі і методи підвищення точності наземного лазерного сканування за даними калібрування. - Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 193– Геодезія та землеустрій.

Київський національний університет будівництва і архітектури, МОН України, Київ; Київський національний університет будівництва і архітектури, МОН України, Київ, 2023.

Особливістю інженерно-геодезичних робіт при супроводженні будівництва є підвищені вимоги до їх точності. Наявні технології дозволяють забезпечити цю точність різними способами, одним із яких є наземне лазерне сканування. Проте, попри численні переваги НЛС, точність обладнання у більшості випадків не задовольняє нормативним вимогам. Таким чином, постає практичне завдання підвищення точності даних, отриманих способом наземного лазерного сканування. На сьогодні таким методом підвищення точності являється калібрування.

В першому розділі було проведено огляд сучасних досліджень калібрування наземних лазерних сканерів та визначено основні напрямки подальших досліджень. Визначено, які фактори варто розглядати при вирішенні задачі підвищення точності наземного лазерного сканування. Також проведено короткий огляд сфер застосування НЛС, визначено переваги і недоліки технології.

Проведено попередній розрахунок точності НЛС на підставі задекларованих виробником технічних характеристик для сканерів з фазовим та імпульсним способами вимірювання відстаней і різних типів – панорамних та гібридних.

При аналізі інструментальних похибок НЛС було виділено два основних джерела похибок, які впливають з геометричної моделі сканера – кутомірний та віддалемірний блок. Проведено огляд всіх відомих на сьогодні джерел похибок з

метою подальшого вирішення задачі уникнення їх систематичної частини. Проаналізовано способи визначення систематичної складової шляхом проведення калібрування на спеціально влаштованих калібрувальних полігонах. Зроблено огляд наявних моделей полігонів, визначено їх сильні та слабкі сторони.

Розглянуто тестові об'єкти, що використовуються при калібруванні – їх тип, форма, способи визначення координат. Проведено їх попередню класифікацію.

Безпосередньо, калібрування можна визначити, як процес оцінювання параметрів, які мають бути застосовані для виправлення отриманих вимірів до їх вірних значень. Калібрування НЛС може бути виконане двома методами: за допомогою інструментального або системного калібрування. При використанні *системного калібрування*, на відміну від *інструментального калібрування*, розуміння моделі помилок сканера не настільки важливе. Навпаки, модель помилок (або функції поправок) виводиться в процесі калібрування методом найменших квадратів. Отже, можливо оцінити інструментальні похибки безвідносно їх походження.

В Розділі 2 було проведено ряд досліджень з метою розроблення системного підходу до калібрування та розроблення універсального порядку калібрування, доступного для користувачів НЛС.

Виокремлено складові систематичної похибки визначення координат: *складова систематичної похибки за виміряну відстань, за помилку індекса вертикального круга, за нахил горизонтальної осі обертання дзеркала, за колімацію, за ексцентриситет*. Розроблено модель попереднього оцінювання впливу складових систематичної похибки в розрізі універсальної моделі похибок інструмента. Розглянуто вплив зазначених складових на отримані координати шляхом здійснення апріорного симуляційного моделювання отриманих результатів методом Монте-Карло з внесеною систематичною похибкою (дані до калібрування) та з її відсутністю (дані після калібрування). Враховуючи відсутність метрологічних та технічних вимог до лазерних сканерів, автор виходив з того, що геометрична модель сканера приймається подібною до

геометричної моделі тахеометра, а самі прилади мають дуже подібну сферу застосування. Отже, значення складових систематичної похибки отримувалися з нормативної документації, що стосуються електронного тахеометра з такою ж кутовою точністю і вибиралися як максимально допустимі. Визначено вплив кожної із зазначених складових та доведено значний вплив складової за вимірювання відстань у точність визначення координат. Отримані дані підтвердили попередній висновок про необхідність калібрування наземних лазерних сканерів для підвищення їх точності до рівня, достатнього для виконання інженерно-геодезичних робіт.

Для отримання діапазону відстаней, на яких можливо проводити калібрування було проведено дослідження мінімального розміру площинного ТОК та було встановлено мінімально необхідні розміри ТОК для однозначного визначення плоскої, сферичної та циліндричної площини. З урахуванням того, що при падінні лазерного променя на край сфери або циліндру, точність визначення координат може погіршитися, було проведено дослідження з внесенням похибки в одну з точок, що визначають сферу або циліндр та наступним розрахунком кількості точок, необхідних для визначення площини. Розглянуто критерії прийнятності в 5%, 10% і 20% зміщення координат центру відносно зміщення координат точки, в яку внесено похибку. Для задач калібрування НЛС запропоновано використовувати критерій прийнятності в розмірі 10%. Також визначено максимальні відстані до площинних ТОК з урахуванням їх стандартних розмірів та найпоширеніших режимів сканування.

Розглянуто критерії вибору тестових об'єктів та запропоновано використовувати точкові ТОК для проведення калібрування як такі, що дозволяють проведення калібрування віддалемірного блока.

Через наявність у різних моделей сканерів як ручного, так і автоматичного режиму визначення координат марок з хмари точок, запропоновано систему статистичного оцінювання вказаних режимів шляхом порівняння СКП відстаней між точками, що дозволить уникнути впливу похибок переходу між системами

координат, та розроблено алгоритм оцінки доброякісності вимірювань з метою вибору оптимального режиму при калібруванні.

Враховуючи відсутність системного підходу до проектування полігонів, розроблено методичні основи проектування калібрувального полігону на основі досліджених типів ТОК та за визначеними максимальними відстанями. За основу проектування запропоновано взяти величини мінімальних вертикальних і горизонтальних кутів між тестовими об'єктами. За розробленими методичними основами було розраховано кількість ТОК і запропоновано їх конфігурацію для заданих мінімальних кутів.

Загальноживана *математична модель калібрування* являє собою параметричну модель з додатковими умовами, в якій використовуються матриці коефіцієнтів умовних рівнянь та коефіцієнтів рівнянь поправок, вектор поправок, вектор параметрів калібрування і вектор нев'язок. Після вирішення системи рівнянь отримуються величини, що використовуються для остаточного калібрування сканера, а саме параметри трансформації між системами координат різних станцій і полігона, значення поправок у виміряні величини для тестових об'єктів, наближенні значення поправок за вплив систематичних похибок. Одним з недоліків цієї моделі є наявність кореляції між параметрами трансформації і параметрами калібрування за рахунок сумісного вирівнювання цих параметрів.

Запропоновано здійснити роздільний розрахунок зазначених параметрів, для чого проведено модифікацію математичної моделі. Для пошуку параметрів трансформації між системами координат полігона та сканера пропонується використовувати алгоритм Кабша-Умеями. Цей алгоритм дозволяє визначити оптимальну матрицю обертання та вектор зміщення між двома системами координат навіть у випадку наявності грубих похибок в координатах точок. При використанні цього алгоритму розраховуються центроїди двох систем координат та зміщення кожної точки відносно центроїдів. З двох отриманих матриць зміщень розраховується коваріаційна матриця. Матрицю повороту отримують як добуток

право-сингулярних і транспонованих ліво-сингулярних векторів, отриманих в результаті розкладення коваріаційної матриці за сингулярними числами (SVD).

Після формування параметричних рівнянь зв'язку з урахуванням необхідності трансформації координат з СК сканера в СК полігона було запропоновано спрощення чисельного розв'язку задачі калібрування методом найменших квадратів шляхом проведення оберненої трансформації координат з СК полігона в СК сканера і наступним розрахунком параметрів калібрування через визначену модель впливу систематичних похибок. Також було запропоновано спосіб збільшення повноти даних сканування з метою охоплення більшого кутового та лінійного діапазону в разі виникнення неможливості влаштування повноцінного калібрувального полігону за заданими параметрами. За аналогією з вимірюванням горизонтальних напрямків кутовими прийомами, пропонується провести повторне сканування полігону з поворотом сканера. Таким чином, використовуючи запропоновану модифікацію математичної моделі, кількість точок для обробки і, відповідно, кутів та відстаней збільшується вдвічі, втричі і т.д. Аналогічно, збільшується кількість матриць повороту і векторів зміщення по одному для кожної станції сканування. Також було розглянуто нелінійний спосіб пошуку параметрів калібрування і створено програму в комплексі Mathcad для нелінійного розв'язання цієї задачі.

В Розділі 3 наведено практичну апробацію проведених досліджень та проаналізовано її результати. Для проведення калібрування було створено калібрувальний полігон. Через наявність деяких обмежень не вдалося закріпити всі запроектовані ТОК, тому сканування відбувалося в два етапи з поворотом сканера. Координати тестових об'єктів калібрування визначено з кожної станції сканування і за допомогою високоточного електронного тахеометра. За розробленою модифікацією математичної моделі було проведено розрахунки лінійним і нелінійним способом як для окремих станцій, так і одночасно для набору з двох станцій. На одній зі станцій було виявлено грубі похибки у вимірюваннях, тому пошук параметрів калібрування проводився для різної

кількості точок. За результатами оцінки точності даних до та після проведення калібрування було доведено:

- збільшення повноти даних через поворот сканера дозволяє частково вирішити проблему неможливості закріплення запроєктованих марок і покращує точність визначення параметрів калібрування;
- використання алгоритму Кабша-Умеями дозволяє розрахувати оптимальну матрицю повороту і вектор зміщення при наявності грубих помилок у вимірах та просте для чисельного розв'язання;
- розв'язання задачі пошуку параметрів калібрування лінійним та нелінійним способом дає практично, однакові результати;
- запропонований спосіб визначення параметрів калібрування доступний для користувачів систем НЛС в звичайних умовах без використання високоточного обладнання та спеціалізованого програмного забезпечення.

Також зроблено загальний висновок про те, що внесення параметрів калібрування у дані, отримані способом НЛС, дозволяє підвищити точність цих систем до рівня, що відповідає нормативним вимогам виконання інженерно-геодезичних робіт при супроводженні будівництва.

Ключові слова: наземне лазерне сканування, НЛС, калібрування, ЛІДАР, методи дистанційного знімання, просторові дані, системне калібрування, тестові об'єкти калібрування, калібрувальний полігон, інженерно-геодезичні роботи, методика калібрування, підвищення точності, параметричний спосіб вирівнювання, метод найменших квадратів.

SUMMARY

Sossa B.R. Models and methods of terrestrial laser scanning accuracy improvement with calibration data.- Qualifying scientific work on the rights of the manuscript.

Dissertation for obtaining a scientific degree in the field of technical sciences

with a specialization in 05.24.01 – Geodesy, photogrammetry and cartography. Specialized academic council D 26.056.09.

Kyiv National University of Construction and Architecture, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv; Kyiv National University of Construction and Architecture, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2020.

A feature of engineering and geodetic works during construction support is increased requirements for their accuracy. Available technologies allow to obtain this accuracy in a variety of ways, one of which is terrestrial laser scanning. However, despite the numerous advantages of TLS, the accuracy of the equipment in most cases does not meet regulatory requirements. Thus, there is a practical task of increasing the accuracy of data obtained by the method of terrestrial laser scanning. Today, such a method of increasing accuracy is calibration.

In the first Section, an overview of modern research on the calibration of terrestrial laser scanners was conducted and the main directions of further research were determined. It is determined which factors should be considered when solving the problem of increasing the accuracy of terrestrial laser scanning. A brief review of the areas of TLS application was also conducted, the advantages and disadvantages of the technology were determined.

A preliminary calculation of the accuracy of the TLS was carried out on the basis of the technical characteristics declared by the manufacturer for scanners with phase and pulse methods of measuring distances and of various types - panoramic and hybrid.

During the analysis of the TLS' instrumental errors two main sources of errors were identified, which arise from the geometric model of the scanner - the angle-measuring and distance-measuring blocks. An overview of all currently known sources of errors was carried out in order to further solve the problem of avoiding their systematic part. The methods of determining the systematic component by carrying out calibration on specially arranged calibration polygons were analyzed. An overview of existing polygons models was made, their strengths and weaknesses were determined.

Test objects used in calibration are considered - their type, shape, methods of determining coordinates. Their preliminary classification was carried out.

Directly, calibration can be defined as the process of estimating the parameters that should be applied to correct the obtained measurements to their true values. Calibration of TLS can be performed by two methods: with instrumental or system calibration. When using system calibration, unlike instrument calibration, understanding the scanner's error sources is not as important. On the contrary, the error model (or correction function) is derived during the calibration process by the method of least squares. Therefore, it is possible to estimate instrumental errors regardless of their origin.

In Section 2, a number of studies were conducted to develop a systematic approach to calibration and to develop a universal calibration procedure available to TLS users.

The components of the systematic error of determining the coordinates are singled out: the component of the systematic error for the measured distance, for the error of the vertical circle index, for the trunnion axis error, for collimation, for eccentricity. A model of the preliminary assessment of the influence of the components of the systematic error in the context of the universal model of instrument errors has been developed. The effect of the specified components on the obtained coordinates was considered by performing a priori simulation modeling of the obtained results using the Monte Carlo method with simulated systematic error (data before calibration) and with its absence (data after calibration). Given the lack of metrological and technical requirements for laser scanners, the author assumed that the geometric model of the scanner is assumed to be similar to the geometric model of the total station, and the devices themselves have a very similar scope of application. Therefore, the values of the components of the systematic error were obtained from the regulatory documentation relating to the electronic total station with the same angular accuracy and were chosen as the maximum permissible. The influence of each of the specified components was determined and the significant influence of the component for the measured distance on

the accuracy of coordinate determination was proved. The obtained data confirmed the previous conclusion about the need to calibrate terrestrial laser scanners to increase their accuracy to a level sufficient for engineering and geodetic works.

In order to obtain a range of distances at which it is possible to carry out calibration, a study of the minimum size of the planar CTO was conducted and the minimum necessary dimensions of the CTO were established for the unambiguous determination of a flat, spherical and cylindrical plane. Taking into account the fact that when a laser beam falls on the edge of a sphere or cylinder, the accuracy of determining the coordinates may deteriorate, a study was conducted with the simulation of an error in one of the points defining the sphere or cylinder and the subsequent calculation of the number of points needed to determine the plane. Acceptability criteria of 5%, 10%, and 20% of the center coordinates offset relative to the offset of the coordinates of the point in which the error was simulated were considered. It is proposed to use a 10% acceptance criterion for TLS calibration problems. The maximum distances to planar CTOs are also determined, taking into account their standard sizes and the most common scanning modes.

The criteria for the selection of test objects were considered and it was proposed to use point targets for calibration as those that allow the calibration of the EDM unit.

Due to the availability of both manual and automatic modes of determining the targets coordinates from the point cloud in various models of scanners, a system of statistical evaluation of these modes is proposed by comparing the MSE of distances between points, which will avoid the influence of transition errors between coordinate systems, and an algorithm for assessing the quality of measurements as well as choose the optimal mode during calibration.

Taking into account the lack of a systematic approach to the design of polygons, methodological bases for the design of a calibration polygon have been developed based on the investigated types of CTO and according to the determined maximum distances. It is proposed to take the values of the minimum vertical and horizontal angles between the test objects as the basis of the design. According to the developed methodical bases,

the number of CTO was calculated and their configuration was proposed for the specified minimum angles.

The commonly used mathematical model of calibration is a parametric model with additional conditions, which uses matrices of conditional equations coefficients and coefficients of correction equations, a corrections vector, a vector of parameters for self-calibration, and a residuals vector. After solving the system of equations, the values used for the final calibration of the scanner are obtained, namely the parameters of the transition between the coordinate systems of different stations, the value of corrections to the measured values for the reference points, the approximate value of the corrections due to the influence of systematic errors. One of the disadvantages of this model is the presence of a correlation between the transition parameters and the calibration parameters due to the compatible alignment of these parameters.

It is proposed to carry out a separate calculation of the specified parameters, for which a modification of the mathematical model was carried out. To find the parameters of the transformation between the coordinate systems of the polygon and the scanner, it is suggested to use the Kabsh-Umeyama algorithm. This algorithm allows one to determine the optimal rotation matrix and transition vector between two coordinate systems even in the presence of gross errors in the coordinates of the points. When using this algorithm, the centroids of two coordinate systems and the displacement of each point relative to the centroids are calculated. The covariance matrix is calculated from the two displacement matrices obtained. The rotation matrix is obtained as a product of right-singular and transposed left-singular vectors obtained as a result of the covariance matrix singular value decomposition (SVD).

After the formation of the parametric equations, taking into account the need to transform the coordinates from the CS of the scanner to the CS of the polygon, it was proposed to simplify the numerical solution of the calibration problem by the method of least squares by carrying out the inverse transformation of the coordinates from the CS of the polygon to the CS of the scanner and then computing for the calibration parameters through the defined errors model. A method of increasing the completeness

of the scanning data was also proposed in order to cover a larger angular and linear range in case of impossibility of setting up a complete calibration polygon according to the specified parameters. By analogy with the measurement of horizontal directions using angular techniques, it is suggested to re-scan the polygon with the scanner turned around. Thus, using the proposed modification of the mathematical model, the number of processing points and, accordingly, the angles and distances are doubled, tripled, etc. Similarly, the number of rotation matrices and displacement vectors increases by one for each scanning station. A non-linear method of finding calibration parameters was also considered and a program was written in the Mathcad software for the non-linear solution of this problem.

Section 3 provides a practical approbation of the conducted research and analyzes its results. A calibration test site was created for calibration. Due to the presence of some limitations, it was not possible to fix all the designed CTOs, so the scanning took place in two stages with the rotation of the scanner. The coordinates of the calibration test objects were determined from each scanning station and with the high-precision electronic total station. According to the developed modification of the mathematical model, calculations were carried out in a linear and non-linear way both for individual stations and simultaneously for a set of two stations. Gross errors in measurements were found at one of the stations, so the computing for calibration parameters was carried out for a different number of points. According to the results of the assessment of the accuracy of the data before and after the calibration, it was proved:

- increasing the completeness of the data due to the rotation of the scanner allows to partially solve the problem of the impossibility of fixing the designed targets and improves the accuracy of determining the calibration parameters;
- the use of the Kabsh-Umeyam algorithm allows one to calculate the optimal rotation matrix and transition vector in the presence of gross errors in measurements and simple numerical solution;

- solving the problem of computing calibration parameters in a linear and non-linear way gives practically the same results;
- the proposed method of determining calibration parameters is available to end-users of TLS systems in normal conditions without the use of high-precision equipment and specialized software.

A general conclusion was also made that using the calibration parameters into the data obtained by the TLS method allows to increase the accuracy of these systems to the level that meets the regulatory requirements for the performance of engineering and geodetic works during construction support.

Key words: terrestrial laser scanning, TLS, calibration, LIDAR, remote sensing, spatial data, system calibration, calibration test objects, calibration test site, engineering surveying, calibration method, accuracy improvement, parametric adjustment, least squares method.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. R. Shults, A. Annenkov, G. Seitkazina et al., Analysis of the displacements of pipeline overpasses based on geodetic monitoring results, *Geodesy and Geodynamics*, <https://doi.org/10.1016/j.geog.2021.09.005>
2. Катужков В. О., Шульц Р. В., Сосса Б. Р. Співвідношення між очікуваною точністю наземного лазерного сканування та вимогами до точності виконання інженерно-геодезичних робіт. *Містобудування та територіальне планування: науково-технічний збірник*. Київ, 2012. №44.С.238-248.

3. Шульц Р. В. Сосса Б. Р. Технологія визначення деформацій опор резервуарів за даними наземного лазерного сканування. *Вісник геодезії та картографії*. Київ, 2012. Вип.5. С. 14-17.
4. Катужков В. О.,Звягінцев І. І., Шульц Р. В., Сосса Б. Р. Спрощення фотограмметричного наземного знімання. *Містобудування та територіальне планування: науково-технічний збірник*. Київ, 2013. №47. С. 278-283.
5. Шульц Р. В. Сосса Б. Р. Системне калібрування наземних лазерних сканерів: моделі та методики. *Вісник геодезії та картографії*. Київ, 2015. Вип.2. С. 25-30.
6. Сосса Б. Р. Порівняльне оцінювання точності координат точкових марок, отриманих способом наземного лазерного сканування. *Вісник Чернігівського Державного Технологічного Університету*. Чернігів, 2015.Вип. 2(78). С. 165-171.
7. Сосса Б. Р. Визначення оптимального типу і розміру площинних марок, що застосовуються під час калібрування наземних лазерних сканерів. *Інженерна геодезія. Науково-технічний збірник*. Київ, 2018. Вип. 65. С. 227-238.
8. Катужков В. О., Сосса,Б. Р., Шульц Р. В. Спрощення геодезичної основи при виконавчих зніманнях пам'яток історичної спадщини. *Управління розвитком складних систем: збірник наукових праць*. Київ, 2019.№37. С. 73-77. <https://doi.org/10.6084/m9.figshare.9783197>
9. Катужков В.О., Сосса Б. Р. Дослідження деформації одиночного аналітичного аерознімка з дрона. *Інженерна геодезія. Науково-технічний збірник*. Київ, 2019. Вип. 67. С. 95-101. <https://doi.org/10.32347/0130-6014.2019.67.95-101>.
10. В. Sossa, Criteria for choosing test objects type for terrestrial laser scanners calibration. *Geodesy, Cartography and Aerial Photography (Геодезія, картографія*

та аерофотознімання). Lviv, 2022. Vol.95. P. 31-38.
<https://doi.org/10.23939/istcgcap2022.95.031>

11. Сосса Б.Р. Деякі питання оптимізації процесу розрахунку при калібруванні наземних лазерних сканерів. *Містобудування та територіальне планування: науково-технічний збірник*. Київ, 2023. №84. С. 365-375.
<https://doi.org/10.32347/2076-815x.2023.84.365-375>

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

1. Шульц Р., Кучина Н., Білоус М., Сосса Б. Моделювання даних наземного лазерного сканування для потреб будівництва автомобільних тунелів. *Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища: GNSS і GIS – технології*: збірник матеріалів XVIII Міжнародного наук.-техн. симпозіуму 10-15 вересня 2013 р., (м. Алушта, 2013). Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2013. С.199-203.

ЗМІСТ

Перелік умовних позначень та скорочень.....	4
ВСТУП.....	6
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ СУЧАСНИХ ПІДХОДІВ ДО ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ НАЗЕМНОГО ЛАЗЕРНОГО СКАНУВАННЯ.....	11
1.1. Сучасні дослідження калібрування наземних лазерних сканерів.....	11
1.2. Огляд задач інженерної геодезії, де виправдане використання систем НЛС.....	14
1.2.1. Топографічне знімання.....	15
1.3. Обґрунтування досяжного рівня точності методом наземного лазерного сканування на підставі попередніх розрахунків.....	17
1.4. Огляд інструментальних похибок сканерів.....	22
1.4.1. Джерела похибок кутомірного блока.....	22
1.4.2. Джерела похибок віддалемірного блока.....	26
1.5. Способи визначення систематичних похибок НЛС.....	30
1.5.1. Перша методична задача при створенні калібрувального полігону.....	31
1.5.2. Друга методична задача при створенні калібрувального полігону.....	33
1.5.3. Аналіз наявних моделей калібрувальних полігонів.....	35
1.6. Тестові об'єкти для калібрування НЛС.....	39
1.6.1. Типи ТОК, що використовуються при калібруванні.....	39
1.6.2. Математичні моделі точкових та площинних ТОК.....	41
1.6.3. Можливість використання циліндричних ТОК.....	43
1.7. Концепція і методи калібрування.....	45
1.7.1. Методи калібрування.....	45
1.7.2. Параметри калібрування НЛС.....	47
1.7.3. Методи і способи перевірки та калібрування.....	49
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1.....	53
РОЗДІЛ 2. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ КАЛІБРУВАННЯ НАЗЕМНИХ ЛАЗЕРНИХ СКАНЕРІВ.....	54
2.1. Моделювання впливу складових систематичної похибки та внесення поправок (калібрування).....	54
2.1.1. Моделювання складової за вимірювану відстань.....	58
2.1.2. Моделювання складової за індекс вертикального круга.....	59

2.1.3. Моделювання складових за колімацію, нахил осі дзеркала та ексцентриситет.....	60
2.1.4. Моделювання впливу всіх складових	65
2.2. Вибір оптимальної форми та розміру ТОК для проведення калібрування	68
2.3. Порівняння ручного та автоматичного визначення координат	80
2.4. Методичні основи проектування калібрувального полігону за заданими параметрами.....	83
2.5. Математична модель калібрування.....	96
2.5.1. Модифікація математичної моделі для використання при калібруванні НЛС	96
2.5.2. Використання алгоритму Кабша-Умеями	98
2.5.3. Визначення напрямку трансформування для наступного врівноваження	101
2.5.4. Лінійний і нелінійний спосіб врівноваження	104
2.5.6. Способи збільшення повноти даних для калібрування	106
2.6. Порядок калібрування наземних лазерних сканерів	109
ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2.....	113
РОЗДІЛ 4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ НАЗЕМНОГО ЛАЗЕРНОГО СКАНУВАННЯ ШЛЯХОМ КАЛІБРУВАННЯ	115
3.1. Порівняння ручного і автоматичного вимірювання координат ТОК..	115
3.2. Створення та сканування тестового калібрувального полігону	122
3.3. Аналіз даних калібрування.	124
Висновки до розділу 3.	134
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ	135
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	137
Додаток 1	155
Додаток 2	178

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ

В сучасній літературі відсутні стандарти для позначення основних параметрів наземного лазерного сканування. В той час, як позначення координат та їх приростів запозичено з геодезії, а елементи зовнішнього і взаємного орієнтування — з фотограмметрії, де вже наявна усталена термінологія та позначення, то позначення для відстані, горизонтального та вертикального кутів відрізняються у різних дослідників.

Відстань.

В переважній більшості джерел для позначення вимірної відстані використовується ρ (ρ), проте у деяких дослідників зустрічається позначення r .

Горизонтальний кут.

Для позначення горизонтального кута в більшості джерел використовується φ (ϕ), іноді зустрічається χ (χ).

Вертикальний кут (зенітна відстань).

Для позначення вертикальних кутів (зенітних відстаней) використовують приблизно, в рівній мірі, позначення α (альфа), θ (тета). Іноді використовують Θ (тета велика).

Прийнятті позначення.

В даній роботі прийнято позначення, що найчастіше вживались в опрацьованій літературі, а саме:

вимірjana відстань — ρ (ρ мале),

горизонтальний кут — φ (ϕ мале),

зенітна відстань — α (альфа мала).

Прийнятті скорочення.

НЛС — наземне лазерне сканування;

СКП — середня квадратична похибка;

МНК — метод найменших квадратів;

ТОК — тестовий об'єкт (для) калібрування;

СК — система координат.

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми дослідження. На сьогоднішній день наземне лазерне сканування (НЛС) все більше використовується для вирішення найрізноманітніших задач, серед яких й інженерно-геодезичних. Використовуючи спочатку системи НЛС для знімання складних промислових об'єктів, користувачі поступово розширили галузі їх використання. Зараз НЛС широко використовується при будівництві, маркшейдерських роботах, охороні пам'яток культурної спадщини, для вирішення різних задач промисловості, класичного топографічного знімання та, навіть, у криміналістиці.

Крім того, після початку повномасштабних бойових дій досить часто виникає потреба в оперативному проведенні знімань з метою документування руйнувань або для реконструкції будівель, споруд чи обладнання. Системи НЛС вже можуть слугувати суттєвим доповненням до класичних методів виконання інженерно-геодезичних робіт. При наявності тільки одного недоліку – неможливості виконання розмічувальних робіт, ці системи дозволяють суттєво скоротити час польових робіт і отримати при цьому значно більший об'єм інформації.

Особливістю інженерно-геодезичних робіт при супроводженні будівництва є підвищені вимоги до їх точності. Тому постає практичне завдання підвищення точності даних, отриманих способом наземного лазерного сканування. На сьогодні таким методом підвищення точності являється калібрування.

Мета і задачі дослідження. *Метою* роботи є дослідження та удосконалення методів і моделей підвищення точності даних наземного лазерного сканування, що застосовується при геодезичному супроводі будівництва. Враховуючи постійне покращення та удосконалення апаратної частини НЛС, не виключено, що при проведенні калібрування цих систем можливо буде досягнути точності високоточних геодезичних приладів.

Відповідно до поставленої мети було визначено основні *задачі* дослідження:

- проаналізувати наявні методи та моделі калібрування наземних лазерних сканерів різних типів, визначити і дослідити джерела похибок та їх вплив на дані, отримані за допомогою наземного лазерного сканування;
- дослідити типи наявних калібрувальних полігонів та запропонувати спосіб удосконалення їх проектування а також дослідити типи тестових об'єктів, що використовуються при калібруванні та умови їх оптимального використання;
- дослідити математичну модель калібрування та розглянути шляхи її удосконалення, спростити чисельний розв'язок задачі калібрування для пересічного користувача;
- розробити універсальний порядок калібрування для використання в польових та камеральних умовах і розробити алгоритм врахування параметрів калібрування в результатах спостережень;
- провести калібрування декількох моделей наземних лазерних сканерів відповідно до розробленого порядку та модифікованої математичної моделі з метою експериментального підтвердження досягнення рівня точності, необхідного для вирішення задач інженерної геодезії.

Об'єкт дослідження — дані, отримані способом наземного лазерного сканування.

Предмет дослідження — методи і моделі калібрування наземних лазерних сканерів, що використовуються для підвищення точності.

Методи дослідження базуються на загальній теорії аналітичної фотограмметрії. Априорне симуляційне моделювання впливу складових систематичної похибки і дослідження попередньої точності калібрування та вибору способу визначення координат тестових об'єктів калібрування виконано з використанням методів математичної статистики, теорії похибок вимірювань та методу найменших квадратів. Модифікація математичної моделі калібрування виконано з використанням теорії матриць, лінійного чисельного і нелінійного способів параметричного вирівнювання. Калібрування наземного лазерного

сканера виконано із використанням теорії прямого лінійного перетворення. Методи дослідження дозволяють повністю вирішити поставлені задачі.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в:

- уперше визначено вплив складових систематичної похибки та їх сумарний ефект на точність отриманих даних в розрізі універсальної моделі похибок інструмента безвідносно його типу;
- уперше розроблено методичні основи проектування калібрувального полігону за заданими параметрами та досліджено залежність між мінімальними розмірами площинних тестових об'єктів та відстанню, на якій можливо проводити калібрування;
- удосконалено математичну модель калібрування, що дозволило уникнути кореляції між параметрами перетворення систем координат і параметрів калібрування;
- удосконалено метод системного калібрування даних, отриманих способом наземного лазерного сканування, що дозволило підвищити точність отриманих даних.

Практичне значення одержаних результатів.

- Обґрунтовано алгоритм вибору розміру та типу тестових об'єктів калібрування для різних умов та моделей наземного лазерного сканування, що можуть бути використані для калібрування;
- Розроблено рекомендації з вибору типу тестових об'єктів, відстанях і конфігурації їх розміщення з урахуванням більшості факторів, що впливають на точність визначення їх координат;
- Розроблено порядок калібрування наземного лазерного сканування для забезпечення точності, необхідної при вирішенні інженерно-геодезичних задач;
- Оптимізовано процес калібрування наземних лазерних сканерів для користувача шляхом використання модифікованої математичної моделі та

універсального порядку калібрування;

- Виконано експериментальне калібрування наземних лазерних сканерів різних типів із внесенням результатів калібрування у дані сканування, що дозволило підвищити точність наземного лазерного сканування до рівня, що відповідає нормативним вимогам виконання інженерно-геодезичних робіт при супроводженні будівництва.

Особистий внесок здобувача. Результати дисертаційного дослідження отримані автором самостійно, що підтверджується одноосібними публікаціями з ключових аспектів проблеми, а саме: [6] — проведено статистичний аналіз ручного і автоматичного способів визначення координат точкових марок, отриманих за допомогою наземного лазерного сканування; [7] — визначено мінімально необхідні розміри площинних марок, що використовуються для калібрування на всіх діапазонах відстаней та надано рекомендації по вибору їх типу; [10] – проведено аналіз критеріїв вибору типу тестових об'єктів калібрування та подано рекомендації щодо їх вибору; [11] – сформульовано підхід до калібрування НЛС, при якому здійснюється роздільний пошук параметрів перетворення та параметрів калібрування, а також доведено можливість використання оберненої трансформації для пошуку параметрів калібрування.

В опублікованих у співавторстві роботах автором: [2] — було обґрунтовано досяжний рівень точності наземного лазерного сканування для виконання обмеженої кількості інженерно-геодезичних робіт на підставі попередніх розрахунків; [3] — проведено аналіз відхилень поверхні, отриманої способом наземного лазерного сканування, від проектної поверхні; [5] — виконано систематизацію наявних методів і моделей калібрування з метою розроблення системного підходу до калібрування наземних лазерних сканерів;

Апробація результатів дослідження. Результати роботи апробовано на міжнародному науково-технічному симпозіумі *Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища: GNSS і GIS – технології* (Алушта, 2013) та впроваджено в навчальний процес кафедри інженерної геодезії Київського

національного університету будівництва і архітектури під час підготовки бакалаврів та магістрів спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій», спеціалізацій «Геодезія» і «Геоінформаційні системи та технології» при викладанні курсу інженерної фотограмметрії та інженерної геодезії. Також результати дисертаційного дослідження було впроваджено у виробничі процеси ПП «Геодезична інжинірингова агенція» при проведенні перевірки та калібрування наземного лазерного сканера для виконання робіт зі сканування мостового переходу через річку Дніпро (акт про впровадження результатів науково-дослідної роботи №152-а від 03.07.2023 р., Додаток 2).

Публікації. За матеріалами дисертації опубліковано 1 статтю у збірнику наукових праць, зареєстрованому в наукометричній базі Scopus, 9 наукових праць у фахових збірниках наукових праць, затверджених МОН України; 1 публікація у збірнику наукових праць, зареєстрованому в наукометричних базах IndexCopernicusInternational, BASE, UlrichsWebi GoogleAcademy; 1 публікація у матеріалах конференцій.

Структура та обсяг дисертації. Робота складається із анотації, вступу, чотирьох розділів, загальних висновків, списку використаних джерел і додатків. Загальний обсяг дисертації становить 192 сторінки, із них: 130 сторінок основного тексту, ілюстрованого 59 рисунками та 28 таблицями, з яких на окремих сторінках 1 рисунок; список використаних джерел зі 139 найменувань на 18 сторінках, 2 додатки на 23 сторінках.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ СУЧАСНИХ ПІДХОДІВ ДО ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ НАЗЕМНОГО ЛАЗЕРНОГО СКАНУВАННЯ.

1.1. Сучасні дослідження калібрування наземних лазерних сканерів.

Питання калібрування наземних лазерних сканерів за кордоном досліджують в університетах Калгарі (Канада), Штутгарта, Ганновера (Німеччина), Стокгольма (Швеція), Цюриха (Швейцарія), Сіднея (Австралія), Шанхаю, Хефею, Їчуню, Цзіаню (КНР), а в Україні — в Київському національному університеті будівництва і архітектури, НУ “Львівська політехніка”, та ДП «Укрметртестстандарт».

Поставлена проблема за останні 15 років найповніше висвітлена в публікаціях Міжнародного товариства фотограмметрії та дистанційного зондування (ISPRS) та Міжнародної федерації геодезистів (FIG).

Загальні принципи калібрування було взято з більш ранніх робіт з фотограмметрії, а саме з принципів калібрування камер. Уже на початку 2000-них років в низці робіт [97, 103, 125, 116] було сформульовано концепцію калібрування наземних лазерних сканерів, яка використовується по сьогодні. Головною задачею калібрування при цьому прийнято визначення фактичних метричних характеристик обладнання, а саме – точність визначення координат точок як функцію від точності виміряних відстані, горизонтального і вертикального кутів.

При калібруванні наземних лазерних сканерів використовуються два методи: інструментальне калібрування, або калібрування компонентів сканера та системне калібрування. Інструментальне потребує досконалого розуміння геометричної моделі помилок сканера. Крім того, що це обмежене виробником обладнання шляхом патентування окремих складових і систем, воно потребує

доступу до спеціальних можливостей та передбачає втручання в механічну та електронну частину прилада. Системне калібрування проводиться методом самокалібрування — як визначення всіх систематичних похибок НЛС одночасно з усіма іншими параметрами системи. На відміну від інструментального калібрування, в цьому випадку розуміння моделі помилок сканера не настільки важливе.

Геометричні моделі калібрування обираються в залежності від методу. При інструментальному калібруванні використовується геометрична модель конкретного інструмента, а при системному – використовують універсальну геометричну модель електронного тахеометра [96, 61]. Також слід зазначити, що проведення системного калібрування, навіть при використанні універсальної геометричної моделі [67, 81, 100, 101, 103, 118], проводилося для конкретного типу (панорамний чи гібридний) сканера, способу вимірювання відстаней (імпульсний чи фазовий), або конкретної моделі лазерного сканера. В даній роботі розроблено універсальний підхід до геометричної моделі калібрування, незалежно від типу і моделі сканера та способу вимірювання відстаней.

Математична модель калібрування, походить з моделі калібрування камер, що використовується у фотограмметрії [напр. 91]. При проведенні калібрування в перші роки досліджень [69, 99, 110, 128] використовувалась саме ця модель. Проте, в 2009 році Ю. Решетюком було розроблено [119], а в 2010 представлено [117] уніфікований підхід до калібрування, де в математичній моделі додаткові параметри калібрування розглядаються як спостереження при зрівнюванні методом найменших квадратів. Так як дана модель дозволяє перейти від способу наближень до строгого врівноваження, то вона вважається основною при калібруванні наземних лазерних сканерів.

При використанні зазначеної математичної моделі та універсальної геометричної моделі додаткові параметри калібрування являються складовими систематичної похибки, які в опрацьованій літературі розглядалися як окремо [122, 131, 135] або з прив'язкою до моделі конкретного приладу [67, 81, 100, 101,

103, 118], так і стосовно універсальної геометричної моделі [64, 69, 79, 80, 82]. Однією з основних проблем було визначено наявність кореляції між складовими при калібруванні [98, 109, 110, 136]. Автором запропоновано модифікацію математичної моделі, що дозволяє уникнути кореляції між параметрами перетворення систем координат і параметрами калібрування.

Аналіз джерел показав, що комплекс складових систематичної похибки розглядався або в розрізі інструментального калібрування, або, з використанням універсальної геометричної моделі при системному калібруванні, для конкретної моделі лазерного сканера [69, 104], або для порівняння різних типів тестових об'єктів, що використовуються для калібрування [79, 80].

При проведенні системного калібрування з використанням універсальної геометричної моделі та уніфікованої математичної моделі необхідна наявність тестових об'єктів. Існують два типи таких об'єктів: точкові та площинні. Дослідження калібрування за точковими тестовими об'єктами почалися на початку 2000-них років [103] і продовжуються по сьогодні [119, A General Point-Based Method 2020]. В роботі [120] було досліджено можливість використання площин для калібрування, що було пізніше розвинуто в роботах інших дослідників [напр. 69, 99, 100, 101]. Уже на початку 2010-х років почалися дослідження використання циліндричних поверхонь для калібрування [76] а також продовжувалися дослідження з порівняння даних калібрування, що отримувалися по різним типам об'єктів [напр. 79].

У дослідженнях, зазвичай, розглядають якийсь один тип або підтип тестових об'єктів. У низці робіт, наприклад [81] порівнюються характеристики точності та кореляції параметрів двох типів, або [54] необхідну точність еталонного приладу для вимірювання координат точкових об'єктів. При цьому, визначено відсутність чітких критеріїв вибору таких об'єктів. В даній роботі обґрунтовано мінімально допустимі розміри площинних об'єктів, а також розроблено критерії вибору типу тестових об'єктів калібрування для проведення калібрування НЛС в залежності від наявних умов та очікуваного результату.

Також слід зазначити, що підхід, який пропонується в даній роботі, а саме: використання універсальної геометричної моделі; застосування уніфікованої математичної моделі та дотримання розробленого порядку проведення калібрування, при його практичному використанні, відповідно до Міжнародного Метрологічного Словника доцільно називати «юстуванням вимірювальної системи» (adjustment of measuring system) [74]. Проте, відповідно до усталеної термінології, що склалася у міжнародній науковій спільноті, в даній роботі використовується термін «калібрування» як такий, що призначений для не-метрологічних цілей.

1.2. Огляд задач інженерної геодезії, де виправдане використання систем НЛС.

На початку впровадження технологій НЛС воно використовувалося, в основному, при зніманні складних промислових об'єктів [126; 127; 66; 113; 19; 108; 73; 72; 39] та для цілей охорони пам'яток культурної спадщини [21; 68; 93; 134; 107; 14]. В останню декаду набуло суттєвого розвитку використання наземного, повітряного та мобільного лазерного сканування для цілей велико- і дрібномасштабного топографічного знімання. Найбільш перспективним останнім часом є використання даної технології для вирішення задач інженерної геодезії.

Особливість систем НЛС, а саме, отримання за невеликий час максимально можливої просторової і візуальної (для систем з камерами) інформації про об'єкт, дозволяє використовувати ці системи в якості доповнення до класичних геодезичних приладів або їх заміни. Далі проведено короткий огляд способів використання НЛС при вирішенні тих задач, які неможливо вирішити або можливо зі значно більшими трудовими та часовими затратами класичними способами.

1.2.1. Топографічне знімання.

Для, безпосередньо, топографічного знімання НЛС використовувати доцільно в складних умовах або при зніманні важкодоступних місць. Крім того, через надлишкову інформацію, яка отримується при наземному лазерному скануванні, відпадає потреба у веденні абрису. Також, через значно більшу густоту отриманих точок, значно покращується точність отриманого рельєфу. Основна проблема даного способу – визначення поверхні землі під наявною рослинністю вже частково вирішується сучасним програмним забезпеченням з використанням спеціалізованих алгоритмів.

Для знімання лінійних об'єктів з тих же причин, доцільно використовувати мобільне або повітряне лазерне сканування. Типовий комплекс МЛС складається з трекара (лазерний двовимірний сканер), розміщеного на рухомому транспортному засобі, який працює в комплексі з приладами, що дозволяють отримати планово-висотне положення маршруту: GNSS-приймачі, одометри, інерційні датчики тощо. Аналогічно працюють системи повітряного лазерного сканування. Повітряне лазерне сканування (ПЛС, airborne laser scanning) можна назвати батьком НЛС, бо саме ці системи з'явилися першими. Основна відмінність їх від НЛС — двовимірність. Третій вимір досягається за рахунок руху апарату, на якому вони встановлені. Аналогічно НЛС, системи ПЛС приходять на заміну класичній фотограмметрії, бо дозволяють отримати на порядок більше інформації про об'єкт.

1.2.2. Виконавчі знімання конструкцій.

Використання НЛС для контролю за вертикальними і горизонтальними зміщеннями будівель відбувається як окремо, так і в комплексі з традиційними геодезичними технологіями [60; 45; 53; 67; 6; 5; 65; 18; 39; 41; 49; 55]. Нижче наведено приклад того, як класичні геодезичні роботи в парі з НЛС підвищують якість і повноту отриманих даних. В даному випадку йдеться про інтерпретацію даних про стан історичної споруди та допомогу в пошуку оптимальних рішень для збереження будівлі.

Для прикладу наведено дослідження палацу “Palazzo del Capitano” в Мантуї, Італія, які було проведено комбінацією НЛС, геометричного нівелювання і прокладанням лінійно-кутових мереж [89].

Завдяки використанню НЛС стало можливим отримання додаткової інформації, такої, як ступінь крену стін з досить великою дискретністю, а сумісне зрівнювання дозволило отримати достатню для даної задачі точність результатів.

Додатково, з даних цього і аналогічних досліджень випливає необхідність підвищення точності НЛС для приведення її у відповідність до точності, необхідної для вирішення задач геодезичних виконавчих знімань та моніторингу.

1.2.3. Контроль геометрії проектних площин інженерних споруд.

Враховуючи величезний масив інформації, що отримується системами НЛС, доцільно використовувати їх для контролю геометрії різноманітних площин [106; 92; 121; 112; 8; 43; 44; 57; 58; 16; 40; 50]. Британські вчені з університету Геріота-Ватта (Едінбург) провели дослідження можливості використання НЛС сумісно з BIM (building information model, інформаційна модель споруди) для контролю рівності поверхні на прикладі залізобетонної плити [75].

Крім того, в складі дослідження деформацій опор резервуарів, проведених вітчизняними спеціалістами [62], було зроблено акцент на визначенні відхилень поверхні циліндричної опори, отриманої за допомогою НЛС, від поверхні ідеального циліндра. Також, вітчизняними спеціалістами [123, 124] проводяться дослідження з визначення фактичних об'ємів резервуарів та градування вертикальних і горизонтальних резервуарів способом наземного лазерного сканування.

Аналізуючи вищесказане, можна з упевненістю сказати, що з кожним роком сфери використання систем наземного лазерного сканування будуть розширюватись, і вже сьогодні використання їх при вирішенні задач інженерної геодезії дозволяє отримати такі ж результати по точності, але значно кращі результати по повноті отриманих метричних даних об'єкта.

1.3. Обґрунтування досяжного рівня точності методом наземного лазерного сканування на підставі попередніх розрахунків.

Виконаємо аналіз похибок, що впливають на точність НЛС.

Найбільша складова інструментальної похибки наземних лазерних сканерів припадає, по аналогії з класичними геодезичними приладами на кутову та лінійну похибки, що докладно описано в п. 1.4. При цьому, дані параметри мають вказуватись у технічних характеристиках сканерів. Цікаво, що далеко не всі виробники систем НЛС надають інформацію про кутову точність сканерів, обмежуючись лише лінійною. Величина кутової похибки досить суттєво впливає на загальну точність визначення координат лазерним сканером, навіть у порівнянні з лінійною точністю.

Що стосується лінійної точності, то тут ситуація аналогічна ситуації з електронними тахеометрами з різним типом лазера. В НЛС використовуються три способи вимірювання відстані: фазовий, імпульсний і триангуляційний. Триангуляційний спосіб в даній роботі не розглядається.

Імпульсний метод вимірювання відстані полягає у вимірюванні часу проходження сигналу від джерела випромінювання до об'єкта і назад:

$$R = \frac{v \cdot \tau}{2}$$

де v – швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль, τ – вимірний час з моменту подачі сигналу до його прийому.

Фазовий метод заснований на визначенні різниці фаз надісланого та прийнятого модульованого сигналу:

$$R = \frac{\varphi_{2R} \cdot v}{4\pi \cdot f}$$

де φ_{2R} – вимірня різниця фаз, f – частота модуляції.

Основними характеристиками, якими відрізняються віддалеміри, являються дальність вимірювання і точність отриманих результатів.

По типу конструкції сканери поділяються на панорамні і гібридні. В панорамних сканерах сканування по вертикалі відбувається за допомогою призми, яка обертається на 360° , а в гібридних – за допомогою дзеркала, яке гойдається. Зазвичай, гібридні сканери сканують по вертикалі у визначеному діапазоні вище і нижче горизонту, тоді як панорамні – весь діапазон кутів, крім декількох десятків градусів в надирі інструмента. По горизонталі кут сканування дорівнює 360° в обох типах сканерів за рахунок обертання приладу навколо вертикальної осі.

Виробництвом наземним лазерних сканерів займається ряд виробників з усього світу. Проведено огляд точності визначення кутів і відстаней для найбільш поширених моделей, де така інформація вказана виробником. Розглянуто найпоширеніші моделі виробників Faro, Leica, Riegl, Topcon, Trimble та Z+F. Дані отримано з веб-сайтів виробників [31, 32, 29, 28, 26, 27, 35, 36, 33, 34, 30]. Зведено дані у таблицю по кутовій та лінійній точності (табл. 1.3.):

<i>Виробник</i>	<i>Модель</i>	<i>Кутова точність, секунд</i>	<i>Лінійна точність, мм на 100 м</i>	<i>Максимальна відстань, м</i>
Faro	Focus M70	19	30	70
	Focus S350	19	10	350
Leica	RTC360	18	2	130
	P50	8	2,2	570
Riegl	VZ400i	10	5	800
Topcon	GLS-1500	6	4	330
	GLS-2200	6	3,1	500
Trimble	X7	21	2	80
	TX8	16,5	2	120
Z+F	Imager 5010	25,2	2	187
	Imager 5016	14,4	2	365

Таблиця 1.1. Характеристики точності розглянутих наземних лазерних сканерів

У кожного виробника вибиралося дві моделі з різними характеристиками точності, крім Riegl, де всі наявні на момент аналізу моделі мали однакову кутову і

лінійну точність. Крім того, по можливості, вибиралась пара з різним способом вимірювання відстані та/або різного типу – панорамний чи гібридний.

Для проведення попередніх розрахунків розглянуто 3 наземних лазерних сканери: Z+F Imager 5010 – фазовий спосіб, панорамний; Trimble TX8 – імпульсний спосіб, панорамний; Topcon GLS-1500 – імпульсний спосіб, гібридний. В подальшому будемо використовувати позначення “Сканер 1”, “Сканер 2” та “Сканер 3”. Всі обрані сканери дозволяють вимірювати відстані до 100 метрів і далі. Тому прийнято максимальну відстань в 100 м, мінімальну – в 10, додаткові відстані – 25 і 50 м. Розраховано точність визначення координат для кожного сканера на зазначених діапазонах відстаней, враховуючи інструментальні похибки.

Похибка визначення координат M залежить від кутової та лінійної складових:

$$M = \sqrt{\alpha^2 + \rho^2 + \rho^2} \quad (1.1)$$

Лінійна складова похибки ρ на різних відстанях для зазначених сканерів складатиме (табл. 1.2.):

	Сканер 1				Сканер 2				Сканер 3			
Відстань, м	10	25	50	100	10	25	50	100	10	25	50	100
ρ , мм	0,2	0,5	1	2	0,2	0,5	1	2	4	4	4	4

Таблиця 1.2. Лінійна складова похибки наземних лазерних сканерів

Кутова складова в лінійній мірі вираховується за формулою

$$\alpha = \varphi = \frac{m\alpha \times S}{\rho''}, \quad (1.2)$$

де $m\alpha$ - кутова похибка сканера в секундах, S – відстань, $\rho'' = 206264,8$ і для тих самих відстаней отримаємо (табл. 1.3.).

	Сканер 1, $m\alpha=25,2''$				Сканер 2, $m\alpha=16,5''$				Сканер 3, $m\alpha=6''$			
Відстань, м	10	25	50	100	10	25	50	100	10	25	50	100
α , ф, мм	1,2	3,1	6,1	12,2	0,8	2,0	4,0	8,0	0,3	0,7	1,5	2,9

Таблиця 1.3. Кутова складова похибки наземних лазерних сканерів

Отже, використаємо вираз 1.2 і визначимо значення похибки визначення координат для відстаней 10, 25, 50 і 100 м (табл. 1.4.).

	Сканер 1				Сканер 2				Сканер 3			
Відстань, м	10	25	50	100	10	25	50	100	10	25	50	100
M, мм	1,7	4,3	8,7	17,4	1,1	2,9	5,7	11,5	4,0	4,1	4,5	5,7

Таблиця 1.4. Загальна похибка визначення координат наземним лазерним сканером на підставі попередніх розрахунків

Для наочності представимо дані по точності визначення координат на відстані від 10 до 100м у вигляді графіка:

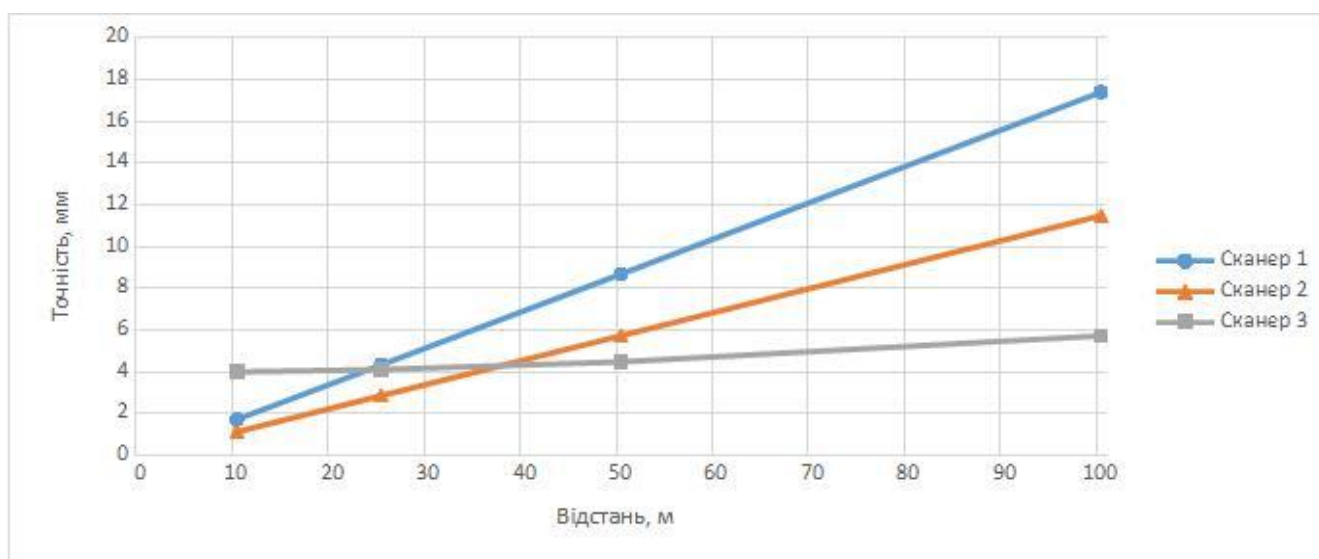


Рис. 1.1. Зміна похибок для сканерів, що розглядалися, в залежності від відстані сканування

Отже, точність визначення координат за допомогою розглянутих наземних лазерних сканерів за даними попередніх розрахунків складає 1,2 – 12,4, 0,8 – 8,2 та 4,0 – 5,9 мм (10...100 м).

