

Київський національний університет будівництва і архітектури
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова праця
на правах рукопису

КІНЬ ДАНИЛО ОЛЕКСІЙОВИЧ

УДК 528.4+528.28

ДИСЕРТАЦІЯ
УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДІВ
ГЕОДЕЗИЧНИХ І КАРТОМЕТРИЧНИХ ОБЧИСЛЕНЬ У
ГЕОІНФОРМАЦІЙНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

193 – Геодезія та землеустрій
спеціалізація – Геодезія, картографія та фотограмметрія
19 Архітектура і будівництво
Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ Д. О. Кінь

Науковий керівник: Карпінський Юрій Олександрович
доктор технічних наук, професор

Київ – 2024

Ідентичний за змістом з іншими примірниками дисертації

*Присвячується світлій пам'яті
доктору наук з державного управління,
Сергію Григоровичу Кравченку*

АНОТАЦІЯ

Кінь Д. О. Удосконалення методів геодезичних і картометричних обчислень у геоінформаційному середовищі. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 193 – «Геодезія та землеустрій» (19 – «Архітектура і будівництво»). – Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ. – Київський національний університет будівництва і архітектури, МОН України, Київ, 2024.

Дисертаційна робота присвячена вирішенню науково-прикладного завдання підвищення точності аналітичних та числових методів геодезичних та картометричних обчислень у геоінформаційному середовищі на основі застосування строгих математичних методів на поверхні референц-еліпсоїда без обмеження кількості членів ряду.

З розвитком комп'ютерних та геоінформаційних технологій користувачі все частіше використовують цифрові моделі місцевості для проектування, виконання досліджень, моніторингу, геопросторового аналізу та прогнозування. До цього моменту всі картометричні та морфометричні характеристики об'єктів визначались на друкованих картах за допомогою графічних та інструментальних методів. Максимальна їх точність не вище 0,1 мм і більше. Щоб визначити довжину або площу територій, які займали більше двох аркушів топографічних карт, треба було передбачати підготовчі роботи, а це зумовлювало додаткові ресурси та витрати. Також слід зазначити, що всі обчислення виконувались наближеними числовими методами, а для їх спрощення використовувались готові таблиці та довідники, що забезпечувало максимальну точність не менше 1 мм. Для вирішення головних геодезичних задач в залежності від довжини лінії між точками використовували різні поверхні математичної моделі Землі (Декартова система координат, проєкції, сфера, еліпсоїд тощо), що впливало на подання цієї лінії (пряма, хорда, геодезична лінія тощо) і на способи рішення геодезичних задач.

Універсальний розв'язок головних геодезичних задач існував, проте він вимагав достатню кількість ітерацій та розкладання біноміального ряду Тейлора на члени 6-ого і вище порядку. Без застосування комп'ютерних технологій це можливий, але дуже трудомісткий процес, що є не ефективним на виробництві.

Сучасний рівень геоінформаційних технологій дозволяє з достатньою швидкістю визначати довжини та площі об'єктів не залежно від їх розміру, перетворювати та трансформувати координати у різні дати та системи координат. Відкритим залишається питання точності цих операцій та застосування математичних моделей Землі, що є проблемним питанням цієї дисертаційної роботи.

Підвищення ефективності управління територіями, ведення державних кадастрів, зокрема Державного земельного кадастру, Державного водного кадастру та Державного лісового кадастру, потребує від геоінформаційних систем точних та достовірних геопросторових даних, визначення картометричних та морфометричних характеристик геопросторових об'єктів з необхідною та достатньою точністю.

Для вивчення та дослідження питання щодо точності геодезичних та картометричних операцій були проаналізовані та систематизовані етапи розвитку методів, за допомогою яких визначались метричні характеристики об'єктів на картах. Визначенні індекси точності та трудомісткості методів обчислення характеризують етапи цього розвитку і відображають процеси зменшення трудомісткості та підвищення точності обчислень, оскільки ці параметри є одними із головних в останніх дослідженнях науковців за цим напрямом. З метою уніфікації та систематизації операцій було створено реєстр геодезичних, картометричних та морфометричних обчислень відповідно до вимог стандарту ISO 19127:2019 Географічна інформація – Геодезичні коди і параметри, а також відповідні паспорти на операції та їх методи. Це дозволяє не залежно від мови програмування реалізувати функції цих обчислень у будь-якій геоінформаційній системі та системі керування базами даних.

Через недостатнє документування стандартних засобів у геоінформаційних системах або взагалі відсутність таких специфікацій було розроблено методику визначення можливостей стандартних засобів ГІС, що дозволило встановити яким чином та за допомогою яких моделей виконуються геодезичні та картометричні операції у комерційних ГІС та з відкритою ліцензією. Одним із основних результатів цього дослідження є створені еталонні моделі, які порівнювались з емпіричними, що дозволило зробити висновок: геоінформаційні системи практично не містять функціоналу для обчислень на референц-еліпсоїді, окрім деяких функцій QGIS.

На основі проаналізованих останніх досліджень було детально розглянуто метод Karney, у якому обґрунтовано та реалізовано використання розширеного ряду Крюгера для вирішення головних геодезичних задач на референц-еліпсоїді. Цей метод ліг в основу картометричних та геодезичних операцій, які були реалізовані у цій дисертаційній роботі. Також слід зазначити, що метод Karney був адаптований для території України, а саме змінено системи відліку, параметри еліпсоїда та додано цикли для визначення довжин за масивами геодезичних координат.

Також були окремо реалізовані функції перетворення плоских координат Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу; перетворення координат Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу зону проєкції UTM; визначення довжин дуг паралелі і меридіана; визначення площі знімальних трапецій аркушів масштабу 1:50000; визначення геодезичної площі з урахуванням редукування на референц-еліпсоїд Красовського за допомогою інтегрування по заданому контуру об'єкта методом Сімпсона.

Запропонована функція визначення довжини водотоку обчислює з точністю 0,0005 мм, що у 1000 разів більше у порівнянні з максимальною точністю інструментальних засобів. У 10000 разів збільшується точність обчислення геодезичної площі за методами Сімпсона і Karney від картографічної похибки $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ на 1 м^2 до середньоквадратичної похибки обчислення геоінформаційним методом $5,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2$ на 1 м^2 .

Ключові слова: геоінформаційні системи, бази геопросторових даних, точність, числові та аналітичні методи, цифрові моделі поверхні, картометрія, моніторинг, строгі математичні методи, референц-еліпсоїд, площа, геодезичний моніторинг, GNSS, координати, геопросторовий аналіз, система координат.

ABSTRACT

Kin D. O. Improvement of methods of geodetic and cartometric calculations in the geoinformation environment – Qualification scientific work on the rights of the manuscript.

Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy (PhD) on speciality 193 – «Geodesy and Land Management» (19 «Architecture and Construction»). – Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv. – Kyiv National University of Construction and Architecture, MES, Kyiv, 2024.

The dissertation is devoted to solving the scientific and applied problem of improving the accuracy of analytical and numerical methods of cartometric and geodetic computations in geographic information systems.

As computer and geoinformation technologies develop, users are increasingly using digital models of geospatial objects for design, research, geospatial analysis and forecasting. Until now, all cartometric and morphometric characteristics of objects were determined on an analogue map using graphical and instrumental methods. Their maximum accuracy was 0.1 mm or more.

To determine the length or area of territories that occupied more than two topographic map sheets, preparatory work had to be provided, which meant additional resources and costs. It should also be noted that all calculations were performed using approximate numerical methods, and ready-made tables and reference books were used to simplify them, which ensured a maximum accuracy of at least 1 mm. To solve the main geodetic problems, depending on the length of the line between the points, different surfaces of the mathematical model of the Earth (Cartesian coordinate system, projections, sphere, ellipsoid, etc.) were used, which affected the representation of this line (line, chord, geodetic line, etc.) and the methods of solving geodetic problems.

A universal solution to the main geodetic problems existed, but it required a sufficient number of iterations and the decomposition of the binomial series into terms of the 6th order and higher. Without the use of computer technology, this is

possible, but a very labour-intensive process that is not effective in real-world production.

The current level of geoinformation technologies allows to determine the lengths and areas of objects with sufficient speed, regardless of their size, to convert and transform coordinates into different dates and coordinate systems. The question of the accuracy of these operations and the use of mathematical models of the Earth remains open, which is the problematic issue of this dissertation.

Improving the efficiency of territory management, and maintaining state cadastres, in particular the State Land Cadastre, the State Water Cadastre and the State Forest Cadastre, requires geographic information systems to provide accurate and reliable geospatial data, determine cartometric and morphometric characteristics of geospatial objects with the necessary and sufficient accuracy.

To study and investigate the accuracy of geodetic and cartometric operations, the development of methods for determining metric characteristics on maps was analysed and systematised. The determined indices of rigour of calculation methods characterise the stages of this development and reflect the processes of reducing labour intensity and increasing the accuracy of calculations since these parameters are among the main ones in the latest research in this area.

To unify and systematise operations, a register of geodetic, cartometric and morphometric calculations was created following the requirements of ISO 19127:2019 Geographic information - Geodetic codes and parameters, as well as the relevant passports for operations and their methods. This makes it possible to implement the functions of these calculations in any geographic information system and any geographic information system and database management system.

Due to insufficient documentation of standard tools in geographic information systems or the absence of such specifications, a methodology was developed to determine the capabilities of standard GIS tools, which allowed us to establish how and with what models geodetic and cartographic operations are performed in commercial and open-licensed GIS. One of the main results of this study is the creation of reference models that were compared with the empirical one, which

led to the conclusion that geographic information systems practically do not contain functionality for calculations on the reference ellipsoid, except for some functions of QGIS.

Based on the analysed recent studies, the Karney method was considered in detail, which substantiated and implemented the use of the extended Kruger series for solving the main geodetic problems on the reference ellipsoid. His method formed the basis of the cartometric and geodetic operations implemented in this thesis. It should also be noted that Karney's method was adapted to the territory of Ukraine, namely, the reference systems, ellipsoid parameters, and cycles for determining lengths from arrays of geodetic coordinates were changed.

The following functions were also implemented separately: conversion of flat Gauss-Kruger coordinates from one zone to another; conversion of Gauss-Kruger coordinates from one zone to another UTM projection zone; determination of parallel and meridian arc lengths; determination of the area of map sheets at a scale of 1:50,000; determination of the geodetic area, taking into account the reduction to the Krasovsky reference ellipsoid using integration along the given object contour using the Simpson method.

The proposed function for determining the length of the watercourse calculates with an accuracy of 0.0005 mm, which is 1000 times higher compared to the maximum accuracy of the tools. The accuracy of calculating the geodetic area by the Simpson and Karney methods increases 10,000 times from the cartographic error of $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ per 1 m^2 to the root mean square error of the geoinformation method of $5,6 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$ per 1 m^2 .

Keywords: geographic information systems, geospatial databases, accuracy, numerical and analytical methods, digital surface models, cartometry, monitoring, rigorous mathematical methods, reference ellipsoid, area, geodetic monitoring, GNSS, coordinates, geospatial analysis, coordinate system.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні результати дисертації

Статті у наукових періодичних виданнях іншої держави, які включено до міжнародних наукометричних баз

1. Lazorenko-Hevel N., Karpinskyi Yu. & Kin D. (2021). Some peculiarities of creation (updating) of digital topographic maps for the seamless topographic database of the Main State Topographic Map in Ukraine. *Geoingegneria Ambientale e Mineraria*, Anno LVIII, n. 1, p 19-24. DOI: <http://dx.doi.org/10.19199/2021.162.1121-9041.019>.

Здобувач створив геопросторові дані рамок номенклатурних аркушів топографічних карт масштабу 1:50000 для Системи керування проекту за допомогою GRID-моделі.

2. Karpinskyi Yu., Lazorenko N., Maksymova Yu., Kin D., Nesterenko O., Zhao H. & Borowczyk J. (2024). Geoinformation Support of the Decision-Making Support System for the Reconstruction of Cultural Heritage Objects. *International Journal of Conservation Science*. 15(1, 2024). 119-128. DOI: [10.36868/IJCS.2024.SI.10](https://doi.org/10.36868/IJCS.2024.SI.10).

Здобувач обґрунтував необхідність визначення метричних характеристик геопросторових об'єктів культурної спадщини за допомогою строгих математичних методів на референц-еліпсоїді.

Статті у наукових фахових виданнях України

3. Карпінський Ю. О. Дослідження картометричних операцій в середовищі ГІС / Ю. О. Карпінський, Д. О. Кінь // Містобудування та територіальне планування : наук.-техн. зб. / Київ. нац. ун-т буд-ва і архіт. ; головн. ред. М. М. Осетрін. - Київ : КНУБА, 2018. – Вип. 68. – С. 706-711. URL: <https://repository.knuba.edu.ua/handle/987654321/7068> (дата звернення 09.03.2024).

Здобувачем розроблено еталонні моделі аналітичними методами, проведено оцінку репрезентативності їх масиву, створено функції в середовищі MATLAB, задокументовано сценарій виконання обчислення площ територій на еліпсоїді Красовського. Проведено експеримент у середовищі ArcGIS щодо визначення площ територій за формулами Гаусса на площині без врахування картографічних проєкцій та кривизни Землі.

4. Лазоренко-Гевель, Н., Карпінський, Ю., Кінь, Д. (2021). Особливості створення (оновлення) цифрових топографічних карт для формування основної державної топографічної карти. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. І (41), с. 113-122. URL: <http://zgt.com.ua/wp-content/uploads/2021/05/16.pdf> (дата звернення 09.03.2024).

Здобувач описав особливості створення рамок номенклатурних аркушів топографічних карт масштабу 1:50000 для Системи керування проєкту.

5. Kin D. & Karpinskyi Yu. (2022). The phenomenon of topological inconsistencies of frames of map sheets during the creation of the Main state topographic map. *ISTCGCAP*. Volume 95. p. 103 – 112. DOI: <http://dx.doi.org/10.23939/istcgcap2022.95.103>.

Здобувачем проаналізовано феномен виникнення топологічних неузгодженостей рамок суміжних аркушів цифрових топографічних карт масштабу 1:50000 на межах зон проєкцій Гаусса-Крюгера та обґрунтовано доцільність переходу на строгі аналітичні геодезичні методи у геоінформаційному середовищі під час створення бази топографічних даних «Основна державна топографічна карта» шляхом визначення розбіжностей між вершинами рамок номенклатурних аркушів цифрових топографічних карт масштабу 1:50000 на межах зон проєкції (від 1 до 8 мм).

6. Кінь, Д. (2023). Дослідження реалізації чисельних строгих математичних методів із заданням параметра кількості членів у ряду Тейлора. *Містобудування та територіальне планування* (84), 153–160. <https://doi.org/10.32347/2076-815x.2023.84.153-160>.

7. Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

1. Кінь Д. О. (2024). До питання підвищення точності аналітичних та числових методів геодезичних та картометричних обчислень. Матеріали XXVII Міжнародної науково-технічної конференції «Геофорум-2024», 10–12 квітня 2024 року – Львів: НУ “Львівська політехніка” – 69-71 с. URL: http://zgt.com.ua/wp-content/uploads/2024/04/ТЕЗИ_ГЕОФОРУМ_2024.pdf

2. Кінь Д. О. (2023). До питання реалізації строгих математичних методів із заданням параметра кількості членів у ряду Тейлора. Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції «Геофорум-2023», 19–21 квітня 2023 року – Львів: НУ “Львівська політехніка” – 58–60 с. URL: http://zgt.com.ua/wp-content/uploads/2023/04/ТЕЗИ_ГЕОФОРУМ_2023-Відновлено_111_nove.pdf

3. Кінь Д. О. (2022). Дослідження топологічних неузгодженостей рамок карт при створенні основної державної топографічної карти. *Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції «Новітні технології та досягнення земельного адміністрування та територіального планування»*, Харків, 6 жовтня 2022 р. Харків: ХНУМГ – с. 55.

4. Kin D. & Karpinskyi Yu. Ontology of geodetic, cartometric and morphometric methods in the geoinformation environment // Conference Proceedings, Geoinformatics, May 2021, Volume 2021, p.1 – 6. URL: <https://www.earthdoc.org/content/papers/10.3997/2214-4609.20215521101> DOI: <https://doi.org/10.3997/2214-4609.20215521101> (дата звернення 18.01.2024).

Здобувачем створені UML-діаграма концептуальної моделі геодезичних, картометричних і морфометричних обчислень у середовищі геоінформаційної системи, а також їх онтологічна модель.

5. Kin D. & Karpinskyi Yu. Peculiarities of the method of calculation feature's geodetic area on the reference ellipsoid in GIS. // Conference Proceedings International Conference of Young Professionals «GeoTerrace-2020», Dec 2020, Volume 2020, p.1 – 5. URL: <https://www.earthdoc.org/content/papers/10.3997/2214-4609.20205757> DOI: <https://doi.org/10.3997/2214-4609.20205757> (дата звернення 18.01.2024).

Здобувач описав і реалізував алгоритм визначення геодезичної площі методом Сімпсона мовою SQL.

6. Карпінський Ю. Дослідження переходу від картометричних до аналітичних операцій / Ю. Карпінський, Д. Кінь // Матеріали XXV Міжнародної науково-технічної конференції “Геофорум-2020”, 1-3 квітня 2020 – Львів: НУ “Львівська політехніка” – 134–137 с. DOI: 10.13140/RG.2.2.34353.40806.

Здобувачем створені UML-діаграми загальної архітектури даних у дослідженні, класів геодезичних та картометричних за функціями, індексів використаних програм. Виконано експерименти у трьох ГІС-продуктах та розроблено алгоритм обчислення площі за методом Сімпсона.

7. Карпінський Ю.О. Дослідження картометричних операцій в середовищі ГІС/ Карпінський Ю.О., Кінь Д.// Тези доповідей “GEOFORUM’2019”. 24-та Міжнародна науково-технічна конференція, присвячена професійному святу працівників геології, геодезії і картографії України, 10–12 квітня 2019 р., Львів–Брюховичі–Яворів. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2019. – С. 14–16. DOI: 10.13140/RG.2.2.14220.74880.

Здобувач описав гіпотези щодо можливостей стандартних засобів геоінформаційних систем та провів відповідні експерименти. Отримані результати підтвердили необхідність розроблення функцій для визначення метричних характеристик на референс-еліпсоїді.

**Наукові праці, які додатково відображають наукові результати
дисертації**

1. Боровий В. О. Технологія координатного перетворення та трансформування при геодезичних та землепорядних роботах / В. О. Боровий, О. В. Зарицький, Д. О. Кінь // Новітні технології. – 2017. – Вип. 2. – С. 15-20. – Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/novteh_2017_2_4. (дата звернення 18.01.2024).

Здобувач проаналізував та систематизував параметри Гельмерта для перетворення координат.

2. Лазоренко Н. Ю., Кінь Д. О. (2019). Методика зведення цифрових топографічних карт масштабу 1: 50 000 для створення Основної державної топографічної карти. *Інженерна геодезія*, (67), 56-66. DOI: <https://doi.org/10.32347/0130-6014.2019.67.56-66> (дата звернення 18.01.2024).

Здобувач обґрунтував необхідність застосування GRID-моделі рамок номенклатурних аркушів топографічних карт масштабу 1:50000 на референц-еліпсоїді.

ЗМІСТ

АНОТАЦІЯ	2
СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ.....	9
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ.....	16
ВСТУП	18
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ ІСНУЮЧОГО СТАНУ ТА ТЕНДЕНЦІЙ ЗАСТОСУВАННЯ ГЕОДЕЗИЧНИХ І КАРТОМЕТРИЧНИХ МЕТОДІВ У ГЕОІНФОРМАЦІЙНОМУ СЕРЕДОВИЩІ	27
1.1. Онтологія геодезичних та картометричних методів у геоінформаційному середовищі	27
1.1.1 <i>Опис використаних датумів та систем координат.....</i>	36
1.1.2 <i>Геометрія об'єктів та їх типи просторової локалізації, що досліджувались.....</i>	42
1.1.3 <i>Методи обчислень, які були досліджені</i>	44
1.2. Огляд та аналіз сучасного стану і тенденцій застосування геодезичних та картометричних операцій у середовищі ГІС	47
1.3. Розроблення методики дослідження картометричних операцій стандартними засобами ГІС	71
1.4. Розроблення еталонних моделей для дослідження методів геодезичних та картометричних обчислень у середовищі MATLAB Online	76
1.5. Дослідження технічних характеристик виконання картометричних операцій стандартними засобами ГІС	87
1.5.1 <i>Проведення експериментів щодо картометричних операцій стандартними засобами ГІС.....</i>	87
1.5.2 <i>Оцінка результатів експериментів щодо картометричних операцій стандартними засобами ГІС.....</i>	103
1.6. Феномен виникнення топологічних неузгодженостей рамок карт при створенні Основної державної топографічної карти	109
1.7. Висновки до Розділу 1.	121

РОЗДІЛ 2. РОЗРОБЛЕННЯ МЕТОДИК ЗАСТОСУВАННЯ СТРОГИХ ЧИСЛОВИХ МЕТОДІВ У ГЕОІНФОРМАЦІЙНОМУ СЕРЕДОВИЩІ	123
2.1. Розроблення методики застосування строгих числових методів координатних операцій	123
2.2. Розроблення методики застосування строгих числових методів картометричних операцій	139
2.3. Висновки до Розділу 2.	156
РОЗДІЛ 3. РЕАЛІЗАЦІЯ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА АПРОБАЦІЯ СТРОГИХ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ У ГЕОІНФОРМАЦІЙНІЙ СИСТЕМІ.....	157
3.1. Експериментальна апробація координатних операцій у середовищі ГІС.....	157
3.2. Експериментальна апробація картометричних операцій у середовищі ГІС.....	165
3.3. Аналіз отриманих результатів дослідження	189
3.4. Висновки до Розділу 3.	197
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ	200
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	202
ДОДАТКИ.....	226

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ

GNSS – Global Navigation Satellite System.

GPS – Global Positioning System – система глобального позиціонування.

GRID - модель – цифрове подання поверхні у вигляді матриці – множини значень у вузлах регулярної сітки, заданих з певним кроком або в регулярно розташованих чарунках (комірках) однакового розміру та форми (GRID-модель чарункова).

GRS80 – Geodetic Reference System 1980.

EPSG – European Petroleum Survey Group.

ISO – International Organization for Standardization – Міжнародна організація зі стандартизації.

ITRF – International Terrestrial Reference Frame.

ITRS – International Terrestrial Reference System.

OGC – Open Geospatial Consortium.

TIN – Triangulated irregular network – нерегулярна триангуляційна мережа.

UML – Unified Modeling Language.

UTM – Universal Transverse Mercator.

VLBI – The Very Long Baseline Interferometry.

WGS-84 – World Geodetic System 1984.

Аналітичний метод – математичний метод, у якому розв’язок задачі подається аналітичним виразом у загальному вигляді.

ГІС – геоінформаційна інформаційна система.

Картометрія – розділ картографії, що розглядає способи і засоби виконання відповідних вимірювань на картах для отримання різноманітних характеристик, зокрема й морфометричних, а також питання, пов’язані з аналізом і оцінкою точності цих вимірювань. Геодезичний енциклопедичний словник.

М – масштаб.

НІГД – Національна інфраструктура геопросторових даних.

СКП – середня квадратична похибка.

УСК-2000 – Державна геодезична референцна система координат України.

Числовий метод – математичний метод наближеного або точного розв'язання математичної задачі, що ґрунтується на побудові скінченної послідовності дій над скінченною множиною чисел.

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми дослідження. Існуючий рівень числових методів геодезичних та картометричних обчислень не відповідає сучасному рівню розвитку комп'ютерних геоінформаційних технологій, а стандартні засоби інструментальних геоінформаційних систем використовують наближені числові методи. Наближеність цих методів полягає у використанні, як правило, ряду Тейлора з обмеженою кількістю членів і без врахування кривизни Землі.

Це не забезпечує ефективне їх використання під час геоінформаційного аналізу та моделювання.

Актуальність дослідження обґрунтована необхідністю удосконалення цих методів на основі переходу від наближених до строгих числових методів та застосування поверхні референц-еліпсоїда.

У цьому дослідженні було доведено, що стандартні методи інструментальних геоінформаційних систем не є строгими, а наближені, оскільки у математичних моделях використовується обмежена кількість членів у ряді Тейлора.

Обчислення метричних властивостей геопросторових об'єктів повинно виконуватись з урахуванням кривизни Землі, без спотворень картографічними проєкціями, що дозволяє визначати значення характеристик ближче до істинного. Це досягається за допомогою використання референц-еліпсоїда.

Ця робота присвячена дослідженню аналітичних та числових методів геодезичних і картометричних обчислень у ГІС при вирішенні прикладних завдань щодо переходу від розрахунків на площині картографічних проєкцій, що в ап'орі спотворює простір на картах та планах, до безпосереднього застосування числових методів, які максимально наближені до аналітичних, на математичній моделі Землі, референц-еліпсоїді.

Перевага запропонованих аналітичних і числових методів картометричних, геодезичних та морфометричних обчислень на референц-еліпсоїді полягає у тому, що вони значно підвищують точність обчислення

метричних характеристик геопросторових об'єктів за рахунок запропонованих числових методів, а результати обчислень не залежать від картографічних спотворень проєкціями, масштабу карти та відстані від осьового меридіана певної зони проєкції.

Аналіз наукових праць. Методи вимірювань на друкованих картах були досліджені такими вченими: Г. Р. Рехтзамер та М. М. Волков. Питання щодо використання наближених числових математичних методів для завдань вищої геодезії (вирішення прямої і оберненої геодезичних задач, перетворення геодезичних координат у плоскі прямокутні координати та навпаки, визначення довжин дуг меридіанів та паралелей тощо) розглядали у своїх працях такі вчені: Ф. М. Красовський, П. С. Закатов, В. П. Морозов, В. П. Подшивалов, Л. П. Пеллінен, М. В. Яковлев, Б. Н. Рабінович, З. С. Хаїмов.

Удосконалення виконання геодезичних та картометричних операцій і підвищення їх точності відбувалося залежно від рівня розвитку картографічного виробництва, інструментарію для визначення метричних властивостей на карті, розвитку комп'ютерних технологій та геоінформаційних систем.

Дослідженням щодо визначення площ об'єктів на математичних моделях Землі (декартовій площині, сфері, еліпсоїді) та проведення їх оцінки точності займаються українські науковці, зокрема Ю.О. Карпінський, А.А. Лященко, В.Д. Барановський, С. Г. Савчук, М. О. Трюхан, Ю. П. Губар, С. Д. Крячок, О. І. Терещук, І. О. Нисторьяк, В. Г. Бурачек, М. В. Трегуб, В. В. Рябчій. Картометричні та геодезичні операції, як-от трансформування та перетворення координат з використанням системи координат УСК-2000 та виконання оцінки їх точності досліджували такі науковці, зокрема Ю.О. Карпінський, С. Г. Савчук, І. М. Заєць, Я. С. Яцків, О. В. Кучер, Р. О. Висотенко, І. С. Куриляк, П. Г. Черняга, С. М. Кубах.

Питанням щодо застосування аналітичних та числових методів картометричних операцій на математичних моделях Землі розглядалися

багатьма закордонними вченими, зокрема C.F.F. Karney, D. H. Maling, J. Balcerzak, P. Pezdich, M. Kuźma, M. L. Dennis, R. E. Deakin, M. N. Hunter, Z. Gojković, M. Radojičić, N. Vulović Nikola, C. Marx, R. Korakitis, G. Panou, A. Ruffhead, R. G. Chamberlain, W. H. Duquette, S. Berk, M. Ferlan, V. Fisikopoulos, Y. Nishiyama, B. Idrizi, K. E. Engsager, K. Poder, C. Jekeli, M. Lapaine, D. Tutić, R. H. Rapp, L. E. Sjöberg, T. Vincenty, M. Vermeer, A. Rasila, S. A. Voser, F. Yildirim, F. Kadi., A. Ganic, M. Ganic, I. Scollar, I. Gillissen, J. C. Martínez-Llario, S. Baselga, E. Coll, M. Ligas, P. Banasik.

Слід зазначити, що більшість вчених розглядали у своїх роботах математичне обґрунтування картометричних операцій і на площинах картографічних проєкцій [4, 17, 22, 36, 64, 81, 91, 101, 136], і в залежності від розташування об'єктів (положення від осьового меридіана або екватору або вздовж одного меридіана) з використанням формул сферичної тригонометрії та вищої геодезії [6, 10, 13 – 16, 28, 29, 38, 44, 53, 63, 65, 72, 83, 86, 87, 89, 177], а також на математичній моделі Великого кола (Great circle) [11]. У дослідженнях [34, 45 – 47, 92, 107] запропоновані алгоритми для автоматизації картометричних операцій на еліпсоїді, проте деякі з них виконують обчислення площ геопросторових об'єктів наближеними числовими методами, враховуючи до 6 членів ряду Тейлора. Науковці також розглядали питання щодо застосування ГІС для визначення картометричних властивостей об'єктів з використанням єдиних уніфікованих датумів, які зареєстровані у репозиторії EPSG, проте досліджені числові методи були різними, що вплинуло на точність обчислень [27 – 30, 40, 41].

Отже, вибір теми дослідження і її актуальність зумовлені сучасним розвитком геоінформаційних та комп'ютерних технологій, що дозволяє підвищити точність виконання картометричних, геодезичних та морфометричних обчислень аналітичними та числовими методами на референц-еліпсоїді не залежно від розмірів геопросторових об'єктів, спотворень картографічними проєкціями, масштабів карт та планів.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Науково-дослідна робота виконувалась у державному підприємстві «Науково-дослідному інституті геодезії і картографії» (далі – ДП «НДІГК») та на кафедрі геоінформатики і фотограмметрії Київського національного університету будівництва і архітектури та відповідає тематиці наукової діяльності кафедри «Створення веб-сервісів, розвиток інструментальних геоінформаційних систем, розроблення програмно-методичних комплексів»:

– державний реєстраційний номер: 0122U201382; тема: «Інфраструктура геопросторових даних для сталого розвитку територіальних громад»; дата реєстрації: 06.11.2022; відповідальний виконавець: Київський національний університет будівництва і архітектури;

– державний реєстраційний номер: 0120U100429; тема «Надання науково-технічних та консультаційних послуг для підтримки виконання робіт по створенню топографічної бази даних «Основна державна топографічна карта». Створення (оновлення) цифрових топографічних карт в масштабі 1:50 000»; дата реєстрації: 27.03.2021; державне підприємство «Науково-дослідний інститут геодезії і картографії»;

– державний реєстраційний номер: 0121U113119; тема «Розробка Редакційно-технічних вказівок «Створення (оновлення) цифрових топографічних карт та класифікатора картографічних даних на території України за складом топографічних карт та Класифікатора картографічних даних на території України за складом топографічної карти масштабу 1:10 000 з уніфікованим змістом для використання в геоінформаційних системах та формування бази топографічних даних «БАЗОВА ДЕРЖАВНА ТОПОГРАФІЧНА КАРТА»»; дата реєстрації: 23.09.2021; державне підприємство «Науково-дослідний інститут геодезії і картографії».

Мета і задачі дослідження. Метою роботи є вирішення науково-прикладного завдання підвищення точності аналітичних та числових методів геодезичних та картометричних обчислень у геоінформаційному середовищі на основі застосування строгих математичних методів на поверхні

референц-еліпсоїда без обмеження кількості членів ряду.

Для досягнення поставленої мети були вирішені наступні *завдання*:

- виконати аналіз існуючого стану та тенденцій геодезичних та картометричних методів у геоінформаційному середовищі;
- аналіз числових та аналітичних методів геодезичних та картометричних обчислень у геоінформаційному середовищі;
- розробити методика проведення оцінки результатів застосування стандартних засобів обчислювальних операцій інструментальних ГІС на основі експериментальних досліджень та порівняння їх з еталонними моделями;
- розробити строгі числові методи геодезичних та картометричних обчислень у геоінформаційному середовищі;
- розробити методика застосування строгих числових методів координатних операцій;
- розробити методика застосування строгих числових методів картометричних операцій;
- реалізувати та виконати експериментальну апробацію строгих математичних методів у геоінформаційній системі;
- виконати експериментальні апробації координатних операцій;
- виконати експериментальні апробації картометричних операцій;
- визначити фактори впливу на оцінку точності геодезичних, картометричних та морфометричних обчислень у середовищі ГІС і виконати їх оцінку точності.

Об’єкт дослідження: комплекс картометричних, геодезичних та морфометричних операцій.

Предмет дослідження: аналітичні та строгі числові методи виконання картометричних та геодезичних операцій у геоінформаційному середовищі.

Методи дослідження. У дисертаційному дослідженні були використані аналітичні та числові методи картометричних, геодезичних та морфометричних операцій у середовищі ГІС, а саме перетворення координат

методом Гельмерта та методом Ньютона [45], обчислення визначеного інтегралу; інтегрування по контуру, заданому відрізками методом Сімпсона; системотехніки й програмування при розробці програмної реалізації у середовищах MATLAB Online та PostgreSQL/PostGIS. Оцінювання обчислених похибок виконано за допомогою методів статистичного аналізу.