Як показує аналіз джерел, наведений в п. 1.1., суттєва частина похибок відстані та кутів містить систематичну складову, що може бути враховано для підвищення точності. Задачею калібрування є визначення систематичної складової у даних сканування. Отже, точність НЛС може бути суттєво підвищена за допомогою калібрування.

Передовсім зазначимо, що треба чітко розмежувати умови, за яких необхідно виконувати калібрування. Основні випадки, в яких слід перевіряти геодезичний прилад:

- міжсезонна перевірка здійснюється з метою профілактики в міжсезонний період;
- поточна періодична перевірка – перед виконанням польових робіт;
- позачергова перевірка – після довгого транспортування у важких умовах або за інших не характерних для експлуатації навантажень;
- часткова технологічна перевірка – контроль збереження основних геометричних умов на кожній станції після переходу на неї, а також щоденно перед початком вимірювань.

Термін “калібрування” в тому його значенні, що пропонується в даній роботі, а саме як визначення поправок і внесення їх до результатів вимірів відноситься до результатів перевірок, вказаних у перших трьох випадках. Якщо за результатами перевірки точність приладу не відповідає точності, необхідній для виконання робіт, необхідне калібрування.

1.4. Огляд інструментальних похибок сканерів.

1.4.1. Джерела похибок кутомірного блока

При використанні спрощеної моделі наземного лазерного сканера, похибки кутомірного блока можна розділити на дві складові:

- похибки елементів кутомірного блока;
- похибки невиконання геометричних умов між елементами блока.

Спочатку звернемо увагу на похибки, які не залежать від схеми розгортки лазерного променя. До таких похибок належать [54]:

1. Систематичний зсув. Може бути викликаний механічною невідповідністю дзеркала і лічильника або похибкою в аналогово-цифровому перетворювачі.
2. Асинхронізація.
3. Масштабна похибка.

Геометрично вплив цих похибок можна зобразити наступним чином (рис. 1.2).

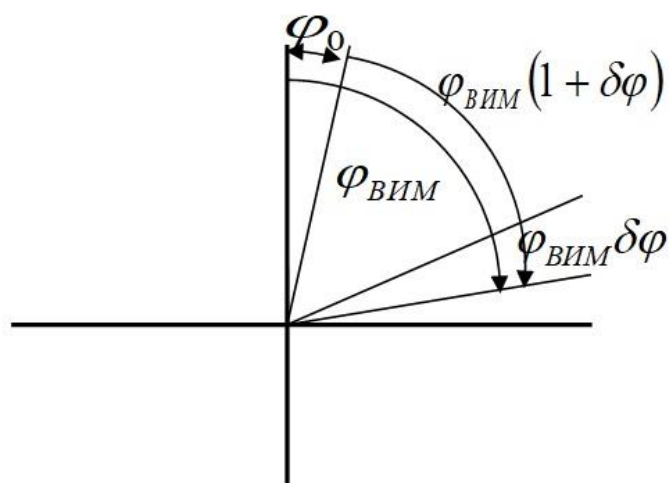


Рис. 1.2. Масштабна похибка та систематичний зсув кутомірного блока.

В [54] запропоновано вплив цих похибок представляти в наступному вигляді:

$$\Delta\alpha = \alpha_{\text{ВИМ}}s_\alpha + \alpha_0 + \delta\alpha, \Delta\varphi = \varphi_{\text{ВИМ}}s_\varphi + \varphi_0 + \delta\varphi, \quad (1.3)$$

де $\alpha_{\text{вим}}, \varphi_{\text{вим}}$ - виміряні значення вертикального і горизонтального кутів; S_{α}, S_{φ} - масштабні коефіцієнти; α_0, φ_0 - систематичні зсуви, $\delta\alpha, \delta\varphi$ - складові, що описують вплив залишкових систематичних похибок.

Вираз (1.3) є спрощеним уявленням механізму утворення систематичних похибок кутомірного блоку.

Похибки елементів кутомірного блоку.

Згідно з [118] за принципом зчитування напрямів або вимірювання кутів сканери поділяються на дві групи:

- 1) позиційні (абсолютні) способи, в яких напрямок (позиція) зчитується з диска (лімба) в градусній мірі. Кут визначається як різниця двох відліків;
- 2) накопичувальні (відносні) способи, коли кут вимірюється за допомогою накопичення суми імпульсів між початковою (стартовою) і кінцевою (стоповою) сторонами кута.

У кутомірних блоках лазерних сканерів використовують штрихові кодові шкали, кодові диски з масками числових кодів, імпульсні диски, комбінаторні шкали, штрихові кодові шкали, оскільки вони забезпечують високу швидкість зчитування, високу точність вимірювання (СКП вимірювання кутів складають декілька секунд) та відносну простоту конструктивної реалізації.

Розглянемо найбільш суттєві похибки.

Для сканерів з дзеркалами, які гойдаються, важливі наступні похибки [54]:

- деформація дзеркала внаслідок неправильного монтажу;
- деформація поверхні дзеркала через обертальні моменти;
- температурна деформація поверхні дзеркала;
- забруднення поверхні дзеркала;
- неточність виготовлення поверхні дзеркала.

Для сканерів, що використовують призму, важливі наступні похибки:

- неточність дотримання кутів між гранями призми;
- пірамідальність призми;
- зміна пірамідальності призми;

- зміна радіусу граней відносно центра призми;
- шорсткість поверхні.

Технологічно дослідити ці похибки можна тільки в лабораторних умовах, шляхом безпосередніх вимірювань цих елементів на спеціальних стендах. Тому абсолютно недоцільно розглядати та аналізувати ці похибки при дослідженні точності та калібруванні лазерних сканерів. Доцільно замінити всі ці похибки однією загальною і розглядати її, як результат сумарного впливу всіх джерел похибок виготовлення.

Похибки невиконання геометричних умов між елементами блока.

Оскільки похибками виготовлення елементів кутомірного блока при калібруванні нехтують, особливу увагу приділяють дотриманню геометричних умов між основними осями лазерного сканера. Найближчою, з конструктивної точки зору схемою є геометрична схема електронного тахеометра [119].

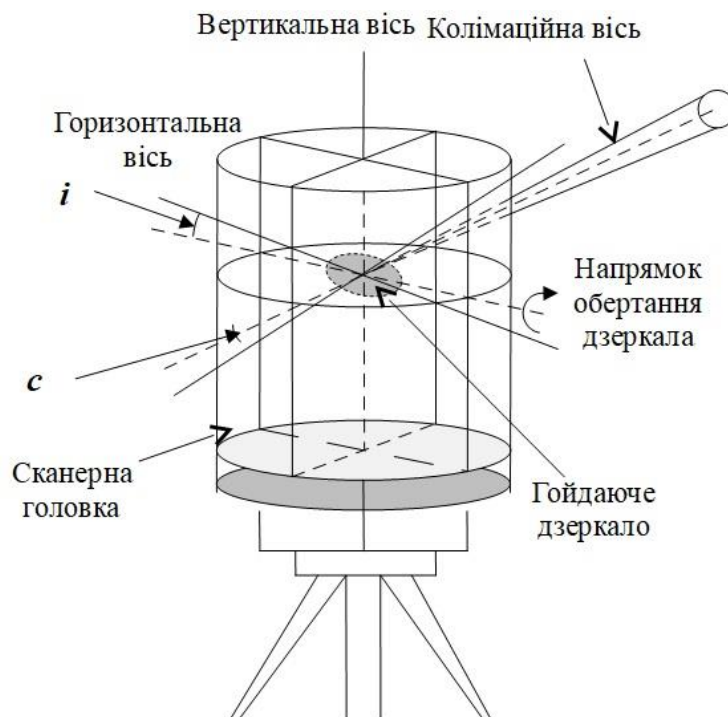


Рис. 1.3. Геометрична схема осей лазерного сканера

Відповідно до цієї схеми в лазерних сканерах умовно виділяють:

Горизонтальна вісь. Для панорамних сканерів — це вісь обертання сканерної головки, для гібридного сканера — це вісь, ортогональна до осей двох перпендикулярних дзеркал, що гойдаються.

Колімаційна вісь – це вісь, що проходить через центр дзеркала і центр лазерної плями, аналог візирної осі.

Вертикальна вісь – вісь обертання дзеркала.

Відповідно до такої схеми в лазерному сканері можуть виникати похибки аналогічні до похибок в електронному тахеометрі:

Колімаційна похибка (c) – кут між колімаційною віссю та нормаллю до горизонтальної осі обертання.

Нахил горизонтальної осі (i) – кут між горизонтальною віссю та нормаллю до вертикальної осі.

Ексцентриситет (e) – ексцентриситет горизонтального круга відносно вертикальної осі.

Незважаючи на те, що дана модель досить добре вивчена, при її адаптації до наземних лазерних сканерів виникають проблеми. Головна з них полягає в тому, що розглянуті осі можуть не перетинатися в геометричному центрі лазерного сканера, на відміну від електронного тахеометра, отже матимемо таку картину (рис. 1.4) [133].

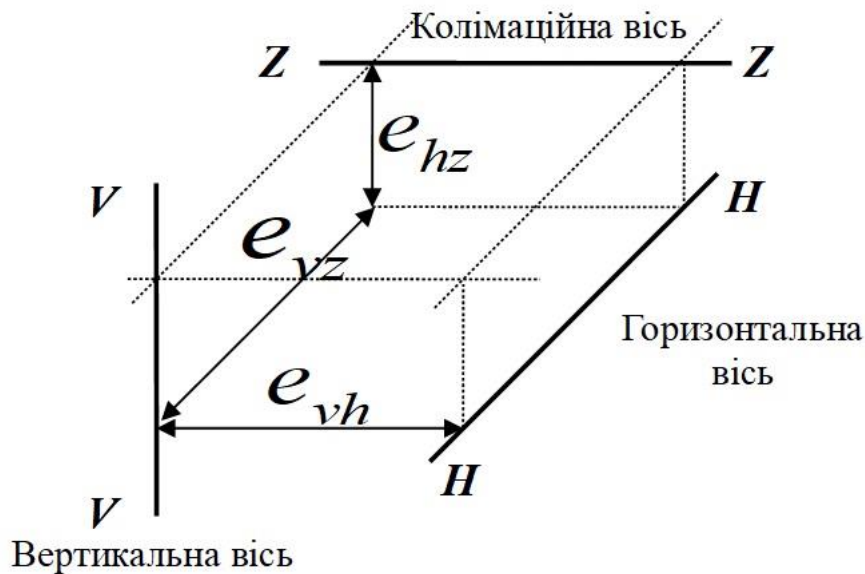


Рис. 1.4. Ексцентриситет осей лазерного сканера [133]

Ексцентриситет осей лазерного сканера значно ускладнює методику визначення та врахування похибок кутомірного блока. Характер розподілу і зміни похибок буде залежати від схеми розгортки лазерного променя, а отже неможливо запропонувати загальну модель, яка б дозволила обчислити та врахувати всі похибки кутомірного блока. Вирішити поставлену проблему може застосування калібрування кутомірного блоку сканера за загальною моделлю, типу (1.3) з визначенням величини кутової похибки для окремих зон кута поля зору лазерного сканера та наступною їх інтерполяцією.

1.4.2. Джерела похибок віддалемірного блока.

Відомо, що лазерний промінь під час вимірювань зазнає впливу багатьох факторів. Цей вплив призводить до виникнення систематичних та випадкових похибок в результатах вимірювань. Характер виникнення та впливу похибок пов'язаний з фізичними властивостями лазерного випромінювання.

Випадкові похибки

1. Потужність прийнятого сигналу. Визначає надійність вимірної відстані і залежить від багатьох факторів: переданої потужності; відстані сканування;

співвідношення сигнал-шум; втрати в системі прийому та передачі променя в сканері, включаючи термальний шум; кута падіння лазера.

2. Характеристики передавача: розмір детектора; чутливість детектора; ширина діапазону приймача; ширина імпульсу; вплив чистоти скла на вікні сканера; динамічний діапазон приймача.

Розглянуті похибки є загальними і не залежать від типу системи вимірювання відстані. Очевидно, що величини цих похибок окремо є незначними величинами. Встановлення величин та методи мінімізації цих похибок є задачею виробників сканерів.

Систематичні похибки

1. Нелінійність. Може бути викликана нелінійністю шкали часу.

2. Температурна похибка. Викликаний зміною або температури зовнішнього середовища, або зміною температури всередині сканера (ефект прогрівання сканера).

3. Систематична похибка. Найчастіше, викликаний різницею між початком механічної і електронної шкал сканера.

4. Масштабна похибка.

В 1990 році Rueger запропонував загальну модель, до складу якої включив всі відомі похибки віддалемірного блока [68]:

$$\Delta\rho = a_0 + a_1t + a_2e^{-a_3T} + \Delta\rho_{\text{ЧАС}} + (m_0 + m_1t + m_2t^2 + m_3t^3)\rho + (b \cdot y) + (c_1 \cdot e^{-c_2t})\rho + d_1\rho^2 + d_2\rho^3 + d_3\rho^4 + d_4\rho^5 + \dots, \quad (1.4)$$

де $\Delta\rho$ - похибка вимірювання відстані; ρ - виміряна відстань; t - температура; T - час, що пройшов з моменту ввімкнення сканера; y - кількість років з моменту придбання сканера; $a_0, a_1, a_2, a_3, m_0, m_1, m_2, m_3, c_1, c_2, d_1, d_2, d_3, d_4$ - коефіцієнти, що визначаються при калібруванні. Перші дві складові – це систематична і температурна похибки, третя – температурна складова викликана прогріванням сканера, $\Delta\rho_{\text{ЧАС}}$ - похибка сходу часової шкали, m_0, m_1, m_2, m_3 - коефіцієнти що відображають вплив масштабу; c_1, c_2 - коефіцієнти, що відображають вплив

прогрівання сканера в залежності від відстані; d_1, d_2, d_3, d_4 - коефіцієнти, що відображають вплив нелінійності шкали часу.

Модель (1.4) придатна для визначення похибки при імпульсному методі вимірювання відстані. Вона дає уявлення про те наскільки складним є механізм утворення похибки при вимірюванні відстані. Тому для практичного використання [цитуються за 54] запропоновано наступну модель:

$$\Delta\rho = \rho_0 + \rho_{\text{вим}}s_\rho + \delta\rho, \quad (1.5)$$

де $\rho_{\text{вим}}$ - виміряна відстань; ρ_0 - постійна; s_ρ - масштабний коефіцієнт; $\delta\rho$ - складова, що описує вплив залишкових систематичних похибок.

Модель (1.5) є найбільш адекватною при дослідження точності вимірювання відстаней користувачами наземних лазерних сканерів і використовується в більшості моделей калібрування.

Крім того, в системах НЛС є досить специфічна похибка, яка також має важливе значення. Зі збільшенням відстані сканування проявляється властивість розходження лазерного променя.

За допомогою використання коліматорів виконують фокусування лазерного променя з метою зменшення величини розходження променя.

Радіус плями $w(\rho)$ без використання коліматора на відстані ρ обчислюють [102]:

$$w(\rho) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda\rho}{\pi w_0^2}\right)^2}, \quad (1.6)$$

де w_0 - мінімальний діаметр, λ - довжина хвилі лазера. Радіус променя при використанні коліматора (w_{ex}) обчислюють як:

$$w_{ex}(\rho) = \frac{f_2}{f_1} w(\rho), \quad (1.7)$$

де f_1, f_2 - фокусні відстані розширюючої та конвергуючої лінз. Діаметр D_f лазерної плями на поверхні об'єкту можна знайти з рис. 1.5:

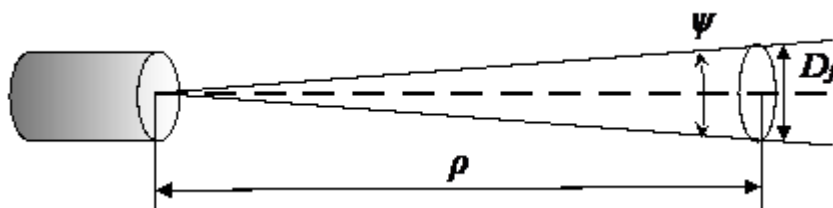


Рис. 1.5. Обчислення розходження лазерного променя.

$$D_f = 2\rho \tan\left(\frac{\psi}{2}\right) \approx \rho\psi, \quad (1.8)$$

де ψ - кут розходження лазерного променя, ρ - відстань.

Похибка розходження лазерного променя має випадкову та систематичну складові. Систематична складова проявляється у збільшенні плями при збільшенні відстані, процедура визначення центру плями має похибки здебільшого випадкового характеру. Випадкову складову цієї похибки зменшують завдяки виконанню багаторазових вимірювань.

Загалом, можна сказати, що на сьогоднішній день не існує єдиних моделей розрахунку та врахування похибок кутових та лінійних вимірювань наземним лазерним сканером. Будь-які моделі не враховують повністю всі можливі похибки при вимірюваннях і до того ж є придатними тільки для конкретних моделей сканерів, в залежності від конструктивної схеми розгортки променя та методу вимірювання відстані. Тому, безпосередньо, при польовому або камеральному калібруванні ці моделі похибок не можуть бути використані. Отже, постає задача калібрування лазерних сканерів з безпосереднім визначенням точності вимірювання лазерного сканера, для виконання якого будуть розглянуті загальні моделі похибок.

1.5. Способи визначення систематичних похибок НЛС.

На сьогоднішній день відсутній уніфікований підхід до калібрування наземних лазерних сканерів. Переважна більшість виробників рекомендує проводити калібрування щорічно в лабораторних умовах. При цьому, під лабораторними умовами мається на увазі завод-виробник. Крім того, калібрування рекомендується проводити у разі невідповідності приладу заявленим технічним характеристикам, які можна виявити за допомогою періодичних перевірок. Проте, перевірки, що пропонуються виробниками, дозволяють оцінити точність визначення координат точок у відповідності до заявлених технічних характеристик, але в дуже обмеженому діапазоні поля зору сканера.

Відповідно до проведеного аналізу джерел визначено, що визначення систематичних похибок та їх складових визначають на спеціальних калібрувальних полігонах польового або камерального влаштування. Проте, відсутня універсальна методика створення калібрувального полігону. В даному розділі буде розглянуто наявні моделі та окреслено основні задачі, що потребують вирішення при створенні калібрувального полігону.

Калібрувальний полігон сканується з однієї або декількох станцій, після чого проводиться калібрування, в процесі якого визначаються параметри калібрування сканера та інші параметри системи з оцінкою точності. Для оцінювання масштабного коефіцієнту вимірної відстані необхідно отримати надлишкові вимірювання, тому в цьому випадку сканування проводять з двох і більше станцій [128].

В процесі калібрування постають дві основні методичні задачі: *визначення моделі похибок інструмента та конфігурація мережі марок.*

Розглянемо ці задачі докладніше.

1.5.1. Перша методична задача при створенні калібрувального полігону.

Для визначення типу похибок інструмента за основу, в основному, приймають модель електронного тахеометра. Тому, сумарну похибку розбивають на такі складові [82; 119]:

- Складова систематичної похибки за вимірювану відстань.
- Складова систематичної похибки за помилку індекса вертикального круга.
- Складова систематичної похибки за нахил горизонтальної осі обертання дзеркала.
- Складова систематичної похибки за колімацію.

Вказані складові ще називають фізичними параметрами калібрування сканера [100], так як вони мають визначену фізичну інтерпретацію. Крім того, як показують результати досліджень [99], ці параметри спричиняють найбільший вплив на кінцевий результат. Можливо, після врахування цих параметрів, деяка систематична залежність лишиться (для відстані, горизонтальних або вертикальних кутів). Аналіз цих залежностей, які не описуються моделлю електронного тахеометра та іменуються емпіричними дозволить виявити нові параметри калібрування сканера.

Джерела цих залежностей, скоріше всього, залежать від конкретного інструменту. Наприклад, при проведенні калібрування сканера Surphaser 25HS [101] було визначено похибку відстані, залежну від значення вертикального кута, яка була відсутня при проведенні калібрування сканера Faro 880 тим же дослідником та за тією ж методикою [100].

До сьогоднішнього дня використовується набір з приблизно 30 параметрів, що складає повну (на сьогодні) модель калібрування сканерів [99].

$$\Delta\rho = A_0 + A_1\rho_{ij} + A_2\sin(\phi_{ij}) + A_3\sin\left(\frac{4\pi}{U}\rho_{ij}\right) + A_4\cos\left(\frac{4\pi}{U}\rho_{ij}\right) + ET_\rho(1.9)$$

де A_0 – поправка віддалеміра;

A_1 – масштабний коефіцієнт віддалеміра;

A_2 – вертикальне зміщення осі лазера;

A_3 і A_4 – циклічні помилки;

U – половина довжини хвилі модуляції;

Et_p – емпірична похибка віддалеміра.

$$\Delta\varphi = B_1\varphi + B_2\sin(\varphi) + B_3\cos(\varphi) + B_4\sin(2\varphi) + B_5\cos(2\varphi) + B_6\sec(\alpha) + B_7\tg(\alpha) + B_8\rho^{-1} + B_9\sin(\alpha) + B_{10}\cos(\alpha) + ET_\varphi \quad (1.10)$$

де B_1 – помилка за масштабний коефіцієнт горизонтального напрямку;

B_2 і B_3 – ексцентриситет горизонтального круга;

B_4 і B_5 – неортогональність відлікового пристрою горизонтального круга вертикальній осі обертання;

B_6 – помилка горизонтальної колімаційної осі;

B_7 – помилка за нахил осі обертання дзеркала;

B_8 – горизонтальний ексцентриситет колімаційної осі;

B_9 і B_{10} – люфт (хитання) осі обертання дзеркала;

Et_φ – емпірична похибка горизонтального напрямку.

$$\Delta\alpha = C_0 + C_1\alpha + C_2\sin(\alpha) + C_3\cos(\alpha) + C_4\sin(2\alpha) + C_5\cos(2\alpha) + C_6\rho^{-1} + C_7\sin(\varphi) + C_8\cos(\varphi) + ET_\alpha \quad (1.11)$$

де C_0 – похибка індекса вертикального круга (M_0);

C_1 – похибка за масштабний коефіцієнт;

C_2 і C_3 – ексцентриситет вертикального круга

C_4 і C_5 – неортогональність відлікового пристрою вертикального круга осі обертання дзеркала;

C_6 – вертикальний ексцентриситет колімаційної осі;

C_7 і C_8 – люфт (хитання) осі вертикальної осі обертання;

Et_α – емпіричні похибки зенітної відстані.

Методиці калібрування було приділено багато уваги у зарубіжних і вітчизняних дослідженнях, тому можна сказати, що на сьогодні ця модель розроблена досить докладно і охоплює майже повний спектр можливих додаткових параметрів калібрування. Ті параметри, що не охоплюються даною моделлю, називають емпіричними і отримуються за допомогою дослідження конкретної моделі НЛС.

Крім того, заслуговують на увагу спроби використати для опису математичної моделі похибок тривимірну статистику і теорію графів [84]. Її основний недолік полягає в необхідності наявності спеціалізованого високоточного обладнання для контролю отриманих даних. Таким чином, використання зазначеної моделі можна віднести до лабораторних методів калібрування.

1.5.2. Друга методична задача при створенні калібрувального полігону.

Задачі вірної конфігурації мережі марок присвячено багато досліджень. Згідно з [119] та більш ранніми дослідженнями в галузі фотограмметрії [90; 86], це питання поділяють на такі складові:

- питання вихідної системи координат;
- питання конфігурації марок;
- питання ваги вимірювань різних марок;
- питання кількості марок.

Взагалі, задачу вірної конфігурації мережі для задач калібрування камер досить докладно розглянуто в фотограмметрії, де розроблено систему загальних рекомендацій, так само, як і зазначений поділ на окремі питання. З них для задачі калібрування НЛС найважливіші два перших — питання вихідної системи координат і питання конфігурації марок. Вирішення цієї задачі проводиться у відповідності з підходами до калібрування. Можна виокремити три таких підходи [91]:

1. Визначення координат точки. Це значить, найпріоритетніша задача — точне визначення координат точок об'єкта. Це та задача, вирішенням якої займається наземна фотограмметрія. Зазвичай, як індикатор якості калібрування в цьому випадку використовують значення дисперсії координат точок об'єкта [87].

2. Оптимальне визначення елементів зовнішнього орієнтування знімку (скану).

3. Оптимальне визначення параметрів калібрування. Саме це і є основною задачею калібрування НЛС [69]. В дійсності, всі дослідження та експерименти з калібрування, що проводяться досі, переслідують цю мету, що логічно, так як калібрування — це основна частина задачі отримання моделі похибок приладу [91].

Отже, можна визначити задачу вірної конфігурації марок для калібрування НЛС як проектування оптимальної конфігурації мережі, яка б задовольняла наступним умовам:

- Точне визначення калібрувальних параметрів сканера, з низьким рівнем кореляції з іншими параметрами системи;
- Високий ступінь надійності отриманих результатів.

Питання вихідної системи координат.

Враховуючи, що принцип калібрування походить з фотограмметрії, логічно припустити, що при калібруванні виникає питання вибору вихідної системи координат. Точніше, системи обмежувальних умов, яка використовується: мінімальних і внутрішніх.

1. *Внутрішні умови.* Найбільш вживані — внутрішні обмежувальні умови координат точок, що мають властивість мінімізації сліду коваріаційної матриці координат і, відповідно, поступаються максимально можливій точності інших параметрів, на відміну від інших мінімальних умов. Цей тип, на жаль, має таку неприємну властивість, як збільшення кореляції між параметрами калібрування і елементами зовнішнього орієнтування, що відмічено при калібруванні камер [87]. Отже, це викликає конфлікт з раніше

сформульованим визначенням калібрування НЛС. Тому, використання внутрішніх умов, гіпотетично, не є оптимальним вибором при калібруванні.

2. *Мінімальні умови.* Тривимірні фотограмметричні мережі зазвичай потребують сім параметрів для уникнення ефекту спотворення даних. Враховуючи, що лінійні вимірювання однозначно визначають масштаб мережі, для мережі вимірів НЛС потрібно тільки шість параметрів. Проте, використання мінімальних обмежувальних умов, як правило, приводить до сильної кореляції між розташуванням точок полігону та деякими параметрами калібрування. Відповідно до [119], для здійснення умови мінімальних обмежень потрібно, як мінімум, 6 вихідних координат, що належать трьом не колінеарним точкам. Аналогічно методу калібрування камер, оптимальне розташування точок має відповідати двом умовам: центроїд точок має бути якомога ближче до центра масиву марок; площа трикутника, утвореного цими точками, має бути максимальною.

В будь-якому випадку, дослідження з перевіркою на практиці результатів використання обох типів умов при виборі вихідної системи координат [64], проведене вченими з Малайзії, Австралії та Канади підтверджують, що використання як системи мінімальних умов, так і системи внутрішніх умов призводять до схожої кореляції параметрів. Це означає, що наявна в фотограмметрії задача вибору вихідної системи координат прямо не впливає на кінцевий результат калібрування наземних лазерних сканерів.

1.5.3. Аналіз наявних моделей калібрувальних полігонів.

Розглянемо методи калібрування в залежності від вигляду тестового полігону. Найчастіше, такий полігон створюють в приміщеннях з стабільним кліматом, щоб уникнути впливу температури і тиску на результати вимірювань. Загальний вигляд полігону такого типу [119] наведено на рис. 1.6. Розмір приміщення залежить лише від конкретних умов і може коливатись в широких

межах. При калібруванні за площинами також можна використовувати приміщення. Схему такого полігону [69] наведено на рис. 1.7.

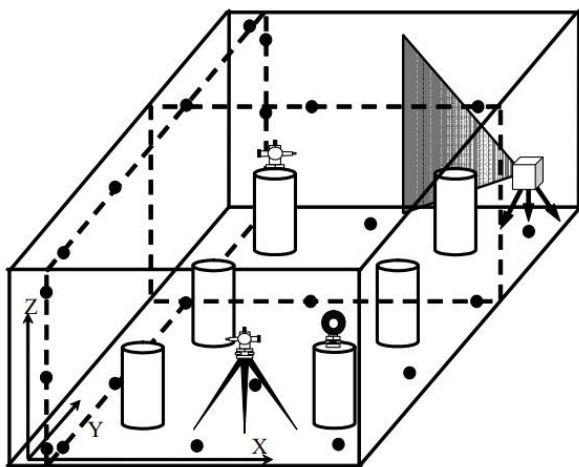


Рис. 1.6. Схема калібрувального полігону з точковими ТОК

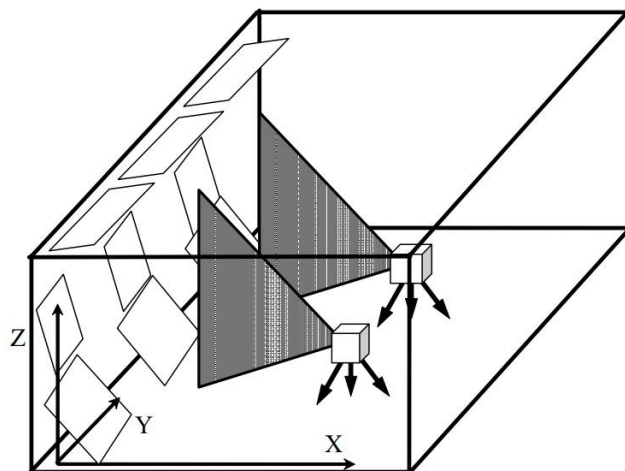


Рис. 1.7. Схема калібрувального полігону з площинними ТОК

Використання зазначених типів калібрувальних полігонів можна віднести до камеральних методів калібрування. При використанні польових методів калібрувальний полігон створюють аналогічно камеральному. Особливістю польових полігонів є можливість значно збільшити відстані для калібрування. Основним мінусом таких методів є складність або неможливість врахування похибок, що мають найбільший вплив при скануванні в зеніті. Оригінальний польовий калібрувальний полігон запропоновано в роботі [15]. Його зображено на рис. 1.8.

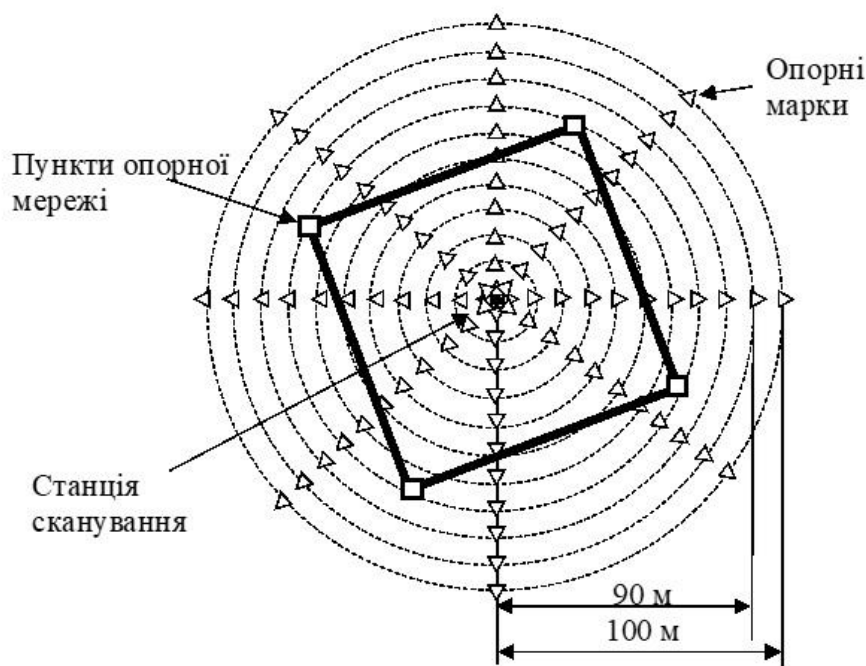


Рис. 1.8. Схема польового полігону

При необхідності калібрування сканера на великих відстанях і дослідження впливу зовнішніх умов, що стосується в першу чергу, калібрування відстаней, створюють полігони значної протяжності. В [97] наведено методику калібрування лазерного сканера імпульсного типу MAPTEK I-SiTE, який працює на досить великих відстанях. Для калібрування було створено тестовий базис довжиною 600 метрів. Його зображено на рис. 1.9.

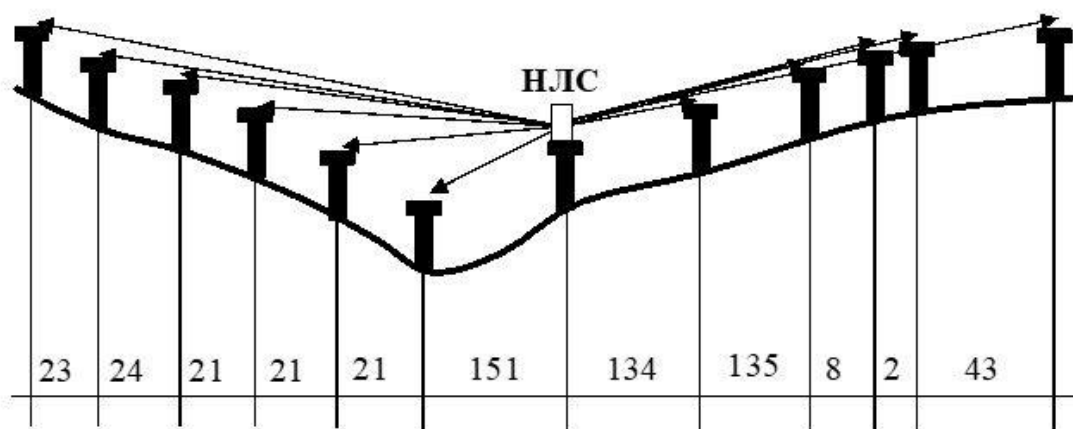


Рис. 1.9. Польовий калібрувальний полігон значної протяжності

Вказані типи полігонів є основними. Всі інші типи можуть бути утворені шляхом їх комбінації.

Калібрування віддалемірного блока сканера.

Як уже зазначалось, альтернативою камеральним методам є польові методи калібрування. Найбільш вдалою слід визнати наступну методику калібрування лазерних сканерів [15]. Для калібрування використовують полігон, що зображений на рис. 3.3.

Похибку вимірювання віддалемірним блоком представляють:

$$\Delta\rho = \rho_0 + \rho_{\text{ВИМ}}s_\rho + \delta\rho, \quad (1.12)$$

де $\Delta\rho$ — похибка вимірювання відстані, $\rho_{\text{ВИМ}}$ — обчислена відстань між марками за даними сканування, s_ρ — масштабний коефіцієнт, ρ_0 , $\delta\rho$ — коефіцієнти рівняння.

Модель корекції горизонтальних і вертикальних кутів, запропонована для НЛС, виглядає так:

$$\Delta\varphi(\Delta\alpha)_i = \sum_{j=1}^k A_j \cos(\omega_j\lambda_j + \lambda_{0j}), \quad (1.13)$$

де

A_j — амплітуда коливання похибок для гармоніки з номером j ;

ω_j — частота коливання похибок для j -ї гармоніки;

λ_j — виміряний напрямок;

λ_{0j} — початкова фаза;

k — кількість гармонік.

Вираз (1.13) складають для кожного значення $\Delta\alpha_i, \Delta\varphi_i$. Застосовуючи запропоновану методику, можна виконати калібрування віддалемірного блока сканера на різних відстанях. Недоліком наведеної методики, як зазначалось раніше, є неможливість калібрування всього поля зору лазерного сканера, оскільки калібрувальний полігон, фактично, знаходиться в одній площині.

1.6. Тестові об'єкти для калібрування НЛС.

Калібрування наземних лазерних сканерів можна проводити шляхом сканування спеціальних марок різної форми — точкових та площинних. Крім того, розглянуто можливість використання циліндричних марок.

Виявити і дослідити систематичні похибки кутомірного блока набагато легше в панорамних сканерах (поле зору по вертикалі $>180^\circ$). Таке поле зору дозволяє використовувати методику визначення деяких складових систематичної помилки аналогічно теодолітам або тахеометрам при двох положеннях вертикального круга.

1.6.1. Типи ТОК, що використовуються при калібруванні.

Недоліком методів, що використовують точкові ТОК, які можуть бути або плоскими, або просторовими (наприклад, сферичними), є необхідність вручну вимірювати їх положення на хмарі. Проте, це стосується далеко не всіх сучасних НЛС. В деяких сканерах наявна апаратна або програмна функція розпізнавання плоских марок.

В одних сканерах використовуються спеціальні марки, які мають поверхню з великим альбедо на фоні поверхні з малим альбедо. Схему такої марки наведено на рис. 1.10. Розміри такої марки можуть бути 50x50мм, 100x100мм, або 200x200мм в залежності від того, на якій відстані від сканера передбачається її використовувати.

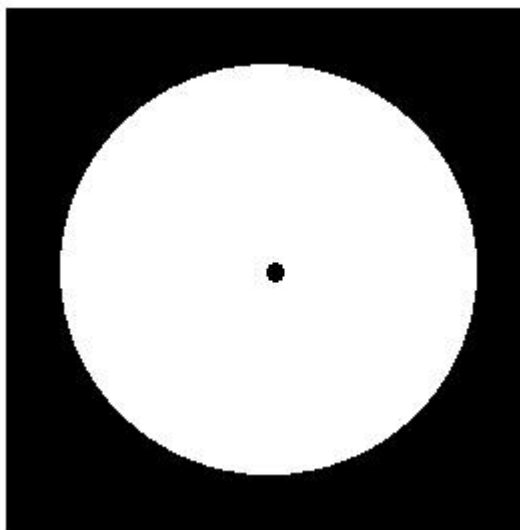


Рис. 1.10. Схема точкової марки 1.

В меню сканера є опція, за допомогою якої сканується область навколо марки для наступного визначення координат її центра.

Для інших сканерів також можливе використання спеціальних марок для подальшого програмного визначення їх координат. Перевагою їх є доступність — марку можна роздрукувати на аркуші паперу в будь-якій кількості. Вид марки зображено на рис. 1.11. (зображення з веб-сайту виробника).

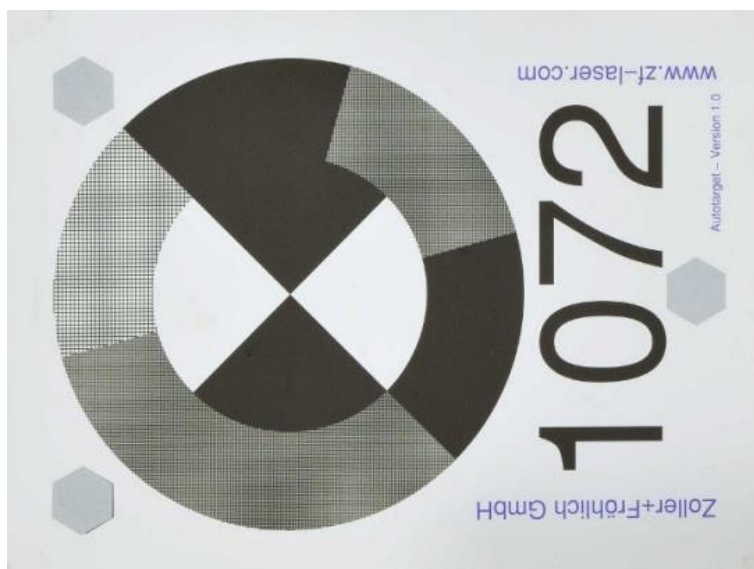


Рис. 1.11. Схема точкової марки 2.

Такі марки достатньо розставити в області сканування, щоб потім в напівавтоматичному режимі розпізнати їх за допомогою програмного забезпечення та отримати координати.

Також є можливість програмно розпізнати координати сферичних марок. Діаметр їх, як правило, відомий з високою точністю, а більшість сучасного програмного забезпечення містить таку функцію. На рис. 1.12 подано зразок сферичної марки. Діаметр таких марок, зазвичай, складає 200-400мм (зображення з веб-сайту виробника).



Рис. 1.12. Зразок сферичної марки.

У випадку, якщо апаратна чи програмна частина системи НЛС не дозволяє отримати надійні координати марок, доцільно використовувати площинні або циліндричні марки. Це дозволить уникнути проблем, що пов'язані з недосконалістю моделі похибок та необхідністю вимірювань в ручному режимі.

1.6.2. Математичні моделі точкових та площинних ТОК.

Положення точкових марок згідно з [80; 100] визначається в полярних координатах:

$$\rho_{ij} = \sqrt{x_{ij}^2 + y_{ij}^2 + z_{ij}^2} + \Delta\rho$$

$$\varphi_{ij} = \arctan\left(\frac{y_{ij}}{x_{ij}}\right) + \Delta\varphi \quad (1.14)$$

$$\alpha_{ij} = \arctan\left(\frac{z_{ij}}{\sqrt{x_{ij}^2 + y_{ij}^2}}\right) + \Delta\alpha$$

де ρ_{ij} , φ_{ij} , α_{ij} – відстань, горизонтальний кут та вертикальний кут, відповідно, точки i в системі координат сканера j ; x_{ij} , y_{ij} , z_{ij} – прямокутні координати точки i в системі координат сканера j ; $\Delta\rho$, $\Delta\varphi$, $\Delta\alpha$ — додаткові поправки у, відповідно, відстань, горизонтальний і вертикальний кут.

При використанні площинних ТОК, всі виміряні точки мають відповідати умовному рівнянню належності точки площині.

Використовуючи комбіноване перетворення Гаусса-Гельмерта, параметри площини, зовнішнього орієнтування та калібрування підставляються в рівняння найменших квадратів:

$$n_k^T (M_j^T p_{ij} + P_{cj}) - d_k = 0 \quad (1.15)$$

де n_k – вектор нормалі до площини k ; M_j – матриця повороту, що визначає обертання сканера j , як функцію від кутів Ейлера; p_{ij} — результуючий вектор $x_{ij}y_{ij}z_{ij}$; P_{cj} визначає тривимірне положення сканера j ; d_k – нормальна відстань від початку координат (перетину осей сканера) до площини k .

Дана модель широко використовується у фотограмметрії та докладно описана в [68].

При визначенні координат центра сферичних марок параметри сфери підставляються в рівняння найменших квадратів:

$$\sum_{i=1}^n (\sqrt{(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 + (z_i - z_c)^2} - r)^2 = 0, \quad (1.16)$$

де x_c , y_c , z_c – координати центра сфери, n – кількість точок з координатами x , y , z на сфері і r – радіус сфери.

Дані досліджень [109] плоских марок наочно показують, що точність визначення координат за допомогою НЛС залежить не тільки від відстані до точки, але й від куту нахилу ТОК. Це є одним з недоліків використання точкових

марок, особливо, враховуючи той факт, що кожен марку потрібно сканувати з різних станцій.

1.6.3. Можливість використання циліндричних ТОК.

Як уже зазначалося, одним з недоліків використання площин в якості ТОК — це можлива відсутність геометрично правильних площин. Наприклад, поверхні в приміщенні (стіни, підлога, стеля) досить часто мають “вкраплення” у вигляді вентиляційних отворів, пристроїв освітлення тощо. Крім того, неякісні будівельні та монтажні роботи можуть привести до того, що поверхня буде нерівною, що унеможливить проведення калібрування по ним. Аналогічно, поверхні не в приміщенні, які використовуються для калібрування, перебувають під впливом зовнішніх умов та зазнають температурних і інших деформацій. В цьому випадку можна розглянути альтернативні форми поверхонь, такі, як циліндричні.

Крім того, що вони також досить часто зустрічаються — труби, пілони (в приміщенні), стовпи, опори, знаки (на відкритому повітрі), їхні переваги в тому, що вони зазвичай, виготовляються фабричним способом і витримують геометричну точність циліндричної поверхні досить точно.

Принцип калібрування по циліндричним маркам такий самий, як по площинним, відрізняється тільки геометрична модель площини. Це дозволяє застосувати метод найменших квадратів для одночасного оцінювання елементів зовнішнього орієнтування, параметрів моделі циліндра, та додаткових параметрів системи. Спочатку хмара точок з НЛС трансформується в систему координат об'єкта за допомогою строгого перетворення (2.19). Потім координати в цій системі перевіряються на максимальну відповідність координатам циліндричної поверхні методом найменших квадратів.

Математична модель похибок, як і в попередніх типах, по аналогії з електронними тахеометрами, описується за допомогою сферичної системи координат (2.15). Зазначений вираз являється універсальним для тестових об'єктів калібрування будь-якого типу і описує загальну модель похибок.

Отже, основні коефіцієнти похибок можна записати так:

$$\Delta\rho = a_0; \quad \Delta\alpha = c_0; \quad \Delta\varphi = b_1\sec(\alpha)+b_2\tan(\alpha)+b_3\sin(\varphi)+b_4\cos(\varphi).$$

Канадські вчені з університету Калгарі провели дослідження [76] з різними типами циліндрів: тільки вертикальні, тільки горизонтальні, вертикальні і горизонтальні.

З результатами калібрування було проведено статистичний аналіз, який показав, що найкращі результати, навіть у випадку відсутності перекриття сканів, отриманих з різних станцій, показує одночасне використання горизонтальних і вертикальних циліндрів.

Таким чином, визначено, що калібрування за допомогою циліндричних ТОК може бути альтернативою використанню точкових та площинних (плоских) ТОК.

1.7. Концепція і методи калібрування.

1.7.1. Методи калібрування.

Як і в класичних геодезичних приладах, калібрування (юстування) являється надзвичайно важливим процесом і передумовою для отримання максимально точної і надійної інформації про тривимірне положення як окремої точки, так і всієї хмари точок.

Якщо розглядати особливості наземного лазерного сканування не з точки зору координат окремої точки, а з точки зору хмари точок, то можна говорити про деяку подібність фотограмметрії і НЛС: хмара точок, як аналог зображення, елементи взаємного і зовнішнього орієнтування хмари точок (знімку).

Безпосередньо, калібрування можна визначити, як “процес оцінювання параметрів, які мають бути застосовані для виправлення отриманих вимірів до їх вірних значень” [119]. Найчастіше, калібрування пов'язане з визначенням інструментальних похибок, а саме, розбіжностей між реальним і ідеальним інструментом, які виникають через недосконалість механічних і електронних компонентів. Калібрування НЛС може бути виконане одним з таких способів:

- **Інструментальне або компонентне калібрування.** Аналог юстування класичних геодезичних приладів. При ньому частини інструменту такі, як віддалемірна та кутомірна система досліджуються окремо. Цей тип калібрування потребує досконалого розуміння моделі помилок сканера. Проте, таке розуміння часто обмежене виробником обладнання шляхом патентування окремих складових і систем. Додатково, інструментальне калібрування потребує доступу до спеціальних можливостей, на кшталт високоточних базових ліній, що не завжди можливе для пересічного користувача.
- **Системне калібрування.** В цьому випадку використовується модель з фотограмметрії, яка визначає системне калібрування, як “визначення параметрів внутрішнього орієнтування та всіх систематичних похибок ...

для всіх камер (зображень), які використовуються в даному проекті” [91]. Системне калібрування може бути проведене методом самокалібрування. В фотограмметрії останнє визначається, як “визначення всіх систематичних похибок (плюс, можливо, параметри внутрішнього орієнтування) одночасно з усіма іншими параметрами системи (наприклад, сумісного зрівнювання) використовуючи концепцію додаткової оцінки параметрів.” (там же).

Отже, можна сформулювати останнє визначення наступним чином: системне калібрування — це визначення всіх систематичних похибок НЛС одночасно з усіма іншими параметрами системи. На відміну від інструментального калібрування, в цьому випадку розуміння моделі помилок сканера не настільки важливе. Навпаки, модель помилок (або функції поправок) виводиться в процесі калібрування методом найменших квадратів. Отже, можливо оцінити інструментальні похибки безвідносно їх походження.

Метод самокалібрування останнім часом став одним з найпопулярніших для калібрування НЛС. Його було розроблено для фотограмметрії, починаючи з початку 70х років і він вважається одним з найпотужніших методів калібрування.

Звичайна процедура калібрування НЛС полягає у створенні калібрувального полігону, який складається з тестових об’єктів для калібрування. Вони можуть бути точковими або площинними. До точкових також відносять плоскі і сферичні марки, так як при вимірюваннях визначають координати їх центрів. У випадку роботи з точковими об’єктами використовують їх координати, а у випадку з площинними — координати плоских поверхонь. Влаштування калібрувального полігону, в цілому, не є складним завданням, тому калібрування НЛС може провести пересічний користувач.

Нижче наведено спрощену математичну модель калібрування сканера, яка, по суті, являє собою строге перетворення між системою координат сканера та зовнішньою системою координат, доповнене додатковими параметрами калібрування (інструментальними похибками сканера). Отже, при використанні точкових мішеней, можна оцінити такі параметри:

- Елементи зовнішнього орієнтування сканера на всіх станціях по відношенню до зовнішньої системи координат — параметри строгого перетворення:
 - 3 параметри зсуву (координати центру сканера в зовнішній системі координат): $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$;
 - 3 кути повороту відносно координатних осей: ω , (т.зв. кут нахилу), ϕ (т.зв. кут розвороту), κ (т.зв. дирекційний кут).
- Параметри калібрування сканера, які часто називають додатковими параметрами.
- Координати тестового об'єкта калібрування в зовнішній системі координат.
Калібрувальний полігон сканується з однієї або декількох станцій, після чого проводиться калібрування, в процесі якого визначаються параметри калібрування сканера та інші параметри системи з оцінкою точності.

1.7.2. Параметри калібрування НЛС.

Геометрична модель калібрування заснована на припущенні, що інструментальні похибки типового лазерного сканера відповідають інструментальним похибкам електронного тахеометра [116].

Умовна полярна система координат інструмента походить з типових спостережень на станції і визначається вертикальною віссю обертання (VV'), горизонтальною віссю обертання дзеркала (HH') та лазерним променем (ZZ') (Рис.1.13).

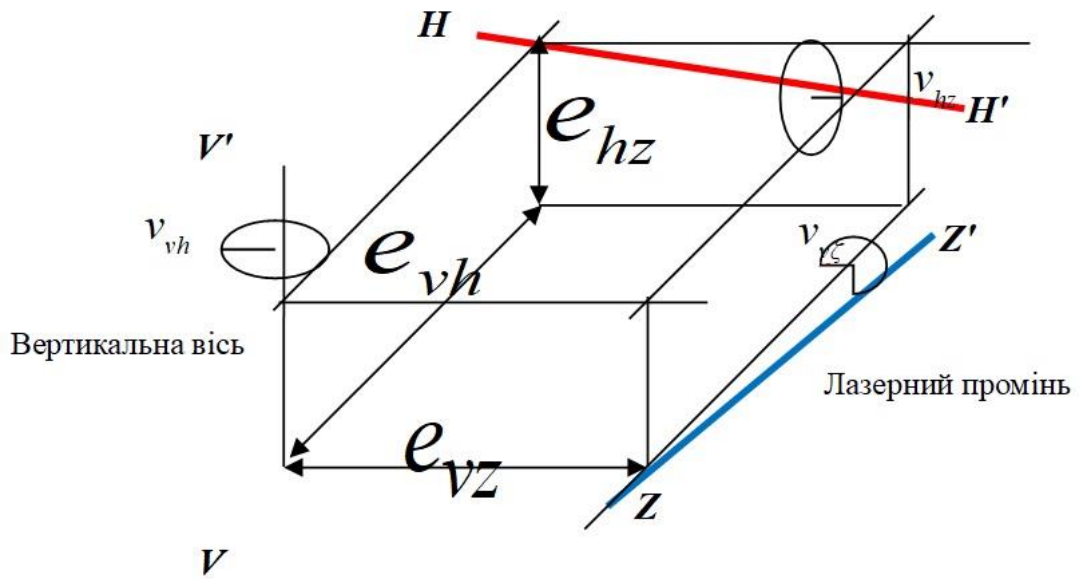


Рис. 1.13. Екцентриситет і розворот осей лазерного сканера.

Відносне просторове положення цих трьох осей може бути виражене за допомогою 6 параметрів — трьох зсуву і трьох повороту. Відносно будь-яких двох осей можна виміряти такі величини:

e_{vh} : ортогональна відстань між вертикальною віссю обертання і віссю обертання дзеркала;

e_{vz} : ортогональна відстань між вертикальною віссю обертання і віссю лазерного променя;

e_{hz} : ортогональна відстань між віссю обертання дзеркала і віссю лазерного променя;

α_{vh} : кут між вертикальною віссю обертання і віссю обертання дзеркала;

α_{vz} : кут між вертикальною віссю обертання і віссю лазерного променя;

α_{hz} : кут між віссю обертання дзеркала і віссю лазерного променя.

Для кутів справедливі наступні вирази [116]:

$\alpha_{vh} + \nu_{vh} = 90^\circ$ ν_{vh} : похибка за нахил осі обертання дзеркала;

$\alpha_{vz} = \zeta + \nu_\zeta$ ν_ζ : похибка вертикального індекса (місце нуля);

ζ : виміряна зенітна відстань;

$$\alpha_{hz} + \nu_{hz} = 90^\circ \quad \nu_{hz} : \text{похибка за колімацію.}$$

Для віддалемірного блоку можна написати такий вираз:

$$\rho_{очік} = a + \rho_{вим} \cdot m$$

$\rho_{очік}$: очікувана відстань;

a : поправка (константа);

$\rho_{вим}$: виміряна відстань

m : масштабний коефіцієнт

Отже, якщо брати цю модель за основу, то задача калібрування полягає у визначенні параметрів e_{vh} , e_{vz} , e_{hz} , ν_{vh} , ν_{ζ} , ν_{hz} , а а також їх вплив на загальну точність.

1.7.3. Методи і способи перевірки та калібрування.

Процес калібрування необхідно планувати так, щоб інші фактори або не впливали на якість та точність калібрування, або визначались разом з параметрами калібрування, як, наприклад, рефракція, стан поверхні тощо (методичні чинники, що впливають на точність). Детальний аналіз дав змогу систематизувати методи калібрування лазерних сканерів і подати їх у вигляді єдиної схеми [56].

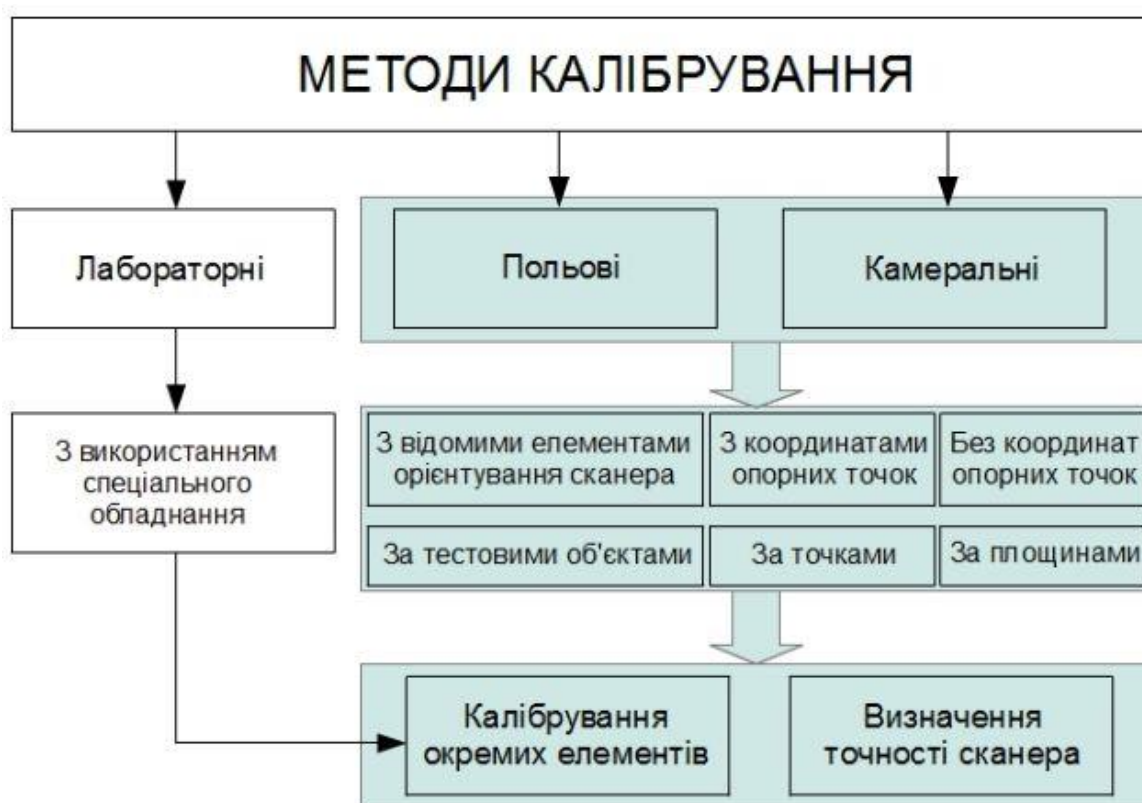


Рис. 1.14. Схема методів калібрування.

На Рис. 1.14. кольором виділено методи, що відносяться до системного калібрування і, відповідно, не виділено кольором метод інструментального калібрування, що, як зазначалося раніше, потребує доступу до внутрішніх частин приладу та високоточного обладнання. В свою чергу, системне калібрування можливо проводити як в польових, так і в камеральних умовах, про що докладно описано в Розділі 2.4. При цьому, можливо використовувати різні типи тестових об'єктів. Опис цих об'єктів, їх моделі і критерії вибору буде описано нижче. Також зі схеми видно, що обидва методи мають спільну мету – за допомогою калібрування кутомірного та віддалемірного блоку визначити точність сканера з урахуванням систематичних похибок.

У більшості виробників можливість калібрування окремих елементів користувачем не передбачена. Крім того, навіть не вказано спосіб перевірки. В інструкціях користувача просто вказано раз на рік проводити калібрування на базі

виробника. Проте, провести найпростішу перевірку сканера нескладно. Так, наприклад, для деяких сканерів передбачена така процедура перевірки (рис. 1.15):

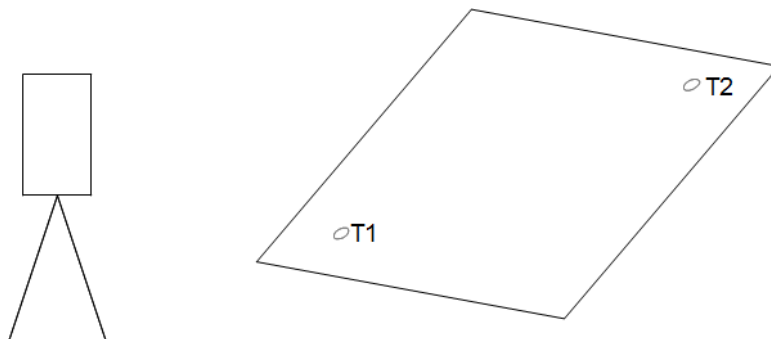


Рис. 1.15. Спосіб перевірки НЛС, запропонований виробником

Обираються дві точки T1 та T2 таким чином, щоб вони розташовувались на різній висоті та різній відстані від сканера. На цих точках закріплюються марки та скануються. Одночасно, відстань між точками вимірюється, наприклад, високоточною сталевною рулеткою. Відстані, отримані за допомогою вимірів та за рахунок координат відсканованих марок повинні відрізнитись не більше, ніж на 6мм.

В загальному вигляді, це досить простий спосіб, заснований на порівнянні деяких отриманих значень з еталонними. Проте, для калібрування сканерів вона не підходить з багатьох причин: недостатня кількість вимірів для захоплення кутового та лінійного діапазону, порівняння не координат, а відстаней, як функцій від координат і, як наслідок, неможливість визначити систематичну складову похибки.

Варто також зазначити, що в окремих сучасних моделях НЛС вже наявний інструментарій проведення кутових або лінійно-кутових перевірок обладнання.

Таким чином, підсумовуючи вищесказане, визначено, що задачами наступних досліджень є:

- дослідження визначення впливу систематичних похибок на результати сканування;

- дослідження форми і розмірів тестових об'єктів, що використовуються при калібруванні;
- дослідження оптимального способу визначення координат на сканах;
- дослідження конфігурації тестових об'єктів на калібрувальному полігоні;
- дослідження з удосконалення математичної моделі калібрування;
- розроблення універсального порядку калібрування наземних лазерних сканерів.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1.

1. Показано перспективи використання технології, приведено досвід використання НЛС при вирішенні прикладних задач інженерної геодезії, що значно збільшує кількість метричної і візуальної інформації про об'єкт та сприяє підвищенню якості даних;
2. Визначено, що за допомогою НЛС можна отримати на порядок більше інформації про об'єкт, тому основною задачею для можливості беззастережного використання цих технологій в інженерній геодезії є підвищення їх точності шляхом калібрування. Проведено загальний огляд досліджень, присвячених калібруванню наземних лазерних сканерів;
3. Проведено огляд способів визначення систематичних похибок НЛС, розглянуто наявні моделі калібрувальних полігонів;
4. Розглянуто різні типи тестових об'єктів калібрування, проведено аналіз їх фізичних і математичних моделей;
5. Обґрунтовано доцільність подальшого дослідження методів підвищення точності НЛС за допомогою визначення і подальшого врахування систематичних похибок.
6. Визначено, що подальші дослідження калібрування варто проводити на основі принципів системного калібрування, яке не потребує доступу до високоточного обладнання та не передбачає втручання у внутрішній механізм приладу.
7. Визначено напрямок подальших досліджень для підвищення точності: визначення впливу систематичних похибок, визначення форми та розміру тестових об'єктів, дослідження конфігурації тестових об'єктів та розмірів калібрувальних полігонів, удосконалення математичної моделі калібрування, розроблення універсального порядку калібрування.

РОЗДІЛ 2

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ І МОДЕЛЕЙ КАЛІБРУВАННЯ НАЗЕМНИХ ЛАЗЕРНИХ СКАНЕРІВ

2.1. Моделювання впливу складових систематичної похибки та внесення поправок (калібрування).

Нижче наведено перелік складових систематичної похибки і проведено моделювання зазначеного впливу на остаточну точність. Враховуючи те, що на сьогодні відсутні метрологічні та технічні вимоги до лазерних сканерів, автор виходив з того, що геометрична модель сканера приймається подібною до геометричної моделі тахеометра, а самі прилади мають дуже подібну сферу застосування. Отже, значення складових систематичної похибки отримувалися з [10], як значення, максимально допустимі для електронного тахеометра з кутовою точністю 6" (клас В6). Систематична похибка вносилася як для кожної складової окремо, так і для всіх складових разом.

Складова систематичної похибки за виміряну відстань.

Похибка за виміряну відстань виникає, зазвичай, через неспівпадіння джерела лазерного променя з початком координат сканера та/або через температурну деформацію електронного блоку через його нагрівання або зміну зовнішніх умов.

Визначається з урахуванням константи та масштабного коефіцієнту.

$$\Delta\rho = a_0 + s_\rho \rho_{\text{вим}} \quad (2.1)$$

Складова систематичної похибки за помилку індекса вертикального круга.

Аналогічно похибці за місце нуля в геодезичних приладах, дана похибка означає невідповідність між горизонтом сканера і реальним положенням нульової позначки вертикального круга. Впливає на вимірювання вертикальних кутів.

$$\Delta\alpha = c_0 \quad (2.2)$$

Складова систематичної похибки за колімацію.

Аналогічно похибці в кутомірних геодезичних приладах, означає неперпендикулярність між колімаційною віссю і віссю обертання дзеркала. Зазвичай, використовується функція секанса.

$$\Delta\varphi = b_1 \sec\alpha = \frac{b_1}{\cos(\alpha)} \quad (2.3)$$

Складова систематичної похибки за нахил горизонтальної осі обертання дзеркала.

Аналогічно похибці в кутомірних геодезичних приладах (нахил горизонтальної осі обертання зорової труби) виникає від неперпендикулярності осі обертання дзеркала вертикальній осі обертання сканера. Визначається функцією тангенса вертикального кута.

$$\Delta\varphi = b_2 \tan(\alpha) \quad (2.4)$$

Складова систематичної похибки за ексцентриситет.

Аналогічно похибці в кутомірних геодезичних приладах, а саме, ексцентриситету осей, означає неспівпадіння початку координат сканера і осі його обертання. Визначається через синус і косинус горизонтального кута.

$$\Delta\varphi = b_3 \sin\varphi + b_4 \cos\varphi \quad (2.5)$$

У виразах 2.1 – 2.5 величини a_0 , b_3 , b_4 – лінійні, c_0 , b_1 , b_2 – кутові, s_p – безрозмірна.

Для дослідження впливу зазначених складових на отримані координати було здійснено апріорне симуляційне моделювання отриманих результатів з внесеною систематичною похибкою (дані до калібрування) та порівняно їх з даними з її відсутністю (дані після калібрування). Для внесення похибки було використано генератор випадкових чисел, що відповідає нормальному закону розподілу. На основі отриманих даних було складено пари графіків для наочного зображення впливу кожної з складових. Перший з пари графіків показує модельовані дані без впливу систематичної похибки, а другий — з впливом.

Для уніфікації методики внесення поправок запропоновано розглядати складові систематичної похибки (за виміряну відстань; за колімацію; за індекс

вертикального круга; за нахил осі обертання дзеркала, за ексцентриситет) відповідно до універсальної геометричної моделі, безвідносно джерел походження цих похибок. Розглянуто вплив складових систематичної похибки при визначенні координат. Для цього проведено апріорне моделювання впливу кожної з складових систематичної похибки методом Монте-Карло.

При моделюванні використовувався програмний комплекс LibreOffice Calc, що використовує генератор випадкових чисел з нормальним розподілом.

Для моделювання було взято умовне приміщення розміром 6 м на 20 м і висотою 5 м. На кожній стіні, стелі і підлозі запроектовано по 50 марок. Таким чином, загальна кількість марок складає 300, що відповідає мінімально необхідній кількості для моделювання, відповідно до [76].

Принцип моделювання координат марок був наступний. На двох стінах вздовж осі Y координата X складала 0,000 і 6,000, відповідно. Координати Y і Z вибиралися довільним чином і розраховувалися за виразами:

$$Y_i = rand * 20, Z_i = rand * 5,$$

де *rand* – випадкове число від 0 до 1.

На двох стінах вздовж осі X координата Y складала 0,000 і 20,000, відповідно. Координати X і Z вибиралися довільним чином і розраховувалися за виразами:

$$X_i = rand * 6, Z_i = rand * 5.$$

На підлозі і стелі координата Z складала 0,000 і 5,000, відповідно. Координати X і Y вибиралися довільним чином і розраховувалися за виразами:

$$X_i = rand * 6, Y_i = rand * 20.$$

Станція сканування вибиралася довільним чином так, щоб знаходитися на відстані 2-3 м від стін на висоті 1-2 м:

$$X_{st} = \{rand * 2; rand * 3\}, Y_{st} = \{rand * 2; rand * 3\}, Z_{st} = \{rand * 1; rand * 2\}.$$

Схему умовного приміщення і станції сканування подано на Рис. 2.6.

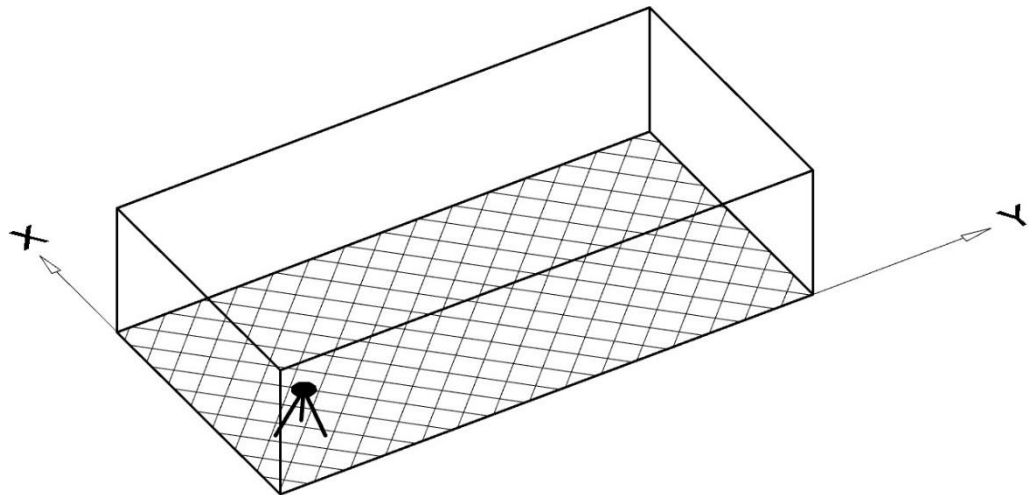


Рис. 2.1. Схема умовного приміщення для моделювання складових систематичної похибки.

Далі визначалися прирости координат:

$$\Delta x_i = X_i - X_{st}, \Delta y_i = Y_i - Y_{st}, \Delta z_i = Z_i - Z_{st},$$

за якими визначалися значення ρ , φ , α .

$$\rho_i = \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2 + \Delta z_i^2}, \varphi_i = \arctan\left(\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i}\right), \alpha_i = \arctan\left(\frac{\Delta z_i}{\sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2}}\right).$$

Таким чином було отримано “ідеальні” дані без впливу випадкових та систематичних похибок.

Після цього за допомогою генератора випадкових чисел було сформовано похибки у виміряні відстані і кути у розмірі $m_\rho=0,002$ м, $m_\varphi = m_\alpha = 6''$ та внесено у визначені виміряні величини. Внесення відбувалося за принципом

$$\Delta = 2 * rand * m - m,$$

за рахунок чого стало можливим змодельовати похибку в межах m як більше нуля, так і менше. Тут Δ позначає поправку у вимір, а m – похибки у відстані та кути. Величини похибок вибиралися зі значень похибок, задекларованих виробниками НЛС.

Таким способом ми отримали змодельовані «виміряні» величини з урахуванням тільки інструментальної точності приладу та без впливу систематичних похибок або з урахуванням систематичної похибки, як параметру

калібрування. За отриманими величинами було розраховано прирости координат та порівняно їх з «ідеальними» приростами. Для визначення СКП даного набору точок було використано формулу Гауса, бо в даному випадку відоме істинне значення. Величина СКП з урахуванням тільки інструментальної точності склала 0,0012 м або 1,2 мм

2.1.1. Моделювання складової за виміряну відстань.

Значення СКП вимірювання віддалі для приладів класу В6 бралось для режиму вимірювання по призмі і становило $3 \text{ мм} + 3 \cdot 10^{-6} L$. Отже, у вираз 2.10 підставлялися коефіцієнти $a_0=0,003$ і $s_p=1,000003$. За відстанями з урахуванням систематичної похибки було перераховано прирости координат і визначено СКП набору даних аналогічно, як і для даних з урахуванням тільки інструментальної точності.

На графіках нижче показано результати моделювання впливу систематичної похибки за виміряну відстань. Наведені графіки ілюструють введення 3 мм систематичної похибки у виміряну відстань та значення масштабного коефіцієнту 0,000003.

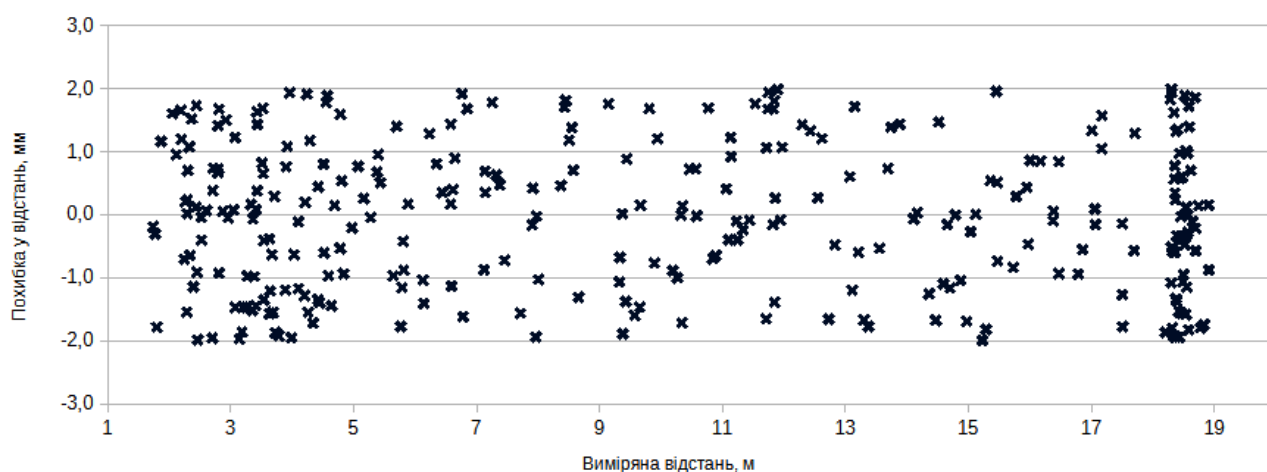


Рис. 2.2. Вплив складової за виміряну відстань на визначення координат. Лінійна складова систематичної похибки з урахуванням систематичної похибки, як параметру калібрування.

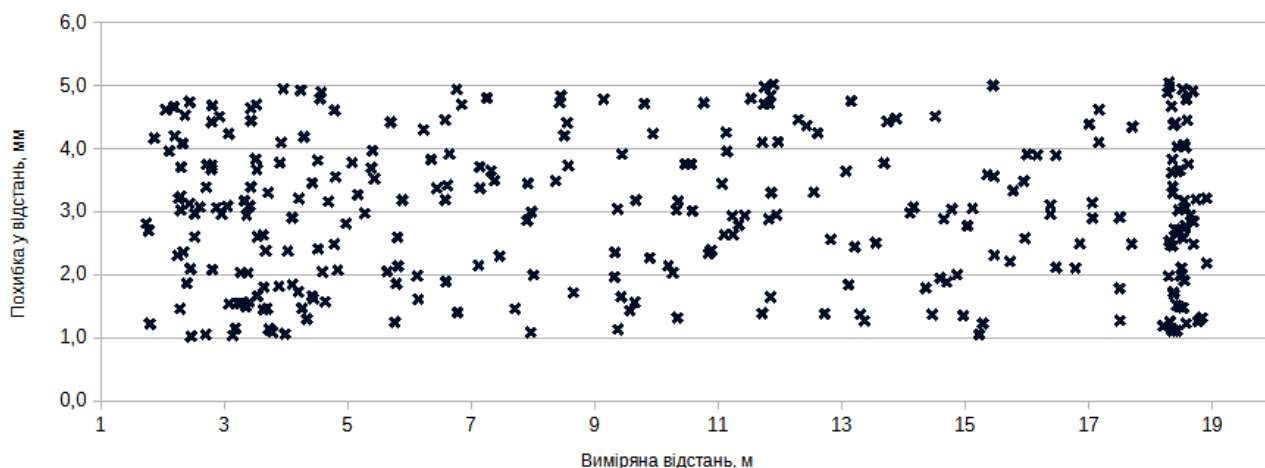


Рис. 2.3. Вплив складової за вимірюю відстань на визначення координат. Лінійна складова систематичної похибки з внесенням систематичної похибки в 3 мм і масштабного коефіцієнту 0,000003.

Значення СКП координат точок для даних з урахуванням інструментальної точності та складової за вимірюю відстань склало 3,2 мм. Це найбільше значення СКП з усіх розглянутих складових систематичної похибки.

2.1.2. Моделювання складової за індекс вертикального круга.

Складова s_0 , як така, що аналогічна місцю нуля, становить 3σ , або $18''$. При визначенні координат вона впливає так, як показано на Рис.2.5.

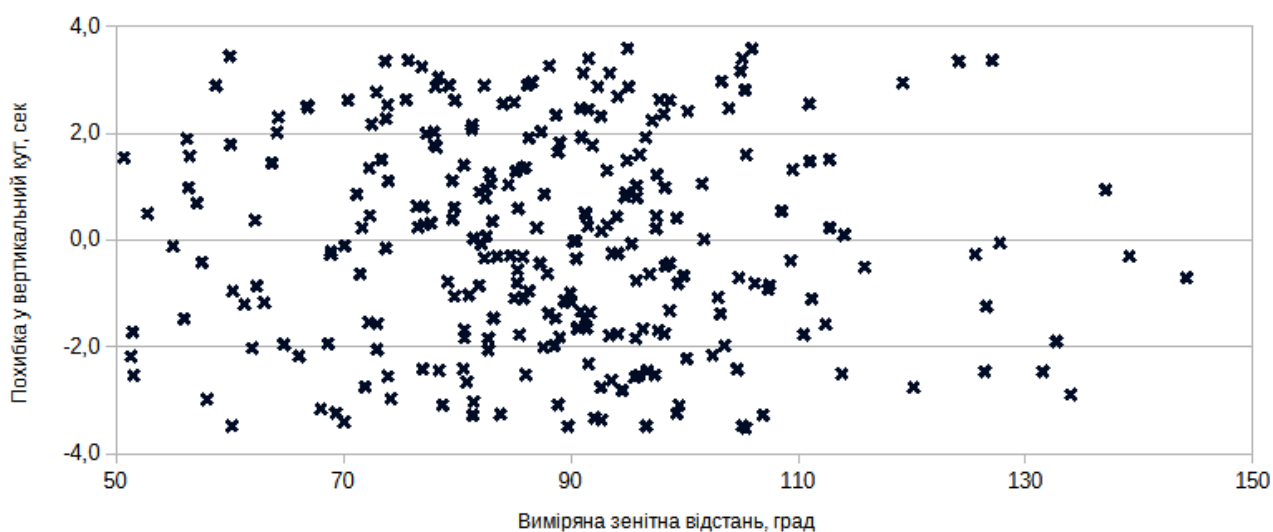


Рис. 2.4. Вплив складової за помилку індекса вертикального круга з урахуванням систематичної похибки, як параметру калібрування.

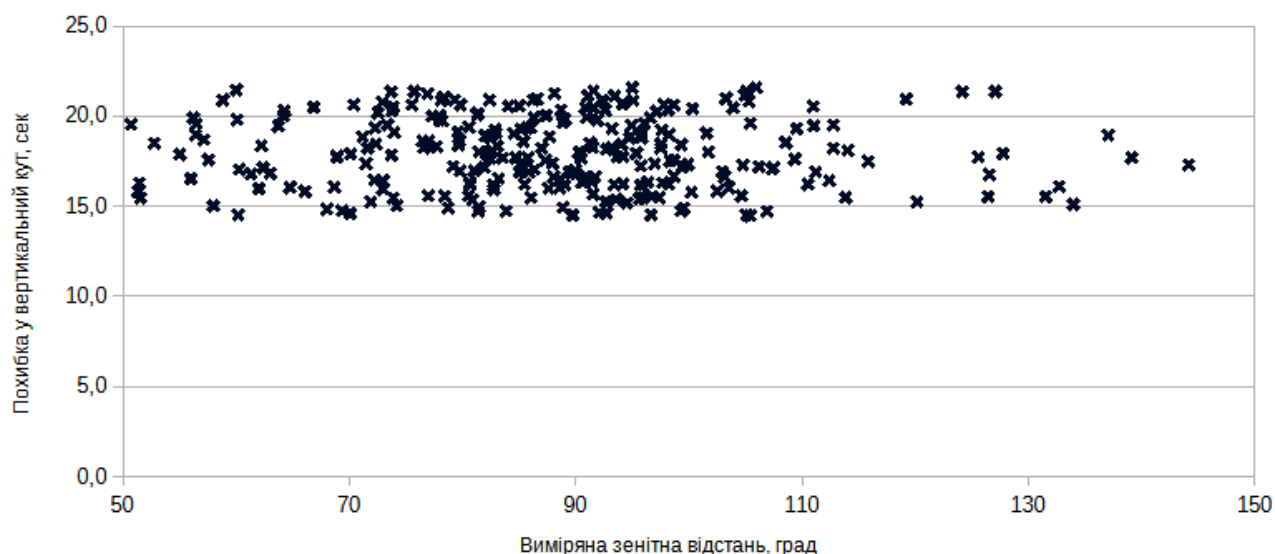


Рис. 2.5. Вплив складової за помилку індекса вертикального круга з внесенням систематичної похибки в 18''.

Значення СКП набору точок для даних з урахуванням інструментальної точності та складової індекса вертикального круга склало 1,6 мм. Це найменше значення СКП з усіх розглянутих складових систематичної похибки.

2.1.3. Моделювання складових за колімацію, нахил осі дзеркала та ексцентриситет.

Допустиме відхилення колімаційної похибки для цього класу складає 3σ , або 18''. На Рис.2.7. показано її вплив на точність визначення координат.

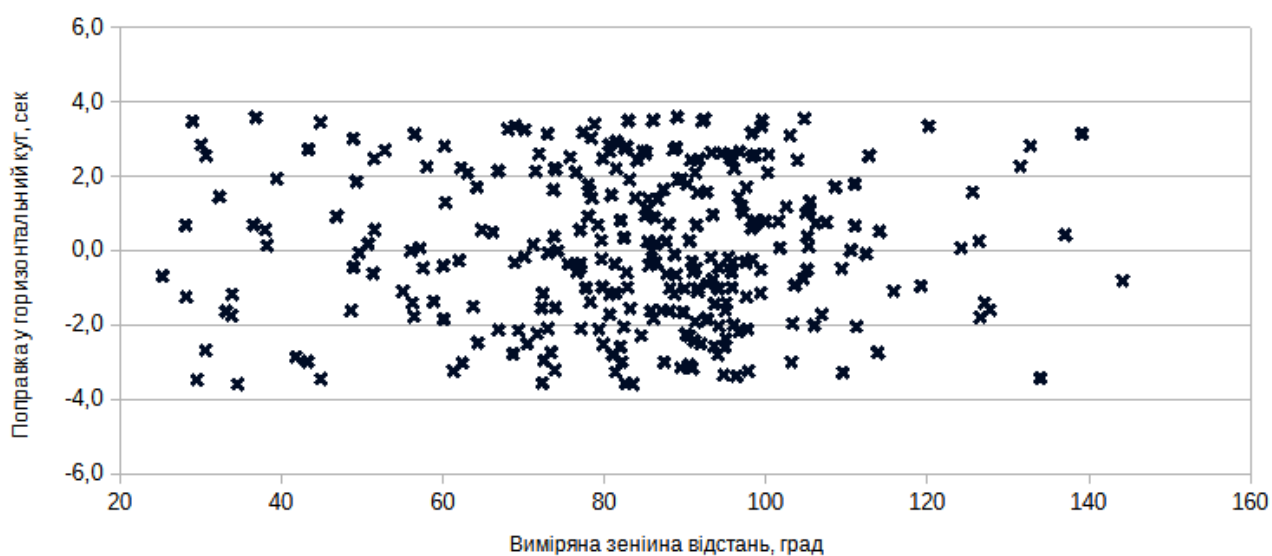


Рис. 2.6. Вплив складової за колімацію з урахуванням систематичної похибки, як параметру калібрування.

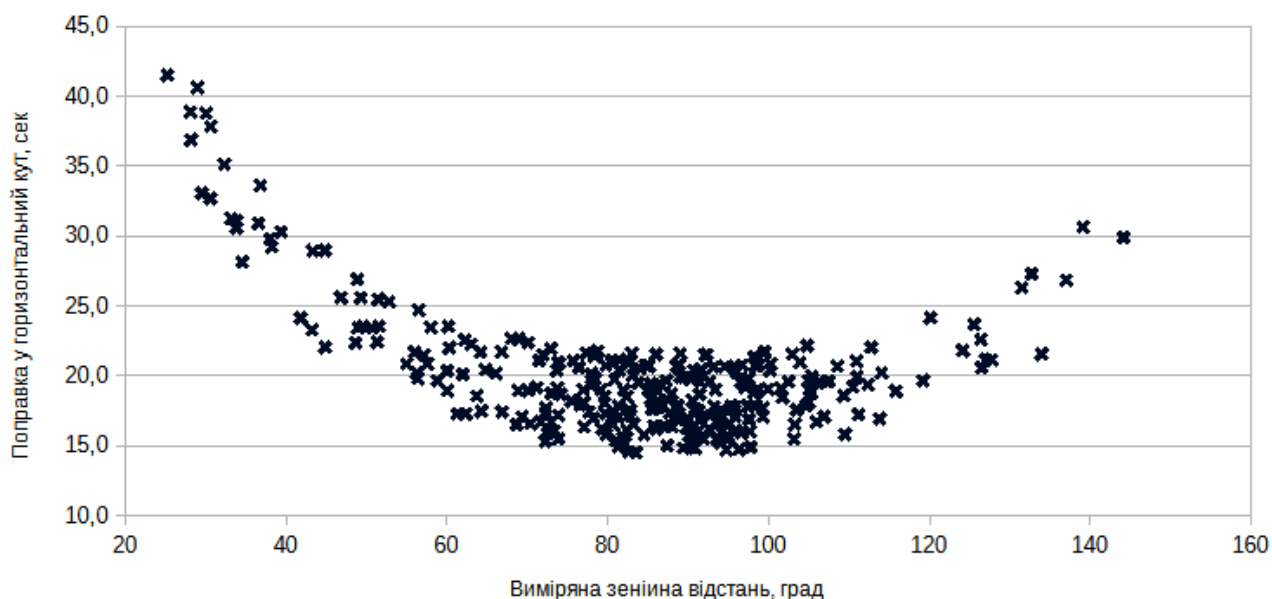


Рис. 2.7. Вплив складової за колімацію з внесенням систематичної похибки в 18”.

Значення СКП координат точок для даних з урахуванням інструментальної точності та складової за колімацію склало 1,6 мм.

Складові систематичної похибки за нахил горизонтальної осі обертання дзеркала відповідає відхиленню від перпендикулярності осі обертання зорової труби до осі обертання аліади приладу і становить 5σ , або 30”. Нижче показано вплив вказаної складової.

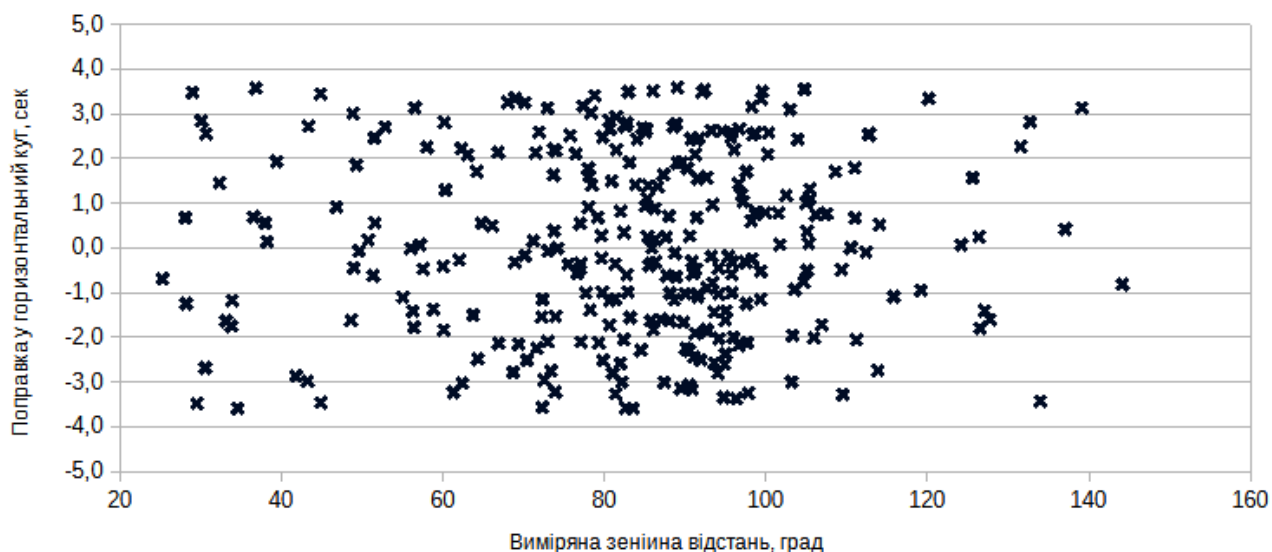


Рис. 2.8. Вплив складової за нахил горизонтальної осі обертання дзеркала з урахуванням систематичної похибки, як параметру калібрування.

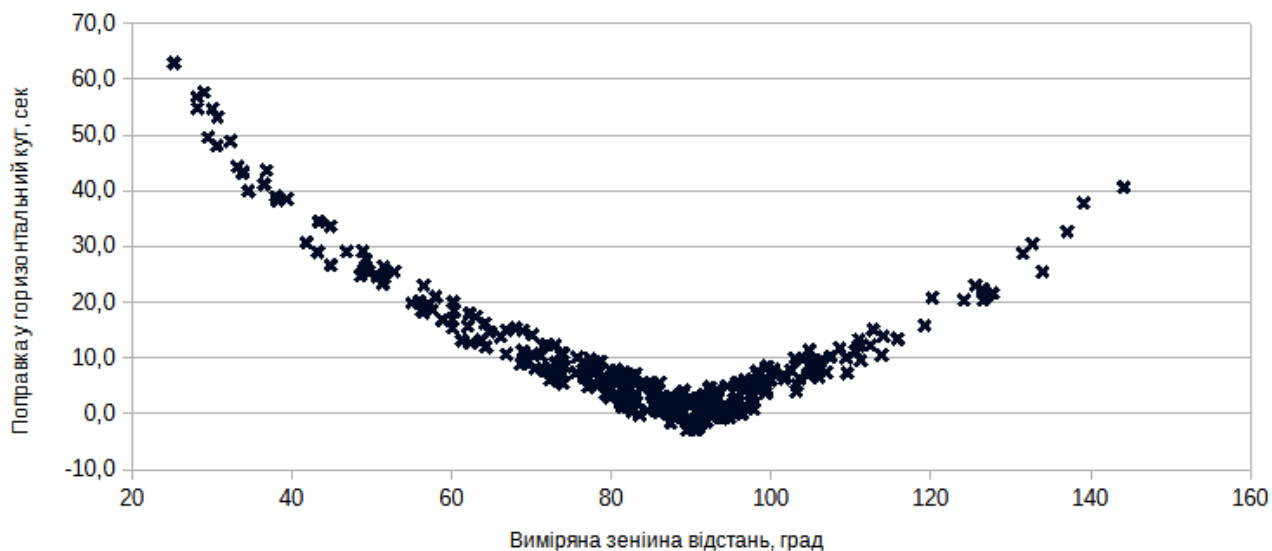


Рис. 2.9. Вплив складової за нахил горизонтальної осі обертання дзеркала з внесенням систематичної похибки в 30''.

З графіків чітко видно залежність величини похибки від значення вертикального кута. Значення СКП координат точок для даних з урахуванням інструментальної точності та складової за нахил горизонтальної осі обертання дзеркала склало 1,2 мм.

Лінійні значення похибки за ексцентриситет відсутні для електронних тахеометрів, проте наявний максимальний вплив ексцентриситету аліади

горизонтального круга на кут, що вимірюється. Він становить 3σ , або $18''$. Для розрахунку допустимих лінійних значень приймемо, що величина ексцентриситету однакова по осям x та y і позитивна відносно цих осей ($b_3=b_4=b_e$). Тоді максимальне значення результуючої буде при значенні горизонтального напрямку 45° . Підставимо ці значення у вираз 2.5:

$$b_e \sin 45^\circ + b_e \cos 45^\circ = 18'', \text{ або } b_e (\sin 45^\circ + \cos 45^\circ) = 18''.$$

Звідси, $b_e = 18'' / (\sin 45^\circ + \cos 45^\circ) = 0,00006 \text{ м}$ або $0,06 \text{ мм}$.

Рис.2.11. показує вплив ексцентриситету по кожній осі в розмірі $0,06 \text{ мм}$.

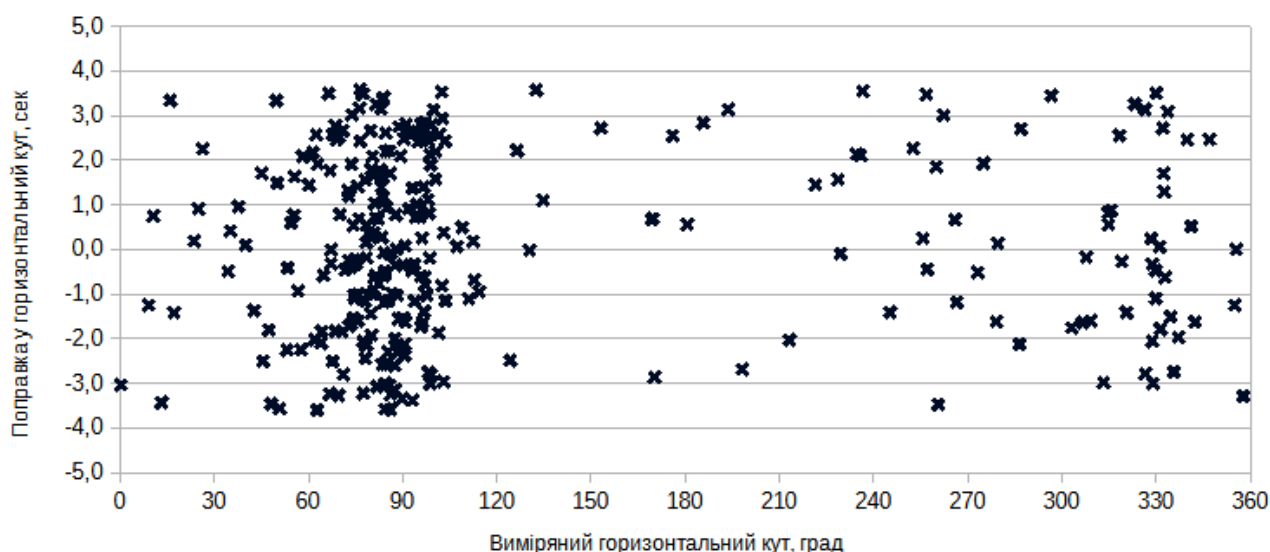


Рис. 2.10. Вплив складової за ексцентриситет з урахуванням систематичної похибки, як параметру калібрування.

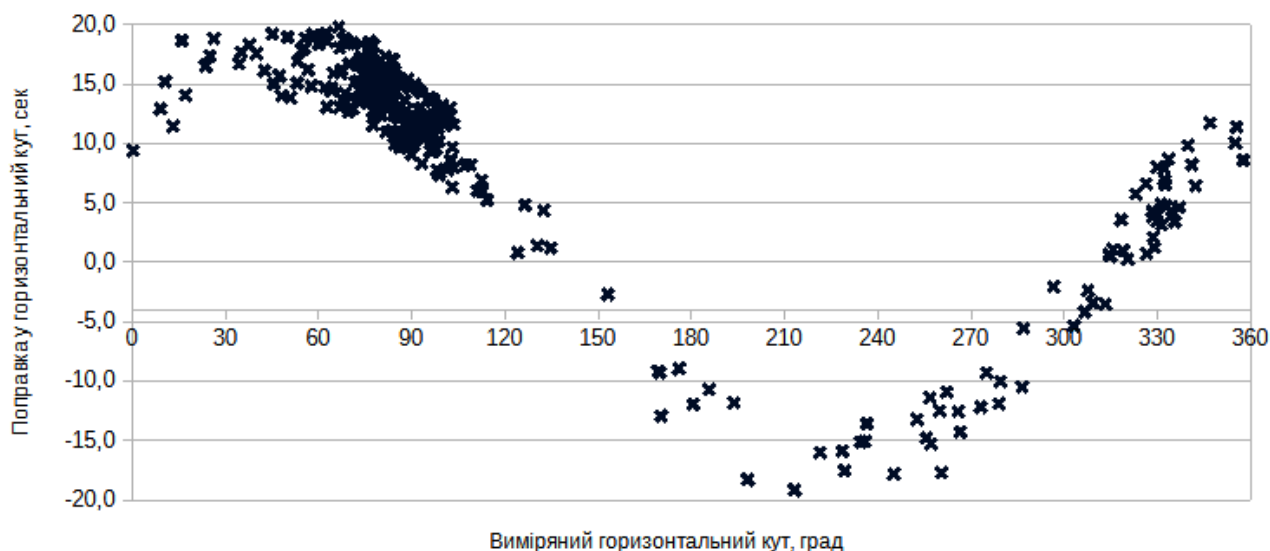


Рис. 2.11. Вплив складової за ексцентриситет з внесенням систематичної похибки в 0,06 мм по кожній осі.

Значення СКП координат точок для даних з урахуванням інструментальної точності та складової за ексцентриситет складо 1,4 мм.

Для розуміння впливу складових систематичної похибки горизонтального кута було проведено розрахунок сумарної похибки з урахуванням всіх складових:

$$\Delta\varphi = \frac{b_1}{\cos \alpha} + b_2 \tan \alpha + b_3 \sin \varphi + b_4 \cos \varphi \quad (2.6)$$

Для наочності, сумарну складову поправок у горизонтальний кут було нанесено на графік відносно значень горизонтального кута:

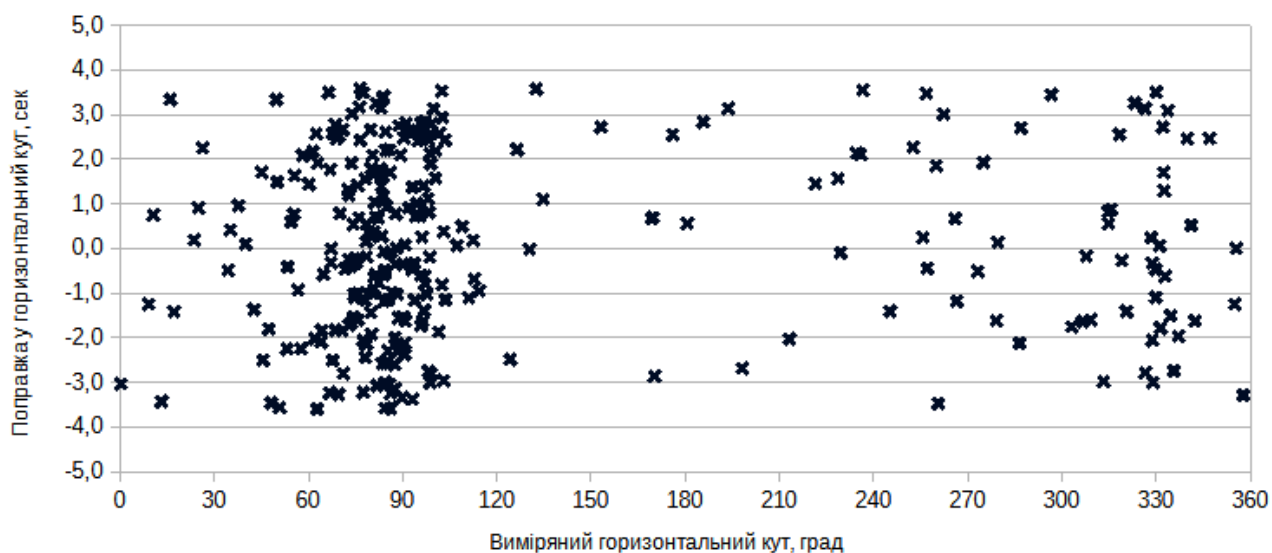


Рис. 2.12. Вплив складових горизонтально кута з урахуванням систематичної похибки, як параметру калібрування.

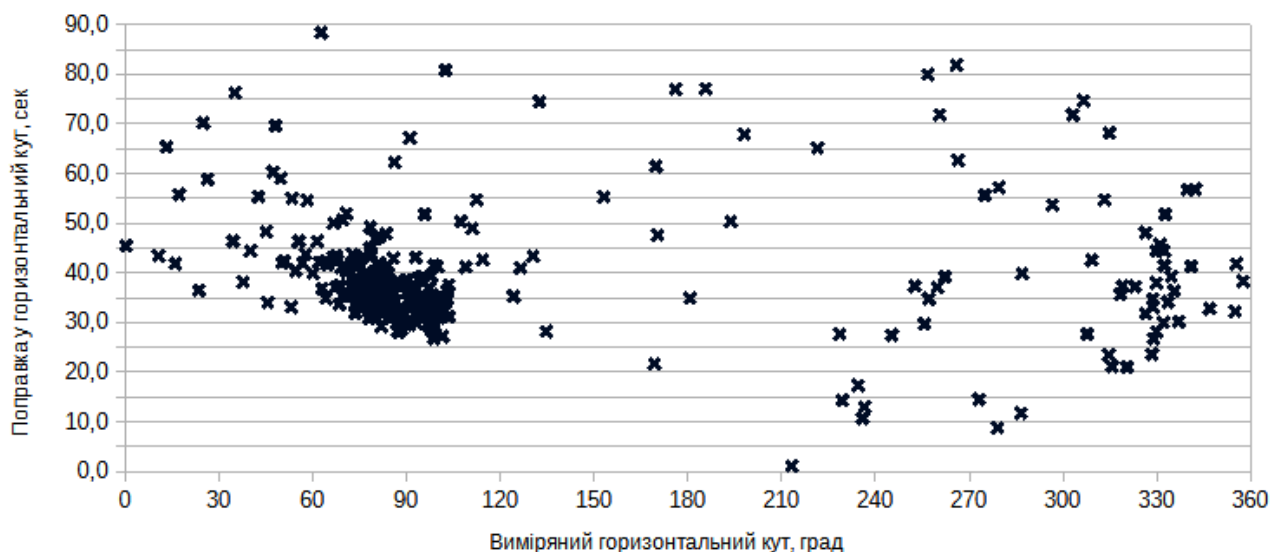


Рис. 2.13. Вплив складових систематичної похибки горизонтального кута.

Значення СКП координат точок для даних з урахуванням інструментальної точності та складових горизонтального кута склало 2,3 мм, що більше, ніж для вертикальних кутів, але менше, ніж для відстаней.

2.1.4. Моделювання впливу всіх складових.

Провівши моделювання, було отримано ряд даних з впливом систематичних похибок та без впливу. Для узагальнення впливу всіх складових систематичної похибки було розраховано прирости координат з урахуванням інструментальної точності та всіх складових, зазначених у виразах 2.1. – 2.5. (точність з систематичними похибками) та порівняно їх з даними, отриманими з урахуванням тільки інструментальної точності (точність без систематичних похибок). Графічно ці значення показано на Рис. 2.14.

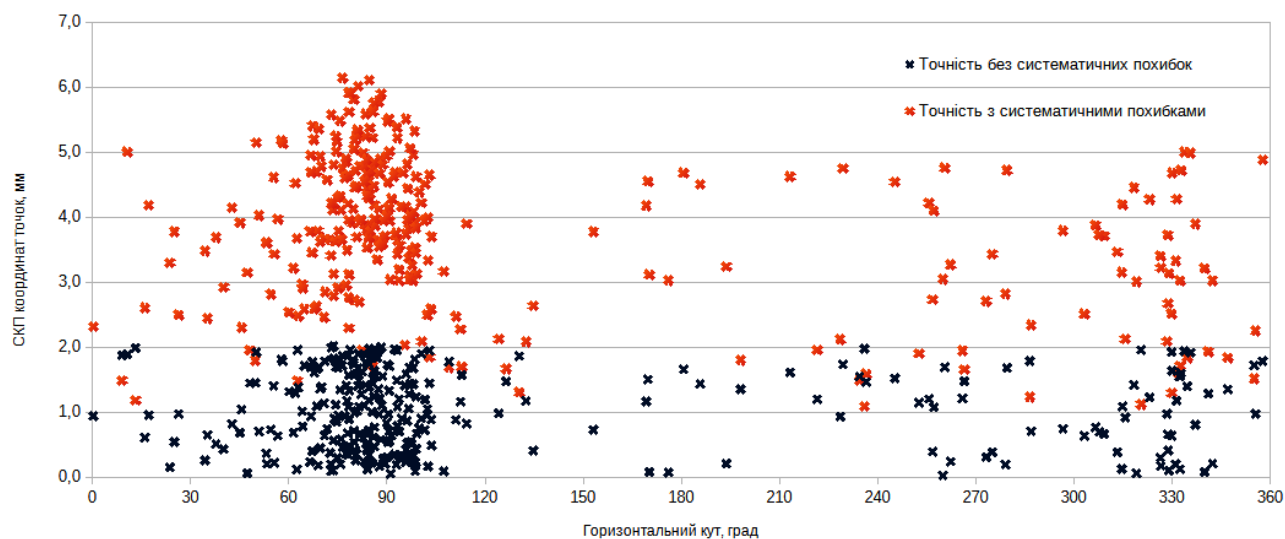


Рис. 2.14. СКП визначення координат без урахування та з урахуванням систематичних похибок, як параметрів калібрування.

Також зведемо в таблицю отримані дані СКП з урахуванням як окремих, так і всіх складових систематичної похибки. Таким чином ми отримаємо попередній розрахунок точності НЛС з впливом систематичних похибок та без такого впливу.

<i>Складові, вплив яких розглядається</i>	<i>СКП визначення координат, мм</i>
Без складових (тільки інструментальна точність)	1,16
За відстань	3,22
За індекс вертикального круга	1,55
Горизонтального кута, в т.ч:	2,30
за колімацію	1,55
за нахил осі обертання дзеркала	1,20
за ексцентриситет	1,38
Всі складові	3,92

Табл. 2.1. Значення СКП визначення координат без урахування та з урахуванням впливу систематичних похибок.

Як видно, наявність систематичних похибок суттєво впливає на точність визначення координат точок, отриманих способом НЛС. Вплив навіть допустимих значень відхилень окремих складових призводить до погіршення СКП визначення координат більше ніж втричі. Також, отримано важливий висновок про значний вплив складової за вимірюну відстань. Таким чином, варто розглядати комплекс

умов, при якому можливо калібрувати не тільки кутомірний блок, але й віддалемірний, що дозволить покращити визначення координат.

Таким чином, наведені дані підтверджують попередній висновок про необхідність калібрування наземних лазерних сканерів з метою врахування систематичної похибки для підвищення їх точності до рівня, прийнятного для виконання інженерно-геодезичних робіт.

2.2. Вибір оптимальної форми та розміру ТОК для проведення калібрування.