У ході дослідження також було використано виключно емпіричний метод, який передбачає планування та виконання числових експериментів у середовищі ГІС, бо в документації відсутній детальний опис методики та алгоритмів картометричних операцій, що представляє собою певний «чорний ящик», який унеможлиблює аналітичне дослідження та перешкоджає свідомому отриманню очікуваних результатів з необхідною та достатньою точністю.

Головним принципом проведення дослідження є доцільність використання строгих математичних методів для картометричних операцій, що передбачає зведення розрахунків всіх геопросторових характеристик, редукованих на поверхню земного еліпсоїда, що забезпечує їх незалежність від систем координат та картографічних проєкцій. Саме використання строгих математичних методів з редукуванням всіх геопросторових характеристик на поверхню земного еліпсоїда обумовлює перехід від наближених числових картометричних операцій до числових методів, які наближені до аналітичних, у середовищі ГІС.

Наукова новизна роботи полягає у наступному. Вперше:

- розроблено реєстр геодезичних та картометричних операцій, а також уніфіковані паспорти до операцій відповідно до національних та міжнародних стандартів у сфері географічної інформації та геоматики;
- розроблено методику проведення дослідження, коли технологія або метод обчислення невідомий, шляхом визначення еталонних і емпіричних значень та різниць між ними і вирішено емпіричне завдання щодо можливостей стандартних засобів ГІС для визначення координат, довжин і площ геопросторових об'єктів та підтверджено, що ці стандарти засоби

виконують картометричні операції з достатньою точністю у Декартовій системі координат, проте на поверхні сфери не забезпечують необхідну точність для топографо-геодезичних, землевпорядних (кадастрових) та гідрографічних робіт;

- розроблено методики застосування строгих числових методів геодезичних і картометричних обчислень з урахуванням редукування на референц-еліпсоїд;

- визначено фактори впливу на оцінку точності геодезичних, картометричних та морфометричних обчислень у геоінформаційному середовищі і створено математичну модель для проведення цієї оцінки.

Практичне значення одержаних результатів. Автором запропоновано аналітичні та числові методи обчислень метричних властивостей об'єктів, які не залежать від спотворень картографічними проєкціями, масштабу карт, номенклатурних аркушів, відстаней до осьового меридіана.

Отримані наукові результати можуть бути використані для якісного ведення державних кадастрів у державних електронних інформаційних системах, наприклад, земельного, містобудівного, водного, лісового, об'єктів природно-заповідного фонду тощо. Практична значущість досліджень полягає також у використанні строгих числових методів, які значно мінімізують величини розривів і накладань у базах топографічних даних, оскільки встановлення допусків для цих величин не дозволяло автоматизувати процес коректного зшивання та зведення аркушів топографічних карт.

Практичне значення одержаних результатів дослідження полягає у впровадженні результатів роботи у виробничу експлуатацію, а саме:

- створення та ведення безшовної та суцільної бази топографічних даних «Основної державної топографічної карти у масштабі 1:50000», розробивши GRID-модель номенклатурних аркушів топографічних карт масштабу 1:50000 у Державній референційній геодезичній системі координат УСК-2000 на всю територію України;

– адміністрування національного геопорталу Національної інфраструктури геопросторових даних та геопорталу Державної геодезичної мережі, розробивши алгоритми для перетворення координат в єдину чинну систему координат і визначення картометричних характеристик геопросторових об'єктів на референц-еліпсоїді та їх середньоквадратичних похибок.

– ведення Державного водного кадастру, обґрунтувавши числові методи визначення гідрографічних характеристик об'єктів гідрографії (водойм, водотоків, водозборів) з урахування редукування на референц-еліпсоїді у геоінформаційному середовищі.

Особистий внесок здобувача. Усі результати, які становлять основний зміст дисертації, були отримані здобувачем самостійно. Загалом за темою дисертації опубліковано 15 наукових праць.

Основні положення та результати дисертаційної роботи, отримані автором, опубліковано у співавторстві у працях [50, 54, 55, 56, 62, 131 – 133, 152] та одноосібно у [142 – 147]. Більшість праць присвячена аналізу можливостей геоінформаційних систем виконувати картометричні та геодезичні обчислення, сучасних алгоритмів перетворення координат, вирішення прямої та оберненої геодезичної задачі на поверхні еліпсоїда, визначення довжини геодезичної лінії та геодезичної площі об'єктів [50, 54, 56, 62, 131 – 133, 144 – 147, 152]. Опубліковано статті про визначення геодезичних площ геопросторових об'єктів методом Сімпсона та аналізу факторів, що впливають на точність виконання аналітичних та числових методів у середовищі ГІС [55, 142, 143].

Апробація результатів дослідження. Отримані результати досліджень були представлені на 6 міжнародних конференціях: Міжнародній науково-практичній конференції «Новітні технології та досягнення земельного адміністрування та територіального планування», (Харків, Україна) у 2022 р.; XX Міжнародній конференції «Геоінформатика: теоретичні та прикладні аспекти» (Київ, Україна) у 2021 р.; Міжнародній науково-технічній

конференції молодих професіоналів «GeoTerrace-2020» (Львів, Україна) у 2020 р.; Міжнародній науково-технічній конференції «GEOFORUM» (Львів-Брюховичі-Яворів, Україна) у 2019 р., 2020 р., 2023 р., 2024 р.

Публікації. Результати дисертаційного дослідження опубліковано у 15 наукових працях, серед яких 2 статті у наукових періодичних виданнях іншої держави, які включено до міжнародної наукометричної бази Scopus, 6 статей у наукових фахових періодичних виданнях з технічних наук, рекомендованих Міністерством освіти і науки України та 7 тез доповідей у збірниках матеріалів наукових конференцій, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації та додатково відображають наукові результати дисертації.

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається з анотації, вступу, трьох розділів, висновків і додатків. Загальний обсяг дисертації становить 279 сторінки, з них: 185 сторінки основного тексту, ілюстрованого 81 рисунками і 41 таблицями, з яких на окремих сторінках 5 рисунків; список використаних джерел зі 181 найменувань на 24 сторінці; 7 додатків на 52 сторінках.

РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ ІСНУЮЧОГО СТАНУ ТА ТЕНДЕНЦІЙ ЗАСТОСУВАННЯ ГЕОДЕЗИЧНИХ І КАРТОМЕТРИЧНИХ МЕТОДІВ У ГЕОІНФОРМАЦІЙНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

1.1. Онтологія геодезичних та картометричних методів у геоінформаційному середовищі

Професор Будапештського університету імені Лоранда Етвеша, доктор технічних наук, László Zentai, який раніше досліджував картометрію [60], зробив висновок, що *«сьогоднішні користувачі насправді не дуже добре знають (і не усвідомлюють), як насправді виконується вимірювання у ГІС або, що важливіше, якою є його точність. З цієї точки зору, користувачам ГІС, безумовно, корисно знати про це проблемне питання. Користувачі вірять, що геоінформаційна система або геоінформаційний сервіс, яким вони користуються, виконує вимірювання правильно. Однак варто пам'ятати, що якщо знання точності є важливим, то також важливо копнути глибше і зрозуміти, як обчислюються значення вимірювань комп'ютерною програмою або сервісом»* [61].

Картометричний метод належить до групи графоаналітичних прийомів. Картометричні методи дозволяють безпосередньо вимірювати наступні показники [126]:

- геодезичні та прямокутні координати;
- довжини прямих та звивистих ліній, відстані між заданими об'єктами;
- площі;
- об'єми;
- кутові величини.

Автор роботи [68] визначив три основні сфери діяльності, які пов'язані з використанням карт і необхідністю проводити вимірювання на картах: наука (географія, гідрологія, екологія, геологія тощо), логістика та навігація, і управління територіями. Більшість картометричних вимірювань, зроблених

для наукових цілей, призначені для статистичного аналізу метричних властивостей об'єктів місцевості.

Картометрія в управлінні територіями, наприклад, застосовується для реалізації міжнародного права, оскільки це стосується визначення кордонів держав на суші і на морі, особливо територіального моря і прилеглої зони; виключної (морської) економічної зони; протоків, що використовуються для міжнародного судноплавства; континентального шельфу, відкритого моря, режиму островів, міжнародного району морського дна.

До 1960-х років було важко визначити місцеположення поза зоною видимості суші з точністю, що перевищує приблизно 100 метрів, навіть у тих районах, які найкраще обслуговуються навігаційними засобами. Економічна цінність декількох квадратних метрів морського дна між нафтовими родовищами вимагало визначення меж таких ділянок з високою точністю, що підтвердило актуальність вирішення проблемного питання щодо вимірювання площ різних частин Світового океану [68].

В Україні картометричні методи використовуються у сферах діяльності, для яких визначено 33 набори геопросторових даних у Додатку 2 Порядку функціонування національної інфраструктури геопросторових даних, затверджений Постановою Кабінетом Міністрів від 26 травня 2021 № 532, зокрема для формування та розвитку таких наборів:

- Державної геодезичної референцної системи координат УСК-2000
- адміністративно-територіального устрою;
- земельних ділянок та кадастрового зонування;
- гідрографії;
- рельєфу;
- будівель та споруд;
- об'єктів всесвітньої спадщини, їх територій та буферних зон, об'єктів культурної спадщини.

Кожен набір геопросторових даних має власні вимоги до точності визначення метричних властивостей об'єктів цього набору, що документує

держатель даних у відповідній специфікації та метаданих.

Картометричні операції отримали найбільш широке застосування у фізичній географії і геоморфології, оскільки топографічні і гіпсометричні карти, які зображують рельєф способом горизонталей, дозволяють проводити всі без виключення види вимірювань [126].

Морфометричний метод – це метод кількісної характеристики рельєфу шляхом вимірювань на місцевості й на картах його показників, метод дає змогу оцінити горизонтальне та вертикальне розчленування земної поверхні, ухил її схилів, ступінь охоплення певних ділянок поверхні геоморфологічними явищами тощо. Застосування морфометричного методу забезпечує очну характеристику зовнішніх рис рельєфу, яку використовують із метою з'ясування генезису й динаміки останнього, виявлення взаємозв'язків форм рельєфу з новітніми структурами земної кори [160].

На відміну від картометрії, морфометрія займається розрахунком показників форми та структури об'єктів. Найчастіше застосовують наступні групи показників та коефіцієнтів [126]:

- окреслення (форма) об'єктів;
- кривизна ліній та поверхні;
- горизонтальне розчленування поверхні;
- вертикальне розчленування поверхні;
- схили та градієнти поверхні;
- щільність, концентрація об'єктів;
- густота, рівномірність мереж;
- складність, подрібнення, однорідність або неоднорідність

контурів.

Морфометричні показники обчислюють за результатами картометричних вимірювань, здебільшого вони є відносними величинами, які подають співвідношення між довжинами та площами, довжинами та висотами, площами та кутами нахилу, а також густотою об'єкта, ступеню розчленування його поверхні, звивистістю ліній і контурів тощо, тобто морфометричні

показники є відносними [126].

Слід зазначити, що існує ймовірнісна картометрія [68, 126]. Наприклад, довжини об'єктів на картах також можна встановити за допомогою способів, які не завжди розглядаються у топографії – це ймовірнісні методи, застосування яких значно спрощує одержання сумарних величин протяжності великої кількості об'єктів. Один з ймовірнісних способів дозволяє значно спростити кількісні вимірювання на картах за рахунок деякого зниження точності [126].

Трудомісткими, але доцільними для вимірювань не залежно від проєкції та масштабу карти, є геодезичні методи.

Геодезичний метод – це метод визначення метричних властивостей об'єктів місцевості безпосередньо на поверхні референц-еліпсоїда.

D. Mailing зазначив, що на практиці використовували класичний метод вимірювань, тобто із застосуванням спеціальних інструментів, засобів та/або приладів, які здійснюють вимірювання метричних властивостей об'єкта [68]. Сформовано перелік основних факторів, що впливають на картометричні вимірювання класичним методом [68]:

- 1) масштаб та точність карти, на якій виконувались вимірювання;
- 2) спосіб визначення властивості об'єкта, що вимірюється;
- 3) інструменти та методи, що використовуються для здійснення вимірювань;
- 4) спотворення картографічною проєкцією об'єктів, показаних на карті;
- 5) деформація паперу, на якому була надрукована карта, через зміну температури та вологості під час зберігання та використання документа.

З розвитком комп'ютерних технологій та геоінформаційних систем виробництво карт та планів перейшло з аналогових у цифрові формати. Об'єкти місцевості не є лише умовними знаками з певними характеристиками, а вони трансформувались у геопросторові моделі, які у сукупності формують набір геопросторових даних цифрової топографічної карти з власними просторовими схемами, правилами цифрового опису, топологічними

моделями тощо [135]. Це зумовило до трьох важливих концептуальних аспектів геодезичного, картометричного і морфометричного методів:

1) перехід від вимірювань на друкованій карті чи плані до безпосереднього використання моделі геопросторового об'єкта у геоінформаційному середовищі;

2) перехід від використання картографічних проєкцій до поверхні референц-еліпсоїда;

3) перехід від наближених числових до строгих числових та аналітичних методів обчислень у геоінформаційному середовищі.

Саме ці три особливості були основою проведеного дослідження.

Широке використання геоінформаційних технологій для топографічного та тематичного картографування з метою збору топографо-геодезичної, картографічної, фотограмметричної, землевпорядної та кадастрової та іншої географічної інформації, а також застосування геоінформаційних методів для геопросторового аналізу та моделювання геопросторових об'єктів та явищ вимагає розвитку відповідних комп'ютерних строгих математичних методів та моделей обробки результатів вимірювань [138]. Очевидно, що рішення цієї проблеми повинне ґрунтуватися на сучасних досягненнях прикладної математики та математичної обробки результатів геодезичних вимірювань [138], що враховано під час розроблення програмних функцій геодезичних і картометричних обчислень. Наявність специфікації програмного продукту (функцій, застосунків тощо) дозволяє значно зменшити тривалість та складність робіт, оскільки практична користь полягає в полегшенні розуміння вимог, а відповідно, зменшення помилок при реалізації [56]. Це забезпечено за допомогою використання онтологічного підходу для дослідження предметної сфери.

Було побудовано і досліджено онтологічну і концептуальну моделі геодезичних, картометричних та морфометричних методів у геоінформаційному середовищі для забезпечення однозначного розуміння усіх сутностей, екземплярів та властивостей предметної сфери.

Розроблено онтологічну модель геодезичних, картометричних та морфометричних обчислень у середовищі ГІС на мові OWL (Web Ontology Language) у середовищі Protégé 5.5.0 (див. рис. 1.1). Ця модель включає три логічні рівні (див. рис. 1.2):

- рівень результатів вимірювань, де визначено типи кількісних і якісних характеристик об'єктів місцевості;
- рівень шкал вимірювань, де вони описані в залежності від характеристик об'єкта, які визначаються;
- рівень середовища вимірювання, де описано зв'язок між методами та операціями, що використовуються для визначення кількісних властивостей об'єкта місцевості.

Онтологічний підхід забезпечив структурування термінів і понять у дослідженні за допомогою онтологій, які визначають сутності як основні класи дослідження та дозволяють дослідити залежності між ними.

У роботі [35] онтологічна модель картометрії була розглянута як один із способів використання карт та передбачає визначення відповідних кількісних та якісних характеристик на основі типів просторових локалізацій, а саме точок, ліній, полігонів, що було також враховано у цьому дослідженні.

На основі створених онтологічних моделей було розроблено концептуальну модель геодезичних, картометричних та морфометричних методів у середовищі ГІС за допомогою CASE-засобу візуального проектування Enterprise Architect (див. рис. 1.4).

У середовищі вимірювань встановлено власні сутності, а саме: метричні властивості об'єктів місцевості (координати місцеположення, довжина, площа); дати та системи координат; геометрія об'єктів та їх типи просторової локалізації; методи обчислень.