Якщо робити порівняння результатів використання точкових і площинних марок при моделюванні та проведенні реальних знімачь [80], то видно, що незважаючи на різні математичні моделі, дані приблизно однакові. Всі чотири суттєві складові похибки, які описувались в концепції калібрування, показують однакові тренди при калібруванні з використанням як точкових, так і площинних марок, причому, це стосується і панорамних, і гібридних сканерів. Винятком є складова похибки за колімацію в гібридних сканерах, яка відрізняється від загальних тенденцій при використанні площинних марок (там же).

В дійсності, відтворення колімаційної похибки в гібридних сканерах — давно відома проблема та на даний момент не вирішена. Тому вона є предметом подальших досліджень калібрування по площинним маркам.

Калібрування НЛС за допомогою площинних ТОК різного типу в опрацьованих джерелах проводилося в межах одного приміщення. Таким чином, максимальна відстань до марок складала, в кращому разі, декілька десятків метрів. Проте сучасні сканери працюють в діапазоні до кількох сотень метрів. Крім того, в дослідженнях, присвяченим створенню калібрувальних полігонів [20; 38] описуються моделі полігонів з довжинами ліній в декілька сотень метрів. Такі полігони можуть бути використані для калібрування переважної більшості моделей сучасних НЛС. Таким чином, склалася ситуація, коли практичні дослідження методів калібрування не відповідають (в першу чергу, по максимальним відстаням) наявним математичним моделям калібрувальних полігонів. В даному пункті проведемо дослідження залежності мінімально необхідного розміру ТОК від його форми і відстані до нього з метою проведення калібрування по всій робочій відстані НЛС.

Наземні лазерні сканери як гібридного, так і панорамного типу сканують по регулярній сітці з інтервалом, що називається кроком сканування. Зазвичай,

розміри сітки складають одиниці або навіть долі міліметрів на близьких відстанях. Очевидно, що зі збільшенням відстані, комірки сітки ставатимуть більшими. Навіть, якщо знехтувати величиною розсіювання лазерного променя та відповідним збільшенням лазерної плями, для більшої віддаленості від сканера потрібна марка більших розмірів.

Більшість розглянутих моделей НЛС, відповідно до технічних характеристик, мають крок сканування від 1 до 3 мм на 10 м. Діапазони 1-2 мм рідко використовують на практиці через відносно більші часові затрати. Тому, в даному дослідженні прийнято крок сканування в 3 мм. Враховуючи, що максимальна відстань сканування для переважної більшості моделей не перевищує 350-400 м, відстані для яких проводилися розрахунки, бралися до 350 м з інтервалом в 50 м. Зведемо дані по відстаням між сусідніми точками сканування по горизонталі і вертикалі в таблицю:

Відстань до сканера, м	50	100	150	200	250	300	350
Відстань між точками, мм	15	30	45	60	75	90	105

Табл. 2.2. Відстань між двома сусідніми точками сканування в залежності від відстані до сканера.

З геометричної точки зору, для однозначного визначення площини необхідно три неколінеарні точки. Враховуючи велику вірогідність знаходження точок з одного проходу скануючої головки на одній осі, варто розглядати дві точки з одного проходу і одну-дві з сусіднього. Для сфери мінімальна кількість точок складає 4 неколінеарні і некопланарні точки. Враховуючи вірогідність знаходження чотирьох точок з двох проходів на одній площині, варто розглядати мінімум, 5 точок — або дві з одного проходу і три з сусіднього, або по дві з двох проходів і одну з третього. Для циліндра можливе рішення з 5, 6, 7 і 8 точками [71], проте воно має свої обмеження по колінеарності і копланарності точок [95; 139], тому, враховуючи потенційне розташування циліндра паралельно одній з

координатних осей системи координат сканера, варто розглядати набір з 9 точок — по 3 з трьох сусідніх проходів.

Нижче наведено схеми розташування мінімального набору точок для однозначного визначення відповідних поверхонь. Суцільними лініями позначено проходи скануючої головки, колами — точки сканування, заповненими колами — точки сканування, необхідні для однозначного визначення а) площини, б) сфери, в) циліндра.

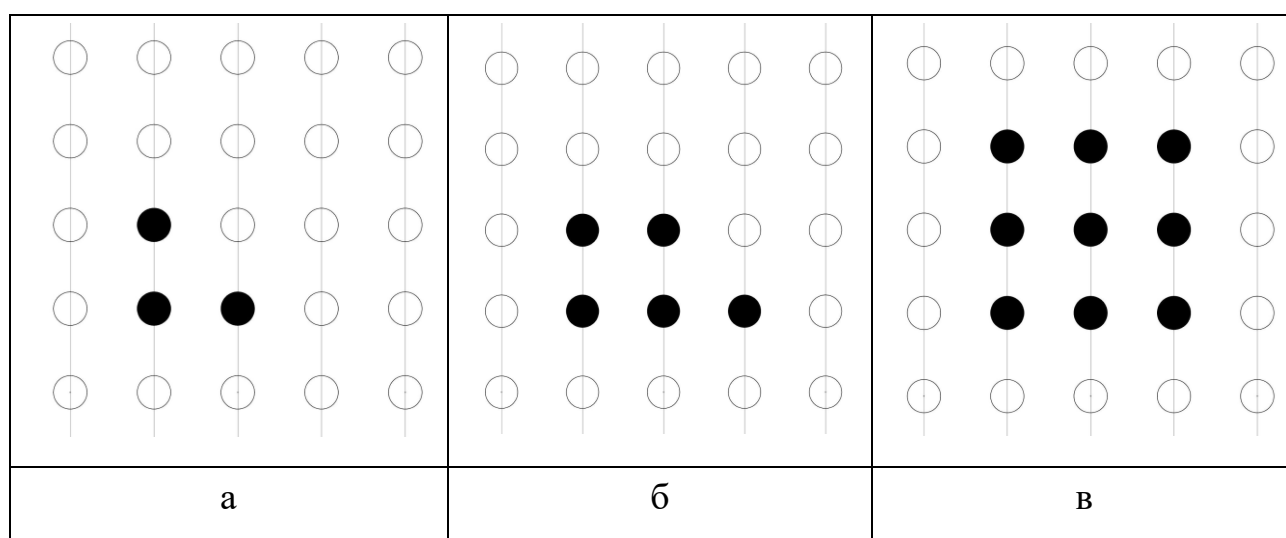


Рис.2.15. Мінімальний набір точок сканування для однозначного визначення поверхонь.

Позначимо відстань між сусідніми точками d . Таким чином, максимальна відстань між точками сканування для площини, сфери і циліндра складає, відповідно, d , $2d$ і $2d$. При розрахунках розмірів контрольних марок також потрібно враховувати те, що дана конфігурація точок справедлива для ідеального випадку попадання лазерного променя на відповідну площину. Для забезпечення однозначного визначення поверхонь необхідно збільшити максимальну відстань на величину d для плоского ТОК і $2d$ для сферичного і циліндричного. Величину $2d$ взято, враховуючи сферичну форму об'єктів для уникнення падіння лазера на поверхню ТОК під гострим кутом. Таким чином, максимальні відстані складатимуть, відповідно, $2d$, $4d$ і $4d$.

Величини d для різних відстаней від сканера до об'єкта наведено в Табл. 2.3. Узагальнимо дані по мінімальним наборам точок в таблиці.

Відстань до сканера, м	50	100	150	200	250	300	350
Відстань між точками, мм (d)	15	30	45	60	75	90	105
Мінімальний розмір контрольної марки, мм							
Плоска ($2d$)	30	60	90	120	150	180	210
Сферична ($4d$)	60	120	180	240	300	360	420
Циліндрична ($4d$)	60	120	180	240	300	360	420

Табл. 2.3. Мінімальний розмір контрольних марок різних типів в залежності від відстані до сканера.

З наведеної таблиці видно, що для калібрування НЛС на всіх діапазонах відстаней за допомогою площинних марок достатньо плоских поверхонь з стороною не менше 210 мм. На практиці, поверхні такого і більшого розмірів зустрічаються досить часто. З приводу сферичних марок, варто зауважити, що їх стандартний діаметр, зазвичай, складає від 145 до 200 мм, в деяких випадках — 400 мм. Отже, при використанні марок такого типу збільшеного діаметру, можливе проведення калібрування НЛС на відстані до 300 м. Також, з таблиці видно, що стандартні циліндричні об'єкти, наявні в приміщеннях і за їх межами, можливо використовувати при відносно невеликих відстанях, до 100-150 м.

Проте, все вищевикладене справедливе виключно, за умови безпомилкового визначення координат всіх точок, що належать поверхні. Як зазначалося вище, найбільші похибки виникають при збільшенні кута падіння лазерного променя відносно нормалі. Очевидно, що при використанні сферичних та циліндричних ТОК точки, що розташовані ближче до краю, матимуть більшу імовірність виникнення похибки визначення їх координат. Крім того, зроблено припущення, що похибки в точках, найближчих до нормалі падіння променя, найменше впливають на точність визначення центра сфери. Тому проведено моделювання

наявності похибки в одній з виміряних точок на поверхні сфери та циліндра з метою вивчення впливу цієї похибки на похибку визначення центру сфери або осі циліндра. Критерієм мінімального впливу було прийнято граничне зміщення в розмірі 5% відносно величини похибки однієї точки [76]. Крім того, було розглянуто критерії прийнятності у 10% і 20% для практичного застосування.

При дослідженні сфери було модельовано координати точок на сферах найпоширеніших діаметрів 200 мм і 145 мм за квадратним шаблоном $n \times n$. Значення n бралось від 3 до 8, отже, кількість точок в шаблонах, що розглядалися, складала 9, 16, 36, 49 і 64. Всі точки належали напівсфері і не знаходилися на дотичних зонах, де неможливо отримати відбивання променя. В одну з точок, найближчих до краю, вносилися похибка в кожену координату в розмірі 2 мм. Сумарне зміщення точки складало 3,464 мм, а критерії прийнятності зміщення центру сфери в розмірі 5, 10 і 20% - 0,173 мм, 0,346 мм і 0,693 мм, відповідно. Центр сфери визначався через мінімізацію функції сфери:

$$\sum_{i=1}^n (\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} - r)^2 = \min, \quad (2.7)$$

де x_i, y_i, z_i – координати точок на поверхні сфери, x, y, z – координати центра сфери, r – радіус сфери, n – кількість точок.

Для перевірки припущення, що похибки в точках, найближчих до нормалі падіння променя, найменше впливають на точність визначення центра сфери, похибку було внесено у точку, найближчу до нормалі – точка 2,2 при шаблоні 3 на 3 точки. Схему вибору точки (позначено червоним кольором) подано на Рис. 2.16.

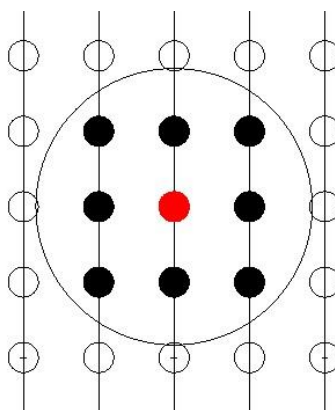


Рис. 2.16. Вибір точки, найближчої до нормалі лазерного променя.

В цьому випадку критерію прийнятності 20% було досягнуто вже при кількості 6 точок. Вектор зміщення склав:

$$\Delta C = \begin{pmatrix} -0,0000395 \\ 0,0001484 \\ -0,0003438 \end{pmatrix}, \text{ а результуюче значення } 0,000377 < 0,000693.$$

При використанні 9 точок було досягнуто критерію 5%:

$$\Delta C = \begin{pmatrix} -0,0000295 \\ 0,0001200 \\ -0,0000154 \end{pmatrix}, \Delta C = 0,000124 < 0,000173$$

Таким чином, було підтверджено справедливість припущення.

Для ілюстрації розташування точок і вибору точки, у яку внесено похибку, на Рис. 2.17 показано приклад шаблонів 3x3, 4x4 і 5x5. Точку, в яку вносились похибка, позначено червоним кольором. Аналогічним способом формувалися шаблони 6x6, 7x7 і 8x8.

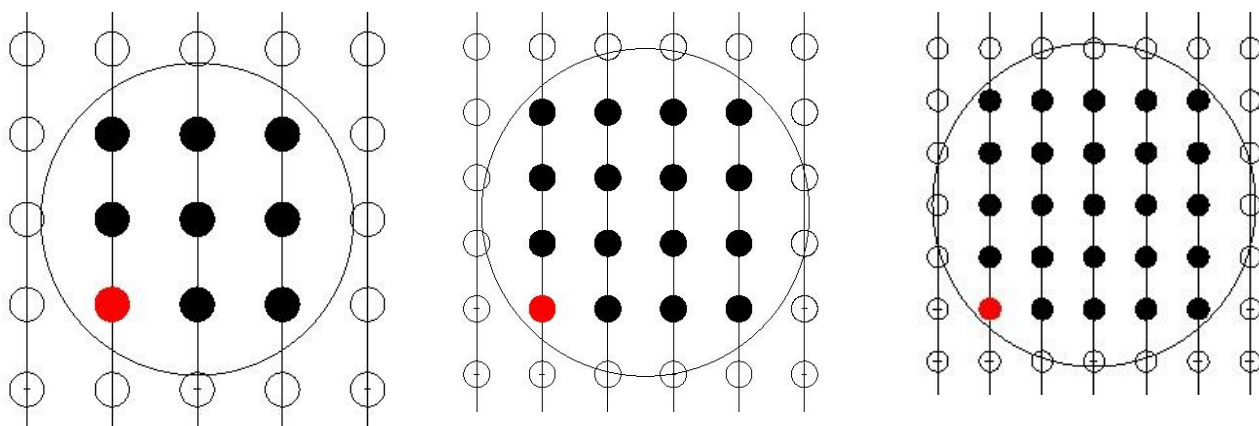


Рис. 2.17. Схема розташування точок в шаблонах 3x3, 4x4 і 5x5.

Подальші розрахунки з внесенням похибки у точку на краю сфери діаметром 200 і 145 мм зведено у таблиці. Жовтим кольором позначено досягнення критерію прийнятності 20%, блакитним – 10% і зеленим – 5%.

Шаблон К-ть тт.	3x3			4x4		
	6	8	9	9	12	16
ΔX_c	0,0000133	-0,0000918	0,0000150	0,0001903	0,0002837	0,0002448
ΔY_c	0,0010152	0,0009182	0,0005125	0,0005189	0,0004875	0,0004379
ΔZ_c	-0,0007939	0,0005814	0,0000100	0,0001097	0,0000752	0,0001604
ΔC	0,0012889	0,0010907	0,0005128	0,0005635	0,0005690	0,0005267

Шаблон	5x5			6x6		
К-ть тт,	16	20	25	25	30	36
ΔX_c	0,0003205	0,0002683	0,0002459	0,0002584	0,0002042	0,0001931
ΔY_c	0,0002371	0,0002660	0,0002803	0,0001311	0,0001545	0,0001721
ΔZ_c	0,0002489	0,0002029	0,0001695	0,0002195	0,0001858	0,0001430
ΔC	0,0004700	0,0004288	0,0004096	0,0003635	0,0003163	0,0002956
Шаблон	7x7			8x8		
К-ть тт,	36	42	49	49	56	64
ΔX_c	0,0001879	0,0001486	0,0001431	0,0001349	0,0001082	0,0001053
ΔY_c	0,0000798	0,0000945	0,0001075	0,0000515	0,0000604	0,0000693
ΔZ_c	0,0001718	0,0001489	0,0001145	0,0001321	0,0001164	0,0000910
ΔC	0,0002668	0,0002306	0,0002124	0,0001957	0,0001700	0,0001555

Табл. 2.4. Досягнення критеріїв прийнятності для сфери діаметром 200 мм,

Шаблон	3x3			4x4		
К-ть тт,	6	8	9	9	12	16
ΔX_c	0.0000190	-0.0000913	0.0000206	0.0001984	0.0001790	0.0002483
ΔY_c	0.0010261	0.0009276	0.0005171	0.0005163	0.0004688	0.0004386
ΔZ_c	-0.0007936	0.0005884	0.0000137	0.0001152	0.0002163	0.0001625
ΔC	0.0012973	0.0011022	0.0005177	0.0005650	0.0005465	0.0005295
Шаблон	5x5			6x6		
К-ть тт,	16	20	25	25	30	36
ΔX_c	0.0003230	0.0002696	0.0002471	0.0002593	0.0002047	0.0001936
ΔY_c	0.0002364	0.0002657	0.0002802	0.0001313	0.0001547	0.0001722
ΔZ_c	0.0002501	0.0002039	0.0001700	0.0002194	0.0001857	0.0001429
ΔC	0.0004720	0.0004300	0.0004105	0.0003642	0.0003168	0.0002959
Шаблон	7x7			8x8		
К-ть тт,	36	42	49	49	56	64
ΔX_c	0.0001884	0.0001490	0.0001434	0.0001354	0.0001085	0.0001056
ΔY_c	0.0000802	0.0000949	0.0001078	0.0000520	0.0000610	0.0000698
ΔZ_c	0.0001714	0.0001485	0.0001142	0.0001317	0.0001161	0.0000908
ΔC	0.0002670	0.0002308	0.0002127	0.0001959	0.0001702	0.0001558

Табл. 2.5. Досягнення критеріїв прийнятності для сфери діаметром 140 мм.

Як видно, для обох розглянутих розмірів сфер досягти критерію в 5% вдається тільки для кількості точок, не менше 56 і при використанні шаблону 8 на 8 точок. Для досягнення критерію 10% потрібно не менше 30 точок і шаблон 6 на 6 точок, а критерію 20% можливо досягти уже при 9 точках шаблону 3 на 3.

При дослідженні циліндричних ТОК було взято модель вертикального циліндра і прийнято, що у визначенні центрів кіл, що формують вісь циліндра, беруть участь всі точки, взяті за квадратним шаблоном, одна з яких містить

похибку. Тому, при визначенні осі циліндра всі інші кола вважаються безпомилковими, в точність визначення осі визначається як середнє з кількості кіл, яка дорівнює кількості рядів у шаблоні:

$$\Delta_{\text{сер.}} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i}{n}, \quad (2.8)$$

де n – розмір шаблону.

В одну з точок, найближчих до краю, вносилися похибка в кожен планову координату в розмірі 2 мм. Сумарне зміщення точки склало 2,828 мм, а критерії прийнятності зміщення центру одного кола в розмірі 5, 10 і 20% - 0,141 мм, 0,283 мм і 0,566 мм, відповідно. Центр кола визначався через мінімізацію функції кола:

$$\sum_{i=1}^n (\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2} - r)^2 = \min, \quad (2.9)$$

де x_i, y_i – планові координати точок на колі, x, y – планові координати центра кола, r – радіус циліндра, n – кількість точок.

Подальші розрахунки з внесенням похибки у точку на краю кола, що формує циліндр діаметром 100 і 50 мм зведено у таблиці. Жовтим кольором позначено досягнення критерію прийнятності 20%, блакитним – 10% і зеленим – 5%.

Розмір шаблону	3x3	4x4	5x5	6x6	7x7
К-ть точок	9	16	25	36	49
ΔX_c	0.0009117	0.0009981	0.0009007	0.0007856	0.0006850
ΔY_c	0.0015809	0.0010022	0.0006628	0.0004640	0.0003410
ΔC	0.0018250	0.0014144	0.0011183	0.0009124	0.0007651
$\Delta_{\text{сер.}}$	0.0006083	0.0003536	0.0002237	0.0001521	0.0001093

Табл. 2.6. Досягнення критеріїв прийнятності для циліндра діаметром 200 мм.

Розмір шаблону	3x3	4x4	5x5	6x6	7x7
К-ть точок	9	16	25	36	49
ΔX_c	0.0009127	0.0009964	0.0008978	0.0007828	0.0006861
ΔY_c	0.0015854	0.0010047	0.0006683	0.0004719	0.0003361
ΔC	0.0018293	0.0014150	0.0011192	0.0009141	0.0007640
$\Delta_{\text{сер.}}$	0.0006098	0.0003537	0.0002238	0.0001523	0.0001091

Табл. 2.7. Досягнення критеріїв прийнятності для циліндра діаметром 50 мм.

Як видно, для обох розглянутих розмірів циліндрів досягти критерію в 5% вдається тільки для кількості точок, не менше 49 при шаблоні 7 на 7. Критерій

10% досягається при кількості точок не менше 25 шаблону 5 на 5 і критерій 20% - при шаблоні 4 на 4 і, відповідно 16 точок.

Враховуючи отримані результати, на думку автора, для задач визначення параметрів калібрування по сферичним і циліндричним тестовим об'єктам запропоновано використовувати критерій прийнятності в розмірі 10%.

Таким чином, для сфери мінімальний розмір становитиме $8d$, а для циліндра $-7d$. Розглянуто відстані між точками сканування аналогічно Табл. 2.3, але з дискретністю 10 м. Тоді значення для сфери та циліндра приймуть такий вигляд:

Відстань до сканера, м	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Відстань між точками, мм (d)	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
Мінімальний розмір контрольної марки, мм										
Сферична (8d)	24	48	72	96	120	144	168	192	216	240
Циліндрична (7d)	21	42	63	84	105	126	147	168	189	210

Табл. 2.8. Мінімальний розмір контрольних марок різних типів в залежності від відстані до сканера.

Отже, враховуючи можливу похибку навіть в одній точці, видно, що відстані, доступні для калібрування по сферичним і циліндричним ТОК, значно зменшуються. В цьому випадку, використання сферичних марок діаметром 145 мм обмежуються відстанню 60 м, а діаметром 200 мм – 80 м. При використанні стандартних циліндричних поверхонь діаметром до 100 мм максимальна відстань становитиме 50 м, а у випадку наявності поверхонь діаметром до 50 мм – 25 м. Таким чином, проведені дослідження показали, що калібрування НЛС по сферичним і циліндричним ТОК стикається зі значним обмеженням по можливим відстаням. Тому, цей фактор обов'язково треба брати до уваги при проектуванні калібрувального полігону, виходячи з наявних площинних тестових об'єктів. Так, при застосуванні сферичних марок стандартного розміру (145 мм) або циліндричних діаметром 100 мм, розміри полігона не варто робити такими, щоб

максимальна виміряна відстань перевищувала 50 метрів, а при наявності циліндричних об'єктів діаметром до 50 мм, ця відстань складатиме 25 м. Максимальна відстань калібрування залежить від розмірів приміщення і розташування сканера відносно його центра. Це буде детальніше розглянуто у Розділі 2.4 при дослідженні проектування калібрувального полігону.

Аналогічно сферам і циліндрам можна розглянути плоскі площинні і точкові марки, так як визначення їх центру відбувається шляхом сканування плоского аркуша паперу або іншого матеріалу. Принципова відмінність у цьому випадку та, що падіння лазерного променя на поверхню відбувається, практично, під одним кутом, що при правильному їх розміщенні може слугувати істотною перевагою для використання марок саме такого типу.

Для вибору типу ТОК, яким варто віддати перевагу, розглянуто критерії вибору тих чи інших ТОК для проведення калібрування.

1. Наявність площинних елементів або можливості для їх встановлення для забезпечення перекриття максимально можливого діапазону поля зору сканера. Наявність можливості встановлення точкових марок для забезпечення перекриття максимально можливого діапазону поля зору сканера.
2. Залежність/незалежність від геометричної рівності поверхонь.
3. Вплив кута падіння лазерного променя на результати визначення координат точок.
4. Можливість/неможливість сканування з іншої станції (влаштування перекриття сканів).
5. Можливість/неможливість калібрування як кутомірного, так і віддалемірного блоку сканера.
6. Можливість/неможливість прив'язки до зовнішньої системи координат.

У даному переліку відсутній критерій оцінки точності калібрування. Ще у [99] було висловлене припущення, що при калібруванні по точковим і площинним

мішеням отримуються схожі результати. Дані подальших досліджень це підтверджують. Якщо робити порівняння результатів використання точкових і площинних марок при моделюванні та проведенні реальних знімачь [79], то видно, що незважаючи на різні математичні моделі, дані приблизно однакові. Всі суттєві складові похибки показують однакові тренди при калібруванні з використанням як точкових, так і площинних марок, причому, це стосується і панорамних, і гібридних сканерів. Винятком є складова похибки за колімацію в гібридних сканерах, яка відрізняється від загальних тенденцій при використанні площинних марок (там же). Проте, у площинних марок є одна перевага — з їх допомогою нескладно провести калібрування при низькій щільності точок скану, на відміну від точкових марок. Хоча, враховуючи швидкість набору даних сучасними НЛС (в середньому, 500 000 точок в секунду), ця перевага не виглядає переконливою. Отже, даний критерій в цій роботі не розглядається.

Як було зазначено, використання наявних плоских поверхонь має недолік, пов'язаний з їх геометричною точністю. Проте, за умови наявності геометрично точних поверхонь навіть відносно невеликого розміру, їх доцільно використовувати для калібрування НЛС на невеликих відстанях 25-50 м. Те саме стосується сферичних марок. Перевагою використання таких марок є те, що в процесі калібрування визначаються координати центра марки, що, при наявності вимірювань з різних станцій, дає можливість проведення не тільки кутомірною, але й віддалемірною блоку сканера [54]. Використання стандартних циліндричних об'єктів не має такого недоліку, як у плоских, але можливе на менших, відносно інших типів марок, відстанях.

Як видно з вищевказаного, кожен тип марки має як переваги, так і недоліки. Узагальнимо їх в таблиці за декількома критеріями.

<i>Критерій/тип ТОК</i>	<i>Точкові</i>	<i>Площинні</i>		
		<i>Плоскі</i>	<i>Сферичні</i>	<i>Циліндричні</i>
Незалежність від геометричної рівності поверхонь	+	-	-	-
Незалежність від кута падіння лазера	-	+	-	-
Відсутність необхідності повторного	-	+/-	-	-

<i>Критерій/тип ТОК</i>	<i>Точкові</i>	<i>Площинні</i>		
		<i>Плоскі</i>	<i>Сферичні</i>	<i>Циліндричні</i>
сканування (перекриття)				
Можливість калібрування віддалемірного блоку	+	-	+	+
Можливість прив'язки до зовнішньої системи координат	+	-	+/-	-

Табл. 2.9. Порівняння точкових і площинних марок для калібрування.

Отже, як видно з Табл.2.9, не можна чітко сказати, якому типу марок варто надати перевагу. Тому, треба виходити з наявних умов та елементів в приміщенні або на полігоні, які використовуються для створення калібрувального полігону.

Очевидно, що у випадку калібрування віддалемірного блока сканера можна використовувати тільки плоскі точкові марки, бо при використанні сферичних виникає проблема визначення її центру еталонним приладом (зазвичай, електронним тахеометром).

Після проведеного аналізу впливу складових систематичної похибки було визначено, що лінійна похибка може складати суттєву частину загальної точності визначення координат. Таким чином, для врахування похибок як кутомірного блоку, так і віддалемірного, доцільно використовувати точкові марки.

2.3. Порівняння ручного та автоматичного визначення координат.

Як було зазначено у розділі 1.6.1, визначення координат ТОК може відбуватися як в ручному, так і в автоматичному режимі. Враховуючи відсутність дослідження порівняльної точності двох режимів, розроблено систему їх оцінювання з метою вибору найбільш оптимального з них при проведенні калібрування НЛС.

Для оцінювання необхідно провести вимірювання ТОК сканером і приладом з кращою точністю, наприклад, високоточним електронним тахеометром. В результаті для кожного способу буде отримано два набори координат одних і тих же точок в різних системах координат – тахеометра і сканера. Так як координати точок, виміряні тахеометром, не є істинними, то при трансформації з системи координат сканера в систему координат тахеометра виникнуть похибки за трансформацію. Тому, з метою уникнення впливу зазначеної похибки, для оцінки точності координат марок рекомендовано використовувати непрямий спосіб, а саме — порівняння відстаней між усіма точками. Це дозволить оцінити безпосередньо, способи визначення координат тестових об'єктів без впливу інших факторів.

При кількості точок n кількість відстаней N між ними складатиме, відповідно до властивостей повного графа,

$$N = \frac{n(n-1)}{2}.$$

Відстані між точками визначаються як функції координат:

$$S = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}. \quad (2.10)$$

Різниці відстаней обчислюються за виразом:

$$\Delta S = S_{\text{ск}} - S_{\text{тах}}. \quad (2.11)$$

Оскільки точність визначення координат електронним тахеометром також містить похибки, то приймати ці значення, як істинні, буде некоректно. Тому,

згідно з [4] стандартне відхилення для значень ΔS визначається за формулою Бесселя:

$$m_{\Delta S} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta S - \overline{\Delta S})^2}{n-1}}, \quad (2.12)$$

де $\overline{\Delta S}$ - середнє значення ΔS , n – кількість ліній.

Для кожного зі способів визначення координат визначається значення $m_{\Delta S}$, після чого обчислюється середня квадратична похибка середньої квадратичної похибки:

$$m_m \approx \frac{m}{\sqrt{2(n-1)}} \quad (2.13)$$

Для статистичної оцінки отриманих результатів запропоновано таку послідовність розрахунків. Середня квадратична похибка арифметичної середини визначається за формулою

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}} \quad (2.14)$$

СКП середньої квадратичної похибки арифметичної середини визначається за формулою

$$m_M \approx \frac{m}{\sqrt{2n(n-1)}} \quad (2.15)$$

Наступний етап – перевірка виконання умови

$$m_{\Delta S} \geq t_{\beta} m_m \quad (2.16)$$

Визначаємо t за таблицями розподілу Стьюдента, залежно від заданої імовірності β та числа ступенів вільності n . За результатами буде отримано ступінь довіри до результатів, що в свою чергу свідчить про ступінь надійності отриманої оцінки m .

Надійність визначення СКП арифметичної середини проконтролюємо за допомогою умови

$$M \geq t_{\beta} m_M. \quad (2.17)$$

і отримаємо ступінь довіри до оцінки M .

Визначаємо довірчі інтервали для можливого значення істинної величини та можливих значень результатів вимірів:

$$\bar{X} - t_{\beta}M \leq X \leq \bar{X} + t_{\beta}M; \bar{X} - t_{\beta}m \leq x_i \leq \bar{X} + t_{\beta}m. \quad (2.18)$$

Завдяки цьому визначаємо, чи є виміри доброякісними.

Для визначення довірчого інтервалу дисперсії та стандарту арифметичної середини, а також стандартного відхилення ΔS , використано вирази:

$$\gamma_1 M^2 \leq M^2 \leq \gamma_2 M^2; \quad (2.19)$$

$$\gamma_1 M \leq M \leq \gamma_2 M; \quad (2.20)$$

$$\gamma_1 m_{\Delta S} \leq m_{\Delta S} \leq \gamma_2 m_{\Delta S}, \quad (2.21)$$

де

$$\gamma_1 = \sqrt{\frac{(n-1)}{\chi_2^2}}, \gamma_2 = \sqrt{\frac{(n-1)}{\chi_1^2}}. \quad (2.22)$$

Статистики (квантилі) χ_1^2 і χ_2^2 вибираються з таблиць розподілу Пірсона за числом ступенів вільності $n-1$ та заданій імовірності β при:

$$p_2 = \frac{(1-\beta)}{2} \text{ і } p_1 = 1 - p_2. \quad (2.23)$$

При доброякісних вимірах можливо оцінити похибку вимірювання координат тестового об'єкта m_{OM} . Так як вимірювання всіх точок, що утворюють лінію, виконувалися одним приладом і в один час, а тому є рівноточними:

$$m_{\Delta S} = \sqrt{m_{OM1}^2 + m_{OM2}^2} = \sqrt{2m_{OM}^2} = m_{OM}\sqrt{2},$$

отже

$$m_{OM} = \frac{m_{\Delta S}}{\sqrt{2}}. \quad (2.24)$$

За допомогою запропонованого способу можливо оцінити ручне і автоматичне визначення координат ТОК та обрати найбільш оптимальний спосіб для проведення калібрування.

2.4. Методичні основи проектування калібрувального полігону за заданими параметрами.

Враховуючи відсутність системного підходу до створення калібрувальних полігонів, розглянуто методичні основи його проектування виходячи не з наявних умов, а з бажаного результату, а саме, максимально допустимих кутових і лінійних відстаней між тестовими об'єктами для забезпечення калібрування в заданих діапазонах кутів і відстаней.

Для практичного використання пропонується використовувати проміжні значення відстаней S_{max} для проміжних значень ρ , які обираються у відповідності з конфігурацією приміщення, відповідно до відстаней до стін, підлоги, стелі. Для кожного діапазону відстаней обирається менше значення ρ , як таке, що може задовольнити умову:

$$\text{Горизонтальна кутова відстань: } \Delta\varphi_{ij} < \varphi_{max}$$

$$\text{Вертикальна кутова відстань: } \Delta\alpha_{ij} < \alpha_{max}$$

$$\text{Кутова відстань: } \sqrt{\Delta\varphi_{ij}^2 + \Delta\alpha_{ij}^2} < \sqrt{\Delta\varphi_{max}^2 + \Delta\alpha_{max}^2}$$

$$\text{Відстань: } S < S_{max}$$

де φ_{max} , α_{max} , S_{max} – попередньо визначені максимально допустимі відстані і кутові відстані між суміжними точками.

Так як зі збільшенням відстані від сканера до тестових об'єктів одна і та ж відстань між марками зменшується в кутовій мірі, для розрахунку максимально допустимої відстані між тестовими об'єктами S_{max} скористаємося найменшою можливою відстанню, що буде виміряно ρ_{min} і обчислимо її за виразом:

$$S_{max} = \frac{\rho_{min}\pi\sqrt{\Delta\varphi_{max}^2 + \Delta\alpha_{max}^2}}{180^\circ}, \quad (2.25)$$

За допомогою даного виразу ми знаходимо максимально допустиму відстань для тестових об'єктів, які розташовані в безпосередній близькості до сканера. Зі збільшенням відстані від сканера відстань S_{max} між суміжними точками матиме меншу кутову відстань. Тому, для економії часу і ресурсів при влаштуванні та

вимірюванні калібрувального полігону доцільно проводити розрідження тестових об'єктів зі збільшенням відстані. Так як між лінійною і кутовою відстанями проста лінійна залежність, то розрідження можна виконувати за допомогою інтерполяції. Для цього необхідно визначити максимально допустиму відстань між тестовими об'єктами для максимальних віддалей, використовуючи найбільшу можливу відстань, що буде виміряно ρ_{\max} :

$$S_{\max}^{max'} = \frac{\rho_{\max} \pi \sqrt{\Delta\phi_{\max}^2 + \Delta\alpha_{\max}^2}}{180^\circ} \quad (2.26)$$

Для оптимального розміщення тестових об'єктів крок інтерполяції пропонується взяти рівним S_{\max} для розрахунку наступного набору точок, відносно якого, в свою чергу, обчислюється S'_{\max} , яке обирається кроком інтерполяції для наступного набору і так до тих пір, поки значення кроку інтерполяції $x_{i+1} - x_i$ не буде більшим $S_{\max}^{max-1'}$:

$$\{x_{i+1} - x_i = S_{\max}^{i'} | x_{i+1} - x_i < S_{\max}^{max-1'}\} \quad (2.27)$$

Враховуючи, що переважна більшість приміщень, де проводяться вимірювання, прямокутної форми, а отже, відстані до марок, розташованих ближче до центру стіни, будуть меншими за відстані до марок, розташованих ближче до кутів, то ρ_{\max} приймемо рівним найбільшій можливій відстані, а саме, відстані від сканера до дальнього кута приміщення.

Проектування «ідеального калібрувального полігону» буде розглянуто в подальших дослідженнях, тому подальші розрахунки спрощені і використовують ρ_{\min} і ρ_{\max} для розрахунку максимально допустимої відстані S_{\max} , без використання проміжних значень.

Слід зазначити, що вибір поверхонь для розміщення тестових об'єктів відрізняється для гібридних і панорамних сканерів. Зазвичай, гібридні сканери сканують по вертикалі в якомусь діапазоні вище і нижче горизонту, тоді як панорамні – весь діапазон кутів, крім конусу, що направлений донизу. По

горизонталі кут сканування дорівнює 360° в обох типах сканерів за рахунок обертання приладу навколо вертикальної осі.

Для попередніх розрахунків введемо поняття «кута вертикального сканування» (β) та «кута відсічки сканування» (γ). Кут β вказаний у технічних характеристиках обладнання, як максимальний діапазон сканування по вертикалі. Кут γ – це вертикальний кут, утворений прямовисною лінією $O-T_n$, де O – перетин осей сканера, або початок системи координат сканера ($X=0,000$; $Y=0,000$; $Z=0,000$), T_n – точка надиру, та максимально можливим вертикальним кутом сканування нижче горизонту, як показано на Рис. 2.18.

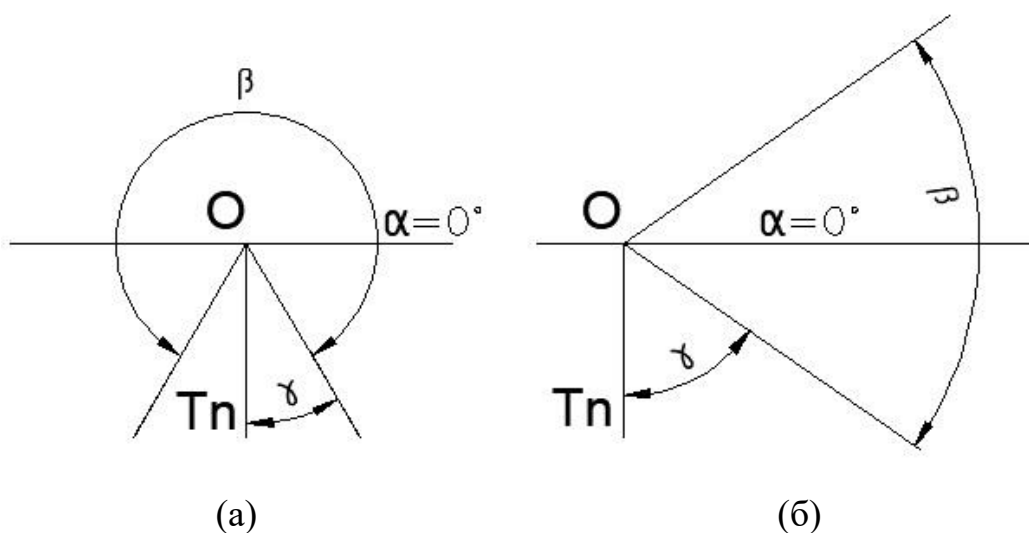


Рис. 18. Геометричний зміст кута вертикального сканування β та кута відсічки сканування γ : а – для панорамних сканерів, б – для гібридних сканерів.

Переріз.

При цьому, для панорамних сканерів справедливий вираз

$$\gamma = \frac{360^\circ - \beta}{2} \quad (2.28)$$

а для гібридних

$$\gamma = 90^\circ - \frac{\beta}{2} \quad (2.29)$$

В загальному вигляді, для отримання так званих, мертвих зон – місць, де не відбуватиметься сканування, скористаємося Рис. 2.19 і Рис 2.20.

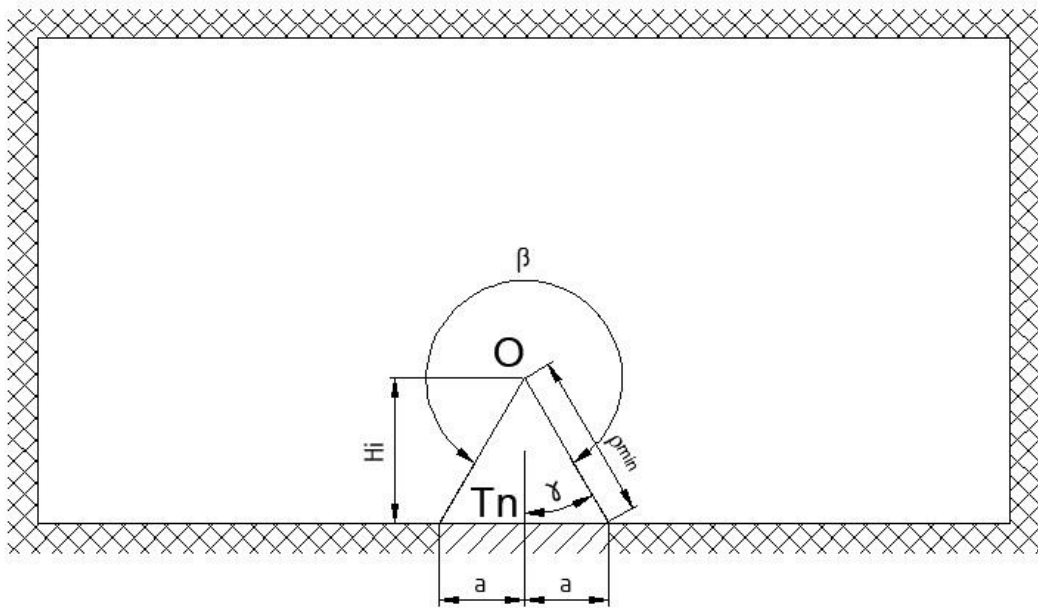


Рис. 2.19. Схема розміщення мертвих зон сканування для панорамних сканерів.

Переріз.

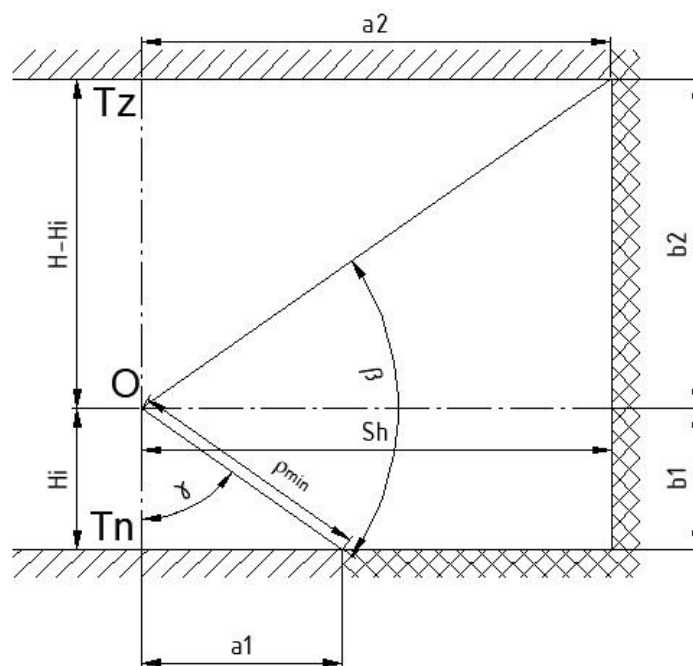


Рис. 2.20. Схема розміщення мертвих зон сканування для гібридних сканерів.

Переріз.

Для Рис. 2.19:

H_i – висота інструмента;

a – радіус мертвої зони;

ρ_{\min} – найменша можлива виміряна відстань.

Для Рис. 2.20:

H_i – висота інструмента;

H – висота приміщення;

Sh – відстань до вертикальної поверхні;

a_1 – радіус мертвої зони при значеннях вертикального кута менше нуля;

a_2 – радіус мертвої зони при значеннях вертикального кута більше нуля;

b_1 – висота зони сканування при значеннях вертикального кута менше нуля;

b_2 – висота зони сканування при значеннях вертикального кута більше нуля;

ρ_{min} – найменша можлива виміряна відстань.

Всі значення еквівалентні і симетричні відносно лінії Tz-O-Tn.

На обох схемах правою односторонньою штриховкою подано розташування мертвих зон, перехресною штриховкою – зони встановлення тестових об'єктів.

Значення b для панорамних сканерів не розглядається через достатньо малі (15° - 30°) значення γ і, відповідно, низьку імовірність появи цієї величини.

Для розрахунку мертвих зон скористаємося виразами:

- Для панорамних сканерів:

$$a = H_i \tan \gamma \quad (2.30)$$

- Для гібридних сканерів:

$$a_1 = H_i \tan \gamma \quad (2.31)$$

$$a_2 = (H - H_i) \tan \gamma \quad (2.32)$$

$$b_1 = b_2 = Sh \tan(90^\circ - \gamma) = Sh \cot \gamma \quad (2.33)$$

Також зі схеми впливають чотири умови:

$$\text{Якщо } a_1 | a_2 > Sh, \text{ то } a_1 | a_2 = Sh; \quad (3.33)$$

$$\text{Якщо } b_1 | b_2 > H_i | H - H_i, \text{ то } b_1 | b_2 = H_i | H - H_i \quad (2.34)$$

і вираз для обчислення найменшої можливої виміряної відстані на підлозі:

$$\rho_{min} = \frac{H_i}{\cos \gamma} \quad (2.35)$$

і на стелі:

$$\rho'_{min} = \frac{H-H_i}{\cos \gamma} \quad (2.36),$$

що дозволить розрахувати максимально допустиму відстань S_{max} між тестовими об'єктами в межах зони, визначеної виразом 2.26. Також, варто відмітити для коректності наступної інтерполяції, що значення ρ_{min} і S_{max} отримано для зони з радіусом a , а ρ_{max} і $S_{max}^{max'}$ - для зони з радіусом $a' = \sqrt{S_h^2 + S_h'^2}$, де S_h' - відстань до стіни, перпендикулярна до S_h .

З наведених креслень також впливає те, що зона по підлозі починається зі значення a для панорамних сканерів і $a1$ для гібридних, а по стелі - відсутня для панорамних сканерів і починається з $a2$ для гібридних. Таким чином, радіус першої зони дорівнюватиме $a + S_{max}$, а радіус i -тої зони можна записати, як:

$$R_i = a + \sum S_{max}^{i'}. \quad (2.37)$$

Як зазначалося, для спрощення розрахунків можна використати інтерполяцію:

$$S_{max}^{i'} = \Delta R_i = \frac{a' - a}{S_{max}^{max'} - S_{max}} S_{max}^{i-1'}, \quad (2.38)$$

де ΔR_i - приріст радіуса i -тої зони.

Загальну схему описаного приведено на Рис. 2.21.

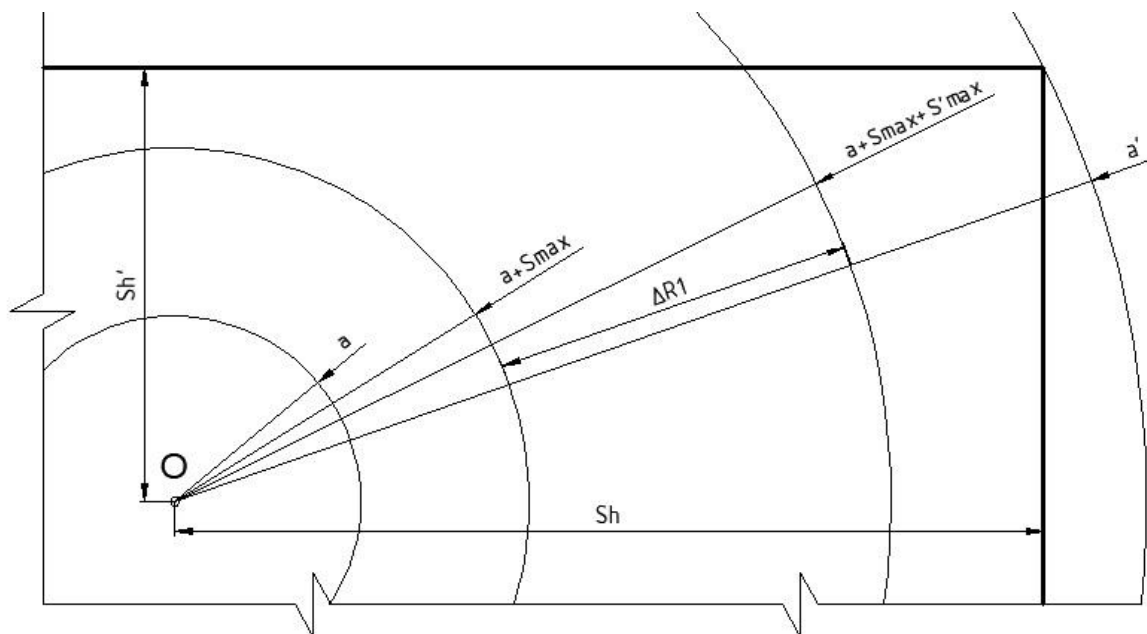


Рис. 2.21. Схема розрахунку радіусів зон і мінімальних відстаней. План.

Таким чином можна обчислити радіуси і мінімальні відстані між тестовими об'єктами до виконання умови 2.26. Після обчислення радіусів для підлоги і стелі, розрахунок розмірів зон на стінах проводиться за виразом:

$$\frac{B_i}{2} = \sqrt{R_i^2 - S_h'^2}, \quad (2.39)$$

а їх розташування визначається так, як показано на Рис. 2.22.

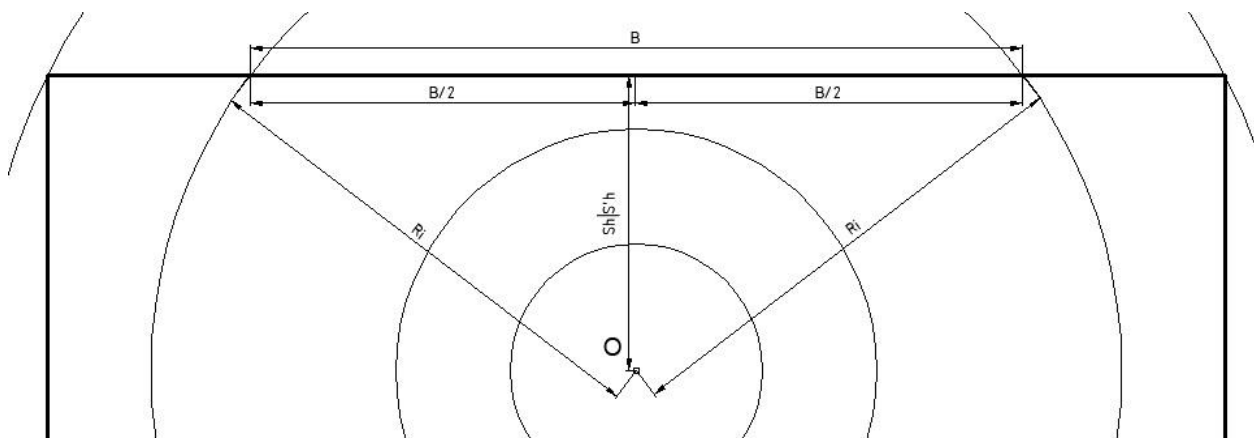


Рис. 2.22. Визначення зон розміщення тестових об'єктів на стінах. План.

Для прикладу, розрахуємо необхідну кількість тестових об'єктів при заданих $\varphi_{\max} = \alpha_{\max} = 30^\circ$ для умовного приміщення, яке використовувалося при моделюванні складових систематичної похибки в Розділі 2.2. Його розміри 20х6х5 метрів. При розміщенні сканера на відстані 6 м від короткої сторони і 2 м від довгої на висоті 1,5 м, відстані по осям ΔX_{\max} , ΔY_{\max} , ΔZ_{\max} до дальнього кута складатимуть 4,000 м, 14,000 м і 3,500 м, відповідно, як показано на Рис. 2.23. Для розрахунку використовувався гібридний сканер зі значенням $\beta = 70^\circ$ і, відповідно виразу 2.29, $\gamma = 55^\circ$.

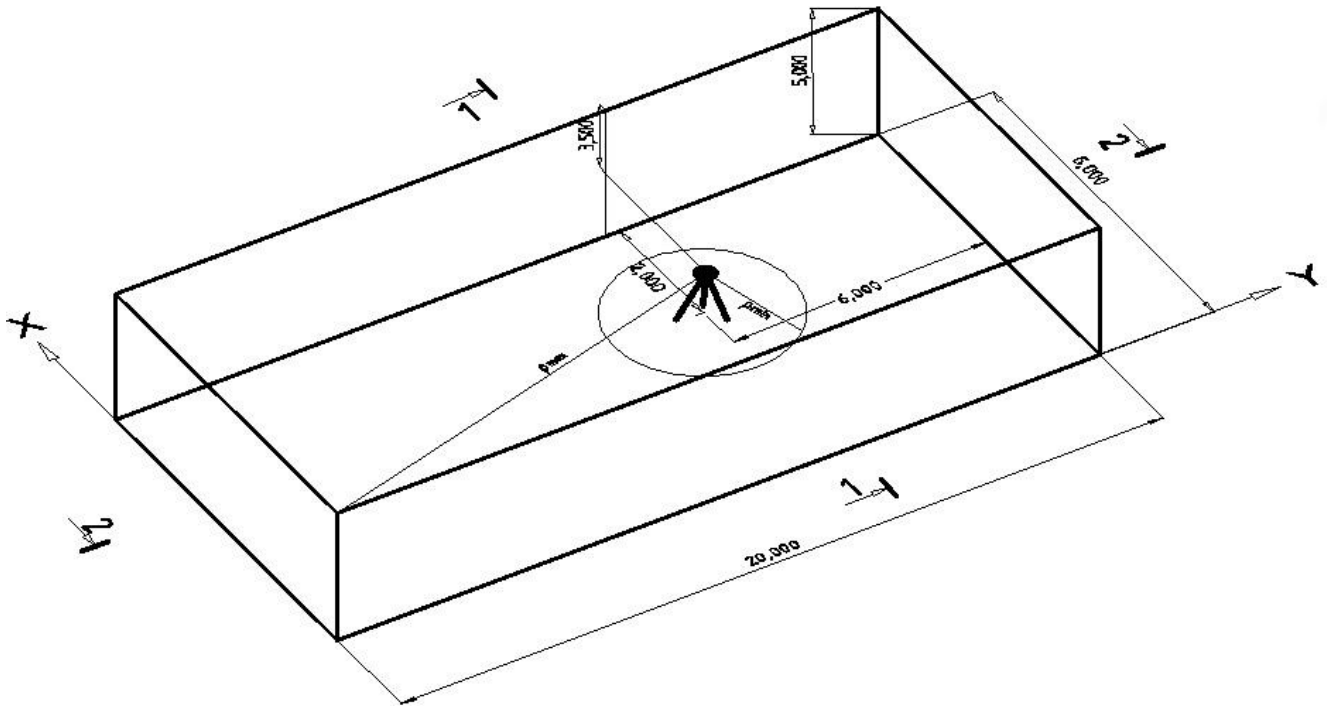


Рис. 2.23. Схема умовного приміщення для розрахунку кількості тестових об'єктів.

Для проектування полігону по заданих параметрах визначимо поверхні, доступні для поля зору сканера відповідно до 2.31-2.33:

$$a_1 = 2,142 \text{ м}; a_2 = 4,999 \text{ м};$$

$$\text{а) } b_1 = b_2 = 4,201 \text{ м}, b_1 = b_2 = 9,803 \text{ м},$$

$$\text{б) } b_1 = b_2 = 1,400 \text{ м}, b_1 = b_2 = 2,800 \text{ м},$$

$$a' = 6,325 \text{ м}, a' = 14,560 \text{ м}.$$

Тут приведено чотири значення b_1 і b_2 – по одному для кожної стіни і два значення a' – для мінімальної та максимальної відстаней. Для подальших розрахунків приймемо середнє значення $a' = 10,443 \text{ м}$

На Рис. 2.24 і 2.25 подано схему розташування зон сканування і мертвих зон по перерізам 1-1 і 2-2 з Рис. 2.23. Умовні позначення аналогічні Рис. 2.20.

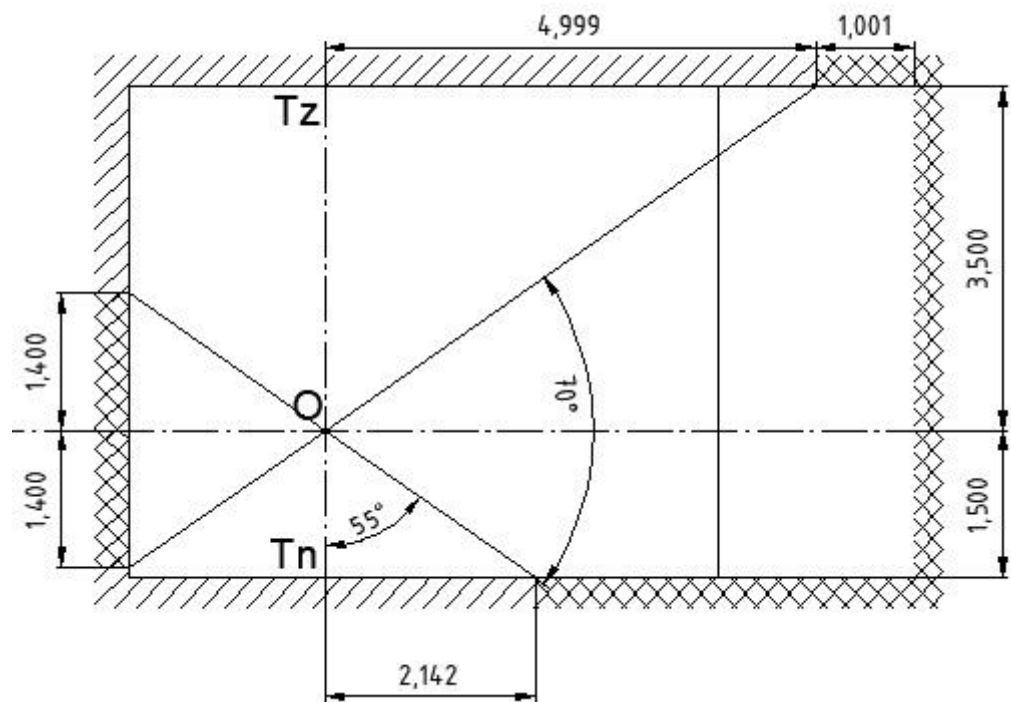


Рис. 2.24. Схема розміщення зон сканування, переріз 1-1.

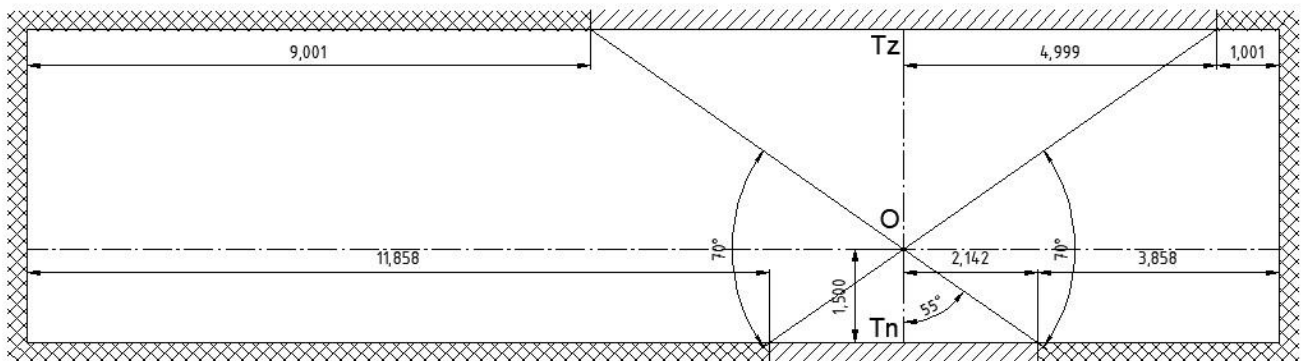


Рис. 2.25. Схема розміщення зон сканування, переріз 2-2.

Обчислимо ρ_{\min} за виразом 2.35 і отримаємо $\rho_{\min} = 2,615$ м.

Обчислимо ρ'_{\min} за виразом 2.36 і отримаємо $\rho'_{\min} = 6,102$ м.

Обчислимо ρ_{\max} за виразом:

$$\rho_{\max} = \sqrt{\Delta X_{\max}^2 + \Delta Y_{\max}^2 + \Delta Z_{\max}^2}$$

і отримаємо $\rho_{\max} = 14,975$ м.

За формулами 2.38 і 2.26 обчислимо S_{\max} і S_{\max}' для підлоги приміщення:

$$S_{\max} = \frac{2,615 \cdot 3,1415926 \sqrt{2 \cdot 30^2}}{180^\circ} = 1,936 \text{ м};$$

$$S_{max}^{i'} = \frac{14,975 * 3,1415926 \sqrt{2 * 30^2}}{180^\circ} = 11,089 \text{ м.}$$

Аналогічно, обчислимо значення S_{max} для стелі приміщення:

$$S_{max} = \frac{6,102 * 3,1415926 \sqrt{2 * 30^2}}{180^\circ} = 4,518 \text{ м.}$$

Відповідно до виразу 2.26 і 2.38 обчислимо значення $S_{max}^{i'}$ і зведемо отримані дані в таблицю:

i	1	2	3
Підлога та стіни			
$\Delta R_i = S_{max}^{i'}$	1,936	3,698	7,052
R_i	4,078	7,776	14,828
Стеля			
$\Delta R_i = S_{max}^{i'}$	4,518	6,442	-
R_i	9,517	15,959	-

Табл. 2.10. Значення радіусів зон та максимальних відстаней між тестовими об'єктами.

Для наочності нанесемо отримані зони на план приміщення, окремо для підлоги і стін, окремо для стелі. В даному випадку, стеля розглядається окремо через те, що $H_i < H - H_i$ і, відповідно, S_{max} для стелі має більше значення.

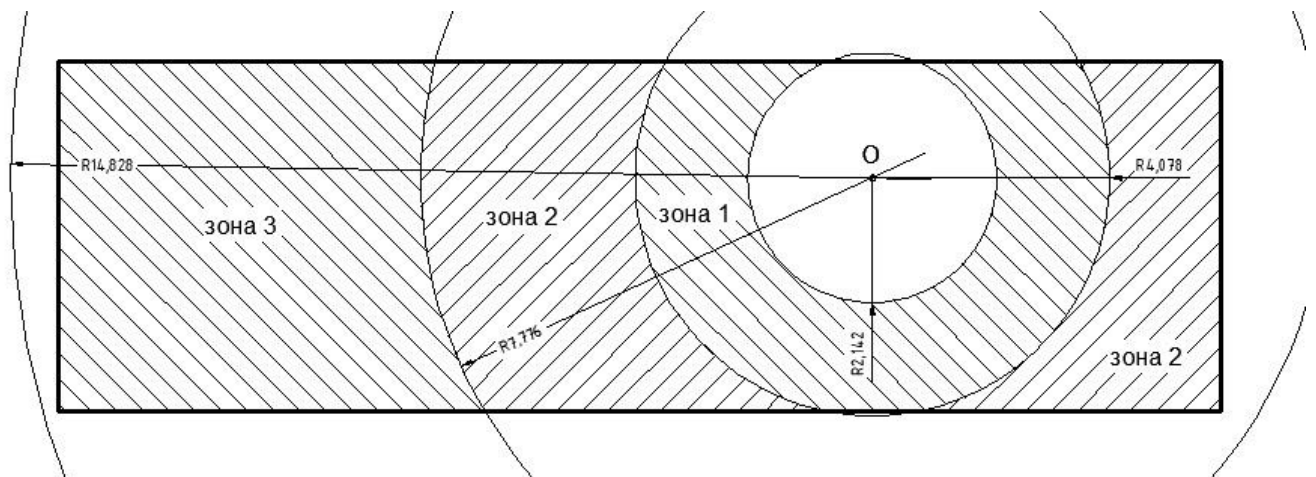


Рис. 2.26. Схема розташування зон розміщення тестових об'єктів на підлозі та стінах приміщення. План.

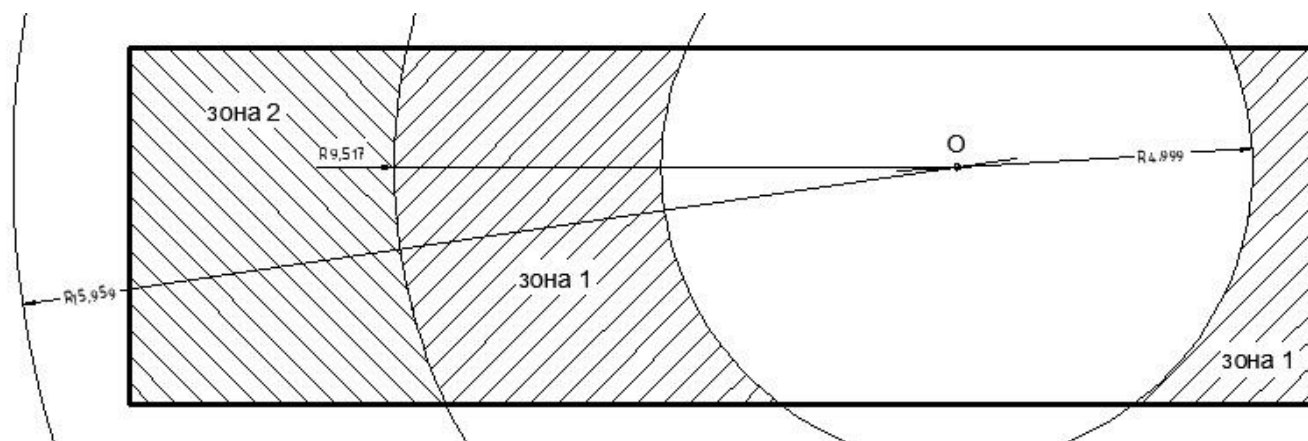


Рис. 2.27. Схема розташування зон розміщення тестових об'єктів на стелі приміщення. План.

Виходячи зі схеми розташування зон та мінімальними відстанями між тестовими об'єктами, можна розташувати марки так, як показано на Рис. 2.28. – 2.33.

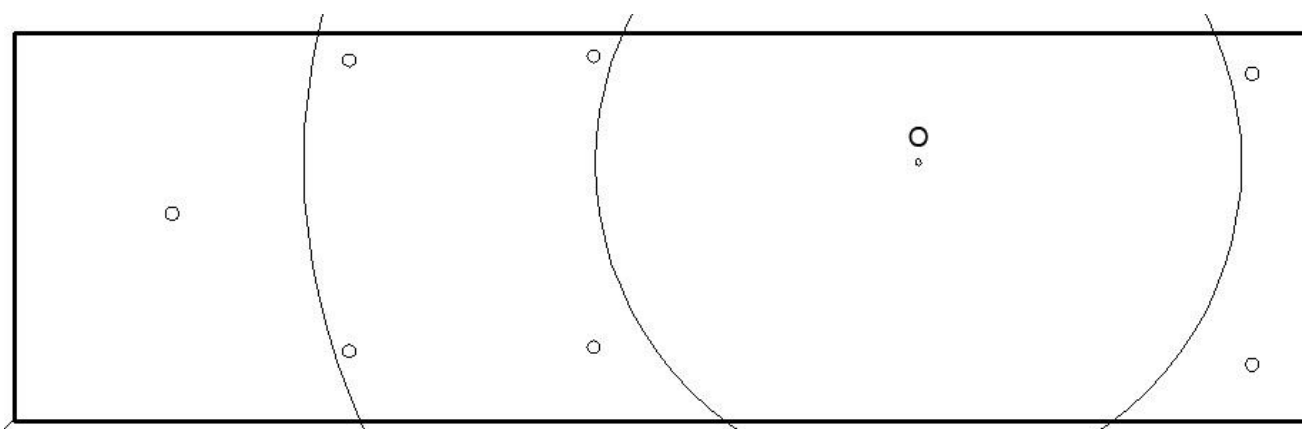


Рис. 2.28. Варіант розміщення 7 тестових об'єктів на стелі.

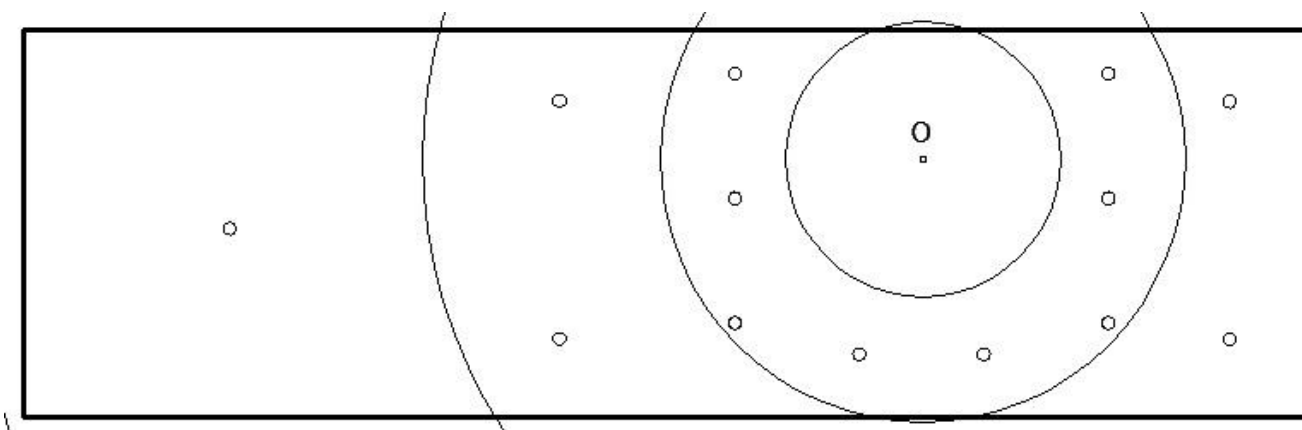


Рис. 2.29. Варіант розміщення 13 тестових об'єктів на підлозі.

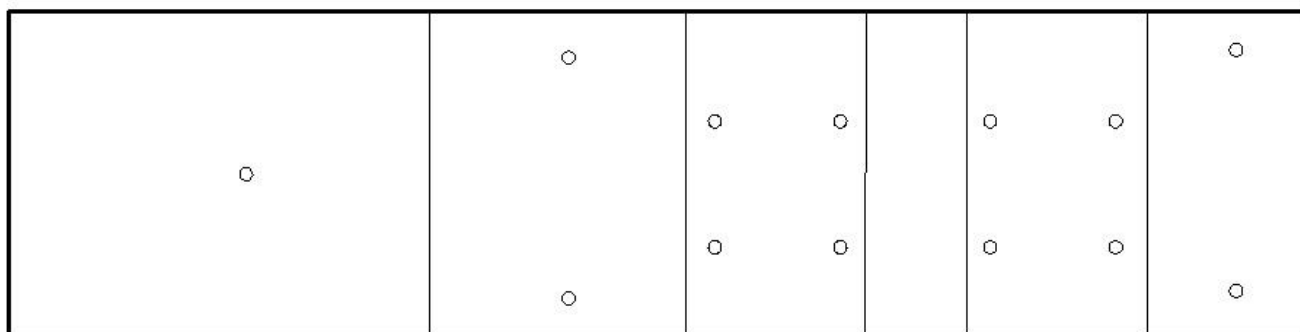


Рис. 2.30. Варіант розміщення 13 тестових об'єктів на довгій ближній стіні.

Переріз.

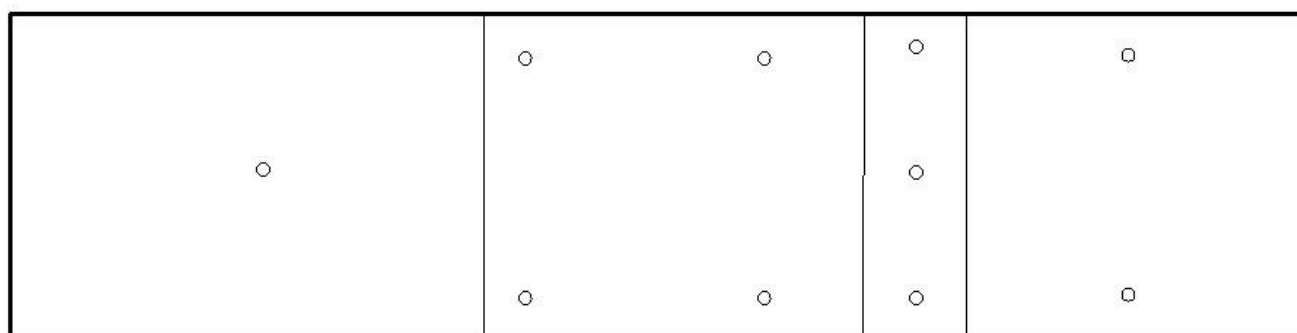


Рис. 2.31. Варіант розміщення 10 тестових об'єктів на довгій дальній стіні.

Переріз.

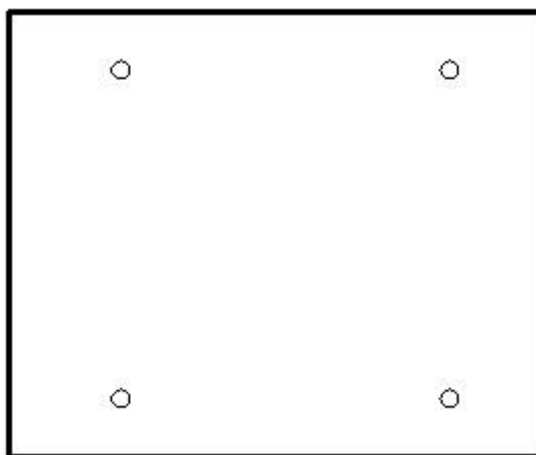


Рис. 2.32. Варіант розміщення 4 тестових об'єктів на короткій стіні. Переріз.

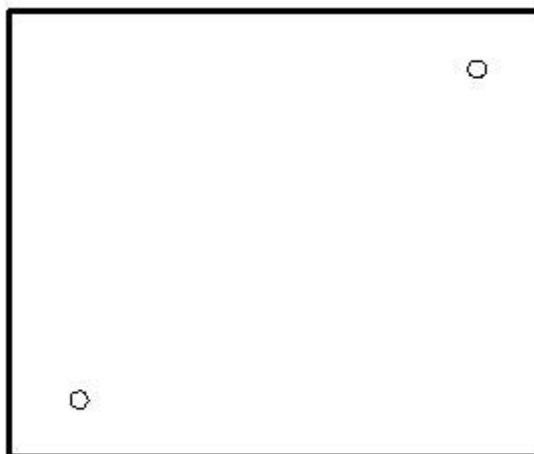


Рис. 2.33. Варіант розміщення 2 тестових об'єктів на короткій стіні. Переріз.

Як видно зі схем розміщення, в даному випадку потрібно розмістити 49 тестових об'єктів, за якими провести калібрування. Проте, дотримання заданих параметрів справедливе в межах однієї зони, без врахування суміжних зон. На Рис. 2.28 – 2.33 можна бачити, як тестові об'єкти на сусідніх зонах перекривають одна одну по кутовим відстаням. Це позитивно з точки зору кутових і лінійних діапазонів калібрування, але негативно з точки зору оптимізації кількості тестових об'єктів. Крім того, потребує удосконалення розробка алгоритму для автоматизованого розрахунку необхідної кількості та оптимального розташування тестових об'єктів. Також варто розглянути не тільки квадратні шаблони розміщення марок.

Також, зазначена конфігурація, хоч і дозволяє провести калібрування кутомірного блока із заданим діапазоном, не дозволяє в повній мірі калібрувати віддалемірний блок. Тому необхідно розглядати систему тестових об'єктів з різною відстанню до них. При достатній протяжності калібрувального полігону це додатково дозволить оцінити масштабний коефіцієнт s_0 , як у виразі 1.5.

2.5. Математична модель калібрування.

При дослідженнях калібрування НЛС застосовують параметричні вирази сумісного зрівнювання з використанням системи як внутрішніх обмежувальних умов, так і мінімальних. Як було зазначено в 1.1., в [119] запропоновано використовувати уніфікований підхід з використанням сумісного зрівнювання в порядку зменшення кореляції між параметрами.

Даний підхід засновано на базових формулах, сформованих в [105]. Крім того, у вказаних моделях передбачається, що калібрування НЛС проводиться на полігоні, який розташований в приміщенні, з використанням точкових марок, розміщених на всіх поверхнях (стіни, стеля, підлога). При тому, що моделі дозволяють обробляти декілька сканів з однієї точки, для спрощення прийнято, що з кожної станції зроблено один скан, а також наявна видимість усіх марок з кожної станції.

2.5.1. Модифікація математичної моделі для використання при калібруванні НЛС.

Нелінійне умовне векторне рівняння, що описує строге перетворення між СК сканера і зовнішньою СК може бути виражене так [118]:

$$\mathbf{f}(\mathbf{L}, \mathbf{X}) = \mathbf{0} \quad (2.40)$$

де \mathbf{L} і \mathbf{X} виражають вектори (орти) зрівняних спостережень і параметрів, відповідно. Рівняння умови для j -ї марки, сканованої з i -ї станції матиме такий вигляд:

$$f_j^{(i)} \left(L_j^{(i)} X_j^{(i)} \right) = \Delta X^{(i)} + R(\omega^{(i)}, \phi^{(i)}, \kappa^{(i)}) X_{\text{скан}j}^{(i)} - x_j^e = 0 \quad (2.41)$$

$$, i = 1, 2, \dots, p; j = 1, 2, \dots, m;$$

де p – загальна кількість станцій сканування; m – загальна кількість тестових об'єктів калібрувального полігона;

$\Delta X^{(i)} = [\Delta X^{(i)} \quad \Delta Y^{(i)} \quad \Delta Z^{(i)}]$, $i = 1, 2, \dots, p$ – вектор зсуву для i -ї станції сканування;

$R(\omega^{(i)}, \phi^{(i)}, \kappa^{(i)})$, $i = 1, 2, \dots, p$ – матриця повороту для i -ї станції сканування:

$$R(\omega^{(i)}, \phi^{(i)}, \kappa^{(i)}) = R^{(i)} = \begin{bmatrix} r_{11}^{(i)} & r_{12}^{(i)} & r_{13}^{(i)} \\ r_{21}^{(i)} & r_{22}^{(i)} & r_{23}^{(i)} \\ r_{31}^{(i)} & r_{32}^{(i)} & r_{33}^{(i)} \end{bmatrix} = R_3(\kappa^{(i)})R_2(\phi^{(i)})R_1(\omega^{(i)}) =$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\kappa^{(i)}) & \sin(\kappa^{(i)}) & 0 \\ -\sin(\kappa^{(i)}) & \cos(\kappa^{(i)}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\phi^{(i)}) & 0 & -\sin(\phi^{(i)}) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\phi^{(i)}) & 0 & \cos(\phi^{(i)}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega^{(i)}) & \sin(\omega^{(i)}) \\ 0 & -\sin(\omega^{(i)}) & \cos(\omega^{(i)}) \end{bmatrix}$$

(2.42)

$X_j^e = [X_j \ Y_j \ Z_j]^T$, $j = 1, 2, \dots, m$ - вектор координат j -го тестового об'єкта в системі координат полігона;

$x_{\text{скан}j}^{(i)}$, $i = 1, 2, \dots, p$; $j = 1, 2, \dots, m$ - вектор координат j -го тестового об'єкта, отриманої з i -ї станції, в системі координат сканера з врахованим впливом параметрів калібрування кутомірного блока сканера;

$$x_{\text{скан}j}^{(i)} = \begin{bmatrix} x_j^{(i)} \\ y_j^{(i)} \\ z_j^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_j^{(i)} \cos(\varphi_j^{(i)} - \Delta\varphi) \cos(\alpha_j^{(i)} - \Delta\alpha) \\ \rho_j^{(i)} \sin(\varphi_j^{(i)} - \Delta\varphi) \cos(\alpha_j^{(i)} - \Delta\alpha) \\ \rho_j^{(i)} \sin(\alpha_j^{(i)} - \Delta\alpha) \end{bmatrix}, \quad (2.43)$$

$i = 1, 2, \dots, p$; $j = 1, 2, \dots, m$,

де ρ , φ і α – відстань, горизонтальний напрямок і вертикальний кут, відповідно. або з врахованим впливом параметрів калібрування кутомірного і віддалемірного блоків сканера:

$$x_{\text{скан}j}^{(i)} = \begin{bmatrix} x_j^{(i)} \\ y_j^{(i)} \\ z_j^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\rho_j^{(i)} - \Delta\rho) \cos(\varphi_j^{(i)} - \Delta\varphi) \cos(\alpha_j^{(i)} - \Delta\alpha) \\ (\rho_j^{(i)} - \Delta\rho) \sin(\varphi_j^{(i)} - \Delta\varphi) \cos(\alpha_j^{(i)} - \Delta\alpha) \\ (\rho_j^{(i)} - \Delta\rho) \sin(\alpha_j^{(i)} - \Delta\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Вони отримуються з “сирих” координат марок в системі координат сканера за допомогою виразів (2.19):

$$\rho_j^{(i)} = \sqrt{(x_j^{(i)})^2 + (y_j^{(i)})^2 + (z_j^{(i)})^2}$$

$$\varphi_j^{(i)} = \arctan\left(\frac{y_j^{(i)}}{x_j^{(i)}}\right)$$

$$\alpha_j^{(i)} = \arctan\left(\frac{z_j^{(i)}}{\sqrt{(x_j^{(i)})^2 + (y_j^{(i)})^2}}\right)$$

Як уже зазначалося, при використанні загальноприйнятої математичної моделі калібрування визначення параметрів калібрування відбувається одночасно з визначенням параметрів перетворення з системи координат сканера в систему координат полігона. Це, в свою чергу, призводить до кореляції між зазначеними параметрами.

З метою уникнення кореляції, в роботі розглянуто можливість роздільного визначення параметрів перетворення і параметрів калібрування.

Позначимо відстані і кути з виразів 2.43. і 2.44 індексом 0:

$$\begin{aligned}(\rho_j^{(i)} - \Delta\rho) &= \rho_0^{(i)} \\(\varphi_j^{(i)} - \Delta\varphi) &= \varphi_0^{(i)} \\(\alpha_j^{(i)} - \Delta\alpha) &= \alpha_0^{(i)}\end{aligned}\tag{2.45}$$

Таким чином, першим етапом калібрування буде перетворення за Гельмертом координат точок з системи координат сканера в систему координат полігона і визначення значень ρ_0 , φ_0 , α_0 .

2.5.2. Використання алгоритму Кабша-Умеями.

Для практичного застосування пропонується використовувати алгоритм Кабша-Умеями. Даний алгоритм дозволяє розрахувати оптимальну матрицю обертання та вектор зміщення між двома наборами координат точок, використовуючи МНК. Його основними перевагами є значне спрощення чисельного розв'язання задачі пошуку параметрів перетворення, а також даний

алгоритм дозволяє отримати зазначені величини навіть у випадку наявності грубих похибок у вимірюваннях [137].

Він складається з трьох складових частин: перетворення, розрахунок коваріаційної матриці, розрахунок оптимальної матриці обертання.

Приймемо

$$q = \begin{pmatrix} x_{1q}, y_{1q}, z_{1q} \\ x_{1q}, y_{1q}, z_{1q} \\ \vdots \\ x_{nq}, y_{nq}, z_{nq} \end{pmatrix}, p = \begin{pmatrix} x_{1p}, y_{1p}, z_{1p} \\ x_{1p}, y_{1p}, z_{1p} \\ \vdots \\ x_{np}, y_{np}, z_{np} \end{pmatrix}, \quad (2.46)$$

де x_{nq}, y_{nq}, z_{nq} – координати тестових об'єктів в системі координат полігона q , x_{np}, y_{np}, z_{np} – координати тестових об'єктів в системі координат сканера p .

Першим етапом буде перетворення координат шляхом знаходження їх центроїдів та розрахунок приростів координат відносно центроїда:

$$C_Q = (\overline{x_q}, \overline{y_q}, \overline{z_q}), C_P = (\overline{x_p}, \overline{y_p}, \overline{z_p}), \quad (2.47)$$

$$dx_{iq} = x_{iq} - \overline{x_q}, dy_{iq} = y_{iq} - \overline{y_q}, dz_{iq} = z_{iq} - \overline{z_q}, \quad (2.48)$$

$$dx_{ip} = x_{ip} - \overline{x_p}, dy_{ip} = y_{ip} - \overline{y_p}, dz_{ip} = z_{ip} - \overline{z_p},$$

В результаті ми отримуємо два набори приростів координат відносно центроїдів:

$$Q = \begin{pmatrix} dx_{1q}, dy_{1q}, dz_{1q} \\ dx_{1q}, dy_{1q}, dz_{1q} \\ \vdots \\ dx_{nq}, dy_{nq}, dz_{nq} \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} dx_{1p}, dy_{1p}, dz_{1p} \\ dx_{1p}, dy_{1p}, dz_{1p} \\ \vdots \\ dx_{np}, dy_{np}, dz_{np} \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

Другий етап алгоритму – розрахунок коваріаційної матриці H :

$$H = cov(P, Q) = P^T Q \quad (2.50)$$

В результаті ми отримуємо взаємно-коваріаційну матрицю розміром 3×3 .

Третій етап – розрахунок оптимальної матриці обертання. В матричній формі можна записати [93]:

$$R = (H^T H)^{\frac{1}{2}} H^{-1}, \quad (2.51)$$

Проте, чисельне вирішення виразу 2.51. постає досить складною задачею, якщо враховувати всі можливі обмеження. Тому для обчислень використовують

сингулярний розклад матриці H , який є узагальненням розкладу матриці за власними векторами:

$$H = U\Sigma V^T, \quad (2.52)$$

де U – унітарна матриця ліво-сингулярних векторів, Σ – діагональна матриця з сингулярними числами σ у порядку зменшення, V – унітарна матриця право-сингулярних векторів.

Ліво-сингулярні вектори U є множиною ортонормованих головних векторів HH^T , а право-сингулярні вектори V – множиною ортонормованих головних векторів H^TH .

Оригінальний алгоритм містить перевірку правосторонності системи координат [137]:

$$R = V \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & d \end{pmatrix} U^T, \quad (2.53)$$

де $d = \text{sign}(\det VU^T)$.

Враховуючи, що при вимірюваннях використовується правостороння система координат, можемо записати:

$$R = VU^T \quad (2.54)$$

Вектор зсуву визначаємо через центроїди двох наборів координат [там же]:

$$T = C_Q^T - RC_P^T, \quad (2.55)$$

Отже, ми отримали параметри перетворення за Гельмертом координат точок з системи координат сканера в систему координат полігона за значеннями ρ_0 , ϕ_0 , α_0 . За виразом

$$\begin{bmatrix} X_i^P \\ Y_i^P \\ Z_i^P \end{bmatrix} = T + R \begin{bmatrix} X_i^Q \\ Y_i^Q \\ Z_i^Q \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

розрахуємо координати i , відповідно, прирости координат $\Delta x_i^p, \Delta y_i^p, \Delta z_i^p$.

При цьому, для оцінки точності перетворення можна скористатися різницями

приростів координат в системі координат полігона і трансформованих координат сканера:

$$\begin{aligned}d\Delta x_i &= \Delta x_i^q - \Delta x_i^p, \\d\Delta y_i &= \Delta y_i^q - \Delta y_i^p, \\d\Delta z_i &= \Delta z_i^q - \Delta z_i^p\end{aligned}\quad (2.57)$$

де індекси q і p позначають систему координат полігона і трансформовану систему координат сканера, відповідно.

Для оцінки СКП перетворених координат скористаємося формулою Бесселя:

$$m_{\text{тр}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d\Delta x_i^2, d\Delta y_i^2, d\Delta z_i^2}{n-1}} \quad (2.58)$$

Таким чином, ми можемо оцінити точність перетворення координат, або точність до калібрування.

2.5.3. Визначення напрямку трансформування для наступного врівноваження.

Пошук параметрів калібрування здійснюється шляхом мінімізації функції нев'язки еталонних значень координат X_i^Q , Y_i^Q , Z_i^Q з використанням прийнятої моделі коефіцієнтів параметрів калібрування за формулою (2.59):

$$F(s_p, a_0, b_1, b_2, b_3, b_4, c_0) = \sum_{i=0}^n ((X_i - \Delta X_i)^2 + (Y_i - \Delta Y_i)^2 + (Z_i - \Delta Z_i)^2) \quad (2.59)$$

Для визначення величин лінійних і кутових параметрів, скористаємось складовими, вказаними в (2.1 — 2.5):

$$\Delta \rho = a_0 + s_p \rho_j^{(i)}$$

$$\Delta \varphi = \frac{b_1}{\cos \alpha_j^{(i)}} + b_2 \tan \alpha_j^{(i)} + b_3 \sin \varphi_j^{(i)} + b_4 \cos \varphi_j^{(i)}$$

$$\Delta \alpha = c_0$$

, де a_0 – поправка у виміряну відстань, s_p – масштабний коефіцієнт, b_1 , b_2 , b_3 і b_4 – складові похибки за колімацію, нахил горизонтальної осі обертання або

гойдання дзеркала і за ексцентриситет, відповідно, c_0 — складова похибки індекса вертикального круга.

Підставивши ці значення у вираз 2.44, отримаємо параметричне рівняння зв'язку:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta z_i \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} F_1(i, s_p, a_0, b_1, b_2, b_3, b_4, c_0) \\ F_2(i, s_p, a_0, b_1, b_2, b_3, b_4, c_0) \\ F_3(i, s_p, a_0, b_1, b_2, b_3, b_4, c_0) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (s_p \rho_i - a_0) \cos \left(\varphi_i - \frac{b_1}{\cos \alpha_i} - b_2 \tan \alpha_i - b_3 \sin \varphi_i - b_4 \cos \varphi_i \right) \cos(\alpha_i - c_0) \\ (s_p \rho_i - a_0) \sin \left(\varphi_i - \frac{b_1}{\cos \alpha_i} - b_2 \tan \alpha_i - b_3 \sin \varphi_i - b_4 \cos \varphi_i \right) \cos(\alpha_i - c_0) \\ (s_p \rho_i - a_0) \sin(\alpha_i - c_0) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.60)$$

Знаходження мінімуму функції (2.60) можна виконувати різними способами. Класичний спосіб полягає в лінеаризації виразів (2.44) за змінними s_p , a_0 , b_1 , b_2 , b_3 , b_4 , c_0 для їх значень, що є близькими до очікуваних та в подальшому визначенні поправок до них з системи лінійних рівнянь за умови мінімуму відхилення від даних спостережень.

Нехай маємо деяке початкове значення $s_p^0, a_0^0, b_1^0, b_2^0, b_3^0, b_4^0, c_0^0$. Шукане значення подаємо так:

$$\begin{aligned} s_p &= s_p^0 + \Delta s_p, a_0 = \Delta a_0 + a_0^0, b_1 = \Delta b_1 + b_1^0, b_2 = \Delta b_2 + b_2^0, b_3 = \Delta b_3 + b_3^0, \\ b_4 &= \Delta b_4 + b_4^0, c_0 = \Delta c_0 + c_0^0, \end{aligned}$$

де поправки $\Delta s_p, \Delta a_0, \Delta b_1, \Delta b_2, \Delta b_3, \Delta b_4, \Delta c_0$ отримують з системи рівнянь (2.60):

$$A^T A X = A^T b \quad (2.61)$$

де A — матриця коефіцієнтів рівнянь поправок, X — поправки, що визначаються, b — вектор вільних членів.

Проте, враховуючи, що координати сканера спочатку повинні бути трансформовані в систему координат полігона за виразом 2.56, можемо записати параметричне рівняння зв'язку так:

$$\begin{aligned} X_i^P &= X_0 + X_i^Q r_{11} + Y_i^Q r_{12} + Z_i^Q r_{13} \\ Y_i^P &= Y_0 + X_i^Q r_{21} + Y_i^Q r_{22} + Z_i^Q r_{23} \\ Z_i^P &= Z_0 + X_i^Q r_{31} + Y_i^Q r_{32} + Z_i^Q r_{33}, \end{aligned} \quad (2.62)$$

де значення зсуву і розвороту отримуються з вектору зсуву і матриці розвороту з виразів 2.54 і 2.55:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix},$$

після чого розраховуються прирости координат. Як бачимо, при такому підході визначення коефіцієнтів рівнянь поправок і наступне чисельне розв'язання системи рівнянь 2.60 значно ускладнюється.

Тому автором запропоновано наступний підхід. Після отримання параметрів трансформації системи координат сканера в систему координат полігону проводиться зворотня трансформація за виразом:

$$\begin{bmatrix} X_i^Q \\ Y_i^Q \\ Z_i^Q \end{bmatrix} = R^{-1} \left(\begin{bmatrix} X_i^P \\ Y_i^P \\ Z_i^P \end{bmatrix} - T \right) \quad (2.63)$$

після чого проводиться розв'язання системи рівнянь 2.60 за параметричними рівняннями 2.59. У цьому випадку, після лінеаризації 2.59 розв'язання системи рівнянь можна записати у матричній формі:

$$X = (A^T A)^{-1} A^T b,$$

$$\text{де } X = \begin{bmatrix} \Delta a_0 \\ \Delta s_\rho \\ \Delta b_1 \\ \Delta b_2 \\ \Delta b_3 \\ \Delta b_4 \\ \Delta c_0 \end{bmatrix}$$

за допомогою яких ми знаходимо значення $a_0, s_p, b_1, b_2, b_3, b_4, c_0$.

2.5.4. Лінійний і нелінійний спосіб врівноваження.

Для визначення значень параметрів сканування лінійним способом скористаємося виразом:

$$(A^T A)^{-1} A^T b = X, \quad (2.64)$$

де A – матриця часткових похідних, визначена виразами 2.60, b – вектор вільних членів і X – вектор параметрів калібрування.

Для знаходження коефіцієнтів матриці A знайдемо часткові похідні від функцій F_1, F_2, F_3 за змінними $s_p, a_0, b_1, b_2, b_3, b_4, c_0$.

Визначимо часткові похідні для функції F_1 :

$$\frac{\partial F_1}{\partial a_0} = -\cos\left(\varphi_i - \frac{b_1}{\cos\alpha_i} - b_2 \tan\alpha_i - b_3 \sin\varphi_i - b_4 \cos\varphi_i\right) \cos(\alpha_i - c_0)$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial s_p} = \rho_i \cos\left(\varphi_i - \frac{b_1}{\cos\alpha_i} - b_2 \tan\alpha_i - b_3 \sin\varphi_i - b_4 \cos\varphi_i\right) \cos(\alpha_i - c_0)$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial b_1} = (s_p \rho_i - a_0) \cos(\alpha_i - c_0) \sin\left(\varphi_i - \frac{b_1}{\cos\alpha_i} - b_2 \tan\alpha_i - b_3 \sin\varphi_i - b_4 \cos\varphi_i\right) \frac{1}{\cos\alpha_i}$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial b_2} = (s_p \rho_i - a_0) \cos(\alpha_i - c_0) \sin\left(\varphi_i - \frac{b_1}{\cos\alpha_i} - b_2 \tan\alpha_i - b_3 \sin\varphi_i - b_4 \cos\varphi_i\right) \tan\alpha_i$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial b_3} = (s_p \rho_i - a_0) \cos(\alpha_i - c_0) \sin\left(\varphi_i - \frac{b_1}{\cos\alpha_i} - b_2 \tan\alpha_i - b_3 \sin\varphi_i - b_4 \cos\varphi_i\right) \sin\varphi_i$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial b_4} = (s_p \rho_i - a_0) \cos(\alpha_i - c_0) \sin\left(\varphi_i - \frac{b_1}{\cos\alpha_i} - b_2 \tan\alpha_i - b_3 \sin\varphi_i - b_4 \cos\varphi_i\right) \cos\varphi_i$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial c_0} = (s_p \rho_i - a_0) \cos\left(\varphi_i - \frac{b_1}{\cos\alpha_i} - b_2 \tan\alpha_i - b_3 \sin\varphi_i - b_4 \cos\varphi_i\right) \sin(\alpha_i - c_0)$$

Для функції F_2 :

$$\frac{\partial F_2}{\partial a_0} = -\sin\left(\varphi_i - \frac{b_1}{\cos\alpha_i} - b_2 \tan\alpha_i - b_3 \sin\varphi_i - b_4 \cos\varphi_i\right) \cos(\alpha_i - c_0)$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial s_p} = \rho_i \sin\left(\varphi_i - \frac{b_1}{\cos\alpha_i} - b_2 \tan\alpha_i - b_3 \sin\varphi_i - b_4 \cos\varphi_i\right) \cos(\alpha_i - c_0)$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial b_1} = -(s_p \rho_i - a_0) \cos(\alpha_i - c_0) \cos\left(\varphi_i - \frac{b_1}{\cos\alpha_i} - b_2 \tan\alpha_i - b_3 \sin\varphi_i - b_4 \cos\varphi_i\right) \frac{1}{\cos\alpha_i}$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial b_2} = -(s_p \rho_i - a_0) \cos(\alpha_i - c_0) \cos\left(\varphi_i - \frac{b_1}{\cos\alpha_i} - b_2 \tan\alpha_i - b_3 \sin\varphi_i - b_4 \cos\varphi_i\right) \tan\alpha_i$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial b_3} = -(s_p \rho_i - a_0) \cos(\alpha_i - c_0) \cos\left(\varphi_i - \cos \frac{b_1}{\cos \alpha_i} - b_2 \tan \alpha_i - b_3 \sin \varphi_i - b_4 \cos \varphi_i\right) \sin \varphi_i$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial b_4} = -(s_p \rho_i - a_0) \cos(\alpha_i - c_0) \cos\left(\varphi_i - \cos \frac{b_1}{\cos \alpha_i} - b_2 \tan \alpha_i - b_3 \sin \varphi_i - b_4 \cos \varphi_i\right) \cos \varphi_i$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial c_0} = (s_p \rho_i - a_0) \sin\left(\varphi_i - \frac{b_1}{\cos \alpha_i} - b_2 \tan \alpha_i - b_3 \sin \varphi_i - b_4 \cos \varphi_i\right) \sin(\alpha_i - c_0)$$

Для функції F_3 :

$$\frac{\partial F_3}{\partial a_0} = -\sin(\alpha_i - c_0)$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial s_p} = \rho_i \sin(\alpha_i - c_0)$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial b_1} = 0, \quad \frac{\partial F_3}{\partial b_2} = 0, \quad \frac{\partial F_3}{\partial b_3} = 0, \quad \frac{\partial F_3}{\partial b_4} = 0$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial c_0} = -(s_p \rho_i - a_0) \cos(\alpha_i - c_0)$$

Елементи матриці A визначаються таким чином:

$$a_{3i,j} = \frac{\partial F_1}{\partial d_j}(s_p^0, a_0^0, b_1^0, b_2^0, b_3^0, b_4^0, c_0^0)$$

$$a_{3i+1,j} = \frac{\partial F_2}{\partial d_j}(s_p^0, a_0^0, b_1^0, b_2^0, b_3^0, b_4^0, c_0^0), \quad i = 1 \dots n, j = 1 \dots 7$$

$$a_{3i+2,j} = \frac{\partial F_3}{\partial d_j}(s_p^0, a_0^0, b_1^0, b_2^0, b_3^0, b_4^0, c_0^0)$$

Наведений спосіб калібрування дозволяє провести розрахунки і визначити параметри будь-якому користувачу без залучення високоточного обладнання та спеціалізованого програмного забезпечення. Крім того, за рахунок роздільного визначення параметрів перетворення і параметрів сканування, ми уникаємо кореляції між цими величинами.

Також в роботі розглянуто нелінійний розв'язок цієї задачі.

Оскільки виконується пошук мінімуму функції нев'язки, то логічно використати умову мінімуму для функції багатьох змінних, яка для нашої функції прийме вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(s_p, a_0, b_1, b_2, b_3, b_4, c_0)}{\partial s_p} &= 0, \frac{\partial F(s_p, a_0, b_1, b_2, b_3, b_4, c_0)}{\partial a_0} = 0, \frac{\partial F(s_p, a_0, b_1, b_2, b_3, b_4, c_0)}{\partial b_1} = 0, \\ \frac{\partial F(s_p, a_0, b_1, b_2, b_3, b_4, c_0)}{\partial b_2} &= 0, \frac{\partial F(s_p, a_0, b_1, b_2, b_3, b_4, c_0)}{\partial b_3} = 0, \frac{\partial F(s_p, a_0, b_1, b_2, b_3, b_4, c_0)}{\partial b_4} = 0, \\ \frac{\partial F(s_p, a_0, b_1, b_2, b_3, b_4, c_0)}{\partial c_0} &= 0 \end{aligned} \quad (2.65)$$

Система рівнянь 2.65 – нелінійна. Знаходження розв’язку нелінійної системи рівнянь можна трактувати, як нелінійний спосіб вирівнювання. Проте, чисельне вирішення зазначеної системи рівнянь представляє собою складну задачу. Однак, сучасні пакети прикладних математичних програм дозволяють успішно застосовувати їх для розв’язання різних задач, в тому числі і для нашого випадку. Автором було створено програму в комплексі Mathcad® для визначення параметрів калібрування нелінійним способом. Аналіз отриманих результатів подано в Розділі 3.3.

В Додатку 1 наведено програми для всіх сканерів, обидві станції. Окремі станції сканування розраховувалися аналогічно, при двох наборах даних і з визначенням для них параметрів перетворення і калібрування.

В Розділі 3 проведено розв’язання задачі калібрування НЛС як лінійним, так і нелінійним способом, а також проведено порівняння отриманих результатів. При використанні нелінійного вирівнювання для знаходження параметрів перетворення також використовувався алгоритм Кабша-Умеями, після чого розв’язувалася система нелінійних рівнянь.

2.5.5. Способи збільшення повноти даних для калібрування.

При використанні класичного методу калібрування, точні значення поправок ми отримуємо тільки для тестових об’єктів. Тому, для врахування змінної складової систематичної похибки в різних частинах поля зору лазерного сканера можна використати два способи.

Перший, що легше використати на практиці — це виконання апроксимації для конкретної ділянки поля зору сканера. Другий, не досліджений на сьогодні, полягає у створенні калібрувального полігону, що охоплює весь спектр кутових і

лінійних вимірювань сканера. Як зазначено далі, даний спосіб потребує подальшого вивчення потенційного розташування тестових об'єктів, максимального та мінімального діапазону кутів і відстаней між ними тощо. Питання оптимального розміщення тестових об'єктів та їх кількості, або, так зване, «влаштування ідеального полігону» недостатньо вивчене на сьогоднішній день. Наприклад, в [54] через складність механізму утворення систематичних похибок в НЛС моделювання змінної складової систематичних похибок пропонується виконувати методом моделювання з використанням нейронних мереж. Побудовані таким способом моделі калібрування дозволяють обчислювати систематичні похибки в будь-якому секторі поля зору лазерного сканера і досягати кращої точності визначення складових систематичної похибки або додаткових параметрів сканування. Проте, застосування цього методу на практиці призводить до значних витрат часу і трудових ресурсів. Тому, зазначений спосіб доцільно використовувати виробникам обладнання, що мають відповідне матеріально-технічне забезпечення.

В запропонованому способі роздільного визначення параметрів трансформування і калібрування визначається функціональна залежність параметрів калібрування від виміряних величин. Після отримання коефіцієнтів або додаткових параметрів можна визначити виправлені координати усіх точок скану за виразом 2.59. Обчислення такої кількості точок потребує використання технологій big data, таких як масово-паралельне обчислення.

Проте, для оптимального визначення параметрів калібрування постає задача якнайповнішого охоплення лінійних і кутових діапазонів роботи наземних лазерних сканерів. Питання проектування полігону докладніше розглянуто в Розділі 2.4, а в даному випадку розглянемо спосіб підвищення повноти даних.

Зазвичай, станцію сканування вибирають ближче до однієї з стін або кута приміщення, що використовується в якості полігона. Цим досягається більша різниця у виміряних відстанях при калібруванні. При цьому, витримати задану мінімальну кутову відстань між ТОК досить просто – на ближчих відстанях

розміщувати марки потрібно частіше. Але при цьому виникає нерівномірність розподілення вимірної відстані в залежності від горизонтального напрямку.

Тому пропонується використати аналог способу кругових прийомів, що використовується при вимірюванні горизонтальних кутів. Після проведення сканування в одному положенні, прилад повертається на кут, наприклад, 180° , після чого проводиться повторне сканування тестових об'єктів. Величину кута повороту i , відповідно, кількість сканів можна змінювати в залежності від конфігурації полігону. Також, якщо прилад обладнано вертикальним поворотним механізмом, його можна нахилити для повнішого охоплення вертикальних кутових діапазонів.

При цьому, математична модель визначення додаткових параметрів калібрування не змінюється. Для кожного скану, отриманого з поворотом або нахилом, визначаються R і T , після чого проводиться зворотня трансформація еталонних координат в систему координат конкретного скану за виразом 2.63:

$$\begin{bmatrix} X_i^{Qn} \\ Y_i^{Qn} \\ Z_i^{Qn} \end{bmatrix} = R_n^{-1} \left(\begin{bmatrix} X_i^{Pn} \\ Y_i^{Pn} \\ Z_i^{Pn} \end{bmatrix} - T_n \right),$$

де n – кількість сканів.

При розв'язанні задачі знаходження параметрів сканування у даному випадку в n раз збільшується тільки кількість рядків матриці A і вектору b .

В розділі 3 буде проведено порівняння параметрів, отриманих з різних станцій сканування і за допомогою сумісного зрівнювання.

2.6. Порядок калібрування наземних лазерних сканерів.

При використанні точкових марок, їх координати доцільно визначити за допомогою електронного тахеометра. Необхідною умовою є дотримання умови [54]:

$$m_M \leq \frac{1}{3} m_K, \quad (2.66)$$

де m_M - СКП визначення координат тестових об'єктів; m_K - СКП калібрування, приймається рівній паспортній точності лазерного сканера (досліджено в розділі 2.).

Процес сканування, перетворення координат та обчислення різниць будемо вважати підготовчим етапом калібрування. Цей етап включає ряд важливих проміжних процесів. Послідовність реалізацій цих процесів наведено на рис. 2.34.

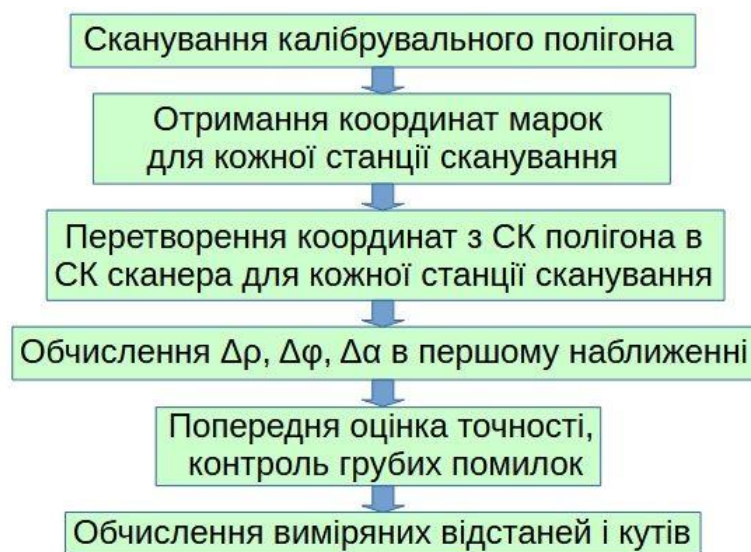


Рис. 2.34. Технологічна схема підготовчого етапу калібрування.