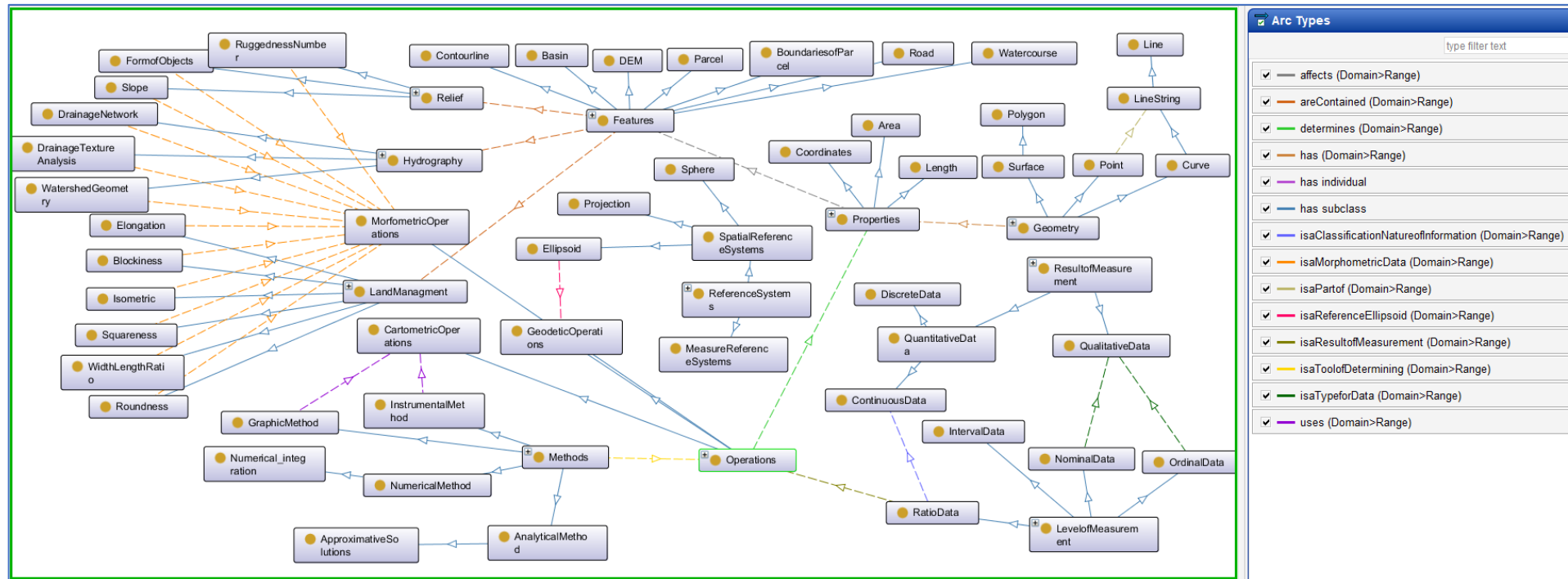


Рисунок 1.1 – Онтологічна модель геодезичних, картометричних та морфометричних операцій в середовищі ГІС [56]

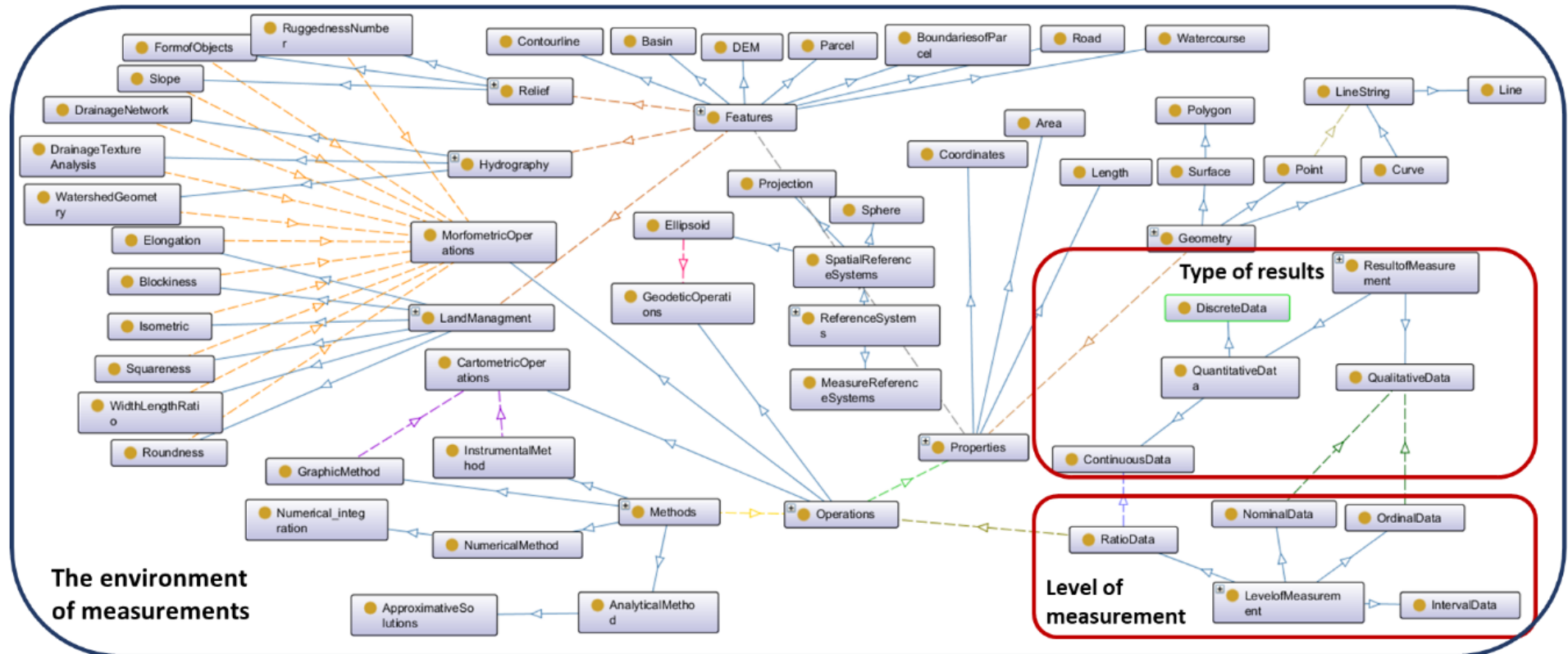


Рисунок 1.2 – Онтологічна модель із визначеними трьома рівнями:
результати вимірювань, шкали вимірювань, середовище вимірювання [56]

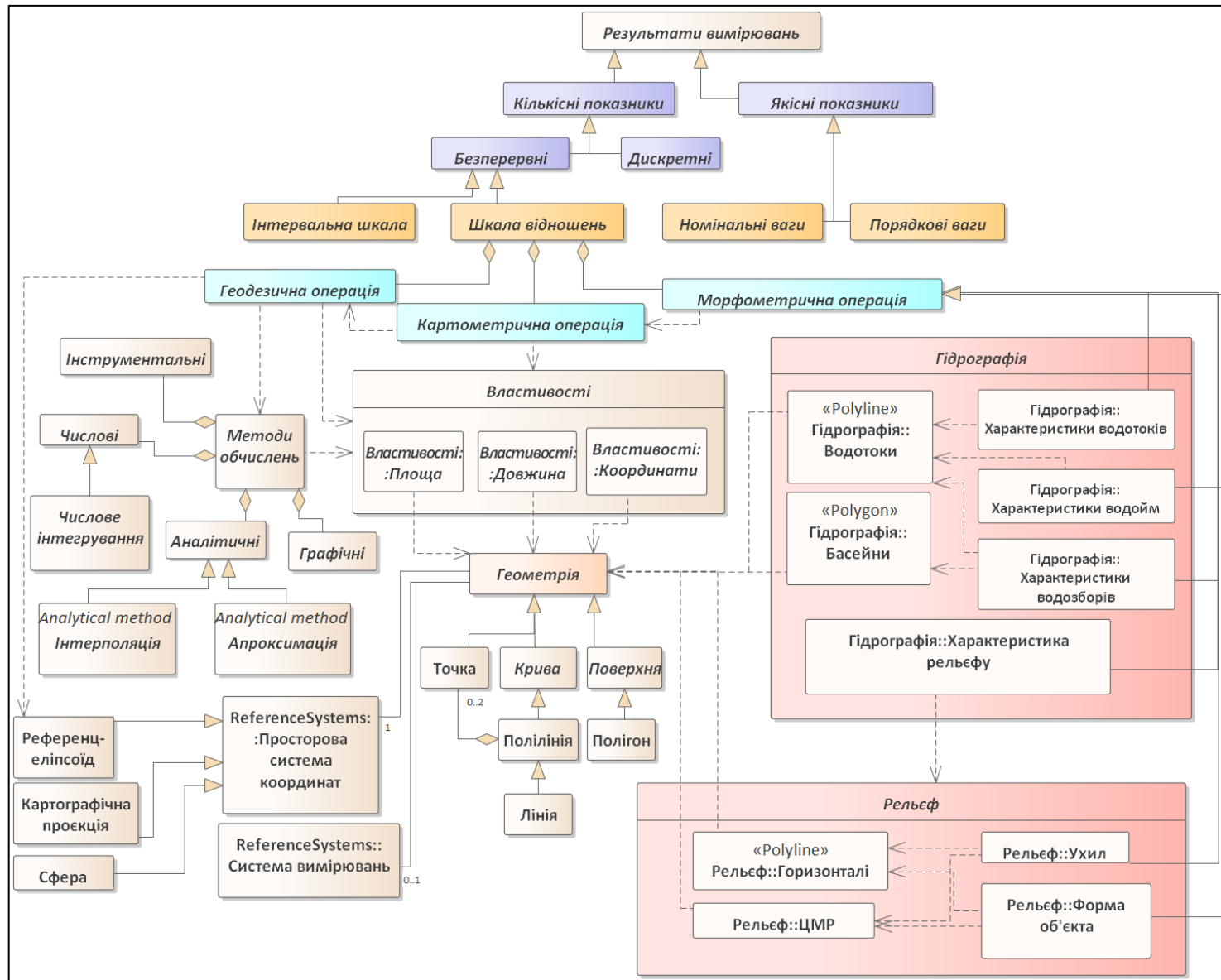


Рисунок 1.3 –UML-діаграма геодезичних, картометричних та морфометричних операцій у середовищі ГІС

У дослідженні для створення еталонних моделей та виконання експериментів були використані геометричні примітиви: ST_Point, ST_Line, ST_Polygon), а також стандартні методи картометричних обчислень: ST_Transform, ST_Area, ST_Perimeter, ST_Distance [84]. Ці примітиви та методи відповідають міжнародним та національним стандартам у сфері географічної інформації:

- 1) ДСТУ ISO/TS 19127:2017 Географічна інформація. Геодезичні коди і параметри (ISO/TS 19127:2005, IDT);
- 2) ДСТУ ISO 19111:2017 Географічна інформація. Просторова прив'язка за координатами (ISO 19111:2007, IDT);
- 3) ISO/IEC 13249-3:2002 FDIS. Informational technology – Database languages – SQL Multimedia and Application Packages. – Part 3: Spatial;
- 4) OpenGIS Simple Features Specification For SQL. Revision 1.1. OpenGIS Project Document 99-049;
- 5) OpenGIS Implementation Standard for Geographic information – Simple feature access – Part 1: Common architecture Revision 1.2.1. OpenGIS Project Document 06-103r4;
- 6) OpenGIS Implementation Specification: Coordinate Transformation Services Revision 1.00. OpenGIS Project Document 01-009.

1.1.1 Опис використаних датумів та систем координат

В Україні відповідно до наказу Міністерства аграрної політики та продовольства України від 02.12.2016 № 509 «Порядок використання Державної геодезичної референцної системи координат УСК-2000 при здійсненні робіт із землеустрою» визначено такі системи координат (див. рис. 1.4) [137]:

- 1) система геодезичних координат УСК-2000 на еліпсоїді Красовського;
- 2) система просторових прямокутних координат УСК-2000;
- 3) система прямокутних координат на площині проєкції Гаусса-Крюгера в 6-и градусних зонах УСК-2000;

- 4) система прямокутних координат на площині проєкції Гаусса-Крюгера в 3-х градусних зонах УСК-2000;
- 5) 27 місцевих систем координат УСК-2000.



Рисунок 1.4 – UML – діаграма структури Державної геодезичної референцної системи координат УСК-2000 [137]

Відповідно до пункту 31 постанови Кабінету Міністрів України «Про затвердження Порядку загальнодержавного топографічного і тематичного картографування» від 04.09.2013р. № 661: «державні топографічні карти створюються в Державній геодезичній референційній системі координат УСК-2000 та Балтійській системі висот 1977 року, з 1 січня 2026 р. – у Європейській вертикальній референційній системі (EVRS)».

Відповідно до пункту 32 зазначеного порядку «державні топографічні карти створюються в проєкції Гаусса-Крюгера в шестиградусних зонах. Осьовими меридіанами шестиградусних зон є меридіани з довготою 21°, 27°, 33°, 39°. Відлік довготи ведеться від Гринвіцького меридіана в градусному вимірі» [164].

Геодезичною основою державних топографічних карт у плановому положенні є пункти геодезичної (планової) і нівелірної (висотної) мереж, геодезичних мереж згущення і точки знімальної мережі, плоскі координати

яких обчислені в проєкції Гаусса-Крюгера у шестиградусних зонах у Державній геодезичній референційній системі координат УСК-2000 [164].

Відповідно до п. 54 зазначеного Порядку морські навігаційні карти створюються та видаються відповідно до стандартів Міжнародної гідрографічної організації, а авіаційні навігаційні карти – відповідно до стандартів Міжнародної організації цивільної авіації. Морські навігаційні карти створюються у системі координат WGS-84 та картографічній проєкції Меркатора (UTM).

Для цілей аеронавігації в Україні використовуються системи вимірів відповідно до стандартів та рекомендованої практики ІКАО, а саме – система координат WGS-84. Для побудови авіаційних навігаційних карт використовується рівнокутна поліконічна або рівнокутна проєкція, на якій пряма лінія приблизно відповідає ортодромії.

Відповідно до положень Порядку використання Державної геодезичної референційної системи координат УСК-2000 при здійсненні робіт із землеустрою такі види робіт виконуються в системі координат УСК-2000 або місцевих системах координат, однозначно зв'язаних із системою координат УСК-2000 [157].

Картографічні матеріали та документація із землеустрою, які створені в системах координат СК-42, СК-63 та місцевих системах координат, утворених від них, переводяться в систему координат УСК-2000 або місцеву систему координат, однозначно зв'язану із системою координат УСК-2000 [157].

Відповідно до пункту 6 постанови Кабінету Міністрів України «Про затвердження Порядку функціонування національної інфраструктури геопросторових даних» від 26.05.2021р. № 532 *«геопросторові дані національної інфраструктури геопросторових даних виробляються, оновлюються, обробляються, зберігаються та постачаються в Державній геодезичній референційній системі координат УСК-2000 та Балтійській системі висот 1977 року, з 1 січня 2026 р. – у Європейській вертикальній референційній системі (EVRS)»*. Це забезпечує сумісність геопросторових даних

в геоінформаційних системах, а у разі використання інших систем координат необхідно забезпечити обов'язковий опис способу переходу від цієї системи координат до УСК-2000 [158].

Відповідно до пункту 35 примітки 1 зазначеного порядку та наказу Міністерства оборони України «Про використання у системі Міністерства оборони України топографічних карт у світовій геодезичній системі WGS-84, картографічній проєкції Меркатора (UTM)» від 13.03.2023 № 132 тривають роботи зі створення топографічних карт масштабів 1:50 000 – 1:1 000 000 у системі координат WGS-84, універсальній поперечно-циліндричній проєкції Меркатора (UTM) і системі цілевказання MGRS (див. рис. 1.5).

Тому з урахуванням завдань у топографо-геодезичній, картографічній, землевпорядній, містобудівній, гідрологічній та інших сферах діяльності, а також у сфері національної безпеки і оборони було досліджено такі математичні моделі Землі (див. табл. 1.1 – 1.3):

- 1) площини картографічної поперечної циліндричної рівнокутної проєкції Гаусса-Крюгера;
- 2) площини картографічної поперечної циліндричної рівнокутної проєкції Меркатора (Universal Transverse Mercator, UTM);
- 3) площини просторових прямокутних систем координат;
- 4) сфера Землі;
- 5) референц-еліпсоїди GRS-80 та Красовського.

**Параметри просторових систем координат, що використані у дослідженні
(репозиторій EPSG: версія 11.001)**

№ з/п	Параметри	Позначення	ITRF2000	WGS-84 (G2139)	УСК-2000
1	Код EPSG			9753	
2	Система координат, яка в основі		ITRS	ITRF 2014 (епоха 2010 р.)	ITRF 2000 (епоха 2005 р.)
3	Одиниці вимірювання		метри	метри	метри
<i>Параметри зв'язку з ITRF (код EPSG)</i>			–	9757	–*
4	Зміщення вектору по осі X	ΔX	–	0	+ 24,322
5	Зміщення вектора по осі Y	ΔY	–	0	– 121,372
6	Зміщення вектору по осі Z	ΔZ	–	0	– 75,847
7	Поворот вектору навколо осі X	ε_X	–	0	0
8	Поворот вектора навколо осі Y	ε_Y	–	0	0
9	Поворот вектору навколо осі Z	ε_Z	–	0	0
10	Зміна масштабного множника	m	–	0	0
11	Точність перетворення		–	0,01 м	0,02 м

**Примітка: у репозиторії EPSG зареєстровано перетворення координат із системи УСК-2000 в ITRF2000 (код 7817) з точністю обчислення 1 м.*

Параметри плоских прямокутних систем координат, що використані у дослідженні (репозиторій EPSG: версія 11.001)

№ з/п	Параметри	6° зони проєкції Гаусса-Крюгера	6° зони проєкції Universal Transverse Mercator (UTM)
1	Коди EPSG	5562 – 5565	32634 – 32637
2	Датум	УСК-2000	WGS-84
3	Осьова паралель	0°	0°
4	Осьовий меридіан	21° – 39°	21° – 39°
5	Масштабний коефіцієнт	1	0.9996
6	False easting	4500000 – 7500000	500000
7	False northing	0	0
8	Одиниці вимірювання	метри	метри

Обрані референс-еліпсоїди дозволяють реалізувати аналітичні та числові методи картометричних, геодезичних та числових обчислень у середовищі геоінформаційної системи, тим самим підвищивши точність операцій та забезпечуючи сумісність різнорідних геопросторових даних для подальшої інших інтеграції.

1.1.2 Геометрія об'єктів та їх типи просторової локалізації, що досліджувались

На основі зазначених національних та міжнародних стандартів у сфері географічної інформації побудовано UML-діаграму загальної архітектури вхідних даних для виконання досліджень, на якій зображено геометричні примітиви еталонних об'єктів та відношення між ними (див. рис. 1.6).

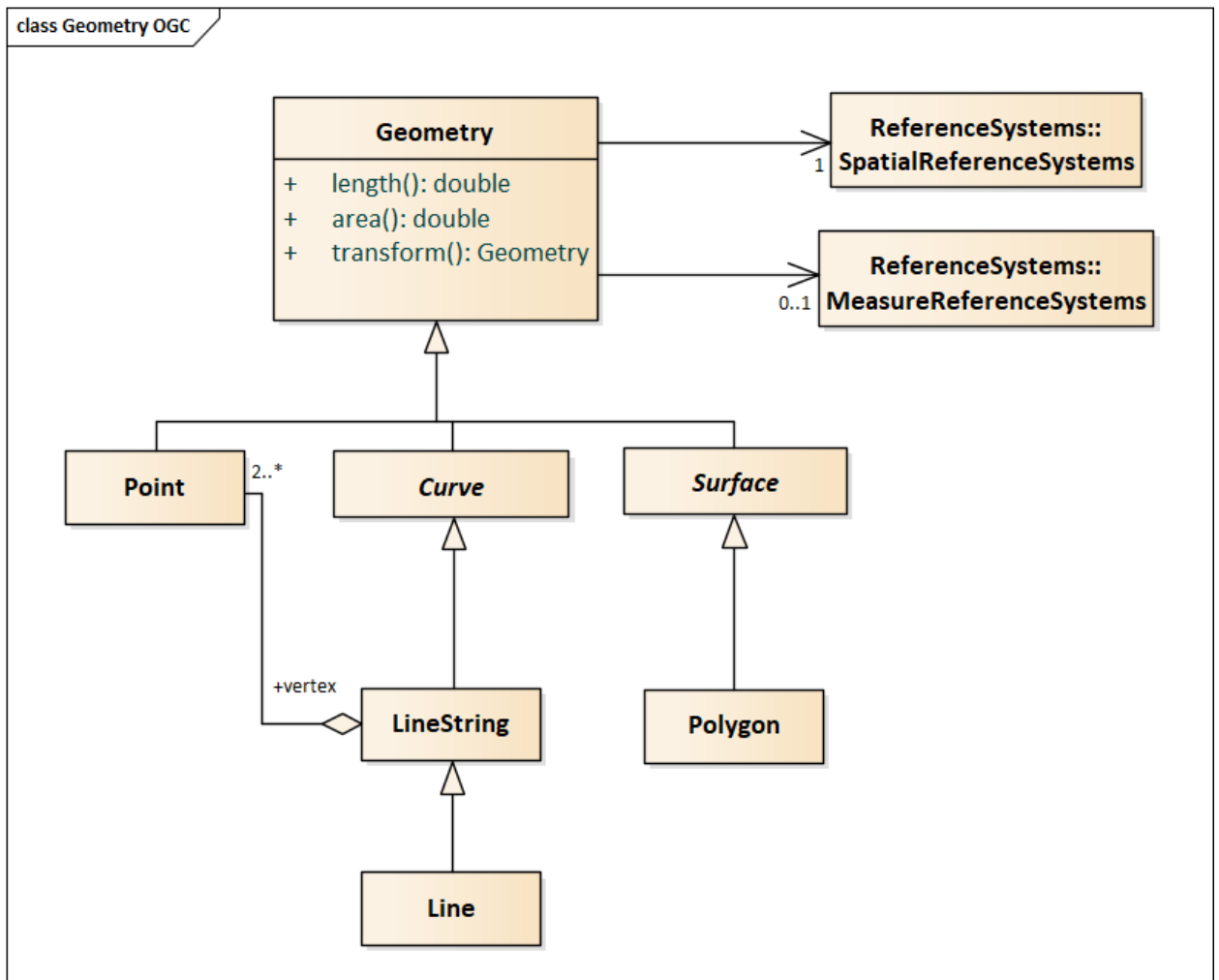


Рисунок 1.6 – Загальна архітектура даних у дослідженні

Абстрактний клас «*Geometry*» узагальнює геометричні примітиви еталонних моделей, а саме точки, лінії, полігони, які реалізовані у найпоширеніших геоінформаційних системах.

У ГІС-продуктах, де дотримано вимоги міжнародних стандартів ISO 19100 «Географічна інформація/ геоматика» та консорціуму OGC, датуми систем координат та архітектура геометричних примітивів є уніфікованими. Наприклад, більшість геоінформаційних систем використовують уніфікований набір геодезичних параметрів Європейської нафтової дослідницької групи (European Petroleum Survey Group – EPSG). Слід зазначити, що необхідно слідкувати за версіями цього репозиторію для використання актуальних датумів. На практиці методи класу «*Geometry*» (*area*, *length*, *transform*) у середовищі геоінформаційних систем

недокументовані або описані в загальному виді, що створює проблемні питання під час використання того чи іншого ГІС-продукту, наприклад, для певних задач у кадастрових системах, визначення гідрологічних та інших морфологічних характеристик об'єктів місцевості, геопросторового аналізу та моделювання.

Тому виникає питання: а чи однакові методи та обчислення використовуються в ГІС-продуктах та як вони впливають на точність результатів вимірювання? Для вирішення цього питання було виконано дослідження, яке описано у п. 1.5 цієї дисертаційної роботи.

1.1.3 Методи обчислень, які були досліджені

У другій половині ХХ століття класичними засобами числового аналізу були таблиці формул, таблиці значень функцій, настільні обчислювальні машини, а також олівець, папір та гумка. Науковець А. Booth зазначив, що під час розвитку обчислювальної техніки не варто нехтувати класичними засобами, особливо на початку планування та організації дослідження та під час математичного обґрунтування методів, які будуть досліджені. Також важливо розуміти, який математичний апарат реалізовано в обчислювальних машинах, оскільки це впливає на точність результатів [119].

Автор наголосив, що точність обчислень залежить від обраного числового методу. Операції додавання і віднімання не змінюють значущі знаки у числах, проте множення і ділення пов'язані з процесами округлення, що призводить до загальної втрати точності [119]. Під час обчислення вручну число рідко буває таким великим, щоб це призводило до помилок округлення, але з автоматичними обчисленнями за допомогою комп'ютерних технологій ситуація навпаки. Наприклад, при трансформуванні координат з прямокутних до геодезичних і навпаки виникає помилка за округлення [3, 45], яка зумовлює топологічну неузгодженість рамок карт, що було встановлено під час створення Основної державної топографічної карти та описано у п. 2.4 цієї роботи.

Прикладною задачею цього дисертаційного дослідження є реалізація строгих числових та аналітичних методів обчислень для визначення метричних властивостей геопросторових об'єктів з метою підвищення їх точності.

Числовий метод є універсальним, зручно використовується під час програмування обчислень цим методом і передбачає або задану теоретичну (априорну), або визначену після ітераційного процесу (апостеріорною) оцінку кількості ітерацій у цьому методі. У цій роботі використовується термін «числовий метод», а не «чисельний» оскільки це коректна назва методу та визначена у російсько-українському словнику наукової термінології, який склали НАН України, Комітет наукової термінології та Інститут мовознавства ім. О. О. Потебні [167].

У цьому дослідженні числові методи перевірені на збіжність та стійкість, а також мінімізовано похибку округлення, що виникає в процесі реалізації числового методу за допомогою обчислювальної техніки.

Коли ту чи іншу математичну задачу не можна вирішити аналітичним методом, використовуються наближені та строгі числові методи. У таблиці 1.4 наведено геодезичні та картометричні обчислення, які можна виконати числовими методами, проте деякі з них (визначення довжин дуг меридіана і паралелі та визначення площ знімальних трапецій) обчислюються і аналітично, безпосередньо за допомогою визначених інтегралів.

Наприклад, визначення конформних плоских координат x , y за геодезичними координатами B , L і навпаки запропоновано у роботі [45] обчислювати з використанням методу Ньютона (або методом дотичних), який є ефективним для розв'язання алгебраїчних і трансцендентних рівнянь. Його основна перевага полягає в тому, що при порівняно простій схемі обчислень він має швидку збіжність [148].

Аналітичні та числові методи геодезичних та картометричних обчислень

№ з/п	Назва операції	Метод
1	Визначення конформних плоских координат x, y за геодезичними координатами B, L	Числовий
2	Визначення геодезичних координат B, L за координатами Гаусса-Крюгера x, y	Числовий
3	Перетворення координат x, y Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу	Числовий
4	Перетворення координат x, y Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу зону проєкції UTM	Числовий
5	Визначення довжини дуги меридіана	Аналітичний
6	Визначення довжини дуги паралелі	Аналітичний
7	Визначення площі знімальних трапецій (для аркушів карт у масштабі 1:10 000 – 1:100 000)	Аналітичний
8	Визначення геодезичної площі об'єкта	Числовий
9	Рішення прямої геодезичної задачі на еліпсоїді	Числовий
10	Рішення оберненої геодезичної задачі на еліпсоїді	Числовий

Важливими складовими числових методів є алгоритми обчислень та точність результату. Складність обчислень розуміється так: це або потреба виконати величезний обсяг розрахунків, або потреба створити таку математичну модель, яка б дозволила обчислити ту чи іншу величину, або потреба спростити існуючу модель до такого рівня, який дозволив би провести необхідні обчислення, або все разом [148].

Під час розв'язування зазначеної прикладної задачі було досліджено питання щодо точності одержаних результатів. Похибки, які виникають у таких результатах, зумовлені наступними причинами [148]:

- математичний опис задачі є неточним;
- для розв'язування задачі використовують наближені методи;
- при вводі/виводі даних, під час виконання арифметичних операцій здійснюється округлення.

Похибки, викликані цими причинами, називають, відповідно [148]:

- неусунена похибка;
- похибка методу;
- похибка обчислень.

У цьому дослідженні прийнято, що неусуненою похибкою обчислення є неточність визначення параметрів математичної моделі Землі. Якщо геодезичні та картометричні операції виконувати наближеними числовими методами, то виникає похибка методу. Похибка обчислення може виникнути під час округлення його результатів.

Визначення точних параметрів математичної моделі Землі, наприклад, референц-еліпсоїда, потребує додаткових досліджень, тому у цій роботі розглянуто не буде. А похибки методу і обчислення, які дозволили удосконалити геодезичні та картометричні обчислення у геоінформаційних системах, були досліджені та описані у наступних розділах.

1.2. Огляд та аналіз сучасного стану і тенденцій застосування геодезичних та картометричних операцій у середовищі ГІС

Геодезичні і картометричні операції, як один із головних розділів картографії, визначають умови всіх вимірювань на різноманітних картографічних матеріалах: картах, топографічних планах, профілях, ортофотопланах, космічних знімках тощо [56]. Раніше була сформована класифікація відстаней залежно від їх довжин [127]:

- 1) малі відстані – до 30-45 км;
- 2) середні відстані – до 600 км;
- 3) великі відстані – до 5000 км;
- 4) надвеликі відстані – до 19000 км.

Наприклад, до першої групи відстаней відносились довжини сторін триангуляції 1 класу. Малі відстані обчислювались у прямокутних системах координат та на картографічних проєкціях, середні – на сфері, а великі та надвеликі – на еліпсоїді, але з використанням логарифмічних виразів та

спеціальних таблиць. Це зобов'язувало інженера-геодезиста знати усі способи та методи вирішення прямої та оберненої геодезичних задач залежно від відстані, математичної моделі поверхні, необхідної точності, наявності обчислювальної техніки та багатьох інших факторів.

У другій половині ХХ століття використання крупномасштабних карт для забезпечення високої точності визначених гідрографічних характеристик суттєво збільшувало обсяг картометричних робіт, тому дрібномасштабні карти використовувались у випадках, коли не вимагалась висока точність визначення характеристик. Оскільки масштаб карти впливає на точність визначення гідрографічних характеристик, то у праці «Руководства по определению расчетных гидрологических характеристик» 1973 року (далі – Керівництво) сформовано рекомендовані масштаби топографічних карт в залежності від розмірів водозборів (див. табл. 1.5) [145, 168].

Таблиця 1.5

Рекомендовані масштаби топографічних карт залежно від розмірів водозборів

№	Тип місцевості	Площа водозбору, км ²			
		< 10	10 – 50	50 – 200	> 200
1	Рівнинна, заболочена та пустельна місцевість	1:10 000	1:25 000	1:50 000	1:100 000
2	Низькогірні, середньогірні та високогірні райони	1:25 000	1:50 000	1:100 000	1:100 000

Зазначена таблиця є прикладом вимушеної диференціації площі водозборів залежно від масштабу карти, щоб підвищити точність картометричних та морфометричних операцій [145]. Також залежно від площі водозбору виконується округлення значення площі, що зумовлює похибку за округлення, яка є однією із причин виникнення похибок методів обчислення, що раніше було зазначено у п. 1.1 (див. табл. 1.6) [168].

Сучасний розвиток геоінформаційних систем та технологій дозволяє працювати з великим обсягом даних на значних за площею територіях, тобто

не залежно від розміру топографічних карт та кількості аркушів, які необхідно для обчислень характеристик.

Таблиця 1.6

Округлення площ водозборів залежно від їх розмірів

№	Площа водозбору, км ²	Ступінь округлення значень, км ²
1	0 – 10	0,01
2	10 – 100	0,05
3	100 – 1 000	1
4	1 000 – 5 000	5
5	5 000 – 10 000	10
6	10 000 і більше	50

Геоінформаційний підхід до виробництва карт передбачає моделювання геопросторових об'єктів, суцільних і не фрагментованих. Це дозволяє виконувати картометричні операції для всього об'єкта, а не його частин, та не залежати від масштабу карти, якщо модель геопросторового об'єкта не створювалася шляхом векторизації сканованих топографічних карт [145].

У цьому дослідженні визначено чотири етапи розвитку геодезичних та картометричних методів (див. рис. 1.7):

- 1) картометричні графічні та інструментальні методи: початок XVII ст. – друга половина XX ст. [166; 168];
- 2) картометричні наближені числові математичні методи: друга половина XX ст. – кінець XX ст. [13, 68, 111, 127, 156, 161, 163, 165, 172, 181];
- 3) стандартні методи інструментальних геоінформаційних систем: кінець XX ст. – початок XXI ст. [11, 23, 24, 27, 41, 72, 109, 131];
- 4) геоінформаційні строгі комп'ютерні методи (числові та аналітичні), що дозволяють визначати кількісні характеристики об'єктів з високою точністю з практично нескінченною сумою членів у ряді Тейлора: 2006 р. – дотепер [5, 38, 45 – 49, 54, 56, 57, 67, 70, 78, 79, 82, 113, 114, 138].