Теоретично, при достатній щільності та кількості тестових об'єктів достатньо проведення сканування з двох станцій, які знаходяться на різній висоті. Для калібрування тільки кутомірного блоку достатньо провести сканування з однієї станції [128]. Зрозуміло, що досягти великої щільності точок досягти дуже складно, особливо при проведенні калібрування в польових умовах.

Перетворення координат точок кожної станції сканування виконують з використанням стандартного перетворення координат по Гельмерту, приймаючи масштабний коефіцієнт рівним 1. За результатами перетворення виконують оцінку точності, контроль грубих помилок, та на основі аналізу відхилень координат тестових об'єктів роблять остаточний висновок про необхідність калібрування сканера. Наступний етап — це, безпосередньо, калібрування сканера. Послідовність процесів етапу калібрування наведено на рис. 2.35.

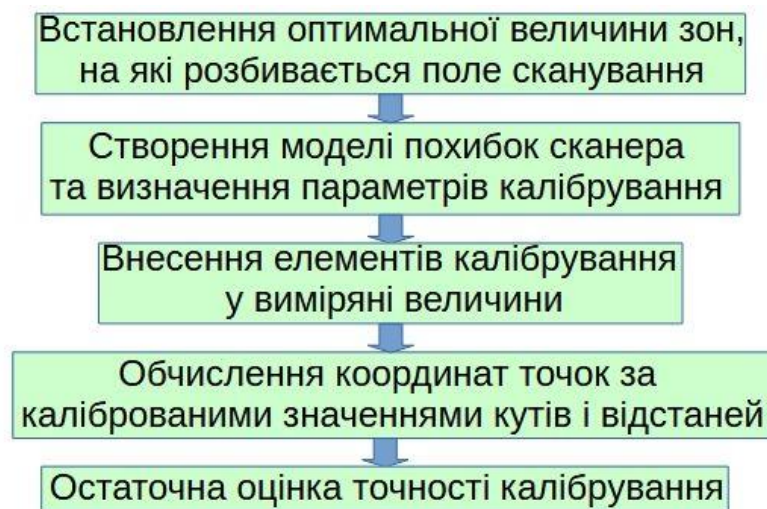


Рис. 2.35. Технологічна схема основного етапу калібрування.

За обчисленими кутами і відстанями обчислюють відхилення на тестових об'єктах.

Після визначення систематичних похибок $\Delta\rho$, $\Delta\varphi$ і $\Delta\alpha$ сканера виконують обчислення виправлених координат за виразом (2.44):

$$\begin{bmatrix} x_j^i \\ y_j^i \\ z_j^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\rho_j^i - \Delta\rho) \cos(\varphi_j^i - \Delta\varphi) \cos(\alpha_j^i - \Delta\alpha) \\ (\rho_j^i - \Delta\rho) \sin(\varphi_j^i - \Delta\varphi) \cos(\alpha_j^i - \Delta\alpha) \\ (\rho_j^i - \Delta\rho) \sin(\alpha_j^i - \Delta\alpha) \end{bmatrix}, \quad (2.67)$$

де

x_j^i, y_j^i, z_j^i - координати точки j на i -му скані;

$\rho_j^i, \varphi_j^i, \alpha_j^i$ - полярні координати точки виміряні сканером;

$\Delta\rho, \Delta\varphi, \Delta\alpha$ - систематичні похибки сканера.

У разі використання спрощеної математичної моделі для калібрування тільки кутомірного блока, вираз (2.45) відповідно, модифікують:

$$\begin{bmatrix} x_j^i \\ y_j^i \\ z_j^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\rho_j^i) \cos(\varphi_j^i - \Delta\varphi) \cos(\alpha_j^i - \Delta\alpha) \\ (\rho_j^i) \sin(\varphi_j^i - \Delta\varphi) \cos(\alpha_j^i - \Delta\alpha) \\ (\rho_j^i) \sin(\alpha_j^i - \Delta\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

За виправленими координатами виконують зворотне перетворення координат та виконують оцінку точності калібрування.

На основі аналізу та узагальнення результатів досліджень, проведених у Розділі 2, було розроблено технологічну схему калібрування НЛС (рис. 2.36).

Технологічна схема калібрування НЛС

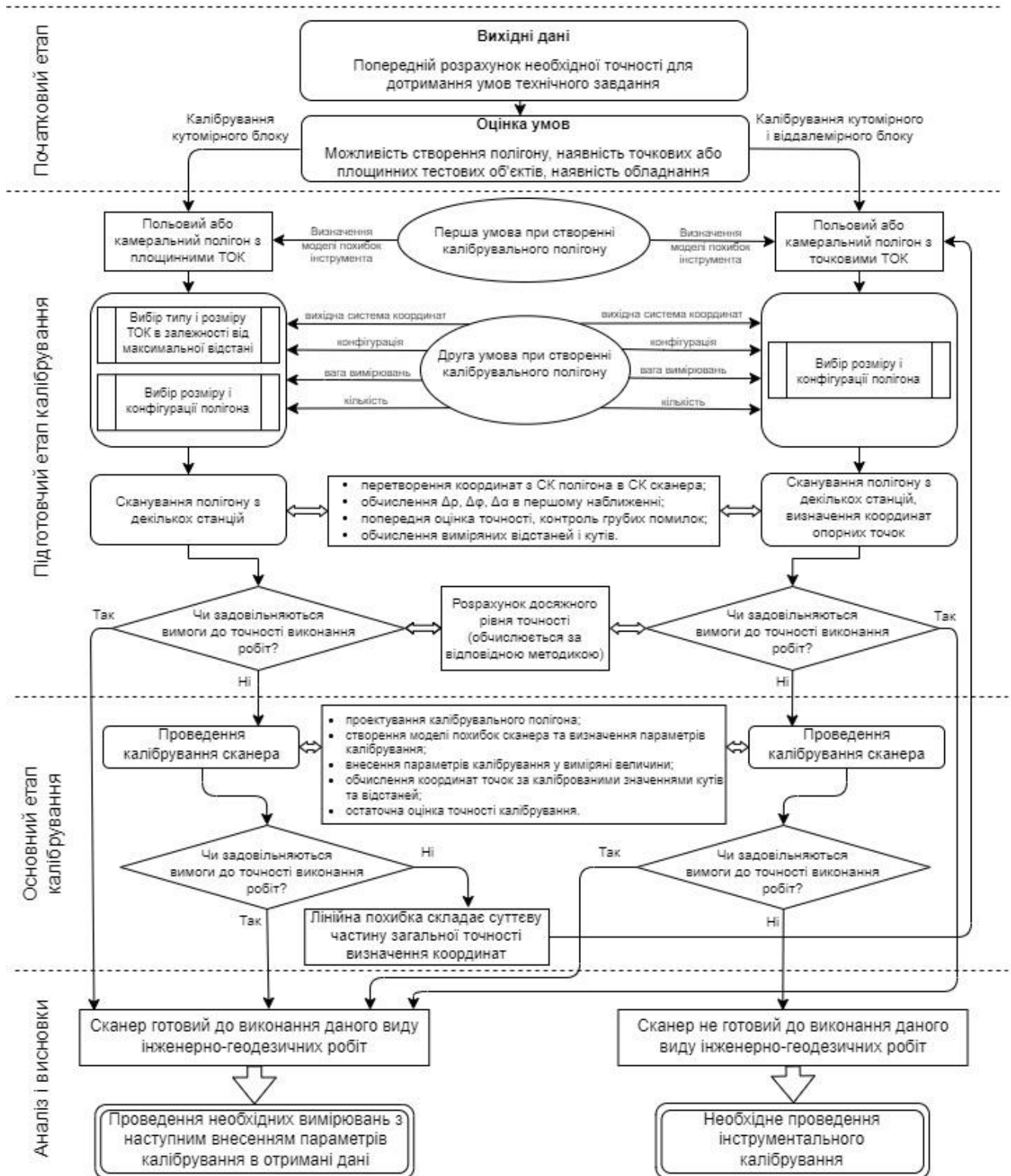


Рис. 2.36. Технологічна схема калібрування НЛС.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2.

1. Виконано моделювання точності НЛС з врахуванням впливу систематичних похибок (похибка за виміряну відстань, похибка за помилку індекса вертикального круга, похибка за нахил горизонтальної осі дзеркала, похибка з лінійний ексцентриситет, похибка за колімацію) на точність визначення координат та доведено необхідність калібрування наземних лазерних сканерів для підвищення їх точності до рівня, достатнього для виконання інженерно-геодезичних робіт;
2. Проведено дослідження та встановлено залежність між відстанню до сканера та формою і розміром тестового об'єкту калібрування для можливості проведення калібрування. Визначено максимально можливі відстані проведення калібрування по стандартним площинним об'єктам. Обґрунтовано критерії вибору типу ТОК для проведення калібрування;
3. Запропоновано систему статистичної оцінки для визначення доброякісності вимірювань та визначення оптимального режиму визначення координат точкових ТОК;
4. Розроблено методичні основи проектування калібрувального полігону за заданими параметрами та з використанням доступних об'єктів калібрування; проведено проектування полігону з визначенням кількості та конфігурації марок;
5. Проведено модифікацію математичної моделі калібрування з розділенням її на два етапи: перетворення координат між системами координат за алгоритмом Кабша-Умеями і, безпосередньо, калібрування. Це дозволяє суттєво спростити процес розрахунку додаткових параметрів та позбутися кореляції між параметрами перетворення і параметрами калібрування;
6. Запропоновано спосіб підвищення повноти даних, отриманих при калібруванні НЛС;

7. Відповідно до модифікованої математичної моделі розроблено спосіб чисельного розв'язання задачі калібрування, доступної для пересічного користувача;
8. Розглянуто лінійний та нелінійний способи вирівнювання при пошуку параметрів калібрування, створено програму для нелінійного розв'язання;
9. На основі проведених досліджень розроблено порядок калібрування наземних лазерних сканерів.

РОЗДІЛ 3.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ НАЗЕМНОГО ЛАЗЕРНОГО СКАНУВАННЯ ШЛЯХОМ КАЛІБРУВАННЯ.

3.1. Порівняння ручного і автоматичного вимірювання координат ТОК.

Було досліджено точність визначення координат центру тестового об'єкта в ручному і автоматичному режимі. Для цього було проведено вимірювання в двох режимах для порівняння точності.

Принцип вимірювання був наступний:

1. Фіксація марок в полі зору сканера (360° по горизонталі, 70° по вертикалі);
2. Сканування марок в режимі сканування (ручне вимірювання) або в режимі сканування марок (автоматичне вимірювання);
3. Вимірювання тих же марок високоточним електронним тахеометром повним круговим прийомом.

В результаті для кожного способу було отримано два набори координат одних і тих же 8 точок. Як пропонувалося в Розділі 2.4, для оцінки точності координат марок було використано непрямий спосіб — порівняння відстаней між усіма точками. Відповідно, для відстаней визначалися СКП та проводився подальший аналіз. Це дозволило оцінити безпосередньо, способи визначення координат тестових об'єктів без впливу інших факторів.

В табл. 3.1 і 3.2. наведено значення координат тестових об'єктів, отриманих обома способами.

	№ тт	Тахеометр			Сканер		
		X	Y	Z	X	Y	Z
Ручн е	01	-5,441	8,904	0,232	19,452	2,030	0,320
	02	-3,604	8,876	-1,142	17,869	2,961	-1,053

	№ тт	Тахеометр			Сканер		
		03	-2,294	5,685	-0,161	15,093	0,915
	04	16,908	-7,192	0,052	-8,006	-0,106	0,139
	05	11,667	-5,320	0,064	-2,557	-1,230	0,151
	06	6,925	0,752	0,209	4,650	1,489	0,298
	07	6,485	0,246	0,981	4,765	0,829	1,063
	08	6,534	0,298	-1,618	4,753	0,904	-1,529

Табл. 3.1. Координати тестових об'єктів, виміряні електронним тахеометром і сканером – ручне визначення.

	№ тт	Тахеометр			Сканер		
		X	Y	Z	X	Y	Z
Автоматичне	1	3,628	-0,174	-0,905	2,986	-2,247	-0,841
	2	2,586	1,349	-0,116	3,003	-0,401	-0,052
	3	1,258	3,284	0,590	3,019	1,945	0,654
	4	-0,373	3,076	-1,419	1,562	2,709	-1,355
	5	-2,123	1,873	-0,132	-0,561	2,724	-0,068
	6	-3,730	0,771	0,681	-2,511	2,738	0,745
	7	-3,426	-0,197	-1,394	-2,814	1,77	-1,329
	8	-2,335	-1,796	-0,138	-2,835	-0,166	-0,074

Табл. 3.2. Координати тестових об'єктів, виміряні електронним тахеометром і сканером – автоматичне визначення.

Було розглянуто всі можливі відстані між точками та порівняно відповідні пари з 28 відстаней. За еталонні марки і відстані було прийнято ті, що виміряні за допомогою електронного тахеометра. Відстані між марками визначались, як функції координат за виразом 2.10, а різниці відстаней обчислено за виразом 2.11.

Зведено дані у таблицю:

Назва лінії	Тахеометр			Сканер			S, м		ΔS , мм
	ΔX , м	ΔY , м	ΔZ , м	ΔX , м	ΔY , м	ΔZ , м	Тах.	Сканер	
01-02	1,837	-0,028	-1,374	-1,583	0,931	-1,373	2,2939	2,2930	-0,9
01-03	3,147	-3,219	-0,393	-4,359	-1,115	-0,394	4,5190	4,5166	-2,4
01-04	22,350	-16,096	-0,180	-27,458	-2,136	-0,181	27,5431	27,5416	-1,6
01-05	17,108	-14,224	-0,168	-22,009	-3,260	-0,169	22,2492	22,2498	0,5
01-06	12,366	-8,152	-0,023	-14,802	-0,541	-0,022	14,8110	14,8119	0,9
01-07	11,926	-8,658	0,749	-14,687	-1,201	0,743	14,7564	14,7547	-1,6

На-	Тахеометр			Сканер			S, м		ΔS ,
01-08	11,975	-8,606	-1,850	-14,699	-1,126	-1,849	14,8623	14,8576	-4,7
02-03	1,310	-3,191	0,980	-2,776	-2,046	0,979	3,5863	3,5848	-1,5
02-04	20,513	-16,068	1,194	-25,875	-3,067	1,192	26,0842	26,0834	-0,8
02-05	15,271	-14,196	1,206	-20,426	-4,191	1,204	20,8850	20,8863	1,3
02-06	10,529	-8,124	1,351	-13,219	-1,472	1,351	13,3671	13,3691	2,0
02-07	10,089	-8,630	2,123	-13,104	-2,132	2,116	13,4452	13,4439	-1,3
02-08	10,138	-8,578	-0,476	-13,116	-2,057	-0,476	13,2888	13,2849	-3,9
03-04	19,203	-12,877	0,214	-23,099	-1,021	0,213	23,1215	23,1225	1,0
03-05	13,961	-11,004	0,226	-17,650	-2,145	0,225	17,7782	17,7813	3,1
03-06	9,219	-4,933	0,371	-10,443	0,574	0,372	10,4621	10,4654	3,3
03-07	8,779	-5,439	1,143	-10,328	-0,086	1,137	10,3903	10,3908	0,5
03-08	8,828	-5,387	-1,457	-10,340	-0,011	-1,455	10,4439	10,4419	-2,0
04-05	-5,241	1,873	0,012	5,449	-1,124	0,012	5,5659	5,5637	-2,2
04-06	-9,984	7,944	0,157	12,656	1,595	0,159	12,7599	12,7571	-2,8
04-07	-10,423	7,439	0,929	12,771	0,935	0,924	12,8391	12,8385	-0,6
04-08	-10,374	7,491	-1,670	12,759	1,010	-1,668	12,9045	12,9071	2,7
05-06	-4,742	6,072	0,145	7,207	2,719	0,147	7,7057	7,7042	-1,4
05-07	-5,182	5,566	0,917	7,322	2,059	0,912	7,6598	7,6605	0,6
05-08	-5,133	5,618	-1,682	7,310	2,134	-1,680	7,7934	7,7982	4,8
06-07	-0,440	-0,506	0,772	0,115	-0,660	0,765	1,0224	1,0169	-5,5
06-08	-0,391	-0,454	-1,827	0,103	-0,585	-1,827	1,9228	1,9211	-1,6
07-08	0,049	0,052	-2,599	-0,012	0,075	-2,592	2,6002	2,5931	-7,1
							Середнє відхилення		-
							Середня квадратична похибка		0,76
									2,72

Табл. 3.3. Різниці відстаней між точками, отриманих електронним тахеометром і сканером для ручного визначення координат.

Назва лінії	Тахеометр			Сканер			S, м		ΔS , мм
	ΔX	ΔY	ΔZ	ΔX	ΔY	ΔZ	Тах.	Сканер	
1-2	-1,042	1,523	0,789	0,017	1,846	0,789	2,0069	2,0076	0,7
1-3	-2,370	3,458	1,495	0,033	4,192	1,495	4,4508	4,4507	-0,1
1-4	-4,001	3,250	-0,514	-1,424	4,956	-0,514	5,1802	5,1821	1,9
1-5	-5,751	2,047	0,773	-3,547	4,971	0,773	6,1532	6,1555	2,3
1-6	-7,358	0,945	1,586	-5,497	4,985	1,586	7,5861	7,5883	2,2
1-7	-7,054	-0,023	-0,489	-5,800	4,017	-0,488	7,0710	7,0721	1,1
1-8	-5,963	-1,622	0,767	-5,821	2,081	0,767	6,2271	6,2292	2,1
2-3	-1,328	1,935	0,706	0,016	2,346	0,706	2,4508	2,4500	-0,8
2-4	-2,959	1,727	-1,303	-1,441	3,110	-1,303	3,6655	3,6669	1,4

Назва	Тахеометр			Сканер			S, м		ΔS ,
2-5	-4,709	0,524	-0,016	-3,564	3,125	-0,016	4,7381	4,7400	1,9
2-6	-6,316	-0,578	0,797	-5,514	3,139	0,797	6,3923	6,3947	2,5
2-7	-6,012	-1,546	-1,278	-5,817	2,171	-1,277	6,3378	6,3389	1,1
2-8	-4,921	-3,145	-0,022	-5,838	0,235	-0,022	5,8402	5,8428	2,6
3-4	-1,631	-0,208	-2,009	-1,457	0,764	-2,009	2,5961	2,5967	0,6
3-5	-3,381	-1,411	-0,722	-3,580	0,779	-0,722	3,7341	3,7342	0,2
3-6	-4,988	-2,513	0,091	-5,530	0,793	0,091	5,5860	5,5873	1,3
3-7	-4,684	-3,481	-1,984	-5,833	-0,175	-1,983	6,1639	6,1633	-0,5
3-8	-3,593	-5,080	-0,728	-5,854	-2,111	-0,728	6,2647	6,2654	0,8
4-5	-1,750	-1,203	1,287	-2,123	0,015	1,287	2,4832	2,4827	-0,5
4-6	-3,357	-2,305	2,100	-4,073	0,029	2,100	4,5818	4,5826	0,8
4-7	-3,053	-3,273	0,025	-4,376	-0,939	0,026	4,4759	4,4757	-0,2
4-8	-1,962	-4,872	1,281	-4,397	-2,875	1,281	5,4062	5,4074	1,2
5-6	-1,607	-1,102	0,813	-1,950	0,014	0,813	2,1114	2,1127	1,4
5-7	-1,303	-2,070	-1,262	-2,253	-0,954	-1,261	2,7523	2,7525	0,2
5-8	-0,212	-3,669	-0,006	-2,274	-2,890	-0,006	3,6751	3,6774	2,3
6-7	0,304	-0,968	-2,075	-0,303	-0,968	-2,074	2,3098	2,3087	-1,0
6-8	1,395	-2,567	-0,819	-0,324	-2,904	-0,819	3,0342	3,0346	0,4
7-8	1,091	-1,599	1,256	-0,021	-1,936	1,255	2,3075	2,3073	-0,2
							Середнє відхилення		0,91
							Середня квадратична похибка		1,07

Табл. 3.4. Різниці відстаней між точками, отриманих електронним тахеометром і сканером для автоматичного визначення координат.

Стандартне відхилення для значень ΔS визначалось за формулою 2.12.

Для ручного способу визначення координат величина $m_{\Delta S}$ склала 2,72 мм, а для автоматичного — 1,07 мм.

Середню квадратичну похибку середньої квадратичної похибки обчислено за виразом 2.13 і становить 0,37 мм для ручного визначення і 0,15 мм для автоматичного визначення.

Проведено статистичну оцінку результатів.

Середню квадратичну похибка арифметичної середини визначено за формулою 2.14 і становить 0,51 мм для ручного визначення і 0,20 мм для автоматичного визначення.

СКП середньої квадратичної похибки арифметичної середини визначається за виразом 2.15. Значення склали 0,07 мм для ручного визначення і 0,03 мм для автоматичного визначення.

Для перевірки виконання умови 2.16 визначено t за таблицями розподілу Стьюдента, залежно від заданої імовірності β та числа ступенів вільності n .

Зведено дані для обох типів визначення в таблицю:

Задана ймовірність	95%	98%	99%	99,5%	99,8%	99,9%	99,99%
$t_{\beta}(n=27)$	2,052	2,473	2,771	3,057	3,421	3,690	4,558
Ручне визначення ($m_{\Delta S}=2,72$ мм, $m_m=0,37$ мм)							
$t_{\beta}m_m$	0,759	0,915	1,025	1,131	1,266	1,365	1,687
Автоматичне визначення ($m_{\Delta S}=1,07$ мм, $m_m=0,15$ мм)							
$t_{\beta}m_m$	0,308	0,371	0,416	0,459	0,513	0,554	0,684

Табл. 3.5. Визначення ступеню довіри по t -розподілу Стьюдента при ручному і автоматичному визначенні координат тестових об'єктів (СКП).

Як видно, в обох випадках отримані значення вказують на високий ступінь довіри до результатів — 99,99%, що свідчить про те, що оцінка m отримана надійно.

Надійність визначення СКП арифметичної середини проконтрольовано за допомогою умови 2.17, а отримані дані зведено в таблицю:

Задана ймовірність	95%	98%	99%	99,5%	99,8%	99,9%	99,99%
t_{β}	2,052	2,473	2,771	3,057	3,421	3,690	4,558
Ручне визначення ($M=0,51$ мм, $m_M=0,07$ мм)							
$t_{\beta}m_M$	0,14	0,17	0,19	0,21	0,24	0,26	0,32
Автоматичне визначення ($M=0,20$ мм, $m_M=0,03$ мм)							
$t_{\beta}m_M$	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11	0,14

Табл. 3.6. Визначення ступеню довіри по t -розподілу Стьюдента при ручному і автоматичному визначенні координат тестових об'єктів (СКП арифметичної середини).

Як видно, аналогічно попередній таблиці, отримані значення вказують на високий ступінь довіри до результатів — 99,99%, що свідчить про те, що оцінка M отримана надійно.

Визначено довірчі інтервали для можливого значення істинної величини та можливих значень результатів вимірів за допомогою виразів 2.18.

Для можливого значення істинної величини довірчий інтервал становить $-2,53 \leq X \leq 1,01$ для ручного визначення і $0,08 \leq X \leq 1,74$ – для автоматизованого.

Для можливих значень результатів вимірів довірчий інтервал становить $-10,18 \leq x_i \leq 8,66$ для ручного визначення і $-3,53 \leq x_i \leq 5,35$ – для автоматичного.

Порівнюючи отримані дані з результатами вимірів, бачимо, що всі результати вимірів належать розрахунковому інтервалу, а тому є доброякісними.

Для визначення довірчого інтервалу дисперсії та стандарту арифметичної середини, а також стандартного відхилення ΔS , скористаємось виразами 2.19 – 2.22. Статистики (квантилі) χ_1^2 і χ_2^2 вибираються з таблиць розподілу Пірсона за числом ступенів вільності $n-1$ та заданій імовірності β по виразу 2.23.

Для отриманої імовірності 99,99% та відомих ступенях вільності, значення для ручного і автоматичного визначення рівні і складають:

$$p_1 = 0,99995; p_2 = 0,00005.$$

Отже, значення статистик χ^2 складають:

$$\chi_1^2 = 7,1914; \chi_2^2 = 65,3712 \text{ для ручного і автоматичного визначення.}$$

Відповідно, розраховуємо коефіцієнти:

$$\gamma_1 = 0,6427; \gamma_2 = 1,9376.$$

Тепер визначимо довірчі інтервали.

Дисперсія арифметичної середини M^2 $0,167 \leq 0,260 \leq 0,504$ для ручного визначення і $0,026 \leq 0,040 \leq 0,078$ для автоматичного.

Стандарт середнього арифметичного M $0,33 \leq 0,51 \leq 0,99$ для ручного визначення і $0,13 \leq 0,20 \leq 0,39$ для автоматичного.

Для стандартного відхилення ΔS $m_{\Delta S}$ $1,75 \leq 2,72 \leq 5,27$ для ручного визначення і $0,69 \leq 1,07 \leq 2,07$ для автоматичного.

Зведено отримані дані в одну таблицю:

Назва параметру	Позначення	Значення	
		Ручне визначення	Автоматичне визначення
Середня квадратична похибка ΔS	$m_{\Delta S}$	2,72 мм	1,07 мм
СКП середньої квадратичної похибки	m_m	0,37 мм	0,15 мм
СКП арифметичної середини	M	0,51 мм	0,20 мм
СКП середньої квадратичної похибки арифметичної середини	m_M	0,07 мм	0,03 мм
Ступінь довіри по t-розподілу Стьюдента	β	99,99%	99,99%
Довірчий інтервал для можливого значення істинної величини	X	-2,53 ... 1,01	0,08 ... 1,74
Довірчий інтервал для можливих значень результатів вимірів	x_i	-10,18 ... 8,66	-3,53 ... 5,35
Реальні значення результатів вимірів	x_i	-7,10 ... 4,81	-1,03 ... 2,59
Довірчий інтервал дисперсії арифметичної середини	M^2	0,167 ... 0,504	0,026 ... 0,078
Довірчий інтервал СКП арифметичної середини	M	0,33 ... 0,99	0,13 ... 0,39
Довірчий інтервал стандартного відхилення ΔS	$m_{\Delta S}$	1,75 ... 5,27	0,69 ... 2,07

Табл. 3.7. Статистична обробка результатів вимірів при ручному і автоматичному визначенні координат ТОК.

Визначення похибки вимірювання координат тестового об'єкта.

Для визначення похибки вимірювання координат тестового об'єкта m_{OM} скористалися виразом 2.24 і отримали СКП визначення координат вручну в розмірі 1,9 мм, а при розпізнаванні в автоматичному режимі - 0,8 мм.

Отже, при проведенні калібрування лазерного сканера, що має подібну функцію, доцільно використовувати автоматичне вимірювання координат тестових об'єктів, яке точніше, ніж ручне.

3.2. Створення та сканування тестового калібрувального полігону.

Для створення камерального полігону було використано приміщення розміром 20 на 6 метрів. За розробленими методичними основами було розраховано максимальні відстані між марками з урахуванням кутової відстані в 30° . Проте, розміщення запроєктованих марок стикнулося з деякими обмеженнями. Це наявність в приміщенні технологічного обладнання, мокра підлога та відсутність можливості закріпити марки на стелі. Тому на різних відмітках було розташовано загалом, 24 тестових об'єкта калібрування. Їх сканування проводилося різними сканерами в два етапи. Для другого етапу прилад зміщувався і повертався, як було запропоновано в Розділі 2.6.5. Таким чином вдалося забезпечити більшу кількість кутових і лінійних вимірів та витримати кутову відстань на всьому діапазоні вимірювання по горизонталі.

Схему приміщення наведено на Рис. 3.1:

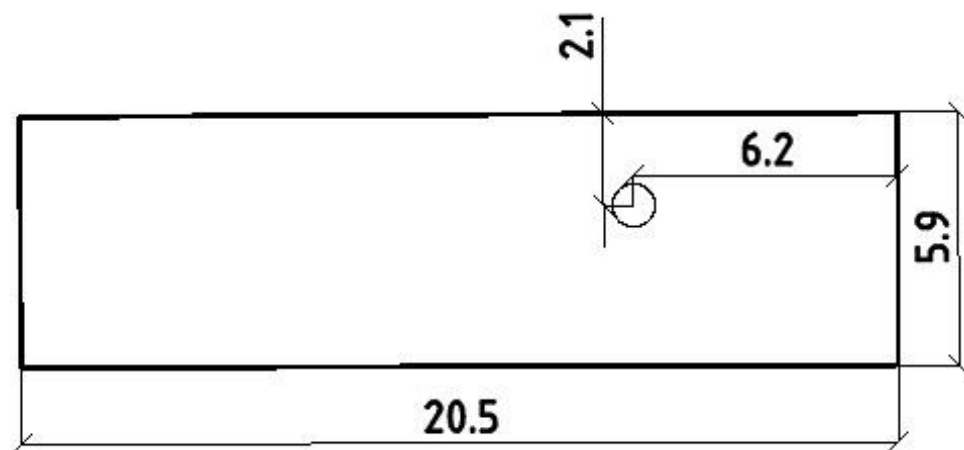


Рис. 3.1. Схема приміщення з розташуванням точок стояння сканера.

Нижче наведено фрагменти сканів з видимими ТОК і зразок ТОК на скані.



Рис. 3.2. Фрагменти сканів з видимими ТОК

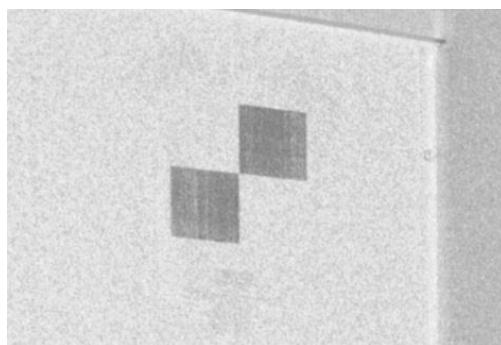


Рис. 3.3. Зразок ТОК на скані

Одночасно зі скануванням марок, їх координати було визначено за допомогою високоточного електронного тахеометра. Результати дослідження точності тахеометра на спеціалізованому обладнанні з використанням кутового та лінійного еталона дали таку точність:

- вимірювання горизонтальних і вертикальних кутів — 0,5”;
- вимірювання відстаней в режимі “на плівку” і “без відбивача” — 0,5мм.

Користуючись виразами (1.2) і (1.3), отримаємо взаємну точність визначення координат меншу 0,6 мм. Порівнюючи з даними інструментальної точності сканерів, бачимо, що умова (2.68) виконана:

$$m_M \leq \frac{1}{3} m_K$$

Таким чином, для кожного сканера було отримано координати всіх марок в трьох різних системах координат – одна в СК тахеометра і по одній для кожної станції сканування. Подальші розрахунки лінійним способом проводилися в табличному редакторі так, як описано в Розділах 2.5.1, 2.5.2, 2.5.3, 2.5.4., а нелінійним – з використанням програми, поданої в Додатку 1.

3.3. Аналіз результатів калібрування.

Для перевірки коректності запропонованого в розділі 2.6.3. підходу визначення параметрів через обернене трансформування, після отримання матриці повороту та вектора зміщення було проведено як обернене, так і пряме перетворення. Після цього порівнювалися отримані координати в системі координат тахеометра і в системі координат сканера. За різницями приростів координат було визначено середнє квадратичне відхилення. Для кожного набору даних значення цього відхилення починало відрізнятися в 14-15 знаку після коми, що підтверджує можливість виконання зворотнього перетворення для визначення параметрів калібрування.

Аналогічно тому, як було прийнято при моделюванні впливу складових систематичної похибки, основним критерієм точності до визначення параметрів

калібрування і після було порівняння приростів координат, розрахованих за отриманими координатами X, Y, Z еталонного приладу та за вимірними величинами ρ , φ , α сканера до і після внесення параметрів, відповідно. СКП визначалася за формулою 3.17:

$$m_k = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d\Delta x_i^2, d\Delta y_i^2, d\Delta z_i^2}{n}},$$

де $d\Delta x$, $d\Delta y$, $d\Delta z$ – різниці приростів координат, отриманих еталонним приладом та за вимірними величинами ρ , φ , α сканера після внесення параметрів калібрування.

Розглянемо отримані дані для кожного сканера, який досліджувався. Далі використовуються такі позначення: St1 – результати по першій станції сканування сканера, що розглядається, St2 – результати по другій (повернутій) станції сканування сканера, що розглядається, St1+St2 – результати сумісного вирівнювання, Лінійний і Нелінійний – способи розрахунку, СКП_{д/к} і СКП_{п/к} – значення m_k набору даних до калібрування і після калібрування, відповідно. Покр. – відсоток покращення СКП після калібрування. Розмірність величин: a_0 , b_3 , b_4 – метри, c_0 , b_1 , b_2 – радіани, s_ρ – безрозмірна.

Для сканера 1 результати визначення коефіцієнтів параметрів калібрування наведено в Табл. 3.8:

	Лінійний			Нелінійний		
	St1	St2	St1+St2	St1	St2	St1+St2
a_0	0.001485	0.000786	0.001135	0.001486	0.000785	0.001136
s_ρ	1.000025	0.999946	0.999986	1.000026	0.999946	0.999986
b_1	-0.000010	-0.000023	0.000000	-0.000010	-0.000023	0.000000
b_2	-0.000056	0.000062	-0.000001	-0.000056	0.000062	-0.000001
b_3	0.000014	0.000076	0.000044	0.000014	0.000076	0.000043
b_4	-0.000017	0.000044	0.000009	-0.000017	0.000044	0.000009
c_0	0.000004	0.000006	0.000005	0.000004	0.000006	0.000005
СКП _{д/к}	0.001877	0.001561	0.001727	0.001877	0.001561	0.001727
СКП _{п/к}	0.001348	0.000931	0.001194	0.001344	0.000953	0.001193

Покр.	28.2%	40.3%	30.8%	28.4%	39.0%	30.9%
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Табл. 3.8. Результати калібрування сканера 1.

Для сканера 2 результати визначення коефіцієнтів параметрів калібрування наведено в Табл. 3.9:

	Лінійний			Нелінійний		
	St1	St2	St1+St2	St1	St2	St1+St2
a0	0.000844	0.001485	0.001165	0.000846	0.001483	0.001166
s _ρ	1.000050	1.000075	1.000063	1.000050	1.000075	1.000063
b1	-0.000031	-0.000020	-0.000001	-0.000031	-0.000021	-0.000001
b2	0.000099	0.000006	0.000054	0.000096	0.000003	0.000051
b3	-0.000085	0.000021	-0.000024	-0.000086	0.000021	-0.000025
b4	0.000045	-0.000032	0.000002	0.000044	-0.000033	0.000001
c0	-0.000007	-0.000014	-0.000010	-0.000007	-0.000013	-0.000010
СКП _{д/к}	0.001826	0.001950	0.001889	0.001826	0.001950	0.001889
СКП _{п/к}	0.001717	0.001662	0.001726	0.001718	0.001666	0.001728
Покр.	6.0%	14.8%	8.7%	5.9%	14.6%	8.5%

Табл. 3.9. Результати калібрування сканера 2.

Для сканера 3 було виявлено наявність грубих помилок на станції №1. Одна точка після трансформування містила різницю координат в розмірі 10 мм, ще три точки – в розмірі 5 мм. Тому, для даного набору даних було проведено три цикли розрахунків лінійним і нелінійним способом: з усіма точками, без однієї точки, без чотирьох точок; як для окремої станції, так і для двох одночасно. Результати визначення коефіцієнтів параметрів калібрування наведено в Табл. 3.10 – 3.12.:

	Лінійний			Нелінійний		
	St1	St2	St1+St2	St1	St2	St1+St2
a0	0.002221	0.000939	0.001584	0.002224	0.000940	0.001586
s _ρ	1.000076	1.000076	1.000077	1.000076	1.000076	1.000077
b1	-0.000012	-0.000005	0.000001	-0.000012	-0.000006	0.000000
b2	-0.000343	0.000125	-0.000107	-0.000337	0.000114	-0.000110
b3	-0.000036	0.000001	-0.000009	-0.000035	0.000001	-0.000009
b4	0.000003	0.000049	0.000003	0.000001	0.000050	0.000002
c0	0.000010	0.000010	0.000010	0.000009	0.000009	0.000009

СКП _{в/к}	0.003604	0.001330	0.002745	0.003604	0.001330	0.002745
СКП _{п/к}	0.003208	0.001259	0.002519	0.003143	0.001231	0.002493
Покр.	11.0%	5.4%	8.2%	12.8%	7.5%	9.2%

Табл. 3.10. Результати калібрування сканера 3. Всі точки.

	Лінійний			Нелінійний		
	St1	St2	St1+St2	St1	St2	St1+St2
a0	0.001627		0.001942	0.001630		0.001252
s _p	1.000036		1.000082	1.000036		1.000053
b1	-0.000020		0.000005	-0.000020		-0.000002
b2	-0.000222		-0.000224	-0.000217		-0.000046
b3	-0.000023		-0.000084	-0.000023		-0.000007
b4	-0.000026		0.000046	-0.000028		-0.000009
c0	0.000014		0.000020	0.000013		0.000011
СКП _{в/к}	0.003008	0.001330	0.002309	0.003008	0.001330	0.002309
СКП _{п/к}	0.002646	0.001259	0.002245	0.002648	0.001231	0.002127
Покр.	12.0%	5.4%	2.8%	12.0%	7.5%	7.9%

Табл. 3.11. Результати калібрування сканера 3. Без однієї точки.

	Лінійний			Нелінійний		
	St1	St2	St1+St2	St1	St2	St1+St2
a0	0.000990		0.000812	0.000992		0.000861
s _p	0.999985		1.000010	0.999986		1.000020
b1	-0.000002		0.000004	-0.000002		0.000001
b2	-0.000178		-0.000016	-0.000173		-0.000016
b3	-0.000013		-0.000002	-0.000012		-0.000004
b4	0.000010		0.000015	0.000007		0.000012
c0	0.000017		0.000014	0.000016		0.000013
СКП _{в/к}	0.002651	0.001330	0.002039	0.002651	0.001330	0.002039
СКП _{п/к}	0.002392	0.001259	0.001907	0.002397	0.001231	0.001907
Покр.	9.7%	5.4%	6.5%	9.6%	7.5%	6.5%

Табл. 3.12. Результати калібрування сканера 3. Без чотирьох точок.

Для сканера 4 результати визначення коефіцієнтів параметрів калібрування наведено в Табл. 3.13:

	Лінійний			Нелінійний		
	St1	St2	St1+St2	St1	St2	St1+St2
a0	0.001294	0.001897	0.001042	0.001289	0.001198	0.001042

s_p	1.000046	1.000080	0.999942	1.000045	0.999953	0.999942
b_1	-0.000007	0.000212	0.000026	-0.000007	0.000206	0.000026
b_2	0.000127	-0.000173	-0.000015	0.000125	-0.000161	-0.000015
b_3	0.000031	0.000374	0.000125	0.000033	0.000381	0.000127
b_4	-0.000007	0.000114	0.000103	-0.000007	0.000132	0.000103
c_0	-0.000023	-0.000003	-0.000012	-0.000022	-0.000006	-0.000012
СКП _{д/к}	0.001669	0.001964	0.001822	0.001669	0.001964	0.001822
СКП _{н/к}	0.001217	0.001187	0.001263	0.001216	0.001149	0.001262
Покр.	27.1%	39.5%	30.7%	27.1%	41.5%	30.8%

Табл. 3.13. Результати калібрування сканера 4.

Таким чином, було отримано параметри калібрування та модель утворення похибок для кожного конкретного приладу, що можливо врахувати у вимірних даних з наступним отриманням виправлених координат точок.

Аналіз Табл. 3.8. – 3.13. дає змогу зробити такі висновки:

1. Додатково підтверджено доцільність застосування алгоритму Кабша-Умеями для розрахунку параметрів перетворення між системами координат сканера та полігона, так як це дозволяє проводити розрахунки навіть при наявності грубих похибок;
2. Експериментально доведено, що додаткова станція сканування, навіть, отримана за допомогою повороту сканера, збільшує повноту отриманих даних і, відповідно, підвищує якість калібрування;
3. Вплив ексцентриситету досягає значущих (десяті долі міліметра) величин у гібридних сканерів, у панорамних він, практично, відсутній.
4. Коефіцієнти параметрів калібрування, отримані лінійним і нелінійним способом, не відрізняються, або відрізняються дуже незначно, що свідчить про можливість використання будь-якого із зазначених способів для калібрування НЛС.
5. СКП різниць приростів координат, отриманих в результаті калібрування як лінійним, так і нелінійним способом, або

відрізняються дуже незначно, або, в більшості випадків, менші для нелінійного способу знаходження параметрів калібрування.

Також, можна зробити висновок про доцільність використання нелінійного способу пошуку коефіцієнтів параметрів калібрування за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення для кінцевих користувачів наземних лазерних сканерів, що дозволить перевіряти фактичну точність обладнання та, при необхідності, вносити параметри калібрування в результати вимірів для підвищення їх точності.

Для наочності, нанесемо отримані дані по точності визначення координат точок на графік та апроксимуємо їх в лінії для оцінки калібрування кожного конкретного приладу. На Рис. 3.4 – 3.8 наведено зазначені дані для всіх моделей, що досліджувалися. Для сканера 3 наведено два графіки – один, з урахуванням обох станцій та виключенням грубих похибок і тільки для другої станції.

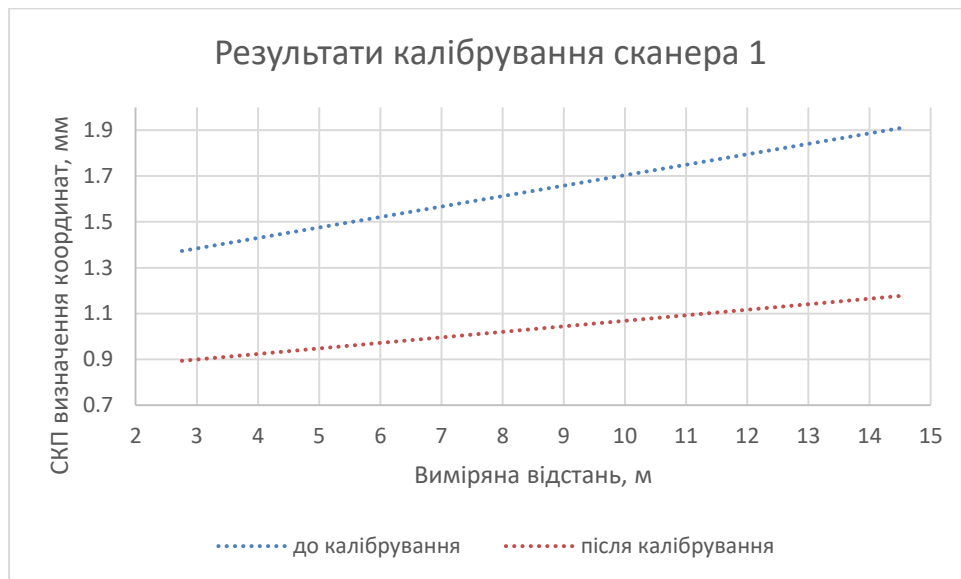


Рис. 3.4. Результати калібрування сканера 1.

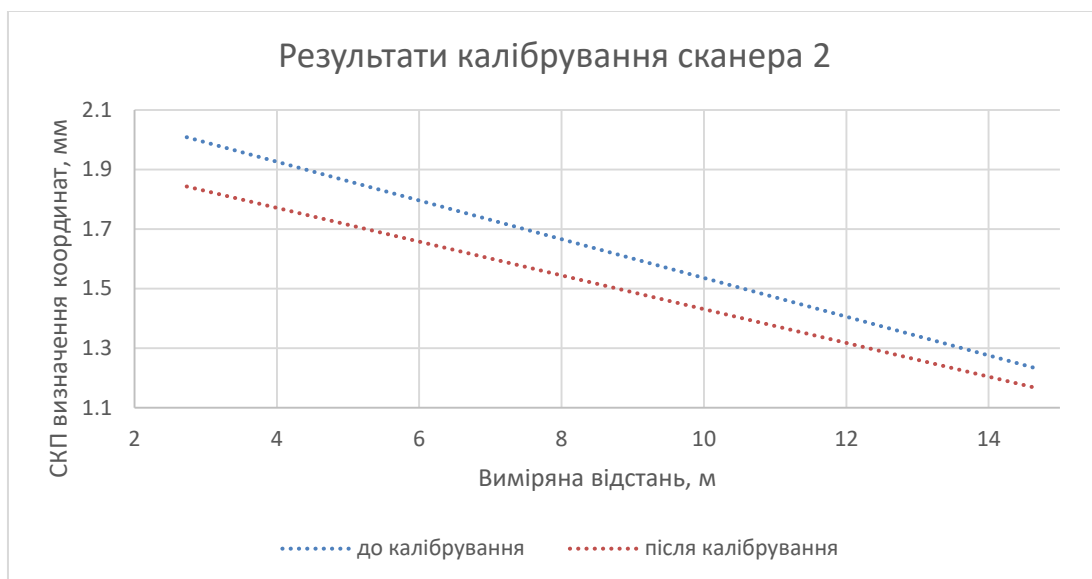


Рис. 3.5. Результати калібрування сканера 2.

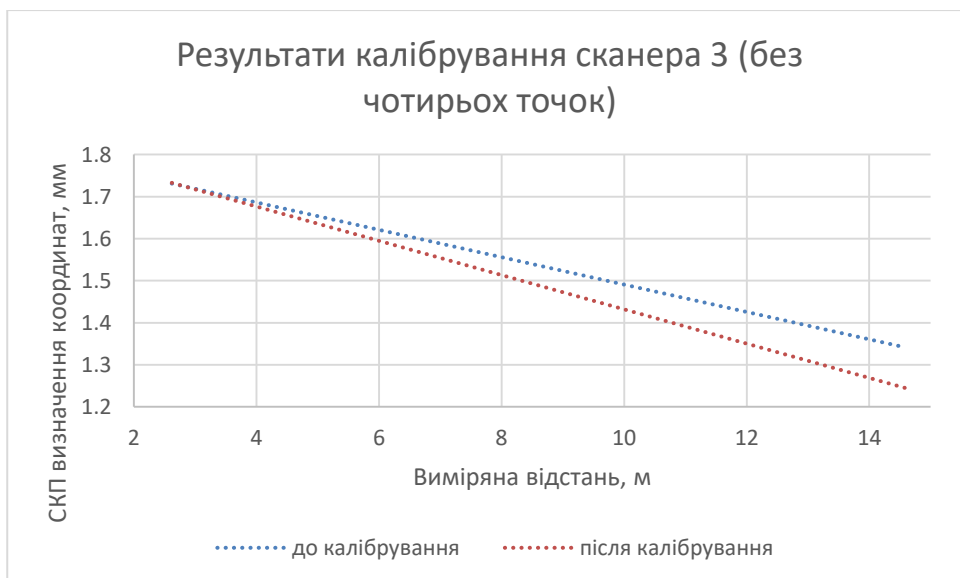


Рис. 3.6. Результати калібрування сканера 3 без чотирьох точок.

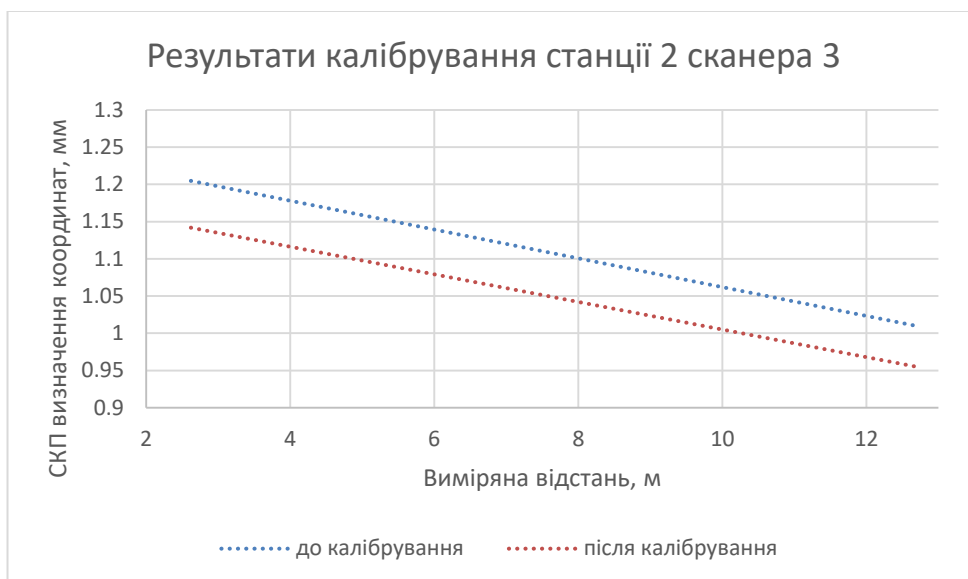


Рис. 3.7. Результати калібрування станції 2 сканера 3.

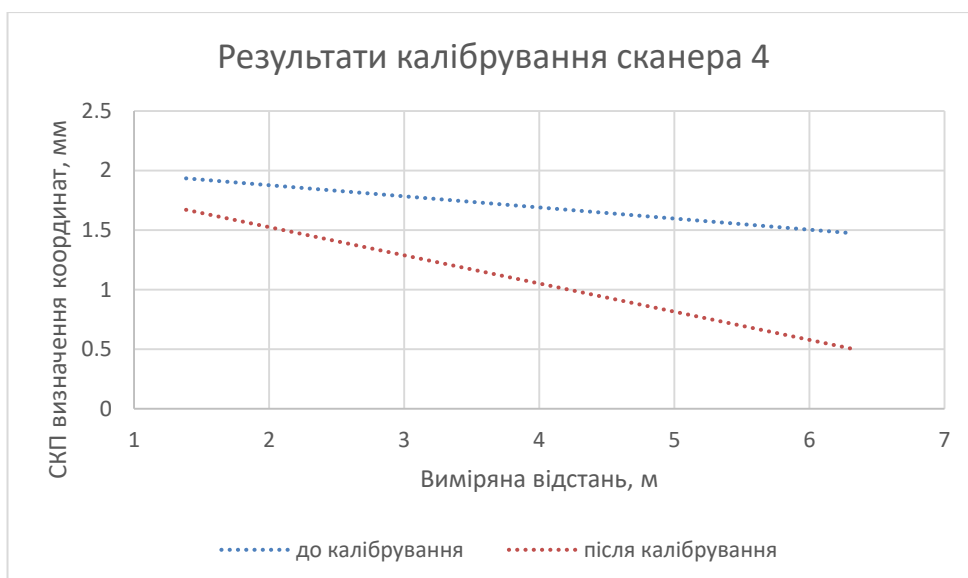


Рис. 3.8. Результати калібрування сканера 4.

Як бачимо, проведення калібрування дозволило покращити точність усіх наземних лазерних сканерів, які досліджувалися та отримати дані по їх точності до калібрування. Очевидно, що калібрування бажано проводити на тих діапазонах відстаней, на яких передбачається виконувати роботи. Крім того, заявлені технічні характеристики не завжди відповідають реальній точності обладнання через наявність випадкових і систематичних похибок. Отже, калібрування, в тому числі, може слугувати аналогом процесу перевірки геодезичних приладів.

Використовуючи технологічну схему, розроблену в Розділі 3, можна зробити висновок про відповідність чи невідповідність наземного лазерного сканера необхідним видам інженерно-геодезичних робіт і прийняти рішення про проведення або не проведення калібрування.

Також, слід відмітити, що далеко не кожен програмний комплекс для обробки даних наземного лазерного сканування дозволяє вносити зміни у координати точок, отриманих зі сканера. Використання пропрієтарних форматів передбачає закриті для втручання дані та використання конкретного програмного забезпечення для реєстрації сканів. Проте, дані калібрування повинні бути внесені в дані НЛС до проведення реєстрації і подальшої роботи з хмарою точок. Таким чином, для можливості роботи з каліброваними даними, програмне забезпечення повинно містити можливість імпорту текстових форматів даних, а сам сканер – можливість експорту текстових форматів даних, доступних для редагування.

Розглянуто апаратну і програмну частину виробників НЛС, розглянутих в першому розділі. Дані по прийнятності апаратної та програмної частини для цілей калібрування, що досліджено в даній роботі, зведено в таблицю. Тут знаком «+» позначено прийнятність для калібрування, а знаком «-» - неприйнятність. Прийнятність для калібрування визначалася також в тому випадку, коли скан можливо експортувати в сирому вигляді через рідне програмне забезпечення (наприклад, Z+F Laser Control), через налаштовану бібліотеку (RiVLIB), або за допомогою стороннього ПЗ (наприклад, CloudCompare).