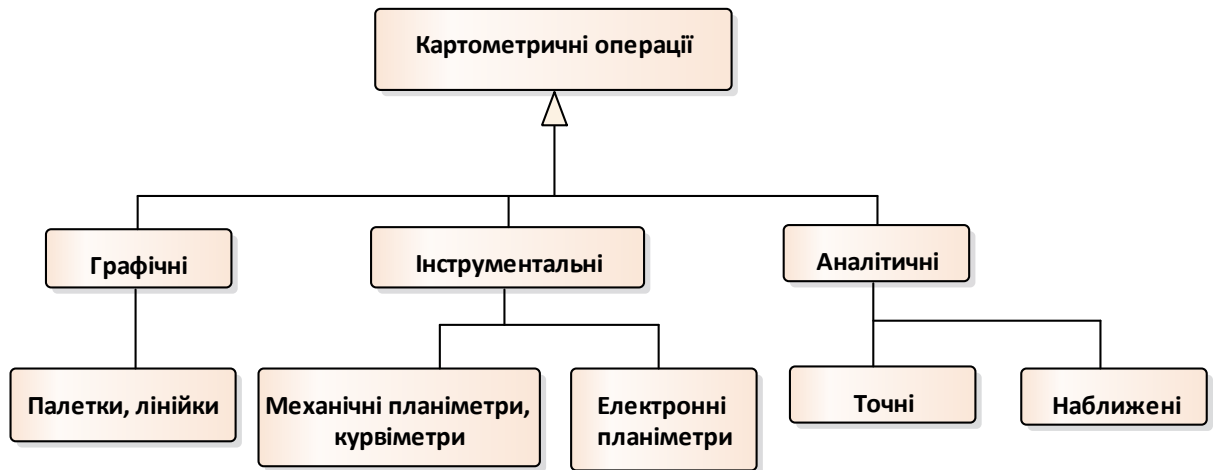


Рисунок 1.7 – UML-діаграма класифікації картометричних операцій

Для дослідження розвитку картометричних та геоінформаційних методів були визначені індекс трудомісткості обчислення та індекс точності методу. У цій роботі були розглянуті такі методи:

- 1) картометричні методи;
 - графічний (олівець, гумка і папір; палетка, лінійка, транспортир);
 - інструментальний (механічні планіметри, курвіметри електронні планіметри);
 - аналітичний (таблиці формул, таблиці значень функцій; наближені числові математичні методи);
- 2) геоінформаційні методи:
 - стандартні методи інструментальних ГІС;
 - строгі комп'ютерні методи (аналітичні та числові).

На основі отриманих значень індексів було побудовано комбіновану діаграму (див. рис. 1.8), на якій продемонстровано обернено-пропорційну залежність між точністю методу та його трудомісткістю, а також визначено лінію тренду як поліном другого порядку з коефіцієнтом детермінації 0,9294, що свідчить про сильну кореляцію між індексами методу обчислення та його методом. Слід зазначити, що і при лінійній залежності коефіцієнт детермінації становить 0,8, що також підтверджує цю кореляцію. Це дозволяє

зробити висновок, що удосконалення інструментів для обчислення метричних властивостей полягало зазвичай у підвищенні точності операцій та зменшенні трудомісткості, автоматизуючи їх. Традиційно у картометрії вживається термін «операція», як процес виконання вимірювання з використанням обчислювальних методів, тому в цій роботі прийнято словосполучення «картометричні обчислення».

Картометричні графічні та інструментальні методи.

У працях [122, 165] розглянуто визначення метричних характеристики об'єктів безпосередньо на друкованих топографічних картах, оскільки на той час це був основний матеріал, на якому можна виконувати вимірювання довжин та площ геопросторових об'єктів. Автори наголошували на доцільності використання для цих робіт якомога крупніших топографічних планів і карт, щоб підвищити точність обчислення, проте це зумовлювало збільшення трудомісткості картометричних операцій. Найбільш обґрунтована теорія і практична сторона застосування картометрії була у таких науковців: D. H. Maling, M. M. Волкова, Ю. М. Шокальського, В. Н. Ченцова, Ю. С. Фролова, О. В. Маслова, Г. А. Гінзбурга, П. А. Рижкова, О. М. Берлянта [68, 115, 117, 126]. Щодо застосування картометрії у тематичному картографуванні, а саме точність кількісних характеристик розглянута в роботах К. О. Саліщева [126, 173]. Графічні та інструментальні картометричні методи не належать до точних вимірювань, тобто визначення метричних властивостей об'єктів місцевості відбувається за допомогою інструментів безпосередньо на топографічній і картографічній продукції. Точність вимірювання площі планіметром, в основному, залежить від точності обведення контуру і складає 0,1% – 0,3% [138]. Треба відзначити, що графічні та інструментальні методи визначення площ на теперішній час практично не використовуються [138]. Точним методом визначення метричних властивостей об'єктів є аналітичний, що є предметом цього дослідження.

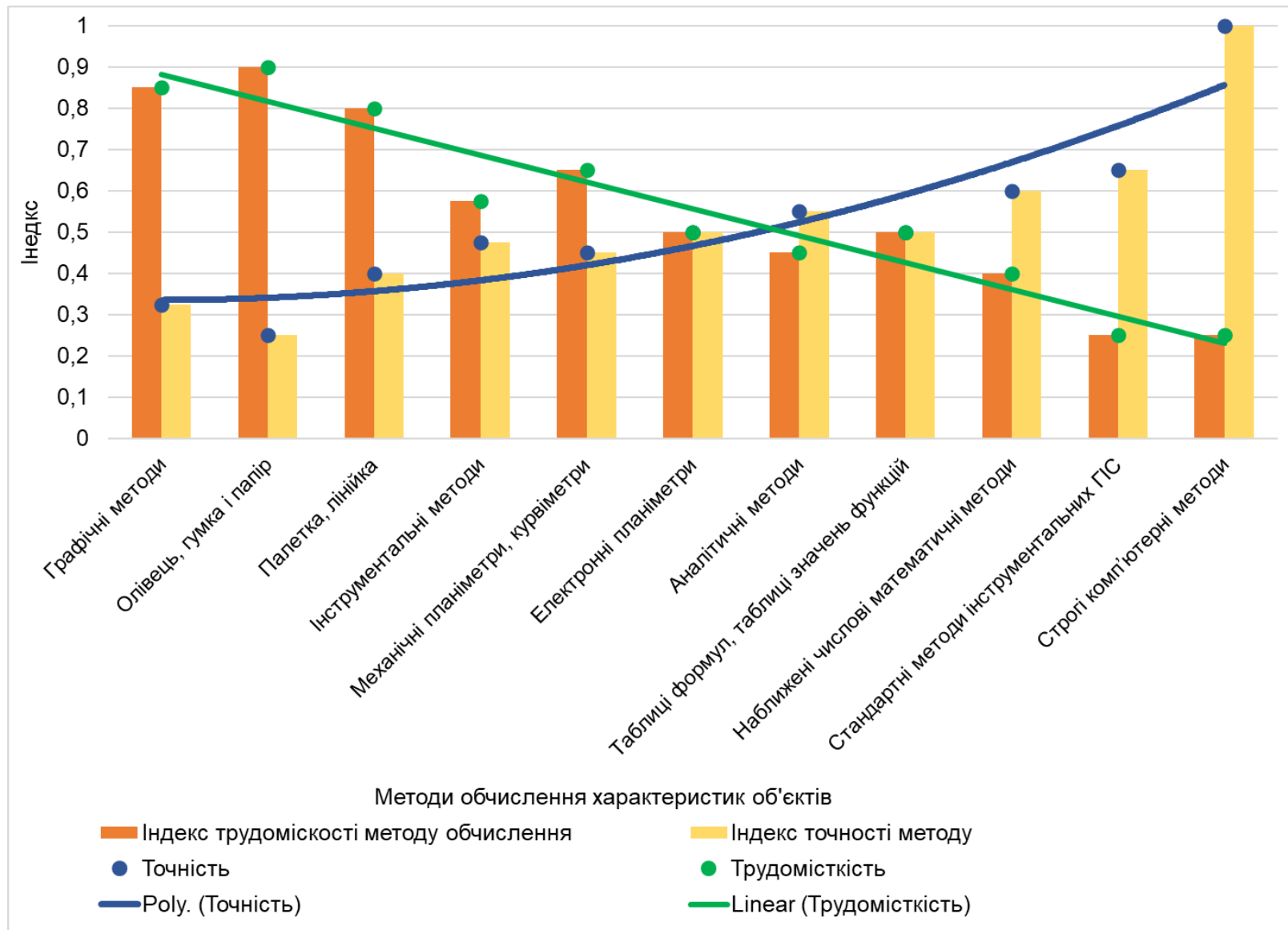


Рисунок 1.8 – Комбінована діаграма індексів строгості методів обчислення

Картометричні наближені числові математичні методи.

Вчені Ф. М. Красовський, П. С. Закатов, В. П. Морозов, В. П. Подшивалов, Л. П. Пеллінен, М. В. Яковлев, Б. Н. Рабінович, З. С. Хаїмов пропонували використовувати наближені числові математичні методи для виконання завдань вищої геодезії, наприклад, для вирішення прямої і оберненої геодезичних задач, перетворення геодезичних координат у плоскі прямокутні координати та навпаки, визначення довжин дуг меридіанів та паралелей, з точністю 0,01 м та 0,001 м [128, 156, 163, 165, 166]. Варіація такої точності на пряму залежала від кількості членів у ряді Тейлора, який використовувався для рівняння деякої рівнокутної проєкції, що відображає поверхню еліпсоїда зонами невеликої ширини за довготою.

З аналізу попередніх досліджень варто відмітити, що більшість вчених розглядали у своїх роботах математичні аспекти розрахунку картометричних властивостей, в залежності від розташування об'єктів (положення від осьового меридіана або екватору; вздовж однієї довготи), з використанням теоретичних основ сферичної тригонометрії та вищої геодезії [10, 11, 20, 33, 34, 103, 125, 154].

Дослідженням щодо визначення площ об'єктів на математичних моделях Землі (декартовій площині, сфері, еліпсоїді) та проведення їх оцінки точності займаються українські науковці, зокрема Ю.О. Карпінський, А.А. Лященко, В.Д. Барановський, С. Г. Савчук, М. О. Трюхан, Ю. П. Губар, С. Д. Крячок, О. І. Терещук, І. О. Нисторьяк, В. Г. Бурачек, М. В. Трегуб, В. В. Рябчій.

Картометричні та геодезичні операції, як-от трансформування та перетворення координат з використанням системи координат УСК-2000 та виконання оцінки їх точності досліджували такі науковці, зокрема Ю.О. Карпінський, С. Г. Савчук, І. М. Заєць, Я. С. Яцків, О. В. Кучер, Р. О. Висотенко, І. С. Куриляк, П. Г. Черняга, С. М. Кубах.

У наш час з розвитком комп'ютерної техніки геодезичні роботи у землеустрої, зокрема кадастрові знімання та картометричні роботи стали

базуватися на цифрових даних, цифрових моделях місцевості, тощо. Розробленню методів визначення площ територій на основі комп'ютерних технологій присвячені праці багатьох науковців, серед яких українські вчені В.М. Сердюков, П.І. Баран, Ю.О. Карпінський, А.А. Лященко, Р.М. Літранович, В.Д. Барановський, В.М. Трюхан [138]. У статтях [99, 100, 176] було виконано дослідження щодо обґрунтування та підвищення точності вимірювань GNSS-методами на гідроакумулювальних електростанціях та інших гідротехнічних спорудах з метою проведення моніторингу деформацій інженерних споруд.

У роботах [94, 110] досліджено питання підвищення точності визначення координат за допомогою GNSS-методу та лазерного сканеру. Також у статті [93] було використано метод скінченних елементів для створення трансформаційного поля з метою створення та розгортання нової єдиної системи координат для всього міста. Це дозволило вирішити проблему, яка пов'язана з неоднорідністю існуючих геодезичних мереж, а також усунути неузгодженості між даними різних служб міста.

Питанням визначення морфометричних характеристик геопросторових об'єктів за допомогою геоінформаційних систем та дослідженню їх особливостей залежно від цифрової моделі рельєфу займалися науковці: В. І. Вишневський, С. А. Шевчук, Р. І. Беспалько, Т. В. Гуцул [7, 8, 76, 116, 120, 121, 180].

У роботах [77, 85, 129] були виконані дослідження щодо моніторингу земної поверхні з використанням цифрових моделей місцевості та геоінформаційних систем, а також виконанням геодезичних обчислень для встановлення планово-висотної основи необхідної точності в системі координат при вирішенні ряду задач прикладної геодезії з використанням супутникових технологій, наприклад, GNSS-спостережень і БПЛА для спостережень за об'єктами.

За допомогою фотограмметричного методу було досліджено визначення площ міських забудованих територій, який дозволяє використовувати не

тільки аерофотознімки та космічні знімки, але і матеріали з бортів безпілотних літальних апаратів, що значно зменшує час і ціну виконання робіт [139 – 141].

Застосування геоінформаційних систем для завдань містобудівного кадастру і виконання геопросторового аналізу на основі метричних характеристик об'єктів було досліджено у роботах [51, 67, 80]

У статтях [98, 149, 150, 175] висвітлені питання щодо використання систем координат для цілей Державного земельного кадастру з метою підвищення точності визначення площ земельних ділянок. Особливості та фактори, що впливають на оцінку точності визначення площ земельних ділянок опубліковано у роботах [118, 124, 149, 151, 169 – 171, 178, 179].

Стандартні методи інструментальних геоінформаційних систем. Стандартні інструменти ГІС дозволяють користувачу виміряти, наприклад, довжину маршруту, площу певної території безпосередньо у мобільному пристрої чи на персональному комп'ютері. У роботі [109] автори зазначили, що у ГІС не реалізовано числові чи аналітичні методи для визначення геодезичної площі об'єктів, проте не вказано було у якій конкретно геоінформаційній системі цей функціонал відсутній. Слід зауважити, що зазначені картометричні операції виконуються у середовищі ГІС на декартовій площині, без врахування картографічної проєкції Гаусса-Крюгера [131]. Стандартні методи інструментальних геоінформаційних систем не є строгими, а наближені, оскільки у математичних моделях використовується обмежена кількість членів в ряді Тейлора [50].

Застосування в геодезичних обчисленнях комп'ютерної техніки викликало значну зміну методів розв'язування геодезичних задач вищої геодезії [172].

У роботі [172] автор зазначив: *«якщо раніше більша увага зосереджувалась на перетворенні формул з метою приведення їх до виду, щодо зручності “ручних” обчислень, то прогрес обчислювальних методів, особливо чисельних методів, дозволяє обмежитись записом формул в загальному вигляді, інколи тільки в виді диференційних рівнянь, а подальше*

перетворення віднести до процесу програмування». Обчислення метричних властивостей об'єктів місцевості на референц-еліпсоїді повинне виконуватись з урахуванням кривизни Землі, без спотворень проєкціями, що дозволяє визначати ближче до істинного. Прийняття загального земного чи референц-еліпсоїда, тобто його розмірів, є одним з основних чинників, що характеризує певну систему геодезичних координат [172].

Раніше площа сфероїдичних трикутників обчислювали по теоремі Люільє, як площа сферичного трикутника зі сторонами, які рівні сторонам сфероїдичного трикутника на сфері, рівновеликої за площею еліпсоїда Красовського. Ця заміна при розмірах трикутника близько 1 км дає помилку в площі, яка не перевищує 0,001 м². У роботі [11] розглянуто особливості розрахунку картометричних властивостей на сфері з використанням моделі Великого кола (Great circle). Деякі вчені також розглядали питання щодо застосування ГС для визначення довжин ліній, площ полігональних об'єктів з використанням єдиних уніфікованих датумів, проте вони використовували різні методи визначення метричних властивостей, що вплинуло на точність отриманих результатів [39 – 41].

Це дозволяє зробити висновок, що змінивши середовище для визначення метричних властивостей геопросторових об'єктів, методи обчислення залишились таким як і у попередньому етапі, а також були спроби заміни референц-еліпсоїда на сферу для зменшення трудомісткості обчислення, проте це зумовлювало втрати високої точності.

Геоінформаційні строгі комп'ютерні методи (числові та аналітичні). Геоінформаційний метод – це метод визначення метричних властивостей геопросторових об'єктів у середовищі геоінформаційної системи за допомогою числових та аналітичних методів обчислень з урахуванням кривизни Землі.

Дослідження щодо застосування аналітичних та числових методів картометричних операцій на референц-еліпсоїді були виконані такими закордонними вченими: J. Balcerzak, P. Pędzich, M. Kuźma, R. E. Deakin, M. N.