<i>Виробник</i>	<i>Модель</i>	<i>Прийнятність сканера</i>	<i>Прийнятність ПЗ</i>
Faro	Focus M70	+	+
	Focus S350	+	+
Leica	RTC360	-	+
	P50	-	+
Riegl	VZ400i	+	+
Topcon	GLS-1500	+	+
	GLS-2200	-	-
Trimble	X7	+	+
	TX8	-	+

<i>Виробник</i>	<i>Модель</i>	<i>Прийнятність сканера</i>	<i>Прийнятність ПЗ</i>
Z+F	Imager 5010	+	+
	Imager 5016	+	+

Табл. 3.14. Прийнятність апаратної та програмної частини для калібрування

Як видно, майже кожен розглянутий програмний комплекс дозволяє імпорт даних, що було відредаговано за даними калібрування. Проте, деякі виробники не передбачили можливості експорту сирих даних сканування в інші формати. Таким чином, можна сформулювати застереження для проведення калібрування – точність НЛС можна покращити за допомогою даних калібрування у разі наявності можливості експорту сирих даних з приладу та можливості імпорту даних, відредагованих за даними калібрування. В іншому випадку, можливо тільки перевірити сканер на придатність до виконання необхідних робіт.

Автор вбачає перспективи подальших досліджень у:

- продовженні досліджень з вивчення оптимальної моделі похибок наземних лазерних сканерів для практичного застосування при їх калібруванні;
- продовження досліджень з проектування «ідеального» калібрувального полігону з метою охоплення максимально можливого діапазону відстаней та кутів при умові мінімуму ТОК;
- альтернативою попередньому пункту можуть слугувати дослідження запропонованого способу збільшення повноти даних для калібрування.

ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 3.

1. Головну увагу слід зосередити на вивченні оптимальної моделі похибок наземних лазерних сканерів для практичного застосування при їх калібруванні.
2. На підставі запропонованої системи статистичного оцінювання доведено, що автоматичне визначення координат точкового ТОК точніше, ніж ручне. Тому, при проведенні калібрування за допомогою точкових ТОК, варто використовувати автоматичне визначення.
3. Експериментально підтверджено доцільність використання запропонованої модифікованої математичної моделі калібрування наземних лазерних сканерів, що значно спрощує процес калібрування для пересічного користувача.
4. При використанні запропонованої модифікованої математичної моделі та порядку калібрування стає можливим висновок про відповідність чи невідповідність наземного лазерного сканера необхідним видам інженерно-геодезичних робіт та, у разі необхідності та технічної можливості, коригування отриманих даних в сторону збільшення їх точності.
5. Проведено калібрування чотирьох різних моделей наземних лазерних сканерів. Проведено аналіз результатів калібрування та визначено, що точність сканування покращилася, що дозволяє сканеру бути придатним для виконання більшої, ніж раніше кількості видів інженерно-геодезичних робіт.
6. Визначено, що калібрування необхідно проводити на відстанях, не менших від тих, на яких передбачається проводити роботи. Додатково підтверджено необхідність подальших досліджень та створення калібрувальних полігонів, які б охоплювали якнайширший діапазон кутових і лінійних вимірювань.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

1. Проведено дослідження методів і моделей підвищення точності наземного лазерного сканування за даними калібрування. Удосконалено метод системного калібрування наземних лазерних сканерів, що дозволить використовувати технології наземного лазерного сканування при більшості робіт під час геодезичного супроводження будівництва;
2. Проведено аналіз наявних методів і моделей калібрування наземних лазерних сканерів різних типів, результати якого визначили доцільність удосконалення математичних моделей похибок НЛС та розроблення універсальної методики калібрування;
3. Досліджено варіанти впливу складових систематичної похибки та методом математичного моделювання визначено їх вплив на кінцевий результат. Встановлено, що при врахуванні систематичних похибок, як параметрів калібрування, точність сканування суттєво підвищується;
4. Проведено дослідження та встановлено залежність між відстанню до сканера та формою і розміром тестового об'єкту калібрування для проведення калібрування. Визначено максимально можливі відстані проведення калібрування по стандартним площинним об'єктам. Обґрунтовано критерії вибору типу ТОК для проведення калібрування;
5. Розроблено методичні основи проектування калібрувального полігону за заданими параметрами та з використанням доступних об'єктів калібрування; проведено проектування полігону з визначенням кількості та конфігурації марок;

6. Проведено модифікацію математичної моделі калібрування з розділенням її на два етапи: перетворення координат між системами координат за алгоритмом Кабша-Умеями і, безпосередньо, калібрування. Це дозволяє суттєво спростити процес розрахунку додаткових параметрів та позбутися кореляції між параметрами перетворення і параметрами калібрування;
7. Розроблено універсальний порядок калібрування для практичного використання, який дозволяє проводити калібрування, незалежно від типу сканера, способу вимірювання відстаней, конфігурації і розміру калібрувального полігону, типу тестових об'єктів для калібрування та мінімізованим впливом навколишнього середовища. Запропоновано методику внесення параметрів калібрування в результати спостережень;
8. На основі аналізу результатів калібрування чотирьох різних моделей наземних лазерних сканерів встановлено, що точність визначення координат після калібрування у всіх моделях покращилася;
9. Визначено перспективні напрямки подальших досліджень: подальше удосконалення моделей і методів калібрування шляхом розроблення методики створення калібрувальних полігонів з можливістю охоплення всього діапазону сканування та оптимальною геометрією розташування тестових об'єктів; розроблення технології визначення координат центру просторових площинних тестових калібрувальних об'єктів з високою точністю для використання їх при калібруванні наземних лазерних сканерів, подальші дослідження оптимальної моделі похибок сканера для використання при калібруванні.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Баран П. І. Інженерна геодезія: монографія. Київ: ПАТ “Віпол”, 2012. 617 с.
2. Большаков В. Д., Левчук Г. П., Багратуни Г. В. и др. Справочник геодезиста в 2-х книгах / ред. В. Д. Большаков, Г. П. Левчук. Москва:Недра, 1985. 1075 с.
3. Видуев Н.Г. Теоретические основы инженерной геодезии. *Инженерная геодезия*. Киев, 1969. Вып. 13. С 3-17.
4. Войтенко С. П. Математична обробка геодезичних вимірів. Теорія похибок вимірів. Київ: КНУБА, 2003. 216с.
5. Войтенко С. П., Шульц Р. В. Использование технологии наземного лазерного сканирования при решении задач инженерной геодезии. *«Геодезия, картография, кадастр – XXI век»*: тезисы докладов международной научно-практической конф. (г. Москва, 2009 г.). Москва, 2009. С. 23-24.
6. Войтенко С. П., Шульц Р. В., Білоус М. В. Визначення кренів інженерних споруд методом наземного лазерного сканування. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. Львів, 2009. Вип. I (17). С. 144-150.
7. ДБН В.1.3-2:2010. Система забезпечення точності геометричних параметрів у будівництві. Геодезичні роботи у будівництві [чинний від 2010-01-21]. Київ:Мінрегіонбуд України, 2010. 70 с.
8. Дишлик О., Марков С., Тревого І. Підхід до побудови тривимірних моделей складних просторових об’єктів при комплексному використанні технологій лазерного сканування та фотограмметрії. *Сучасні досягнення геодезичної науки і техніки (II)*. Львів, 2008. С. 101-105.
9. Дорожинський О. Л. Наземне лазерне сканування в фотограмметрії: навч. посіб. / Нац. ун-т “Львівська Політехніка”, Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2014. 95 с.

10. ДСТУ 8955:2019. Метрологія. Теодоліти і тахеометри. Метрологічні та технічні вимоги [чинний від 2020-03-30]. Національний стандарт України. Київ: ДП «Український науково-дослідний і навчальний центр проблем стандартизації, сертифікації та якості» (ДП «УкрНДНЦ»), 2019. 16 с.
11. ДСТУ Б В.2.6-200:2014. Конструкції металеві будівельні. Вимоги до монтажу [чинний від 2015-07-01]. Національний стандарт України. Київ: Мінрегіонбуд України, 2015. 62 с.
12. ДСТУ-Н Б В.2.6-203:2015. Настанова з виконання робіт при виготовленні та монтажі будівельних конструкцій [чинний від 2016-04-01]. Національний стандарт України. Київ: Мінрегіонбуд України, 2015. 62 с.
13. Катужков В. О., Шульц Р. В., Сосса Б. Р. Співвідношення між очікуваною точністю наземного лазерного сканування та вимогами до точності виконання інженерно-геодезичних робіт. *Містобудування та територіальне планування: науково-технічний збірник*. Київ, 2012. №44.С.238-248.
14. Ковтун В. Я., Серебряный Ю. Л., Григораш А. В., Шульц Р. В. Лазерное 3D-сканирование дома архитектора Сосновского г. Львов, Аннозачатиевского храма в дальних пещерах Киево-Печерской лавры. *Новітні досягнення геодезії, геоінформатики та землепорядкування – європейський досвід: матеріали V міжнародної науково-практичної конференції* (м. Чернігів, 2009 р.). Чернігів, 2009. С. 63-66.
15. Комиссаров А. В. Методика исследования метрических характеристик сканов: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 25.00.32 / Сибирская государственная геодезическая академия. Новосибирск, 2007 г. 24 с.
16. Комиссаров А. В., Горохова Е. И. Обоснование параметров съёмки тоннелей методом наземного лазерного сканирования при определении эллиптичности и эксцентриситета его обделки. *Известия высших учебных заведений. Серия Геодезия и аерофотосъёмка*. Москва, 2011. №3. С. 81-85.

17. Кулешов Д. А., Стрельников Г. Е., Рязанцев Г. Е. Инженерная геодезия: учебник для вузов/ Москва:Картгеоцентр-Геоиздат, 1996. 304 с.
18. Лобов М. И., Переварюха А. Н., Чирва А. С. Применение наземной фотограмметрии и лазерного сканирования для исследования динамического состояния мачтовых сооружений. *Вісник Донбаської національної академії будівництва і архітектури*. Донецьк, 2010. Вип. 3(83). С. 111-116.
19. Середович А. В. Методика создания цифровых моделей объектов нефтегазопромыслов средствами наземного лазерного сканирования: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 25.00.32 / Сибирская государственная геодезическая академия. Новосибирск, 2007 г. 24 с.
20. Середович В. А., Комиссаров А. В., Комиссаров Д. В., Широкова Т. А. Наземное лазерное сканирование: монография. Новосибирск: Сибирская государственная геодезическая академия, 2009. 176 с.
21. Синькова М. Г. Разработка и исследование фотограмметрических технологий обмеров архитектурных сооружений с использованием лазерных трёхмерных сканеров: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 25.00.34 / Московский государственный университет геодезии и картографии. Москва, 2004 г. 24 с.
22. Сосса Б. Р. Визначення оптимального типу і розміру площинних марок, що застосовуються під час калібрування наземних лазерних сканерів. *Інженерна геодезія. Науково-технічний збірник*. Київ, 2018. Вип. 65. С. 227-238.
23. Сосса Б. Р. Порівняльне оцінювання точності координат точкових марок, отриманих способом наземного лазерного сканування. *Вісник Чернігівського Державного Технологічного Університету*. Чернігів, 2015. Вип. 2(78). С. 165-171.

24. Справочник по прикладной статистике. В 2-х т. Т.1: Пер. с англ. / под. ред. Э. Ллойда, У. Ледермана, Ю. Н. Тюрина. Москва: Финансы и статистика, 1989. – 510с., Т.2: Пер. с англ. / под. ред. Э. Ллойда, У. Ледермана, Ю. Н. Тюрина, С. А. Айвазяна. Москва: Финансы и статистика, 1990. 526 с.
25. Теорія графів. [Електронний ресурс]: навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Комп'ютерний моніторинг та геометричне моделювання процесів і систем» спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» / Режим доступу: https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/35854/1/Teoriia_hrafov.pdf / І.М. Кузьменко; КПІ ім. Ігоря Сікорського. *Електронні текстові дані (1 файл: 1,7 Мбайт)*. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 71 с
26. Технічні характеристики сканера Faro Focus M 70 [Електронний ресурс] / Режим доступу: <https://www.faro.com.ua/oborudovanie/faro-focus-3d/faro-focus-m/>
27. Технічні характеристики сканера Faro Focus S350 [Електронний ресурс] / Режим доступу: <https://www.faro.com.ua/oborudovanie/faro-focus-3d/faro-focus-s/>
28. Технічні характеристики сканера Leica RTC360 [Електронний ресурс] / Режим доступу: <https://leica-geosystems.com/-/media/files/leicageosystems/products/datasheets/leica-rtc360-ds-872750-0821-en.ashx?la=en&hash=08B4281200B0F3C95E36604D116EDFDB>
29. Технічні характеристики сканера Leica P50 [Електронний ресурс] / Режим доступу: https://leica-geosystems.com/-/media/files/leicageosystems/products/datasheets/leica_scanstation_p50_ds.ashx?la=en&hash=5EC270F6F529355910203E95EA1959EF
30. Технічні характеристики сканера Riegle VZ400i [Електронний ресурс] / Режим доступу: http://www.riegl.com/uploads/tx_pxpriegldownloads/RIEGL_VZ-400i_Datasheet_2022-09-27.pdf

31. Технічні характеристики сканера Topcon GLS-1500 [Електронний ресурс] / Режим доступу: <https://topconcare.com/en/hardware/scanning/gls-1500/>
32. Технічні характеристики сканера Topcon GLS-2200 [Електронний ресурс] / Режим доступу: https://www.topconpositioning.com/sites/default/files/product_files/gls-2200_datasheet_7010-2350_revb_ltr_en_us_lores.pdf
33. Технічні характеристики сканера Trimble TX8 [Електронний ресурс] / Режим доступу: <https://geospatial.trimble.com/sites/default/files/2019-03/Datasheet%20-%20Trimble%20TX8%20Laser%20Scanner%20-%20English%20A4%20-%20Screen.pdf>
34. Технічні характеристики сканера Trimble X7 [Електронний ресурс] / Режим доступу: <https://geospatial.trimble.com/sites/geospatial.trimble.com/files/2020-10/Datasheet%20-%20Trimble%20X7%20-%20English%20%28US%29%20-%20Screen.pdf>
35. Технічні характеристики сканера Z+F Imager 5010 [Електронний ресурс] / Режим доступу: https://grafinta.com/wp-content/uploads/2017/11/Z_F_IMAGER_5010_Datasheet_GSA.pdf
36. Технічні характеристики сканера Z+F Imager 5016 [Електронний ресурс] / Режим доступу: <https://www.zofre.de/en/laser-scanners/3d-laser-scanner/z-f-imager-5016>
37. Чмчян Т. Т. Расчет точности геодезических работ в строительстве: Справочник. Москва: Недра, 1988. 151 с.
38. Шульц Р. В. Аналіз методів та моделей калібрування наземних лазерних сканерів. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. Київ, 2011. Вип. 2. С.128–133.
39. Шульц Р. В. Аналіз можливостей наземного лазерного сканування та сучасної наземної фотограмметрії. *Містобудування та територіальне планування*. Київ, 2010. №37. С. 607-612.
40. Шульц Р. В. Аналіз підходів до моделювання поверхонь інженерних споруд

- за даними наземного лазерного сканування. *Геодезія, архітектура і будівництво*: матеріали міжнародної науково-практичної конференції (м. Львів, 2011 р.). Львів, 2009 С. 180-183.
41. Шульц Р. В. Аналіз сучасних технологій отримання тривимірних моделей інженерних споруд на прикладі систем наземного лазерного сканування. *Інженерна графіка і прикладна геометрія*. Київ, 2011. №88. С. 370-375.
 42. Шульц Р. В. Аналіз сучасного стану та технічних можливостей методу наземного лазерного сканування. *Містобудування та територіальне планування*. Київ, 2011. №41. С. 474-488.
 43. Шульц Р. В. Визначення геометричних параметрів тунелів метрополітену методом наземного лазерного сканування. Тези доповідей наук. - практ. конф. молодих вчених КНУБА, (м. Київ, 2009 р.). Київ, 2009. С. 128-129.
 44. Шульц Р. В. Визначення геометрії ліфтових шахт за даними наземного лазерного сканування. *Містобудування та територіальне планування*. Київ, 2010. №38. С. 463-471.
 45. Шульц Р. В. Визначення кренів інженерних споруд методами наземного лазерного сканування. Тези доповідей наук. - практ. конф. молодих вчених КНУБА, (м. Київ, 2009 р.). Київ, 2009. С. 195.
 46. Шульц Р. В. Дослідження методів визначення положення та орієнтування станції наземного лазерного сканування. Тези доповідей наук. - практ. конф. молодих вчених КНУБА, (м. Київ, 2010 р.). Київ, 2010. С. 90-91.
 47. Шульц Р. В. Застосування наземного лазерного сканування при вирішенні задач інженерної геодезії. *Містобудування та територіальне планування*. Київ, 2009. №32. С. 494-497.
 48. Шульц Р. В. Зв'язок між системою координат цифрової камери і наземного лазерного сканера. *Геоінформаційний моніторинг. GPS і ГІС технології*: тези доповідей XVI міжнародного наук. - технічного симпозіуму (м. Алушта, 2011 р.). Алушта, 2011. С. 134-139.

49. Шульц Р. В. Моделирование деформаций инженерных сооружений по данным наземного лазерного сканирования. *GEOFORM-2011*: тезисы докладов 7-й международной научно-практической конф., (г. Москва, 2011 г.), Москва, 2011. С. 54-56.
50. Шульц Р. В. Можливості методу наземного лазерного сканування при визначенні деформацій просторових оболонок. *Геодезичне забезпечення будівництва: сучасний стан, проблеми, перспективи розвитку*: матеріали міжнар. наук. - практ. конф. (м. Київ, 2011 р.). Київ, 2011. С. 61-66
51. Шульц Р. В. Перетворення між різними системами координат при виконанні наземного лазерного сканування та цифрового фотографування. *Містобудування та територіальне планування*. Київ, 2011. №42. С. 437-446.
52. Шульц Р. В. Розрахунок параметрів наземного лазерного сканування. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. Львів, 2010. Вип. I (19). С. 166-169.
53. Шульц Р. В. Розрахунок точності визначення горизонтальних переміщень споруд методом наземного лазерного сканування. *Інженерна геодезія*. Київ, 2008. №54. С. 311-320.
54. Шульц Р. В. Теорія і практика використання наземного лазерного сканування в задачах інженерної геодезії: автореф. дис. ... д-ра технічних наук: 05.24.01 / Київський національний університет будівництва і архітектури. Київ, 2012 р. 32 с.
55. Шульц Р. В. Технология наземного лазерного сканирования в решении задач геодезического мониторинга. *Геодезия, маркшейдерия, аеросъемка – на стыке веков*: материалы 2-й международной научно-практической конференции (г. Москва, 2011 г.), Москва, 2011. С. 17.
56. Шульц Р. В. Технологія калібрування наземних лазерних сканерів. *Новітні досягнення геодезії, геоінформатики та землевпорядкування – європейський*

- досвід*: матеріали VII міжнародної науково-практичної конференції (м. Чернігів, 2011 р.), Чернігів, 2011. С. 85-87.
57. Шульц Р. В., Білоус М. В. Моделювання поверхні тунелю метрополітену за даними лазерного сканування. *Інженерна графіка і прикладна геометрія*. Київ, 2010. №86. С. 251-255.
 58. Шульц Р. В., Комиссаров А. В., Демьяненко Р. А. Определение неровности поверхности лифтовых шахт по данным наземного лазерного сканирования. *Геоінформаційний моніторинг. GPS і ГІС технології*: тези доповідей XV міжнародного наук. - технічного симпозиуму (м. Алушта, 2010 р.). Алушта, 2010. С 191-194.
 59. Шульц Р. В., Молдованов І. М. Метод безпосереднього визначення координат точки сканування. Тези доповідей наук. - практ. конф. молодих вчених КНУБА, (м. Київ, 2009 р.). Київ, 2009. С 141-142.
 60. Шульц Р. В., Плохута О. П., Хайлак А. М. Методика виконання інженерно-геодезичних і фотограмметричних робіт при будівництві і спостереженні за станом будівельних споруд. *Містобудування та територіальне планування*. Київ, 2007. №27. С. 359-370.
 61. Шульц Р. В., Сосса Б. Р. Системне калібрування наземних лазерних сканерів: моделі та методики. *Вісник геодезії та картографії*. Київ, 2015. Вип.2. С. 25-30.
 62. Шульц Р. В., Сосса Б. Р. Технологія визначення деформацій опор резервуарів за даними наземного лазерного сканування. *Вісник геодезії та картографії*. Київ, 2012. Вип.5.С.14-17.
 63. Юршанский З. М. Теория математической обработки геодезических измерений. Учебное пособие. Новосибирск: НИИГАиК, 1984. 130 с.
 64. Abbas M., Setan H., Majid Z., Idris K. M., Mohd Ariff M. F., Chong A. K., Lichti D. D. The Effect of Datum Constraints for Terrestrial Laser Scanner Self-

- Calibration. *Engaging the Challenges – Enhancing the Relevance: FIG Congress 2014, Kuala Lumpur, Malaysia 16-21 June 2014*. Kuala Lumpur, 2014. P.2-18.
65. Abell A., Jaboyedoff M., Oppikofer T., Vilaplana J. M. Detection of millimetric deformation using a terrestrial laser scanner: experiment and application to a rockfall event. *Natural Hazards and Earth System Sciences*. Göttingen (Germany), 2009.N9, Pp. 365-372,.
 66. Alba M., Giussani A., Roncoroni F., Scaioni M., Valgoi P. Geometric Modelling of a Large Dam by Terrestrial Laser Scanning. *Shaping the Change: XXIII FIG Congress Munich, Germany, October 8-13, 2006*. Munich, 2006. 15 p.
 67. Alba M., Roncoroni F., Scaioni M. Investigations about the accuracy of target measurement for deformation monitoring. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. Beijing, 2008. Vol. XXXVII. Part B5. Pp. 1053-1059.
 68. Alshwabkeh Y. Integration of Laser Scanning and Photogrammetry for Heritage Documentation. / Institut für Photogrammetrie der Universität Stuttgart, Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.). Stuttgart (Germany), 2006. — 98 p.
 69. Bae K., Lichti D. On-site self-calibration using planar features for terrestrial laser scanners. *The international Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. Espoo, Finland, 2007. N36 (Part 3/W52). Pp.14-19.
 70. Baltsavias E. P. Airborne laser scanning: existing systems and firms and other resources. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*. Amsterdam, 1999. N54. Pp. 164-198.
 71. Beder, C., Foerstner W. Direct solution for computing cylinders from minimal set of 3D points. *9th Computer Vision – ECCV 2006: European Conference of Computer Vision*, 7-13 May 2006, Graz, Austria. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. P. 135-146.
 72. Berenyi A., Lovas T., Barsi A. Terrestrial laser scanning – civil engineering applications. *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and*

- Spatial Information Sciences*. Newcastle upon Tyne (UK), 2010. Vol. XXXVIII, Part 5 Commission V Symposium. pp. 80-85.
73. Berenyi A., Lovas T., Barsi A., Dunai L. Potential of terrestrial laser scanning in load test measurements of bridges. *Periodica Polytechnica: Civil Engineering*. Budapest, 2009. Vol. 53/1. pp. 25–33.
 74. BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, and OIML. International vocabulary of metrology — Basic and general concepts and associated terms (VIM). Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM 200:2012. (3rd edition). URL:
https://www.bipm.org/documents/20126/2071204/JCGM_200_2012.pdf/f0e1ad45-d337-bbeb-53a6-15fe649d0ff1
 75. Bosché, F., Guenet, E. Controlling slab flatness automatically using laser scanning and BIM. Paper presented at *31st International Symposium on Automation and Robotics in Construction*, Sydney, Australia 9-11 Jul, 2014. Edinburgh, Scotland, UK: Heriot-Watt University Research Gate, 2014. P. 813-820. doi:10.22260/ISARC2014/0110
 76. Calkins J.M. Quantifying coordinate uncertainty fields in coupled spatial measurement systems. Ph.D. thesis in Mechanical Engineering from Virginia Polytechnic Institute and State University, 2002. 226 p.
 77. Chan T., Lichti D. Cylinder-based self-calibration of a panoramic terrestrial laser scanner. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. Melbourne (Australia), 2012. Volume XXXIX-B5, Pp. 169-174.
 78. Cheng, L., Tong L., Li M., Liu Y. Semi-Automatic Registration of Airborne and Terrestrial Laser Scanning Data Using Building Corner Matching with Boundaries as Reliability Check. *REMOTE SENSING*. 2013. №5. P. 6260-6283. URL: <http://www.mdpi.com/2072-4292/5/12/6260> (Last accessed: 12.03.2020).

79. Chow J. C. K., Lichti D. D., Glennie C., Hartzell P. Improvement to and Comparison of Static Terrestrial LiDAR Self-Calibration Methods. *SENSORS*. 2013.№6.P. 7224-7249.URL:<http://www.mdpi.com/1424-8220/13/6/7224>(Last accessed: 12.03.2020).
80. Chow J., Lichti D. D., Glennie C. Point-based versus plane-based self-calibration of static terrestrial laser scanners. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. Calgary (Canada), 2011. Vol. XXXVIII-5/W12. Pp. 121-126.
81. Chow J., Lichti D. D., Teskey W. Accuracy assessment of the FARO Focus and Leica HDS6100 panoramic-type terrestrial laser scanners through point-based and plane-based user self-calibration. *FIG Working Week*, Rome, Italy 6-10 May 2012. Rome, 2012. P. 2-16.
82. Chow J., Teskey W., Lovse J.W. In-situ Self-calibration of Terrestrial Laser Scanners and Deformation Analysis Using Both Signalized Targets and Intersection of Planes for Indoor Applications. *14th FIG Symposium on Deformation Measurements and Analysis, 5th IAG Symposium on Geodesy for Geotechnical and Structural Engineering, and 2nd International Workshop on Spatial Information Technologies for Monitoring the Deformation of Large-Scale Man-Made Linear Features*, Hong Kong, China, November 2-4, 2011. Hong Kong, 2011. P2-16.
83. Cormen, Thomas H., Leiserson, Charles E., Rivest, Ronald L. and Stein, Clifford. *Introduction to Algorithms*. 2nd : The MIT Press, 2001.
84. Cuartero A., Armesto J, Rodriguez P., Arias. P. Error Analysis of Terrestrial Laser Scanning Data by Means of Spherical Statistics and 3D Graphs.*SENSORS*.2010.№10.P.10128 – 10145.URL:<http://www.mdpi.com/1424-8220/10/11/10128>(Last accessed: 12.03.2020).
85. Förstner W. "Mathematical concepts in photogrammetry." In: *Manual of Photogrammetry*, 5th ed. / eds. W. Förstner, B. Wrobel, J. C. McGlone, E. M.

- Mikhail, J. Bethel, R. Mullen. Bethesda, MD, USA: American Society of Photogrammetry and Remote Sensing, 2004. 1151 p.
86. Fraser C. Network design considerations for non-topographic photogrammetry. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*. Bethesda, MD (USA), 1984. №50. Pp. 269-307.
 87. Fraser C. S. Optimization of Precision in Close-Range Photogrammetry. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*. Bethesda, MD (USA), 1982. №48(4). Pp. 561-570.
 88. Fraser C. S. Photogrammetric Camera Component Calibration: A Review of Analytical Techniques. In: Calibration and Orientation of Cameras in Computer Vision / eds. A. Gruen, Th. S. Huang. Berlin, Heidelberg: C. S. Fraser Springer, 2001. Pp 95 – 122.
 89. Fregonese L., Barbierim G., Biolzi L., Bocciarelli M., Tafferelli L. Surveying and Monitoring for Vulnerability Assessment of an Ancient Building. *SENSORS*. 2013.№8.P. 9747-9773. URL:<http://www.mdpi.com/1424-8220/13/8/9747> (Last accessed 12.03.2020).
 90. Grafarend E. W. Optimization of geodetic networks. *Bollettino di Geodesiae Scienze Affini*. Florence (Italy), 1974. Vol. 33(4).Pp. 351-406.
 91. Gruen A. Calibration and Orientation of Cameras in Computer Vision, / eds. A. Gruen, Th. S. Huang. New York: Springer Science & Business Media, 2001. 236 p.
 92. Ioannidis C., Valani A., Georgopoulos A., Tsiligiris E. 3D model generation for deformation analysis using laser scanning data of a cooling tower. *3rd IAG / 12th FIG Symposium*, Baden, Austria, May 22-24, 2006. Baden, 2006. 10 p.
 93. Kabsch, Wolfgang. “A Solution for the Best Rotation to Relate Two Sets of Vectors.” *Acta Crystallographica*, Sept. 1976. International Union of Crystallography, p.922-923, <https://doi.org/10.1107/s0567739476001873>

94. Kersten T.P. Combination and Comparison of Digital Photogrammetry and Terrestrial Laser Scanning for the Generation of Virtual Models in Cultural Heritage Applications. *The 7th International Symposium on Virtual Reality, Archaeology and Cultural Heritage, (VAST06)*. Nicosia, Cyprus, 2006. Nicosia, 2006.P. 207-214.
95. Lichtblau D. Cylinder through five points: Computational algebra and geometry. *Journal of Mathematics Research*. Ontario (Canada),2012. Vol. 4, No. 6.Pp. 65-82. doi:10.5539/jmr.v4n6p65
96. LICHTI, D. (2010). A REVIEW OF GEOMETRIC MODELS AND SELF-CALIBRATION METHODS FOR TERRESTRIAL LASER SCANNERS. *Bulletin of Geodetic Sciences*, 16(1). Retrieved from <https://revistas.ufpr.br/bcg/article/view/17242>
97. Lichti D. D. Stewart M. P., Tsakiri M. Snow A. J. Benchmark tests on a three-dimensional laser scanning system. School of Spatial Sciences Curtin University of Technology, 2000. 23 p.
98. Lichti D. D. Terrestrial laser scanner self-calibration: correlation sources and their mitigation. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*. Amsterdam, 2010. Vol.65. Pp. 93-102.
99. Lichti D. D.,Licht M. G. Experiences with terrestrial laser scanner modelling and accuracy assessment. *The International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. Newcastle upon Tyne (UK), 2006. Vol.36 (Part 5). Pp. 155-160.
100. Lichti D. Modelling, calibration and analysis of an AM-CW terrestrial laser scanner. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*. Amsterdam, 2007. Vol.61(5).Pp. 307-324.
101. Lichti D., Brustle S., Franke J. Self-Calibration and Analysis of the Surphaser 25HS 3D Scanner. *In Proceedings of the Strategic Integration of Surveying*

- Services, FIG Working Week*. Hong Kong, China, 13–17 May 2007. Hong Kong, 2007. P. 31-44.
102. Lichti D.D. A resolution measure for terrestrial laser scanners. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. Perth (Australia), 2004. Vol. 34, Part XXX, 6 p.
 103. Lichti D.D., Stewart M.P., Tsakiri M., Snow A.J. Calibration and testing of a terrestrial laser scanner. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*. Amsterdam, 2000. Vol. XXXIII, Part B5. P. 485-492.
 104. Lerma J.L., García-San-Miguel D. SELF-CALIBRATION OF TERRESTRIAL LASER SCANNERS: SELECTION OF THE BEST GEOMETRIC ADDITIONAL PARAMETERS. *ISPRS Annals of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, Volume II-5, 2014 ISPRS Technical Commission V Symposium, 23–25 June 2014, Riva del Garda, Italy. P. 219-226.
 105. Mikhail E. W. *Observations and Least Squares*. New York: IEP Don-Donnelley, 1976. 497 p.
 106. Milev I., Gruendig L. As-built Documentation and Reverse Engineering Derived from Laser Scanning. *FIG Working Week 2005 and GSDI-8*. Cairo, Egypt, April 16-21, 2005, TS 38 Using laser scanning in engineering surveys. Cairo, 2005. 11 p.
 107. Milev I., Gruendig L. Terrestrial Laser Scanning Applied for Reverse Engineering and Monitoring of Historical Buildings. *Integrating Generations FIG Working Week 2008*, Stockholm, Sweden 14-19 June 2008, TS 5C – Structural Monitoring. Stockholm, 2008. P. 381-385.
 108. Miller P. E., Mills J. P., Barr S. L., Lim M. Terrestrial Laser Scanning for Assessing the Risk of Slope Instability Along Transport Corridors. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. Beijing, 2008. Vol. XXXVII, Part B5. Pp 495-500.

109. Miri M., Varshosaz M. Evaluating parameters affecting the georeferencing accuracy of terrestrial laser scanners. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. Trento (Italy), 2011. Vol. XXXVIII-5/W16. Pp. 387-390. doi:10.5194/isprsarchives-XXXVIII-5-W16-387-2011
110. Molnar G., Ressler C., Pfeifer N., Dorninger P. Analysis of parameters and results for on-the-job calibration of terrestrial laser scanners / Terrestrial Laser Scanning, Institute of Photogrammetry and Remote Sensing, Vienna University of Technology, 2009. Pp. 10-19.
111. Paffenholz J-A., Kutterer H. Direct Georeferencing of Static Terrestrial Laser Scans. *Integrating Generations FIG Working Week 2008*, Stockholm, Sweden 14-19 June 2008, TS 1HC – Developments in Scanner and Sensor Technologies. Stockholm, 2008. 15 p.
112. Qiu D. W., Wu J. G. Terrestrial laser scanning for deformation monitoring of the thermal pipeline traversed subway tunnel engineering. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. Beijing, 2008. Vol. XXXVII. Part B5. Pp. 491-494.
113. Rabbani S. T. Automatic Reconstruction of Industrial Installations Using Point Clouds and Images: Thesis for the Degree of Doctor of Science / Nederlandse Commissie voor Geodesie Netherlands Geodetic Commission. Delft, 2006. 175 p.
114. Rabbani T., Dijkman S., van den Heuvel F., Vosselman G. An integrated approach for modelling and global registration of point clouds. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*. Amsterdam, 2007. Vol. 61 (6). Pp. 355-370.
115. Rabbani T., van den Heuvel F. Efficient Hough transform for automatic detection of cylinders in point clouds. *ISPRS WG III/3, III/4, V/3 Workshop "Laser scanning 2005"*, Enschede, the Netherlands, September 12-14, 2005. Enschede, 2005. P. 60-65.

116. Reitdorf A., Gielsdorf F., Gruendig L. A Concept for the Calibration of Terrestrial Laser Scanners. *INGEO 2004 and FIG Regional Central and Eastern European Conference on Engineering Surveying*, Bratislava, November 11-13, Slovakia, TS2 – Terrestrial laser scanning. Bratislava, 2004. 11 p.
117. Reshetyuk. Yuriy, A unified approach to self-calibration of terrestrial laser scanners, *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, Volume 65, Issue 5, 2010, P. 445-456, ISSN 0924-2716, <https://doi.org/10.1016/j.isprsjprs.2010.05.005>.
118. Reshetyuk Y. Investigation and calibration of pulsed time-of-flight terrestrial laser scanners: Licenciate thesis in Infrastructure, Geodesy / Royal Institute of Technology (KTH), Department of Transport and Economics, Division of Geodesy. Stockholm, 2006. 152 p.
119. Reshetyuk Y. Self-calibration and direct georeferencing in terrestrial laser scanning: Doctoral thesis in Infrastructure, Geodesy / Royal Institute of Technology (KTH), Department of Transport and Economics, Division of Geodesy. Stockholm, 2009. 174 p.
120. Rietdorf A., Gielsdorf F., Gruendig L. A Concept for the Calibration of Terrestrial Laser Scanners. *FIG Working Week 2004*, TS26 Positioning and Measurement Technologies and Practices II – Laser Scanning and Photogrammetry, Athens, Greece, May 22-27, 2004. Athens, 2004. P. 2-11.
121. Roberts G., Baddley M. Deformation Monitoring Trials Using a Leica HDS3000. *Strategic Integration of Surveying Services, FIG Working Week 2007*, Hong Kong SAR, China 13-17 May 2007. Hong Kong, 2007. 15 p.
122. Salo P., Jokinen O., Kukko A. On the calibration of the distance measuring component of a terrestrial laser scanner. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. Beijing, 2008. Vol. XXXVII. Part B5. Pp.1067-1072.

123. Samoilenko O., Zaiets V., Adamenko O., Akolzin I, Glushko Y. Application of proficiency testing scheme at determining the tank capacity on the results of laser 3D scanning. *Measurements infrastructure*. Vol. 3 (2022) MI_018_161221 [https://doi.org/10.33955/v3\(2022\)-018](https://doi.org/10.33955/v3(2022)-018). P. 1-8.
124. Samoilenko, O., & Zaets, V. Calibration of Tanks and Ships' Tanks for Storage and Transportation of Liquids by Laser Scanning. In (Ed.), *Applied Aspects of Modern Metrology*. IntechOpen, 2021. <https://doi.org/10.5772/intechopen.100565>
125. Santala J., Joala V. On the calibration of a ground-based laser scanner. *FIG Working Week 2003*, Paris, France, April 13-17, TS12 Standards. Paris, 2003. 7 p.
126. Schäfer T., Weber T., Kyrinovič P., Zámečniková M. Deformation Measurement Using Terrestrial Laser Scanning at the Hydropower Station of Gabčíkovo. *INGEO 2004 and FIG Regional Central and Eastern European Conference on Engineering Surveying*, Bratislava, Slovakia, November 11-13, 2004 TS2 – Terrestrial Laser Scanning. Bratislava, 2004. 10p.
127. Schneider D. Terrestrial laser scanning for area based deformation analysis of towers and water damns. *3rd IAG / 12th FIG Symposium*, Baden, Austria, May 22-24, 2006. Baden, 2006. 6 p.
128. Schulz T. Calibration of a Terrestrial Laser Scanner for Engineering Geodesy: Dissertation for the degree of Doctor of Sciences / ETH Zurich. Zurich, 2007. 172 p.
129. Schulz T., Ingensand H. Influencing variables, precision and accuracy of terrestrial laser scanners. *INGEO 2004 and FIG Regional Central and Eastern European Conference on Engineering Surveying*, Bratislava, Slovakia, November 11-13, 2004. Bratislava, 2004. 9 p.
130. Soudarissanane S., Lindenbergh R., Gorte B. Reducing the error in terrestrial laser scanning by optimizing the measurement set-up. *ISPRS WG V/3 Workshop*, Enschede, the Netherlands, 12-14 Sep, 2005. Enschede, 2005. P. 615-620.

131. Soudarissanane S., Lindenbergh R., Menenti M., Teunissen P. Incidence angle influence on the quality of terrestrial laser scanning points. Proceedings *ISPRS Workshop Laserscanning 2009*, 1-2 Sept 2009, Paris, France. Paris, 2009. 6 p.
132. Staiger R. Terrestrial Laser Scanning Technology, Systems and Applications. *2nd FIG Regional Conference*, Marrakech, Morocco, 2-5 Dec, 2003. Marrakech, 2003. 10 p.
133. Staiger R. The geometrical quality of terrestrial laser scanner. *FIG Working Week 2005 and GSDI-8*, Cairo, Egypt, April 16-21, 2005, TS 38 Using laser scanning in engineering surveys. Cairo, 2005. 11 p.
134. Sternberg H. Deformation Measurements at Historical Buildings with Terrestrial Laser Scanners. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*. Dresden (Germany), 2006. Volume XXXVI, Part 5. 6 p.
135. Stroner M., Pospisil J. The systematic errors of the scanning spherical surfaces. *INGEO 2008 4th International conference on engineering surveying*, Bratislava, Slovakia, October 23-24, 2008. Bratislava, 2008. 16 p.
136. Tait M., Fox R., Teskey F. W. A Comparison and full error budget analysis for close range photogrammetry and 3D terrestrial laser scanning with rigorous ground control in an industrial setting. *INGEO 2004 and FIG Regional Central and Eastern European Conference on Engineering Surveying*, Bratislava, Slovakia, November 11-13 2004. Bratislava, 2004. 13 p.
137. Umeyama, Shinji. "Least-Squares Estimation of Transformation Parameters Between Two Point Patterns". *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13 (4), 1991. p.376–380, doi:10.1109/34.88573
138. Zamecnikova M., Kopacik A. Terrestrial laser system testing using reference bodies. *3rd IAG / 12th FIG Symposium*, Baden, Austria, May 22-24, 2006. Baden, 2006. 10 p.
139. Zsombor-Murray P., El Fashny S. A cilinder of revolution on 5 points. *Journal for Geometry and Graphics*. Lemgo (Germany), 2006. Vol.10, No.2.Pp. 207-213.

ДОДАТОК 1

1.1. Нелінійний розв'язок для сканера 1.

Отримуємо вихідні дані.

Координати з тахеометра:	Координати зі сканера - СТ1	Координати зі сканера - СТ2	Координати станцій (для розрахунку приростів координат)
(14.3390 -2.1220 -1.2895)	(14.4394 -1.2273 -1.4184)	(-14.3654 1.8586 -1.4177)	TS0 := (0.000 0.000 0.000)
14.3465 -0.0125 0.0735	14.3231 0.8797 -0.0539	-14.3422 -0.2530 -0.0538	SC10 := (0.000 0.000 0.000)
14.3545 1.6625 -1.3420	14.2322 2.5523 -1.4693	-14.3246 -1.9273 -1.4710	SC20 := (0.000 0.000 0.000)
14.3520 1.6860 1.3665	14.2285 2.5758 1.2380	-14.3224 -1.9498 1.2390	
7.0215 2.1010 -1.1765	6.8859 2.5574 -1.3046	-6.9851 -2.2557 -1.3022	
6.2385 2.1020 1.7155	6.1063 2.5115 1.5873	-6.2026 -2.2450 1.5888	
3.6815 2.1205 0.1080	3.5516 2.3802 -0.0211	-3.6465 -2.2259 -0.0179	
0.4305 2.1370 1.8615	0.3030 2.2044 1.7335	-0.3943 -2.1943 1.7370	
0.9155 2.1415 -1.2760	0.7865 2.2370 -1.4055	-0.8781 -2.2043 -1.4020	
-2.4760 2.1550 -1.3110	-2.6015 2.0518 -1.4414	2.5140 -2.1693 -1.4371	
-3.7060 2.1545 1.6810	-3.8295 1.9780 1.5529	3.7445 -2.1506 1.5563	
-6.1740 1.4480 -1.2440	-6.2501 1.1264 -1.3741	6.2003 -1.4069 -1.3688	
-6.1775 0.4455 0.0490	-6.1950 0.1252 -0.0814	6.1893 -0.4044 -0.0754	
-6.1805 0.3025 1.7795	-6.1897 -0.0175 1.6500	6.1900 -0.2621 1.6556	
-6.1835 -0.8590 -1.3175	-6.1229 -1.1767 -1.4473	6.1752 0.9004 -1.4414	
-6.1805 -2.4985 1.8160	-6.0241 -2.8145 1.6854	6.1486 2.5395 1.6924	
-6.1825 -3.4880 -1.3690	-5.9671 -3.8021 -1.4999	6.1360 3.5287 -1.4922	
-2.8335 -3.7375 1.2880	-2.6100 -3.8535 1.1578	2.7836 3.7288 1.1642	
-2.4360 -3.7430 -1.1385	-2.2118 -3.8351 -1.2697	2.3860 3.7291 -1.2627	
0.2490 -3.7510 -1.0620	0.4693 -3.6862 -1.1926	-0.2998 3.6986 -1.1874	
1.7690 -3.7570 1.2660	1.9876 -3.6010 1.1370	-1.8201 3.6805 1.1416	
2.9090 -3.7580 -1.0840	3.1249 -3.5350 -1.2139	-2.9600 3.6648 -1.2094	
5.5360 -3.7665 1.2725	5.7493 -3.3889 1.1442	-5.5879 3.6342 1.1475	
(14.3340 -2.3680 0.6775)	(14.4490 -1.4685 0.5499)	(-14.3648 2.1039 0.5508)	

$$XTS := TS^{(0)} \quad YTS := TS^{(1)} \quad ZTS := TS^{(2)} \quad XSC1 := SC1^{(0)} \quad YSC1 := SC1^{(1)} \quad ZSC1 := SC1^{(2)} \quad XSC2 := SC2^{(0)} \quad YSC2 := SC2^{(1)} \quad ZSC2 := SC2^{(2)}$$

$$nts := rows(TS) = 24 \quad nsc1 := rows(SC1) = 24 \quad nsc2 := rows(SC2) = 24$$

Розраховуємо параметри перетворення за алгоритмом Кабша-Умелями

Знаходимо центроїди

```
CGXTS := mean(XTS) = 2.16444  CGYTS := mean(YTS) = -0.55854  CGZTS := mean(ZTS) = 0.05602
CGXSC1 := mean(XSC1) = 2.1931  CGYSC1 := mean(YSC1) = -0.3844  CGZSC1 := mean(ZSC1) = -0.07321
CGXSC2 := mean(XSC2) = -2.167  CGYSC2 := mean(YSC2) = 0.47577  CGZSC2 := mean(ZSC2) = -0.06941
```

Визначаємо дельти від центроїда

```
dxCGTS := XTS - CGXTS  dyCGTS := YTS - CGYTS  dzCGTS := ZTS - CGZTS
dxCGSC1 := XSC1 - CGXSC1  dyCGSC1 := YSC1 - CGYSC1  dzCGSC1 := ZSC1 - CGZSC1
dxCGSC2 := XSC2 - CGXSC2  dyCGSC2 := YSC2 - CGYSC2  dzCGSC2 := ZSC2 - CGZSC2
```

Створюємо матриці дельт

```
MCGTS := augment(dxCGTS, dyCGTS, dzCGTS)
MCGSC1 := augment(dxCGSC1, dyCGSC1, dzCGSC1)
MCGSC2 := augment(dxCGSC2, dyCGSC2, dzCGSC2)
```

Розраховуємо коваріаційні матриці

$$H1 := \begin{pmatrix} 1319.65854 & 38.17259 & -4.23531 \\ 125.00874 & 148.53535 & 3.20122 \\ -3.88734 & 3.47264 & 39.81269 \end{pmatrix}$$

$$H2 := \begin{pmatrix} -1323.89481 & -44.68904 & 4.08924 \\ -66.55829 & -146.71204 & -3.38936 \\ -4.27732 & 3.4118 & 39.81112 \end{pmatrix}$$

Проводимо сингулярний розклад коваріаційних матриць

$$UH1 := \text{submatrix}(\text{svd}(H1), 0, 2, 0, 2) = \begin{pmatrix} -0.9951238 & 0.0984319 & -0.0063124 \\ -0.098591 & -0.9945414 & 0.0341657 \\ 0.002915 & -0.0346215 & -0.9993962 \end{pmatrix}$$

$$UH2 := \text{submatrix}(\text{svd}(H2), 3, 5, 0, 2) = \begin{pmatrix} -0.9992084 & 0.0395377 & -0.0043912 \\ -0.0396655 & -0.998622 & 0.0343609 \\ 0.0030266 & -0.0345078 & -0.9993998 \end{pmatrix}$$

$$UH2 := \text{submatrix}(\text{svd}(H2), 0, 2, 0, 2) = \begin{pmatrix} -0.998255452 & 0.0590411306 & 0.0001070277 & 0.998255452 & -0.0395286 & -0.0043966 \\ -0.0545099 & -0.9979321 & -0.0340606 & 0.0396564 & 0.9986247 & 0.0342939 \\ -0.0032108 & 0.0342863 & -0.9994069 & -0.003035 & 0.0344411 & -0.9994021 \end{pmatrix}$$

$$VH2 := \text{submatrix}(\text{svd}(H2), 3, 5, 0, 2) = \begin{pmatrix} 0.9992088 & -0.0395286 & -0.0043966 \\ 0.0396564 & 0.9986247 & 0.0342939 \\ -0.003035 & 0.0344411 & -0.9994021 \end{pmatrix}$$

Визначаємо матриці повороту

$$R1 := VH1 \cdot UH1^T = \begin{pmatrix} 0.998255452 & 0.0590411306 & 0.0001070277 & -0.9998894196 & -0.0148700974 & -0.000169544 \\ -0.0590411432 & 0.998255432 & 0.000118009 & 0.0148701248 & -0.9998894205 & -0.0001617023 \\ -0.0000998736 & -0.0001241222 & 0.9999999873 & -0.0001671207 & -0.0001642056 & 0.9999999726 \end{pmatrix}$$

$$R2 := VH2 \cdot UH2^T = \begin{pmatrix} -0.9998894196 & -0.0148700974 & -0.000169544 \\ 0.0148701248 & -0.9998894205 & -0.0001617023 \\ -0.0001671207 & -0.0001642056 & 0.9999999726 \end{pmatrix}$$

Визначаємо елементи зсуву

$$MMTS := \text{stack}(CGXTS, CGYTS, CGZTS) = \begin{pmatrix} 2.16444 \\ -0.55854 \\ 0.05602 \end{pmatrix}, \quad MMSC1 := \text{stack}(CGXSC1, CGYSC1, CGZSC1) = \begin{pmatrix} 2.19312 \\ -0.38444 \\ -0.07321 \end{pmatrix}$$

$$MMSC2 := \text{stack}(CGXSC2, CGYSC2, CGZSC2) = \begin{pmatrix} -2.16776 \\ 0.47577 \\ -0.06941 \end{pmatrix}$$

$$DSC1 := MMTS - R1 \cdot MMSC1 = \begin{pmatrix} -0.00215 \\ -0.04528 \\ 0.12940 \end{pmatrix}$$

$$DSC2 := MMTS - R2 \cdot MMSC2 = \begin{pmatrix} 0.00398 \\ -0.05060 \\ 0.12515 \end{pmatrix}$$

Визначаємо пара метри сканування через зворотне перетворення

Перетворюємо координати тахеометра в СК сканерів

$$TST := TS^T$$

$$Ei(TST, R1, DSC1, i, nts) := \begin{cases} \text{for } i \in 0..nts \\ TSSC1^{(i)} \leftarrow R1^{-1} \cdot (TST^{(i)} - DSC1) \\ TSSC1^T \end{cases}$$

Формуємо набори даних для сканерів і для тахеометра і знаходимо пріорити координат

$$TSSC := \text{stack}(Ei(TST, R1, DSC1, nts, nts - 1), Ei(TST, R2, DSC2, nts, nts - 1))$$

$$XTSSC := TSSC^{(0)} \quad YTSSC := TSSC^{(1)} \quad ZTSSC := TSSC^{(2)}$$

$$\Delta X_{ts} := TS_{0,0} - XTSSC \quad \Delta Y_{ts} := TS_{0,1} - YTSSC \quad \Delta Z_{ts} := TS_{0,2} - ZTSSC$$

—ліва частина рівняння

```

ΔTS := augment(ΔXts, ΔYts, ΔZts)
ΔXTS := ΔTS(0)   ΔYTS := ΔTS(1)   ΔZTS := ΔTS(2)
ΔX1 := SC100,0 - XSC1   ΔY1 := SC100,1 - YSC1   ΔZ1 := SC100,2 - ZSC1
ΔX2 := SC200,0 - XSC2   ΔY2 := SC200,1 - YSC2   ΔZ2 := SC200,2 - ZSC2
ΔSC1 := augment(ΔX1, ΔY1, ΔZ1)   ΔSC2 := augment(ΔX2, ΔY2, ΔZ2)
SC := stack(SC1, SC2)   ΔSC := stack(ΔSC1, ΔSC2)
XSC := SC(0)   YSC := SC(1)   ZSC := SC(2)

```

в подальшому всі дельти і величини без індекса відносяться до даних зі сканера

```

ΔX := ΔSC(0)   ΔY := ΔSC(1)   ΔZ := ΔSC(2)

```

Знаходимо ρ, φ_i, альфа

```

ρ := √(ΔX2 + ΔY2 + ΔZ2)   α := atan(ΔZ / √(ΔX2 + ΔY2))   phi := atan(ΔY / ΔX)

```

```

nSC := rows(SC)   φ(i, nSC) :=
  for i ∈ 0..nSC
  | φi ← π + phii if ΔXi < 0
  | φi ← 2·π + phii if ΔXi > 0 ∧ ΔYi < 0
  | φi ← phii otherwise
  φ

```

```

MVSC := augment(ρ, φ(nSC, nSC - 1), α)   φav := MVSC(1)

```

Починаємо розрахунок параметрів

```

dx(i, a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) := (sp·ρi - a0)·cos(φi - b1/cos(αi) - b2·tan(αi) - b3·sin(φi) - b4·cos(φi))·cos(αi - c0)
dy(i, a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) := (sp·ρi - a0)·sin(φi - b1/cos(αi) - b2·tan(αi) - b3·sin(φi) - b4·cos(φi))·cos(αi - c0)
dz(i, a0, sp, c0) := (sp·ρi - a0)·sin(αi - c0)

```

Задаємо функцію найменших квадратів.

$$i := 0 \quad n := nSC$$

$$F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = \sum_{i=0}^{n-1} \left[\Delta XTS_i - (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \cos\left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i)\right) \cdot \cos(\alpha_i - c0) \right]^2 + \left[\Delta YTS_i - (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin\left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i)\right) \cdot \cos(\alpha_i - c0) \right]^2 + \left[\Delta ZTS_i - (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin(\alpha_i - c0) \right]^2$$

Визначаємо коефіцієнти в першому наближенні

$$a0 := 0 \quad sp := 1 \quad b1 := 0 \quad b2 := 0 \quad b3 := 0 \quad b4 := 0 \quad c0 := 0$$

Given

$$\left(\frac{d}{da0} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right) \left(\frac{d}{dsp} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right) \left(\frac{d}{db1} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right) \left(\frac{d}{db2} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right)$$

$$\left(\frac{d}{db3} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right) \left(\frac{d}{dbc0} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right)$$

$$Find(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = \begin{pmatrix} 0.0011359 \\ 0.9999858 \\ 0.0000001 \\ -0.0000014 \\ 0.0000434 \\ 0.000009 \\ 0.0000047 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a0 \\ sp \\ b1 \\ b2 \\ b3 \\ b4 \\ c0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0.0011359 \\ 0.9999858 \\ 0.0000001 \\ -0.0000014 \\ 0.0000434 \\ 0.000009 \\ 0.0000047 \end{pmatrix}$$

Оцінка точності до і після калібрування

$$DDX := (\Delta X - \Delta XTS)^2 \quad DDY := (\Delta Y - \Delta YTS)^2 \quad DDZ := (\Delta Z - \Delta ZTS)^2$$

$$\Delta x(\rho, \varphi, \alpha, i, nSC) := \left| \Delta x_i \leftarrow (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \cos\left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i)\right) \cdot \cos(\alpha_i - c0) \right| \Delta x$$

$$\Delta y(\rho, \varphi, \alpha, i, nSC) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..nSC \\ \Delta y_i \leftarrow (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin\left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i)\right) \cdot \cos(\alpha_i - c0) \end{array} \right| \Delta y$$

$$\Delta z(\rho, \alpha, i, nSC) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..nSC \\ \Delta z_i \leftarrow (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin(\alpha_i - c0) \end{array} \right| \Delta z$$

$$\Delta C := \text{augment}(\Delta x(\rho, \varphi, \alpha, nSC, nSC - 1), \Delta y(\rho, \varphi, \alpha, nSC, nSC - 1), \Delta z(\rho, \alpha, nSC, nSC - 1))$$

$$\Delta XC := \Delta C^{(0)} \quad \Delta YC := \Delta C^{(1)} \quad \Delta ZC := \Delta C^{(2)}$$

$$DCX := (\Delta XC - \Delta XTS)^2 \quad DCY := (\Delta YC - \Delta YTS)^2 \quad DCZ := (\Delta ZC - \Delta ZTS)^2$$

до калібрування

$$MSE1 := \sqrt{\frac{\sum DDY + \sum DDZ}{nSC}} = 0.0017266$$

після калібрування

$$\sqrt{\frac{\sum DCX + \sum DCY + \sum DCZ}{nSC}} = 0.0011926$$

1.2. Нелінійний розв'язок для сканера 2.