Hunter, S. Berk, M. Ferlan, V. Fisikopoulos, Y. Nishiyama, B. Idrizi, F. Yildirim, F. Kadi., J. C. Martínez-Llario, S. Baselga, A. Ruffhead, M. Ligas, P. Banasik, I. Gillissen, V. A. Windarni, A. Setiawan, A. Rahmatalia. Більшість цих авторів розглядали особливості обчислень у програмних середовищах QGIS, PostGIS, MATLAB, FORTRAN, Oracle, що вплинуло на вибір автором геоінформаційних систем у цій роботі. Також науковці наголошували, що використання геоінформаційних систем забезпечує визначення кількісних характеристик об'єктів з високою точністю з практично нескінченною сумою членів у ряді Тейлора. У статтях [95, 96] запропоновано алгоритм вирішення прямої і оберненої геодезичних задач на еліпсоїді із застосуванням ітераційного методу, проте кількість ітерацій для визначення геодезичних координат кінцевої точки збільшує час виконання функції.

Науковець T. Vincenty запропонував формули для рішення прямих та обернених геодезичних задач довільної довжини [104]. Існуючі формули були перероблені для ефективного програмування з метою економії місця в оперативній пам'яті та скорочення часу виконання. Головною особливістю нових формул є використання вкладених функцій.

Ґрунтовні та апробовані дослідження доктора філософії Стенфордського дослідницького інституту (SRI) Charles Karney були присвячені розробленню алгоритмів розв'язування прямої та оберненої геодезичних задач для еліпсоїда обертання з точністю ~ 15 нм за умови стиснення еліпсоїда $f \leq 1/50$ [46]. Vincenty для вирішення геодезичних задач використовує метод Горнера при обчисленні многочленів, щоб мінімізувати розмір програми; С. Karney також використовує схему Горнера для оцінки рядів за точністю і швидкістю, проте при збільшенні членів у ряді Тейлора метод Vincenty стає менш практичним у застосуванні [47]. У свій алгоритм вирішення геодезичних задач С. Karney також передбачив визначення масштабного коефіцієнту і геодезичної площі геопросторового об'єкта без заміни поверхні на сферу або проєкцію, залишаючи похибку округлення при сумуванні усіх площ, які утворені геодезичними лініями, якщо об'єкт буде мати велику кількість вершин,

наприклад, територія держави. С. Karney прагнув підвищити точність визначення геодезичної площі до похибки обчислювальної техніки.

Також С. Karney розглядав питання перетворення координат з поперечної проєкції Меркатора у геодезичні координати на еліпсоїді за допомогою двох методів, які досягають точності, близької до машинної. Один з них базується на точних рівняннях Томпсона і Лі, а інший використовує розширення ряду Крюгера з використанням вищих порядків.

Точний метод забезпечує точність 9 нм по всьому еліпсоїда, в той час як похибки методу ряду становить менше 5 нм в межах 3900 км від центрального меридіана [45]. Швидкість обчислення за числовим методом ряду Крюгера є конкурентоспроможним з іншими наближеними методами, а точний метод Томпсона і Лі працює приблизно в 5 разів повільніше [45].

Науковцями [19] також зараз досліджується питання перетворення координат та визначення метричних властивостей строгими комп'ютерними методами на трьохосьовому еліпсоїді. Така модель земної поверхні не була розглянута у цьому дослідженні, оскільки ця модель поки що не впроваджена офіційно в Україні.

У роботі [70] представлено реалізацію двох алгоритмів, які вирішують з високою точністю (менше 100 нм) та ефективно (у декілька ітерацій) два базових геометричних обчислення на еліпсоїді: визначення координат перетину двох геодезичних ліній і знаходження мінімальної відстані від заданої точки до геодезичної лінії. Також у цій статті було доведено, що середовища Google Earth Engine і Oracle Spatial використовують однакову методологію, яка полягає у використанні сфери замість референц-еліпсоїда, хоч і встановлена різниця у Google Earth Engine і Oracle Spatial приблизно в $1 \cdot 10^{-12}$ градусів, що становить близько 0,3 мкм та пояснюється точністю обчислювальної машини.

Час традиційних вимірювань на аналогових картах завершується. На зміну цьому приходять строгі комп'ютерні методи, які з встановленою користувачем точністю, визначають метричні властивості об'єкта місцевості.

Стрімкий розвиток ГІС, як інструмента для роботи з геопросторовими даними, та її результативність за останні 20 років зумовлюють впровадження таких систем і технологій майже в кожній галузі виробництва та сфері надання послуг. Такий розвиток технологій сприяє використанню строгих комп'ютерних методів для виконання різноманітних картометричних операцій на еліпсоїді та заміні їх на геоінформаційні.

У цій роботі застосовано методологію огляду літератури та бібліометричного аналізу, щоб відібрати емпіричні та оглядові роботи, в яких використовувалися поняття про числові та аналітичні методи обчислень, референц-еліпсоїд, геоінформаційні системи з метою визначення світових тенденцій досліджень.

За допомогою інструменту VOSviewer було автоматично створено карту мережі ключових слів на основі більше 200 публікацій за 2003 – 2023 рр., які проіндексовані у науково-метричній базі Scopus (див. рис. 1.9).

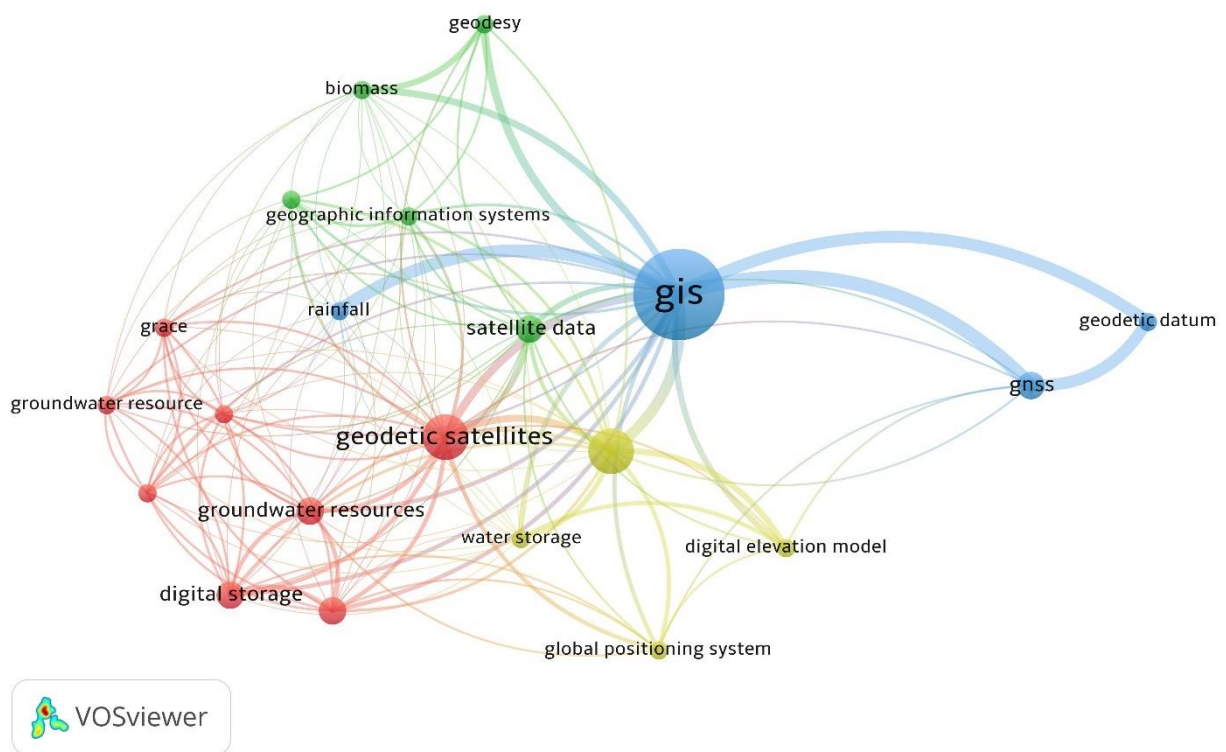


Рисунок 1.9 – Карта мережі ключових слів у публікаціях (2003 – 2023 рр.).

Створену мережу слід читати так: чим більший вузол, то популярніше ключове слово. Ребра між вузлами демонструють зв'язок між ключовими словами та ілюструють, як часто вони використовуються в поєднанні з іншими. Кольори мережі відображають кластери, які формують різні згенеровані теми через зв'язки ключових слів [2, 12].

Також за допомогою сервісу Research Rabbit було досліджено наукові публікації (переважно з відкритим доступом) за темою дисертації, щоб визначити перелік робіт, які більш тісно пов'язані з тематикою та розглядають обрану проблематику [97]. Результатом такого аналізу створено граф, який наведено на рисунку 1.10.

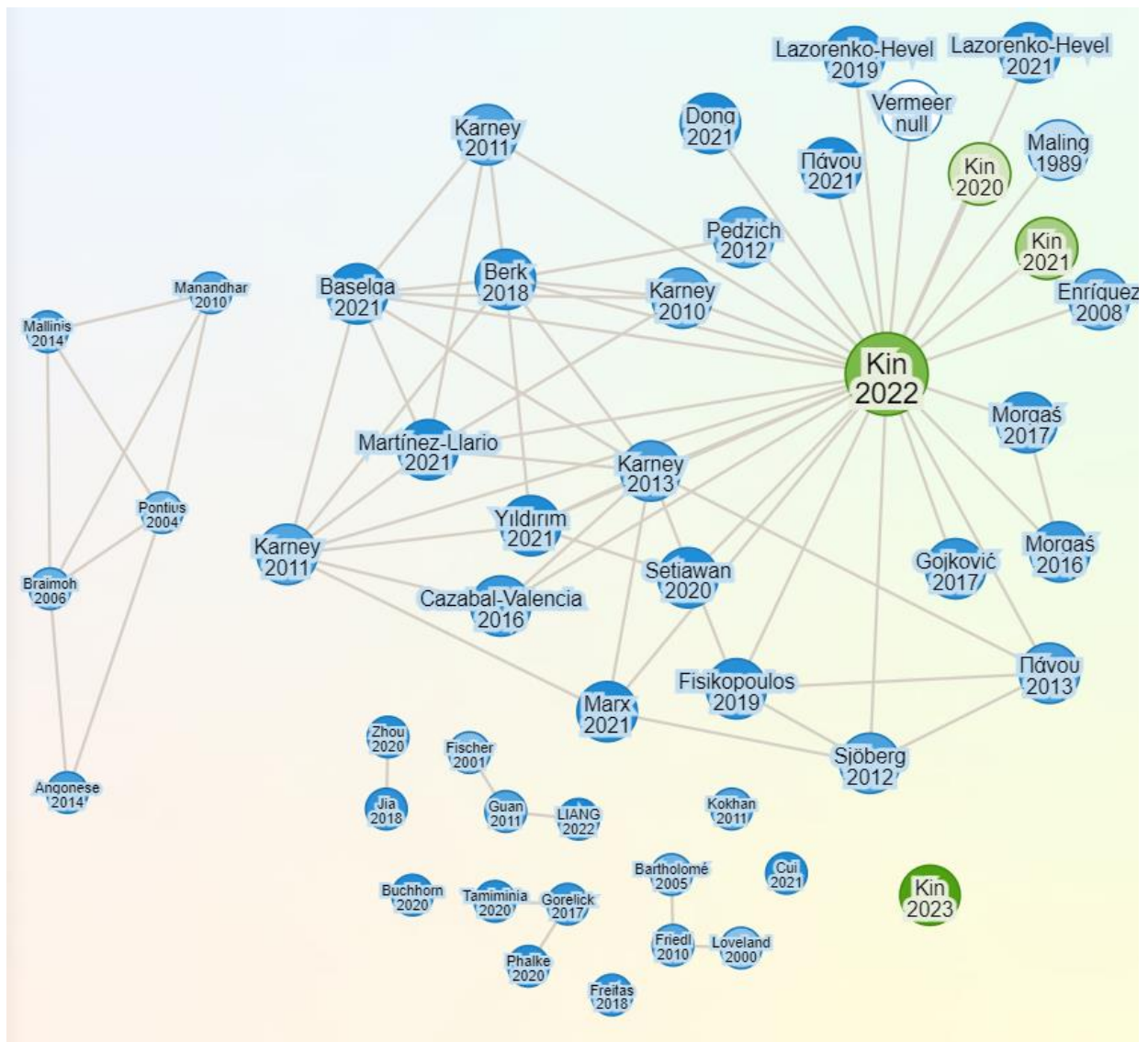


Рисунок 1.10 – Графи бібліографічних цитувань статей за темою дослідження

За допомогою аналітичного сервісу SciVal [21] було встановлено, що тенденція серед опублікованих досліджень за тематичним напрямом «Geodetic Coordinates; Geodesy; Ellipsoid» («Геодезичні координати, Геодезія, Еліпсоїд») спостерігається позитивною, проте тенденція за напрямом «Map Projections; Cartography; Great Circles» («Картографічна проєкція, Картографія, Велике коло») після 2018 року втрачає своєї актуальності (див. рис. 1.11, рис. 1.12).

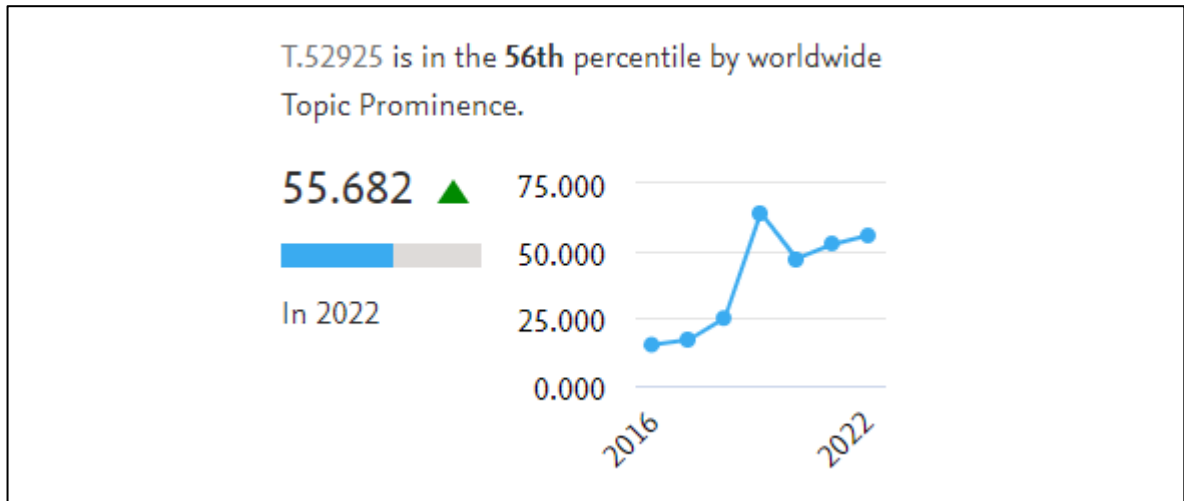


Рисунок 1.11 – Процентилі за всесвітньою популярністю теми «Geodetic Coordinates; Geodesy; Ellipsoid» за даними SciVal

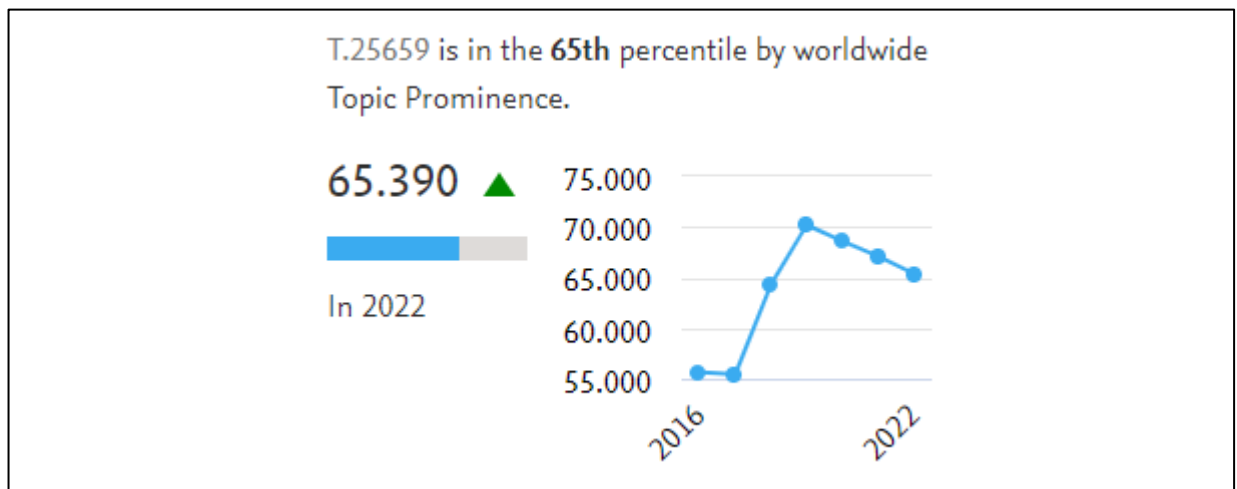


Рисунок 1.12 – Процентилі за всесвітньою популярністю теми «Map Projections; Cartography; Great Circles» за даними SciVal



Рисунок 1.14 – Кількість публікацій у наукометричній базі Scopus за темою «Map Projections; Cartography; Great Circles» (2013 – 2022 pp.)