Отримуємо вихідні дані.

```

Координати з тахеометра:
(14.3390 -2.1220 -1.2895
14.3465 -0.0125 0.0735
14.3545 1.6625 -1.3420
14.3520 1.6860 1.3665
7.0215 2.1010 -1.1765
6.2385 2.1020 1.7155
3.6815 2.1205 0.1080
0.4305 2.1370 1.8615
0.9155 2.1415 -1.2760
-2.4760 2.1550 -1.3110
-3.7060 2.1545 1.6810
-6.1740 1.4480 -1.2440
-6.1775 0.4455 0.0490
-6.1805 0.3025 1.7795
-6.1835 -0.8590 -1.3175
-6.1805 -2.4985 1.8160
-6.1825 -3.4880 -1.3690
-2.8335 -3.7375 1.2880
-2.4360 -3.7430 -1.1385
0.2490 -3.7510 -1.0620
1.7690 -3.7570 1.2660
2.9090 -3.7580 -1.0840
5.5360 -3.7665 1.2725
14.3340 -2.3680 0.6775)

Координати зі сканера - СТ1
(-14.3517 1.8052 -1.4420
-14.3149 -0.3021 -0.0782
-14.2892 -1.9779 -1.4937
-14.2871 -1.9985 1.2144
-6.9480 -2.2629 -1.3283
-6.1687 -2.2458 1.5637
-3.6101 -2.2123 -0.0444
-0.3602 -2.1609 1.7084
-0.8412 -2.1736 -1.4276
2.5482 -2.1206 -1.4645
3.7802 -2.0924 1.5297
6.2309 -1.3365 -1.3965
6.2147 -0.3328 -0.1031
6.2135 -0.1889 1.6282
6.1916 0.9705 -1.4697
6.1557 2.6126 1.6644
6.1376 3.5991 -1.5205
2.7826 3.7804 1.1364
2.3873 3.7770 -1.2914
-0.2999 3.7303 -1.2156
-1.8184 3.7035 1.1135
-2.9592 3.6802 -1.2370
-5.5872 3.6370 1.1204
-14.3516 2.0537 0.5253)

SC1 :=
(14.328234 -2.57748 -1.427383
14.421267 -0.468976 -0.06362
14.494784 1.203576 -1.478702
14.49289 1.228157 1.229748
7.185451 1.932449 -1.314161
6.405603 1.966719 1.578726
3.850373 2.086002 -0.030514
0.599448 2.23116 1.723124
1.086363 2.215287 -1.415572
-2.304536 2.366004 -1.45076
-3.533094 2.415385 1.5433
-6.027179 1.805616 -1.382824
-6.071167 0.80429 -0.089604
-6.078485 0.663205 1.641081
-6.127281 -0.499912 -1.456308
-6.191634 -2.136197 1.677412
-6.231686 -3.12739 -1.507502
-2.895034 -3.50692 1.148538
-2.497068 -3.529879 -1.277816
0.184054 -3.646041 -1.202544
1.704935 -3.711142 1.127619
2.842371 -3.758665 -1.22393
5.471034 -3.871563 1.134564
14.314166 -2.821698 0.540642)

SC2 :=
(14.328234 -2.57748 -1.427383
14.421267 -0.468976 -0.06362
14.494784 1.203576 -1.478702
14.49289 1.228157 1.229748
7.185451 1.932449 -1.314161
6.405603 1.966719 1.578726
3.850373 2.086002 -0.030514
0.599448 2.23116 1.723124
1.086363 2.215287 -1.415572
-2.304536 2.366004 -1.45076
-3.533094 2.415385 1.5433
-6.027179 1.805616 -1.382824
-6.071167 0.80429 -0.089604
-6.078485 0.663205 1.641081
-6.127281 -0.499912 -1.456308
-6.191634 -2.136197 1.677412
-6.231686 -3.12739 -1.507502
-2.895034 -3.50692 1.148538
-2.497068 -3.529879 -1.277816
0.184054 -3.646041 -1.202544
1.704935 -3.711142 1.127619
2.842371 -3.758665 -1.22393
5.471034 -3.871563 1.134564
14.314166 -2.821698 0.540642)

XTS := TS(0) YTS := TS(1) ZTS := TS(2) XSC1 := SC1(0) YSC1 := SC1(1) ZSC1 := SC1(2) XSC2 := SC2(0) YSC2 := SC2(1) ZSC2 := SC2(2)
nts := rows(TS) = 24 nsc1 := rows(SC1) = 24 nsc2 := rows(SC2) = 24

```

Розраховуємо параметри перетворення за алгоритмом Кабша

Знаходимо центроїди

```

CGXTS := mean(XTS) = 2.16444  CGYTS := mean(YTS) = -0.55854  CGZTS := mean(ZTS) = 0.05602
CGXSC1 := mean(XSC1) = -2.147  CGYSC1 := mean(YSC1) = 0.49768  CGZSC1 := mean(ZSC1) = -0.09617
CGXSC2 := mean(XSC2) = 2.2259  CGYSC2 := mean(YSC2) = -0.5307  CGZSC2 := mean(ZSC2) = -0.08235

```

Визначаємо дельти від центруїда

```

dxCGTS := XTS - CGXTS  dyCGTS := YTS - CGYTS  dzCGTS := ZTS - CGZTS
dxCGSC1 := XSC1 - CGXSC1  dyCGSC1 := YSC1 - CGYSC1  dzCGSC1 := ZSC1 - CGZSC1
dxCGSC2 := XSC2 - CGXSC2  dyCGSC2 := YSC2 - CGYSC2  dzCGSC2 := ZSC2 - CGZSC2

```

Створюємо матриці дельт

```

MCGTS := augment(dxCGTS, dyCGTS, dzCGTS)  MCGSC1 := augment(dxCGSC1, dyCGSC1, dzCGSC1)  MCGSC2 := augment(dxCGSC2, dyCGSC2, dzCGSC2)

```

Розраховуємо коваріаційні матриці

```

H1 := MCGSC1T.MCGTS =  $\begin{pmatrix} -1323.34419 & -43.82113 & 4.09991 \\ -74.41447 & -146.95061 & -3.33621 \\ -4.04062 & 3.45071 & 39.80783 \end{pmatrix}$   H2 := MCGSC2T.MCGTS =  $\begin{pmatrix} 1325.47405 & 52.62742 & -3.89463 \\ -5.85276 & 144.04049 & 3.62243 \\ -3.9209 & 3.46575 & 39.81306 \end{pmatrix}$ 

```

Проводимо сингулярний розклад коваріаційних матриць

```

UH1 := submatrix(svd(H1), 0, 2, 0, 2) =  $\begin{pmatrix} -0.9981672 & 0.0603014 & 0.0051064 \\ -0.0604412 & -0.9975854 & -0.0342084 \\ -0.0030313 & 0.0344543 & -0.9994017 \end{pmatrix}$   VH1 := submatrix(svd(H1), 3, 5, 0, 2) =  $\begin{pmatrix} 0.9992085 & -0.0395363 & -0.00438 \\ 0.03966631 & 0.9986296 & 0.0341428 \\ -0.0030241 & 0.0342895 & -0.9994074 \end{pmatrix}$ 
UH2 := submatrix(svd(H2), 0, 2, 0, 2) =  $\begin{pmatrix} -0.9999957 & -0.0002129 & -0.002935 \\ 0.0001111 & -0.9994006 & 0.0346193 \\ 0.0029406 & -0.0346188 & -0.9993963 \end{pmatrix}$   VH2 := submatrix(svd(H2), 3, 5, 0, 2) =  $\begin{pmatrix} -0.9992089 & 0.0395248 & -0.0043938 \\ -0.0396531 & -0.9986181 & 0.0344909 \\ 0.0030245 & -0.0346378 & -0.9993954 \end{pmatrix}$ 

```

Визначаємо матриці повороту

$$R1 := VH1 \cdot UH1^T = \begin{pmatrix} -0.9997836003 & -0.0208027021 & -0.0000137098 \\ 0.0208026996 & -0.9997835869 & 0.0001645339 \\ -0.0000171296 & 0.0001642131 & 0.9999999864 \end{pmatrix}$$

$$R2 := VH2 \cdot UH2^T = \begin{pmatrix} 0.9992090856 & -0.0397642557 & 0.0000845917 \\ 0.0397642571 & 0.999209089 & -0.0000156659 \\ -0.0000839018 & 0.0000190173 & 0.9999999963 \end{pmatrix}$$

Визначаємо елементи зсуву

$$M1 := \text{stack}(CGX1TS, CGY1TS, CGZ1TS) = \begin{pmatrix} 2.16444 \\ -0.55854 \\ 0.05602 \end{pmatrix}$$

$$M2 := \text{stack}(CGX2TS, CGY2TS, CGZ2TS) = \begin{pmatrix} -2.14771 \\ 0.49768 \\ -0.09617 \end{pmatrix}$$

$$MM1 := \text{stack}(CGXSC1, CGYSC1, CGZSC1) = \begin{pmatrix} 2.22599 \\ -0.53075 \\ -0.08235 \end{pmatrix}$$

$$MM2 := \text{stack}(CGXSC2, CGYSC2, CGZSC2) = \begin{pmatrix} 0.02754 \\ -0.01628 \\ 0.15207 \end{pmatrix}$$

$$DSC := MM1 - MM2 = \begin{pmatrix} -0.08089 \\ -0.11673 \\ 0.13857 \end{pmatrix}$$

Визначення параметри сканування через зворотне перетворення

Перетворюємо координати тахеометра в СК сканерів

$$E1(TST, R1, DSC1, i, nts) := \begin{cases} TST := TS^T \\ \text{for } i \in 0..nts \\ TSSC1^{(i)} \leftarrow RI^{-1} \cdot (TST^{(i)} - DSC1) \\ TSSC1^T \end{cases}$$

Формуємо набори даних для сканерів і для тахеометра і знаходимо прирости координат

$$TSSC := \text{stack}(E1(TST, R1, DSC1, nts, nts - 1), E1(TST, R2, DSC2, nts, nts - 1))$$

$$XTSSC := TSSC^{(0)} \quad YTSSC := TSSC^{(1)} \quad ZTSSC := TSSC^{(2)}$$

$$\Delta X_{ts} := TS0_{0,0} - XTSSC \quad \Delta Y_{ts} := TS0_{0,1} - YTSSC \quad \Delta Z_{ts} := TS0_{0,2} - ZTSSC$$

—ліва частина рівняння

$$\Delta TS := \text{augment}(\Delta X_{ts}, \Delta Y_{ts}, \Delta Z_{ts})$$

$$\Delta XTS := \Delta TS^{(0)} \quad \Delta YTS := \Delta TS^{(1)} \quad \Delta ZTS := \Delta TS^{(2)}$$

$$\Delta X1 := SC10_{0,0} - XSC1 \quad \Delta Y1 := SC10_{0,1} - YSC1 \quad \Delta Z1 := SC10_{0,2} - ZSC1$$

$$\Delta X2 := SC20_{0,0} - XSC2 \quad \Delta Y2 := SC20_{0,1} - YSC2 \quad \Delta Z2 := SC20_{0,2} - ZSC2$$

$$\Delta SC1 := \text{augment}(\Delta X1, \Delta Y1, \Delta Z1) \quad \Delta SC2 := \text{augment}(\Delta X2, \Delta Y2, \Delta Z2)$$

$$SC := \text{stack}(SC1, SC2) \quad \Delta SC := \text{stack}(\Delta SC1, \Delta SC2)$$

$$XSC := SC^{(0)} \quad YSC := SC^{(1)} \quad ZSC := SC^{(2)}$$

в подальшому всі дельти і величини без індекса відносяться до даних зі сканера

$$\Delta X := \Delta SC^{(0)} \quad \Delta Y := \Delta SC^{(1)} \quad \Delta Z := \Delta SC^{(2)}$$

Знаходимо ρ , ϕ , альфа

$$\rho := \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2} \quad \alpha := \text{atan} \left(\frac{\Delta Z}{\sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}} \right) \quad \text{phi} := \text{atan} \left(\frac{\Delta Y}{\Delta X} \right)$$

$nSC := \text{rows}(SC)$ $\varphi(i, nSC) :=$

for $i \in 0..nSC$	$\varphi_i \leftarrow \pi + \text{phi}_i$ if $\Delta X_i < 0$
	$\varphi_i \leftarrow 2 \cdot \pi + \text{phi}_i$ if $\Delta X_i > 0 \wedge \Delta Y_i < 0$
	$\varphi_i \leftarrow \text{phi}_i$ otherwise

 φ

$MVSC := \text{augment}(\rho, \varphi(nSC, nSC - 1), \alpha)$ $\varphi_i := MVSC^{(1)}$

Починаємо розрахунок параметрів

$$dx(i, a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) := (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \cos\left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i)\right) \cdot \cos(\alpha_i - c0)$$

$$dy(i, a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) := (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin\left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i)\right) \cdot \cos(\alpha_i - c0)$$

$$dz(i, a0, sp, c0) := (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin(\alpha_i - c0)$$

Задаємо функцію найменших квадратів.

$i := 0$ $n := nSC$

$$F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = \sum_{i=0}^{n-1} \left[\begin{array}{l} \Delta XTS_i - (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \cos\left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i)\right) \cdot \cos(\alpha_i - c0) \quad \dots \\ + \Delta YTS_i - (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin\left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i)\right) \cdot \cos(\alpha_i - c0) \quad \dots \\ + [\Delta ZTS_i - (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin(\alpha_i - c0)]^2 \end{array} \right]^2$$

Визначаємо коефіцієнти в першому наближенні

$a0 := 0$ $sp := 1$ $b1 := 0$ $b2 := 0$ $b3 := 0$ $b4 := 0$ $c0 := 0.000$

Given

$$\left(\frac{d}{da0} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right) \left(\frac{d}{dsp} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right) \left(\frac{d}{db1} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right) \left(\frac{d}{db2} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right)$$

$$\left(\frac{d}{db3} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right) \left(\frac{d}{db4} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right) \left(\frac{d}{dc0} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right)$$

$$\text{Find}(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = \begin{pmatrix} 0.0011656 \\ 1.0000629 \\ -0.0000011 \\ 0.0000506 \\ -0.0000251 \\ 0.0000012 \\ -0.0000098 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} a0 \\ sp \\ b1 \\ b2 \\ b3 \\ b4 \\ c0 \end{pmatrix}$$

Порівнюємо різниці депілт координат

$$\text{DDX} := (\Delta X - \Delta XTS)^2 \quad \text{DDY} := (\Delta Y - \Delta YTS)^2 \quad \text{DDZ} := (\Delta Z - \Delta ZTS)^2$$

$\Delta x(\rho, \varphi, \alpha, i, nSC) :=$

$$\text{for } i \in 0..nSC$$

$$\Delta x_i \leftarrow (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \cos\left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)}\right) - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i) \cdot \cos(\alpha_i - c0)$$

Δy

$\Delta y(\rho, \varphi, \alpha, i, nSC) :=$

$$\text{for } i \in 0..nSC$$

$$\Delta y_i \leftarrow (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin\left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)}\right) - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i) \cdot \cos(\alpha_i - c0)$$

Δz

$$\Delta z(\rho, \alpha, i, nSC) := \text{for } i \in 0..nSC$$

$$\Delta z_i \leftarrow (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin(\alpha_i - c0)$$

$$\Delta C := \text{augment}(\Delta x(\rho, \varphi, \alpha, nSC, nSC - 1), \Delta y(\rho, \varphi, \alpha, nSC, nSC - 1), \Delta z(\rho, \alpha, nSC, nSC - 1))$$

$$\Delta XC := \Delta C^{(0)} \quad \Delta YC := \Delta C^{(1)} \quad \Delta ZC := \Delta C^{(2)}$$

$$\text{DCX} := (\Delta XC - \Delta XTS)^2 \quad \text{DCY} := (\Delta YC - \Delta YTS)^2 \quad \text{DCZ} := (\Delta ZC - \Delta ZTS)^2$$

до калібрування

$$\text{MSE1} := \sqrt{\frac{\sum \text{DDX} + \sum \text{DDY} + \sum \text{DDZ}}{nSC}} = 0.0018891$$

після калібрування

$$\sqrt{\frac{\sum \text{DCX} + \sum \text{DCY} + \sum \text{DCZ}}{nSC}} = 0.0017281$$

1.3. Нелінійний розв’язок для сканера 3.

Отримуємо вихідні дані.

Координати з тахеометра:	Координати зі сканера - СТ1	Координати зі сканера - СТ2	Координати станції (для розрахунку приростів координат)
(14.3390 -2.1220 -1.2895	(11.1279 9.3471 -1.3376	(-3.503161 -12.104652 -1.337297	
14.3465 -0.0125 0.0735	9.5634 10.7630 0.0267	-1.404981 -12.327213 0.026351	
14.3545 1.6625 -1.3420	8.3222 11.8876 -1.3884	0.260445 -12.507717 -1.389844	TS0 := (0.000 0.000 0.000)
14.3520 1.6860 1.3665	8.3028 11.8994 1.3179	0.284141 -12.507166 1.321567	
7.0215 2.1010 -1.1765	3.1058 6.7272 -1.2230	1.446151 -5.256598 -1.224032	SC10 := (0.000 0.000 0.000)
6.2385 2.1020 1.7155	2.5755 6.1395 1.6725	1.526069 -4.481931 1.668997	
3.6815 2.1205 0.1080	0.8526 4.2465 0.0602	1.807224 -1.937583 0.060534	SC20 := (0.000 0.000 0.000)
0.4305 2.1370 1.8615	-1.3299 1.8370 1.8136	2.15522 1.295037 1.814115	
0.9155 2.1415 -1.2760	-1.0085 2.2006 -1.3239	2.109576 0.81302 -1.324038	
-2.4760 2.1550 -1.3110	-3.2855 -0.3141 -1.3607	2.471915 4.184906 -1.359966	
-3.7060 2.1545 1.6810	-4.1096 -1.2356 1.6345	2.596781 5.409604 1.632983	
-6.1740 1.4480 -1.2440	-5.2277 -3.5383 -1.2915	2.14507 7.935849 -1.292608	
-6.1775 0.4455 0.0490	-4.4828 -4.2111 0.0022	1.14745 8.042022 0.000368	
-6.1805 0.3025 1.7795	-4.3795 -4.3082 1.7325	1.006859 8.059836 1.730842	
-6.1835 -0.8590 -1.3175	-3.5142 -5.0855 -1.3656	-0.148951 8.180399 -1.366314	
-6.1805 -2.4985 1.8160	-2.2936 -6.1799 1.7689	-1.779691 8.34612 1.767834	
-6.1825 -3.4880 -1.3690	-1.5584 -6.8420 -1.4162	-2.765034 8.449267 -1.416656	
-2.8335 -3.7375 1.2880	0.8617 -4.5167 1.2408	-3.354764 5.142698 1.239696	
-2.4360 -3.7430 -1.1385	1.1306 -4.2250 -1.1857	-3.400553 4.747884 -1.18677	
0.2490 -3.7510 -1.0620	2.9338 -2.2301 -1.1083	-3.684266 2.077935 -1.110537	
1.7690 -3.7570 1.2660	3.9544 -1.0993 1.2183	-3.843999 0.566704 1.219191	
2.9090 -3.7580 -1.0840	4.7168 -0.2501 -1.1322	-3.962168 -0.567048 -1.131731	
5.5360 -3.7665 1.2725	6.4785 1.6994 1.2257	-4.23966 -3.181939 1.225996	
(14.3340 -2.3680 0.6775	(11.3086 9.1808 0.6300	(-3.746779 -12.074219 0.630905	

```

XTS := TS(0) YTS := TS(1) ZTS := TS(2) XSC1 := SC1(0) YSC1 := SC1(1) ZSC1 := SC1(2) XSC2 := SC2(0) YSC2 := SC2(1) ZSC2 := SC2(2)
nsc1 := rows(SC1) = 24      nsc2 := rows(SC2) = 24

```

Розрахуємо параметри перетворення за алгоритмом Кабля

Знаходимо центроїди

```

CGXTS := mean(XTS) = 2.16444      CGYTS := mean(YTS) = -0.55854      CGZTS := mean(ZTS) = 0.05602
CGXSC1 := mean(XSC1) = 1.8352    CGYSC1 := mean(YSC1) = 1.32884    CGZSC1 := mean(ZSC1) = 0.00878
CGXSC2 := mean(XSC2) = -0.70321  CGYSC2 := mean(YSC2) = -0.15395    CGZSC2 := mean(ZSC2) = 0.00832

Визначаємо дельти від центроїда
dxCGTS := XTS - CGXTS      dyCGTS := YTS - CGYTS      dzCGTS := ZTS - CGZTS
dxCGSC1 := XSC1 - CGXSC1  dyCGSC1 := YSC1 - CGYSC1  dzCGSC1 := ZSC1 - CGZSC1
dxCGSC2 := XSC2 - CGXSC2  dyCGSC2 := YSC2 - CGYSC2  dzCGSC2 := ZSC2 - CGZSC2

Створюємо матриці дельт
MCGTS := augment(dxCGTS, dyCGTS, dzCGTS)      MCGSC1 := augment(dxCGSC1, dyCGSC1, dzCGSC1)      MCGSC2 := augment(dxCGSC2, dyCGSC2, dzCGSC2)

```

Розраховуємо коваріаційні матриці

$$\begin{matrix}
\text{H1} := \text{MCGSC1}^T \cdot \text{MCGTS} = \\
\begin{pmatrix} 849.72737 & -77.41323 & -5.27567 \\ 1017.45986 & 132.37316 & -0.72263 \\ -4.02588 & 3.44814 & 39.81174 \end{pmatrix}
\end{matrix}
\quad
\begin{matrix}
\text{H2} := \text{MCGSC2}^T \cdot \text{MCGTS} = \\
\begin{pmatrix} -88.77023 & 140.46017 & 3.84216 \\ -1322.42764 & -61.5434 & 3.66157 \\ -3.9296 & 3.44547 & 39.81351 \end{pmatrix}
\end{matrix}$$

Проводимо сингулярний розклад коваріаційних матриць

$$\begin{matrix}
\text{UH1} := \text{submatrix}(\text{svd}(\text{H1}), 0, 2, 0, 2) = \\
\begin{pmatrix} -0.6376939 & 0.769763 & -0.028484 \\ -0.7702839 & -0.6373979 & 0.019662 \\ 0.0030206 & -0.0344791 & -0.9994009 \end{pmatrix}
\end{matrix}
\quad
\begin{matrix}
\text{VH1} := \text{submatrix}(\text{svd}(\text{H1}), 3, 5, 0, 2) = \\
\begin{pmatrix} -0.9992094 & 0.0395115 & -0.0044082 \\ -0.0396398 & -0.9986245 & 0.0343203 \\ 0.0030461 & -0.0344679 & -0.9994012 \end{pmatrix}
\end{matrix}$$

$$\begin{matrix}
\text{UH2} := \text{submatrix}(\text{svd}(\text{H2}), 0, 2, 0, 2) = \\
\begin{pmatrix} -0.0626793 & 0.9974354 & 0.0345543 \\ -0.9980294 & -0.0627438 & 0.0007819 \\ -0.0029479 & 0.0344372 & -0.9994025 \end{pmatrix}
\end{matrix}
\quad
\begin{matrix}
\text{VH2} := \text{submatrix}(\text{svd}(\text{H2}), 3, 5, 0, 2) = \\
\begin{pmatrix} 0.9992086 & -0.0395333 & -0.0043881 \\ 0.0396608 & 0.9986234 & 0.0343255 \\ -0.003025 & 0.0344724 & -0.9994011 \end{pmatrix}
\end{matrix}$$

Визначаємо матриці повороту

$$R1 := \text{VH1} \cdot \text{UH1}^T = \begin{pmatrix} 0.6677298255 & 0.7444037073 & 0.0000250615 \\ -0.7444037077 & 0.6677298254 & 0.0000121656 \\ -0.0000076782 & -0.0000267792 & 0.9999999996 \end{pmatrix}$$

$$R2 := \text{VH2} \cdot \text{UH2}^T = \begin{pmatrix} -0.1022132367 & -0.9947625084 & 0.000078432 \\ 0.9947625107 & -0.1022132395 & -0.0000321542 \\ 0.0000400026 & 0.0000747347 & 0.99999999964 \end{pmatrix}$$

Визначаємо елементи зсуву

$$\text{MMTS} := \text{stack}(\text{CGXTS}, \text{CGYTS}, \text{CGZTS}) = \begin{pmatrix} 2.16444 \\ -0.55854 \\ 0.05602 \end{pmatrix}$$

$$\text{MMSC1} := \text{stack}(\text{CGXSC1}, \text{CGYSC1}, \text{CGZSC1}) = \begin{pmatrix} 1.8352 \\ 1.32884 \\ 0.00878 \end{pmatrix}$$

$$\text{MMSC2} := \text{stack}(\text{CGXSC2}, \text{CGYSC2}, \text{CGZSC2}) = \begin{pmatrix} -0.70321 \\ -0.15395 \\ 0.00832 \end{pmatrix}$$

$$\text{DSC1} := \text{MMTS} - R1 \cdot \text{MMSC1} = \begin{pmatrix} -0.05018 \\ -0.07972 \\ 0.04729 \end{pmatrix}$$

$$\text{DSC2} := \text{MMTS} - R2 \cdot \text{MMSC2} = \begin{pmatrix} 1.93942 \\ 0.12525 \\ 0.04774 \end{pmatrix}$$

Визначення параметри сканування через зворотнє перетворення

Перетворюємо координати тахеометра в СК сканерів

$$\begin{aligned} & \text{TST} := \text{TS}^T \\ \text{E1}(\text{TST}, \text{R1}, \text{DSC1}, i, \text{nts}) := & \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{nts} \\ \text{TSSC1}^{(i)} \leftarrow \text{R1}^{-1} \cdot (\text{TST}^{(i)} - \text{DSC1}) \\ \text{TSSC1}^T \end{cases} \end{aligned}$$

Формуємо набори даних для сканерів і для тахеометра і знаходимо прирости координат

$$\begin{aligned} \text{TSSC} &:= \text{stack}(\text{E1}(\text{TST}, \text{R1}, \text{DSC1}, \text{nts}, \text{nts} - 1), \text{E1}(\text{TST}, \text{R2}, \text{DSC2}, \text{nts}, \text{nts} - 1)) \\ \text{XTSSC} &:= \text{TSSC}^{(0)} \quad \text{YTSSC} := \text{TSSC}^{(1)} \quad \text{ZTSSC} := \text{TSSC}^{(2)} \\ \Delta X_{\text{ts}} &:= \text{TS0}_{0,0} - \text{XTSSC} \quad \Delta Y_{\text{ts}} := \text{TS0}_{0,1} - \text{YTSSC} \quad \Delta Z_{\text{ts}} := \text{TS0}_{0,2} - \text{ZTSSC} \\ & \Delta \text{TS} := \text{augment}(\Delta X_{\text{ts}}, \Delta Y_{\text{ts}}, \Delta Z_{\text{ts}}) \\ \Delta \text{XTS} &:= \Delta \text{TS}^{(0)} \quad \Delta \text{YTS} := \Delta \text{TS}^{(1)} \quad \Delta \text{ZTS} := \Delta \text{TS}^{(2)} \\ \Delta \text{X1} &:= \text{SC10}_{0,0} - \text{XSC1} \quad \Delta \text{Y1} := \text{SC10}_{0,1} - \text{YSC1} \quad \Delta \text{Z1} := \text{SC10}_{0,2} - \text{ZSC1} \\ \Delta \text{X2} &:= \text{SC20}_{0,0} - \text{XSC2} \quad \Delta \text{Y2} := \text{SC20}_{0,1} - \text{YSC2} \quad \Delta \text{Z2} := \text{SC20}_{0,2} - \text{ZSC2} \\ \Delta \text{SC1} &:= \text{augment}(\Delta \text{X1}, \Delta \text{Y1}, \Delta \text{Z1}) \quad \Delta \text{SC2} := \text{augment}(\Delta \text{X2}, \Delta \text{Y2}, \Delta \text{Z2}) \\ \text{SC} &:= \text{stack}(\text{SC1}, \text{SC2}) \quad \Delta \text{SC} := \text{stack}(\Delta \text{SC1}, \Delta \text{SC2}) \\ \text{XSC} &:= \text{SC}^{(0)} \quad \text{YSC} := \text{SC}^{(1)} \quad \text{ZSC} := \text{SC}^{(2)} \\ & \text{в подальшому всі дельти і величини без індекса відносяться до даних зі сканера} \\ \Delta \text{X} &:= \Delta \text{SC}^{(0)} \quad \Delta \text{Y} := \Delta \text{SC}^{(1)} \quad \Delta \text{Z} := \Delta \text{SC}^{(2)} \end{aligned}$$

Знаходимо ρ , ϕ , альфа

$$\rho := \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2} \quad \alpha := \text{atan} \left(\frac{\Delta Z}{\sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}} \right) \quad \text{phi} := \text{atan} \left(\frac{\Delta Y}{\Delta X} \right)$$

-ліва частина рівняння

$$\begin{array}{l}
\text{nSC} := \text{rows(SC)} \quad \varphi(i, \text{nSC}) := \text{for } i \in 0.. \text{nSC} \\
\left| \begin{array}{l} \varphi_i \leftarrow \pi + \text{phi}_i \text{ if } \Delta X_i < 0 \\ \varphi_i \leftarrow 2 \cdot \pi + \text{phi}_i \text{ if } \Delta X_i > 0 \wedge \Delta Y_i < 0 \\ \varphi_i \leftarrow \text{phi}_i \text{ otherwise} \end{array} \right. \\
\varphi
\end{array}$$

$$\text{MVSC} := \text{augment}(\rho, \varphi(\text{nSC}, \text{nSC} - 1), \alpha) \quad \varphi_i := \text{MVSC}(i)$$

Починаємо розрахунок параметрів

$$dx(i, a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) := (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \cos\left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i)\right) \cdot \cos(\alpha_i - c0)$$

$$dy(i, a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) := (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin\left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i)\right) \cdot \cos(\alpha_i - c0)$$

$$dz(i, a0, sp, c0) := (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin(\alpha_i - c0)$$

Задаємо функцію найменших квадратів.

$$i := 0 \quad n := \text{nSC}$$

$$\begin{array}{l}
\text{F}(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = \sum_{i=0}^{n-1} \left[\begin{array}{l} \Delta X T S_i - (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \cos\left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i)\right) \cdot \cos(\alpha_i - c0) \right]^2 \dots \\ + \left[\Delta Y T S_i - (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin\left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i)\right) \cdot \cos(\alpha_i - c0) \right]^2 + \left[\Delta Z T S_i - (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin(\alpha_i - c0) \right]^2 \end{array} \right]
\end{array}$$

Визначаємо коефіцієнти в першому наближенні

$$a0 := 0 \quad sp := 1 \quad b1 := 0 \quad b2 := 0 \quad b3 := 0 \quad b4 := 0 \quad c0 := 0$$

Given

$$\left(\frac{d}{da0} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right) \quad \left(\frac{d}{dsp} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right) \quad \left(\frac{d}{db1} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right) \quad \left(\frac{d}{db2} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right)$$

$$\left(\frac{d}{db3} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right) \quad \left(\frac{d}{dbc0} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right)$$

$$\text{Find}(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = \begin{pmatrix} 0.0015859 \\ 1.0000769 \\ -0.0000002 \\ -0.0001097 \\ -0.0000092 \\ 0.000002 \\ 0.000009 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a0 \\ sp \\ b1 \\ b2 \\ b3 \\ b4 \\ c0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0.0015859 \\ 1.0000769 \\ -0.0000002 \\ -0.0001097 \\ -0.0000092 \\ 0.000002 \\ 0.000009 \end{pmatrix}$$

Порівнюємо різниці деплът координат

$$\text{DDX} := (\Delta X - \Delta XTS)^2 \quad \text{DDY} := (\Delta Y - \Delta YTS)^2 \quad \text{DDZ} := (\Delta Z - \Delta ZTS)^2$$

$$\Delta x(\rho, \varphi, \alpha, i, nSC) := \begin{cases} \text{for } i \in 0..nSC \\ \Delta x_i \leftarrow (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \cos(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i)) \cdot \cos(\alpha_i - c0) \end{cases} \Delta x$$

$$\Delta y(\rho, \varphi, \alpha, i, nSC) := \begin{cases} \text{for } i \in 0..nSC \\ \Delta y_i \leftarrow (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i)) \cdot \cos(\alpha_i - c0) \end{cases} \Delta y$$

$$\Delta z(\rho, \alpha, i, nSC) := \begin{cases} \text{for } i \in 0..nSC \\ \Delta z_i \leftarrow (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin(\alpha_i - c0) \end{cases} \Delta z$$

$$\Delta C := \text{augment}(\Delta x(\rho, \varphi, \alpha, nSC, nSC - 1), \Delta y(\rho, \varphi, \alpha, nSC, nSC - 1), \Delta z(\rho, \alpha, nSC, nSC - 1))$$

$$\Delta XC := \Delta C^{(0)} \quad \Delta YC := \Delta C^{(1)} \quad \Delta ZC := \Delta C^{(2)} \quad \text{DCX} := (\Delta XC - \Delta XTS)^2 \quad \text{DCY} := (\Delta YC - \Delta YTS)^2 \quad \text{DCZ} := (\Delta ZC - \Delta ZTS)^2$$

до калібрування

$$\text{MSE1} := \sqrt{\frac{\sum \text{DDX} + \sum \text{DDY} + \sum \text{DDZ}}{nSC}} = 0.0027166$$

після калібрування

$$\sqrt{\frac{\sum \text{DCX} + \sum \text{DCY} + \sum \text{DCZ}}{nSC}} = 0.002493$$

1.4. Нелінійний розв'язок для сканера 4.

Отримуємо вихідні дані.

```

Координати з тахеометра:
( 3.508  0.014  0.604
 3.628 -0.174 -0.905
 2.586  1.349 -0.116
 1.258  3.284  0.59
 1.255  3.289 -1.164
-0.388  3.062  0.731
-0.373  3.076 -1.419
-2.123  1.873 -0.132
-3.73  0.771  0.681
-3.75  0.756 -1.389
-3.439 -0.201  0.711
-3.426 -0.197 -1.394
-2.335 -1.796 -0.138
-1.07  -3.599  0.689
-1.094 -3.608 -1.159
 0.142 -3.319  0.683
 0.104 -3.344 -1.294
 1.671 -2.196 -0.092
 3.481 -0.965  0.585
 3.522 -0.933 -0.869 )

Координати зі сканера - СТ1
( 2.995 -2.024  0.668
 2.986 -2.247 -0.841
 3.003 -0.401 -0.052
 3.019  1.945  0.654
 3.021  1.953 -1.099
 1.543  2.706  0.794
 1.562  2.709 -1.355
-0.561  2.724 -0.068
-2.511  2.738  0.745
-2.536  2.739 -1.325
-2.829  1.775  0.775
-2.814  1.77  -1.329
-2.835 -0.166 -0.074
-2.828 -2.368  0.752
-2.854 -2.364 -1.095
-1.674 -2.834  0.746
-1.718 -2.831 -1.229
 0.223 -2.787 -0.028
 2.413 -2.812  0.649
 2.465 -2.81 -0.806 )

SC1 :=
( 0.85 -0.861  0.674
 0.753 -1.061 -0.834
 1.486  0.631 -0.046
 2.416  2.787  0.66
 2.42  2.793 -1.094
 1.352  4.063  0.801
 1.371  4.057 -1.349
-0.58  4.897 -0.063
-2.37  5.67  0.752
-2.393  5.679 -1.319
-3.037  4.906  0.782
-3.026  4.897 -1.324
-3.799  3.121 -0.067
-4.651  1.088  0.759
-4.672  1.104 -1.089
-3.769  0.212  0.753
-3.81  0.231 -1.225
-2.004 -0.485 -0.022
 0.006 -1.359  0.654
 0.054 -1.378 -0.8 )

SC2 :=
( 0.000  0.000  0.000 )
( 0.000  0.000  0.000 )
( 0.000  0.000  0.000 )

Координати станції
(для розрахунку приростів координат)
TSS := (0.000  0.000  0.000)
SC10 := (0.000  0.000  0.000)
SC20 := (0.000  0.000  0.000)

Координати зі сканера - СТ2
( 0.85 -0.861  0.674
 0.753 -1.061 -0.834
 1.486  0.631 -0.046
 2.416  2.787  0.66
 2.42  2.793 -1.094
 1.352  4.063  0.801
 1.371  4.057 -1.349
-0.58  4.897 -0.063
-2.37  5.67  0.752
-2.393  5.679 -1.319
-3.037  4.906  0.782
-3.026  4.897 -1.324
-3.799  3.121 -0.067
-4.651  1.088  0.759
-4.672  1.104 -1.089
-3.769  0.212  0.753
-3.81  0.231 -1.225
-2.004 -0.485 -0.022
 0.006 -1.359  0.654
 0.054 -1.378 -0.8 )

XTS := TS(0) YTS := TS(1) ZTS := TS(2) XSC1 := SC1(0) YSC1 := SC1(1) ZSC1 := SC1(2) XSC2 := SC2(0) YSC2 := SC2(1) ZSC2 := SC2(2)
nrs := rows(TS) = 20 nsc1 := rows(SC1) = 20 nsc2 := rows(SC2) = 20

Розраховуємо параметри перетворення за алгоритмом Кабша
Знаходимо центроїди
CGXTS := mean(XTS) = -0.02865 CGYTS := mean(YTS) = -0.1429 CGZTS := mean(ZTS) = -0.23985

```

```
CGXS1 := mean(XSC1) = 0.0035 CGYS1 := mean(YSC1) = -0.1292 CGZS1 := mean(ZSC1) = -0.1759
CGXS2 := mean(XSC2) = -1.170 CGYS2 := mean(YSC2) = 2.0496 CGZS2 := mean(ZSC2) = -0.16985
```

Визначаємо дельти від центроїда

```
dxCGTS := XTS - CGXTS    dyCGTS := YTS - CGYTS    dzCGTS := ZTS - CGZTS
dxCGSC1 := XSC1 - CGXS1    dyCGSC1 := YSC1 - CGYS1    dzCGSC1 := ZSC1 - CGZS1
dxCGSC2 := XSC2 - CGXS2    dyCGSC2 := YSC2 - CGYS2    dzCGSC2 := ZSC2 - CGZS2
```

Створюємо матриці дельт

```
MCGTS := augment(dxCGTS, dyCGTS, dzCGTS)    MCGSC1 := augment(dxCGSC1, dyCGSC1, dzCGSC1)    MCGSC2 := augment(dxCGSC2, dyCGSC2, dzCGSC2)
```

Розраховуємо коваріаційні матриці

```
H1 := MCGSC1^T * MCGTS =  $\begin{pmatrix} 104.7577 & 60.93206 & 1.82845 \\ -71.49294 & 85.13837 & -2.3468 \\ 2.8378 & -0.87122 & 14.23541 \end{pmatrix}$     H2 := MCGSC2^T * MCGTS =  $\begin{pmatrix} 68.67232 & 89.28868 & 0.77461 \\ -106.63226 & 54.70844 & -2.87381 \\ 2.83124 & -0.87365 & 14.2428 \end{pmatrix}$ 
```

Проводимо сингулярний розклад коваріаційних матриць

```
UH1 := submatrix(svd(H1), 0, 2, 0, 2) =  $\begin{pmatrix} -0.8509421 & -0.5250442 & -0.0150357 \\ 0.5246786 & -0.8509987 & 0.0226616 \\ -0.0246937 & 0.0113948 & 0.9996301 \end{pmatrix}$     VH1 := submatrix(svd(H1), 3, 5, 0, 2) =  $\begin{pmatrix} -0.9981034 & 0.0561074 & -0.0253272 \\ -0.0563769 & -0.9983589 & 0.0100541 \\ -0.0247215 & 0.0114629 & 0.9996287 \end{pmatrix}$ 
UH2 := submatrix(svd(H2), 0, 2, 0, 2) =  $\begin{pmatrix} -0.5798712 & -0.8146929 & -0.0049859 \\ 0.8143355 & -0.5797802 & 0.0266964 \\ -0.0246401 & 0.0114203 & 0.9996312 \end{pmatrix}$     VH2 := submatrix(svd(H2), 3, 5, 0, 2) =  $\begin{pmatrix} -0.9980829 & 0.0564645 & -0.0253416 \\ -0.0567336 & -0.998339 & 0.0100274 \\ -0.0247334 & 0.0114459 & 0.9996286 \end{pmatrix}$ 
```

Визначаємо матриці повороту

```
R1 := VH1 * UH1^T =  $\begin{pmatrix} 0.8202502416 & -0.5720048427 & -0.0000315799 \\ 0.5720048435 & 0.820250239 & 0.0000664178 \\ -0.0000120879 & -0.000072543 & 0.9999999973 \end{pmatrix}$ 
R2 := VH2 * UH2^T =  $\begin{pmatrix} 0.5328846875 & -0.8461878638 & -0.0000945775 \\ 0.8461878685 & 0.5328846881 & 0.0000202846 \\ 0.0000332344 & -0.0000908397 & 0.9999999953 \end{pmatrix}$ 
```

Визначаємо елементи зсуву

$$\text{MMTS} := \text{stack}(\text{CGXTS}, \text{CGYTS}, \text{CGZTS}) = \begin{pmatrix} -0.02865 \\ -0.1429 \\ -0.23985 \end{pmatrix} \quad \text{MMSC1} := \text{stack}(\text{CGXSC1}, \text{CGYSC1}, \text{CGZSC1}) = \begin{pmatrix} 0.0035 \\ -0.12925 \\ -0.1759 \end{pmatrix}$$

$$\text{MMSC2} := \text{stack}(\text{CGXSC2}, \text{CGYSC2}, \text{CGZSC2}) = \begin{pmatrix} -1.17015 \\ 2.0496 \\ -0.16985 \end{pmatrix}$$

$$\text{DSC1} := \text{MMTS} - \text{R1} \cdot \text{MMSC1} = \begin{pmatrix} -0.10546 \\ -0.03887 \\ -0.06396 \end{pmatrix}$$

$$\text{DSC2} := \text{MMTS} - \text{R2} \cdot \text{MMSC2} = \begin{pmatrix} 2.32924 \\ -0.24493 \\ -0.06977 \end{pmatrix}$$

Визначаємо параметри сканування через зворотнє перетворення

Перетворюємо координати тахеометра в СК сканерів

$$\text{TST} := \text{TS}^T \quad \text{E1}(\text{TST}, \text{R1}, \text{DSC1}, i, \text{nts}) := \begin{cases} \text{for } i \in 0.. \text{nts} \\ \text{TSSC1} \leftarrow \text{R1}^{-1} \cdot (\text{TST}^{(i)} - \text{DSC1}) \\ \text{TSSC1}^T \end{cases}$$

Формуємо набори даних для сканерів і для тахеометра і знаходимо прирости координат

$TSSC := \text{stack}(E[(TST, R1, DSC1, nts - 1), E[(TST, R2, DSC2, nts, nts - 1)])$ $XTSSC := TSSC^{(0)}$ $YTSSC := TSSC^{(1)}$ $ZTSSC := TSSC^{(2)}$
 $\Delta X_{ts} := TS0_{0,0} - XTSSC$ $\Delta Y_{ts} := TS0_{0,1} - YTSSC$ $\Delta Z_{ts} := TS0_{0,2} - ZTSSC$ -ліва частина рівняння
 $\Delta TS := \text{augment}(\Delta X_{ts}, \Delta Y_{ts}, \Delta Z_{ts})$ $\Delta XTS := \Delta TS^{(0)}$ $\Delta YTS := \Delta TS^{(1)}$ $\Delta ZTS := \Delta TS^{(2)}$
 $\Delta X1 := SC10_{0,0} - XSC1$ $\Delta Y1 := SC10_{0,1} - YSC1$ $\Delta Z1 := SC10_{0,2} - ZSC1$ $\Delta X2 := SC20_{0,0} - XSC2$ $\Delta Y2 := SC20_{0,1} - YSC2$ $\Delta Z2 := SC20_{0,2} - ZSC2$
 $\Delta SC1 := \text{augment}(\Delta X1, \Delta Y1, \Delta Z1)$ $\Delta SC2 := \text{augment}(\Delta X2, \Delta Y2, \Delta Z2)$ $SC := \text{stack}(SC1, SC2)$ $\Delta SC := \text{stack}(\Delta SC1, \Delta SC2)$ $XSC := SC^{(0)}$ $YSC := SC^{(1)}$ $ZSC := SC^{(2)}$

в подальшому всі дельти і величини без індекса відносяться до даних зі сканера

$\Delta X := \Delta SC^{(0)}$ $\Delta Y := \Delta SC^{(1)}$ $\Delta Z := \Delta SC^{(2)}$

Знаходимо ρ , ϕ , альфа

$$\rho := \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2} \quad \alpha := \text{atan} \left(\frac{\Delta Z}{\sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}} \right) \quad \phi := \text{atan} \left(\frac{\Delta Y}{\Delta X} \right)$$

$nSC := \text{rows}(SC)$ $\varphi(i, nSC) :=$

$\varphi_i \leftarrow \pi + \phi_i$, if $\Delta X_i < 0$	φ
$\varphi_i \leftarrow 2 \cdot \pi + \phi_i$, if $\Delta X_i > 0 \wedge \Delta Y_i < 0$	φ
$\varphi_i \leftarrow \phi_i$, otherwise	φ

$MVSC := \text{augment}(\rho, \varphi(nSC, nSC - 1), \alpha)$ $\varphi := MVSC^{(1)}$

Починаємо розрахунок параметрів

$$dx(i, a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) := (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \cos \left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i) \right) \cdot \cos(\alpha_i - c0)$$

$$dy(i, a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) := (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin \left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i) \right) \cdot \cos(\alpha_i - c0)$$

$$dz(i, a0, sp, c0) := (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin(\alpha_i - c0)$$

Задаємо функцію найменших квадратів.

$i := 0$ $n := nSC$

$$F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = \sum_{i=0}^{n-1} \left[\begin{array}{l} \Delta XTS_i - (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \cos \left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i) \right) \cdot \cos(\alpha_i - c0) \right]^2 \dots \\ + \left[\Delta YTS_i - (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin \left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i) \right) \cdot \cos(\alpha_i - c0) \right]^2 + \left[\Delta ZTS_i - (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin(\alpha_i - c0) \right]^2 \end{array} \right]$$

Визначаємо коефіцієнти в першому наближенні

$$a0 := 0 \quad sp := 1 \quad b1 := 0 \quad b2 := 0 \quad b3 := 0 \quad b4 := 0 \quad c0 := 0$$

Given

$$\left(\frac{d}{da0} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right) \left(\frac{d}{dsp} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right) \left(\frac{d}{db1} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right) \left(\frac{d}{db2} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right)$$

$$\left(\frac{d}{db3} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right) \left(\frac{d}{db4} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right) \left(\frac{d}{dc0} F(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) = 0 \right)$$

$$\begin{pmatrix} a0 \\ sp \\ b1 \\ b2 \\ b3 \\ b4 \\ c0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0.0010422 \\ 0.9999419 \\ 0.0000258 \\ -0.0000147 \\ 0.0001266 \\ 0.0001028 \\ -0.0000122 \end{pmatrix}$$

$$\text{Find}(a0, sp, b1, b2, b3, b4, c0) =$$

Порівнюємо різниці дефільт координат

$$\text{DDX} := (\Delta X - \Delta XTS)^2 \quad \text{DDY} := (\Delta Y - \Delta YTS)^2 \quad \text{DDZ} := (\Delta Z - \Delta ZTS)^2$$

$$\Delta x(\rho, \varphi, \alpha, i, nSC) :=$$

$$\begin{matrix} \text{for } i \in 0..nSC \\ \Delta x_i \leftarrow (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \cos\left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i)\right) \cdot \cos(\alpha_i - c0) \end{matrix}$$

Δx

$$\Delta y(\rho, \varphi, \alpha, i, nSC) :=$$

$$\begin{matrix} \text{for } i \in 0..nSC \\ \Delta y_i \leftarrow (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin\left(\varphi_i - \frac{b1}{\cos(\alpha_i)} - b2 \cdot \tan(\alpha_i) - b3 \cdot \sin(\varphi_i) - b4 \cdot \cos(\varphi_i)\right) \cdot \cos(\alpha_i - c0) \end{matrix}$$

Δy

$$\Delta z(\rho, \alpha, i, nSC) := \begin{matrix} \text{for } i \in 0..nSC \\ \Delta z_i \leftarrow (sp \cdot \rho_i - a0) \cdot \sin(\alpha_i - c0) \\ \Delta z \end{matrix}$$

$$\Delta C := \text{augment}(\Delta x(\rho, \varphi, \alpha, nSC, nSC - 1), \Delta y(\rho, \varphi, \alpha, nSC, nSC - 1), \Delta z(\rho, \alpha, nSC, nSC - 1)) \quad \Delta XC := \Delta C^{(0)} \quad \Delta YC := \Delta C^{(1)} \quad \Delta ZC := \Delta C^{(2)}$$

$$\text{DCX} := (\Delta XC - \Delta XTS)^2 \quad \text{DCY} := (\Delta YC - \Delta YTS)^2 \quad \text{DCZ} := (\Delta ZC - \Delta ZTS)^2$$

до калібрування

$$\text{MSE1} := \sqrt{\frac{\sum \text{DDX} + \sum \text{DDY} + \sum \text{DDZ}}{nSC}} = 0.0018224$$

після калібрування

$$\sqrt{\frac{\sum \text{DCX} + \sum \text{DCY} + \sum \text{DCZ}}{nSC}} = 0.0012618$$

ДОДАТОК 2

Акт впровадження результатів дисертаційного дослідження.

ПРИВАТНЕ ПІДПРИЄМСТВО	
«ГЕОДЕЗИЧНА ІНЖИНІРИНГОВА АГЕНЦІЯ»	
Юридична адреса: 02144 м. Київ, вул. Русової Софії, 5, кв.20	тел. (050)358-22-89
geoagency@ukr.net	тел. б/х. (050)353-46-47

№152-а від 03.07.2023.

АКТ

про впровадження результатів науково-дослідної роботи

Виданий аспіранту кафедри інженерної геодезії КНУБА Соссі Богдану Ростиславовичу про те, що результати його дисертації на здобуття наукового ступеню доктора філософії впроваджені у виробничий процес ПП «Геодезична Інжинірингова Агенція» при виконанні сканування одного з мостових переходів через річку Дніпро в м. Києві. Надані Сосою Б.Р. науково обґрунтовані пропозиції відносились до підвищення точності наземного лазерного сканування та отриманню якіснішої тривимірної моделі об'єкту. Отримані рекомендації Сосси Б.Р. сприятимуть більш точному визначенню координат точок конструктивних елементів, що призведе до покращення 3-D моделі і, відповідно, оптимальнішим проектним рішенням реконструкції мостового переходу.

Директор

_____ В. Примак



Головний інженер

_____ Л. В. Примак