Діючий нормативний стан морфометричних операцій у гідрології визначається застосуванням «Руководства по определению расчетных гидрологических характеристик» 1973 року [168].

Під час гідрологічних розрахунків для проектування та будівництва гідротехнічних споруд, а також під час проведення комплексних гідрологічних досліджень, наприклад, для вивчення водного режиму територій використовують гідрографічні характеристики водойм та їх водозборів [168].

У Керівництві визначено основні гідрографічні характеристики (сукупність морфометричних і морфологічних) водойм та їх водозборів для аналізу їх форм, розмірів та інших фізико-географічних особливостей [168]:

- морфометричні характеристики водотоків (довжина водотоку (ділянки водотоку); гідрографічна довжина водотоку; середній ухил водотоку; звивистості водотоку тощо)

- морфометричні характеристики водойм (площі; максимальна глибина; об'єм; довжина водойми; батиграфічна крива тощо);

- морфометричні характеристики водозборів (площа водозбору; густота річкової мережі водозбору; густота руслової мережі; площа замкнених западин тощо);
- морфологічні характеристики водозборів (абсолютний та відносний показник покриття водоймами водозбору; заболоченість, розораність, лісистість, урбанізація, закарстованість водозбору тощо).

Основними картографічними матеріалами для визначення гідрографічних характеристик водних об'єктів та їх водозборів використовуються топографічні карти масштабу 1:10 000 – 1:100 000, а також тематичні карти (гідрографічні, геологічні, ґрунтів тощо) [168]. До сучасного розвитку геоінформаційних систем та баз геопросторових даних у топографічному картографуванні для визначення морфометричних характеристик виконувались картометричні операції безпосередньо на друкованих картах відповідного масштабу, а геопросторові об'єкти, які своїми розмірами протяжні або більші за площі аркушів топографічних карт, займали більше 2 номенклатурних аркушів, що зумовлювало обов'язкове зведення та узгодження усіх об'єктів уздовж рамок, особливо на межах зон у проєкції Гаусса-Крюгера, що було досліджено у роботі [54].

Унаслідок такого картографічного підходу масштаб карти, що використовується, впливає на точність визначення гідрографічних характеристик. На первинних топографічних картах масштабів 1:10000, 1:25000, 1:50000 і 1:100000 середні помилки в плановому положенні зображень об'єктів та чітких контурів місцевості відносно найближчих пунктів і точок геодезичної основи не повинні перевищувати 0,5 мм, а на картах низькогірних, середньогірних та високогірних районів – 0,75 мм (див. табл. 1.7) [159]. Середні помилки в плановому положенні зображень контурів рослинного покриву і ґрунтів, за винятком чітких вигинів, що є характерними точками, не повинні перевищувати 1 мм [159].

**Середні помилки в плановому положенні зображень об'єктів та контурів
залежно від масштабу карти (у метрах на місцевості)**

№	Масштаб	Рівнинна місцевість	Низькогірні, середньогірні та високогірні райони	Контур рослинного покриву і ґрунтів
1	1:10 000	5	7,5	10
2	1:25 000	12	19	25
3	1:50 000	25	38	50
4	1:100 000	50	75	100

Використання певного масштабу залежить від мети, обсягів, точності відображення необхідної інформації. Наприклад, у роботі [162] досліджено, що масштаб від 1:500 тісно пов'язаний із земельним адмініструванням (винесення об'єктів у натуру, розроблення містобудівної документації, встановлення обмежень щодо використання земельних ресурсів тощо), тоді як дрібніші масштаби використовуються для відображення та аналізу даних демографії, географії та управління навколишнім середовищем.

У Керівництві зазначено, що для визначення різних картометричних і морфометричних характеристик гідрографічних об'єктів використовувались різні проєкції (для площ – рівновелика, для довжин ліній – рівнопроміжна), щоб зменшити вплив кривизни Землі на результати вимірювань. Використання картографічної проєкції для таких досліджень зумовлює потребу актуалізації та оновлення Керівництва з урахуванням строгих методів обчислення у середовищі ГІС, розрахунки яких відбуваються на референц-еліпсоїді, що дозволяє не залежати від масштабу та проєкції.

Цифрова модель рельєфу використовується для визначення меж водозбірних басейнів, їх площ, центрів тяжіння та середніх висот земної поверхні. Визначення ухилів, форм об'єктів та інших кількісних та якісних характеристик рельєфу на референц-еліпсоїді аналітичними та числовими методами потребує окремого дослідження.

При вирішенні завдань усіх кадастрів України важливими характеристиками геопросторових об'єктів є його координати вершин, довжини і напрямки, а також, особливо, їх площі. На теперішній час в Україні земельні ділянки є об'єктами ДЗК, тому їх межі та відповідно площі юридично затвердженні, а це означає, що площі ділянок не повинні залежати від систем координат, середовищ ГІС, форми зберігання даних.

У теперішній час у Науково-дослідному інституті геодезії і картографії виконуються дослідження картометричних операцій на еліпсоїді в середовищі різноманітних ГІС, зокрема рішення прямих та обернених геодезичних задач на еліпсоїді, визначення геодезичних координат B та L на еліпсоїді Красовського по прямокутним координатам x, y в проєкції Гаусса-Крюгера, визначення прямокутних координат x, y в проєкції Гаусса-Крюгера по геодезичним координатам B та L на еліпсоїді Красовського, перетворення прямокутних координат x, y в проєкції Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу, визначення площ територій на еліпсоїді та інші. У роботі [113] з метою визначення методичних помилок при обчисленні площ картографічних об'єктів в залежності від їхнього розміру та методів обчислення було згенеровано 20 тестових об'єктів різного розміру та обчислені їхні площі: від 2 км^2 до 1048576 км^2 .

Отриманні результати у MapInfo Professional 7.0, ArcGIS 8.2 ArcMap, AutoDesk Map 3D, MicroStation V8 2004 Edition дозволили вченим зробити висновок, що необхідно розробити програмні компоненти аналітичного визначення площ та оцінки їх точності для динамічного підключення їх в геоінформаційні системи та інші програмо-методичні комплекси, які опрацьовують земельпорядну документацію, пов'язану з визначенням площ будь-яких територій [138]. Класичний перелік геодезичних [113, 127, 181] та картометричних операцій [68, 106] було взято за основу у цьому дослідженні. Також у роботах [26, 168] було сформовано перелік морфометричних характеристик об'єктів гідрографії та рельєфу і методи їх визначення, що теж було враховано у подальшому.

У таблиці 1.8 сформовано реєстр геодезичних, картометричних та морфометричних операцій, які були досліджені у геоінформаційному середовищі та реалізовані у програмному середовищі MATLAB Online.

Таблиця 1.8

Реєстр операцій

№ з/п	Ідентифікатор операції	Назва операції
1	GC	Геодезичні та картометричні
1.1	GC001	Визначення координат x, y в проєкції Гаусса-Крюгера за геодезичними координатами B, L
1.2	GC002	Визначення геодезичних координат B, L за координатами x, y в проєкції Гаусса-Крюгера
1.3	GC003	Перетворення координат x, y Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу
1.4	GC004	Перетворення координат x, y в проєкції Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу зону проєкції UTM
1.5	GC005	Визначення довжини дуги меридіана
1.6	GC006	Визначення довжини дуги паралелі
1.7	GC007	Визначення площі знімальних трапецій (для аркушів М 1:10 000 – 1:100 000)
1.8	GC008	Визначення геодезичної площі об'єкта
1.9	GC009	Рішення прямої геодезичної задачі на еліпсоїді
1.10	GC010	Рішення оберненої геодезичної задачі на еліпсоїді
2	M	Морфометричні
2.1	<i>MH</i>	<i>Гідрографія</i>
<i>Морфометричні характеристики водотоків</i>		
2.1.1	MH001	Визначення довжини водотоку (ділянки водотоку)
2.1.2	MH002	Визначення гідрографічної довжини водотоку
2.1.3	MH003	Визначення середнього ухилу водотоку
2.1.4	MH004	Визначення звивистості водотоку

№ з/п	Ідентифікатор операції	Назва операції
2.1.5	МН005	Визначення гідрографічної звивистості водотоку
2.1.6	МН006	Визначення координат поздовжнього профілю водотоку
2.1.7	МН007	Визначення координат поперечного профілю водотоку
<i>Морфометричні характеристики водойм</i>		
2.1.8	МН008	Визначення площі водойми
2.1.9	МН009	Визначення нормального підпорного рівня водосховища
2.1.10	МН010	Визначення середньої глибини водойми
2.1.11	МН011	Визначення максимальної глибини водойми
2.1.12	МН012	Визначення рівня води
2.1.13	МН013	Визначення об'єму озера
2.1.14	МН014	Визначення об'єму водосховища повного (корисного)
2.1.15	МН015	Визначення довжини водойми
2.1.16	МН016	Визначення максимальної ширини водойми
2.1.17	МН017	Визначення координат батиграфічної кривої
<i>Морфометричні характеристики водозборів</i>		
2.1.18	МН018	Визначення площі водозбору
2.1.19	МН019	Визначення середньої висоти водозбору
2.1.20	МН020	Визначення середнього уклону схилів водозбору
2.1.21	МН021	Визначення густоти річкової мережі водозбору
2.1.22	МН022	Визначення густоти руслової мережі
2.1.23	МН023	Визначення площі замкнених западин
2.1.24	МН024	Визначення координат гіпсографічної кривої

№ з/п	Ідентифікатор операції	Назва операції
2.1.25	MH025	Визначення коефіцієнту каналізованості річної мережі водозбору
<i>Морфологічні характеристики водозборів</i>		
2.1.26	MH026	Визначення показника покриття водоймами водозбору
2.1.27	MH027	Визначення відносного показника покриття водоймами водозбору
2.1.28	MH028	Визначення заболоченості водозбору
2.1.29	MH029	Визначення розораності водозбору
2.1.30	MH030	Визначення лісистості водозбору
2.1.31	MH031	Визначення зледенілості водозбору
2.1.32	MH032	Визначення урбанізації водозбору
2.1.33	MH033	Визначення характеру ґрунтів водозбору
2.1.34	MH034	Визначення закарстованості водозбору
2.1.35	MH035	Визначення мерзлості водозбору
2.2	MR	<i>Рельєф</i>
2.2.1	MR001	Визначення кута нахилу рельєфу
2.2.2	MR002	Визначення горизонтального розчленування (густота розчленування): відношення довжини тальвегів L до досліджуваної площі P

Цей реєстр містить основні найпоширеніші операції, які використовуються у відповідних сферах, проте у цьому дослідженні детально розглянуті геодезичні та картометричні операції, а також визначення деяких морфометричних гідрографічних характеристик (довжина водотоку, площа водозбору, водойми).

Особливостями переходу до геоінформаційних методів на поверхні референц-еліпсоїда є три аспекти [50]:

- 1) врахування кривизни земної поверхні для довжин і площ геопросторових об'єктів не залежно від їх розмірів та масштабів карт;
- 2) реалізація математичних моделей для визначення метричних властивостей геопросторових об'єктів з високою точністю у середовищі ГІС;
- 3) забезпечення створення GRID-моделі номенклатурних аркушів топографічних карт масштабів 1:10 000 до 1:1 000 000.

По-перше, у картографічній проєкції пряма лінія, яка має значну довжину, на еліпсоїді є геодезичною лінією, тому довжина об'єкту розраховуватиметься як сума довжин геодезичних ліній між сусідніми вершинами, а площа – як площа фігури, що обмежена сегментами геодезичних ліній між суміжними вершинами межі. Проєкція геодезичної лінії на площину є крива і заміна її на пряму може бути виконана тільки тоді, коли буде задано обмеження для довжини геодезичної лінії і точність визначення цієї властивості об'єкта на еліпсоїді.

Для визначення геодезичних площ геопросторових об'єктів на референц-еліпсоїді було проведено дослідження державним підприємством «Науково-дослідний інститут геодезії і картографії», а саме: обґрунтовано та запропоновано нову класифікацію територій за величиною їх площ [138]:

- малих територій як горизонтальної проєкції в Декартовій системі координат;
- середніх територій редукованих на поверхню сфери;
- великих площ редукованих на поверхню еліпсоїда.

По-друге, обчислюючи площу за плоскими прямокутними координатами вона спотворюється за рахунок введення поправок за редукування результатів вимірювання з фізичної поверхні на поверхню еліпсоїда і на площину в проєкції Гаусса-Крюгера. Площа у проєкції Гаусса-Крюгера збільшується у порівнянні з площею на еліпсоїді в залежності від відстані об'єкта до осьового меридіана зони проєкції.

Площа об'єкту на фізичній поверхні більша за площу на еліпсоїді в залежності від висоти над поверхнею еліпсоїда і від складності рельєфу, що зумовлює використання двох величин у морфометричних характеристиках об'єктів: фізичної і геодезичної величини.

По-третє, геоінформаційний метод дозволяє створити суцільну топологічну GRID-модель рамок знімальних трапецій номенклатурних аркушів топографічних карт масштабів від 1:10 000 до 1:1 000 000 на всю територію України, не розділяючи масиви рамок трапецій окремо на кожну зону проєкції Гаусса-Крюгера, а створити безпосередньо в геодезичних координатах на референц-еліпсоїді Красовського.

1.3. Розроблення методики дослідження картометричних операцій стандартними засобами ГІС

Під час дослідження можливостей стандартних засобів ГІС дотримано такий принцип: сучасні комп'ютерні технології забезпечують реалізацію високоточних строгих математичних методів, що обумовило визначення картометричних характеристик не на аналогових картах, а за допомогою геоінформаційного моделювання.

Як було раніше зазначено, стандартні засоби у середовищі ГІС, невідомі або описані в загальному виді, що створює проблемні питання при використанні того чи іншого програмного забезпечення ГІС для певної задачі, наприклад, в кадастрових системах.

Координати геопросторових об'єктів можуть бути задані в різних системах координат. Найчастіше це геодезичні координати B і L , задані на поверхні еліпсоїда, або прямокутні координати Гаусса-Крюгера, редуковані на площину. Редукування на ще одну математичну модель Землі полягає в тому, що геодезичні координати B і L відносять до кулі (сфери) заданого радіуса, чим спрощуються подальші обчислення на цій моделі. У математичній картографії часто застосовують проєктування еліпсоїда на кулю, виконуючи певні умови. При цьому подальші обчислення значно спрощені в порівнянні з обчисленнями на еліпсоїді [138]. Отже, за видом редукування на поверхню

віднесення математичні методи визначення метричних властивостей геопросторових об'єктів поділяються на такі, в яких задіяні [138]:

- площина як ортогональна проєкція на горизонтальну площину;
- площина Гаусса-Крюгера або інша картографічна проєкція;
- земна куля (сфера);
- референц-еліпсоїд.

З огляду вітчизняного та міжнародного досвіду і нормативно-правової бази щодо картометричних операцій в середовищі ГІС висунуто чотири гіпотези, які дозволять визначити застосування тієї чи іншої математичної моделі Землі у певних програмних забезпеченнях ГІС:

- гіпотеза № 1: геодезичні та картометричні операції виконуються у Декартовій системі координат;
- гіпотеза № 2: геодезичні та картометричні операції виконуються на площині проєкції еліпсоїда;
- гіпотеза № 3: геодезичні та картометричні операції виконуються на поверхні еліпсоїда;
- гіпотеза № 4: геодезичні та картометричні операції виконуються на поверхні сфери.

Для підтвердження або спростування визначених гіпотез обрано 5 картометричних та геодезичних операцій на основі створеного реєстру (див. рис. 1.15):

- експеримент №1: визначення геодезичних координат (B , L) по прямокутним координатам (x , y) в проєкції Гаусса-Крюгера;
- експеримент №2: визначення прямокутних координат (x , y) в проєкції Гаусса-Крюгера по геодезичним координатах B та L .
- експеримент №3: перетворення прямокутних координат (x , y) із однієї зони Гаусса-Крюгера в іншу.
- експеримент №4: перехід від відстані на еліпсоїді до відстані на площині в проєкції Гаусса-Крюгера.

– експеримент №5: визначення площі геопросторових об’єктів в проєкції Гаусса-Крюгера, на еліпсоїді Красовського та сфері.

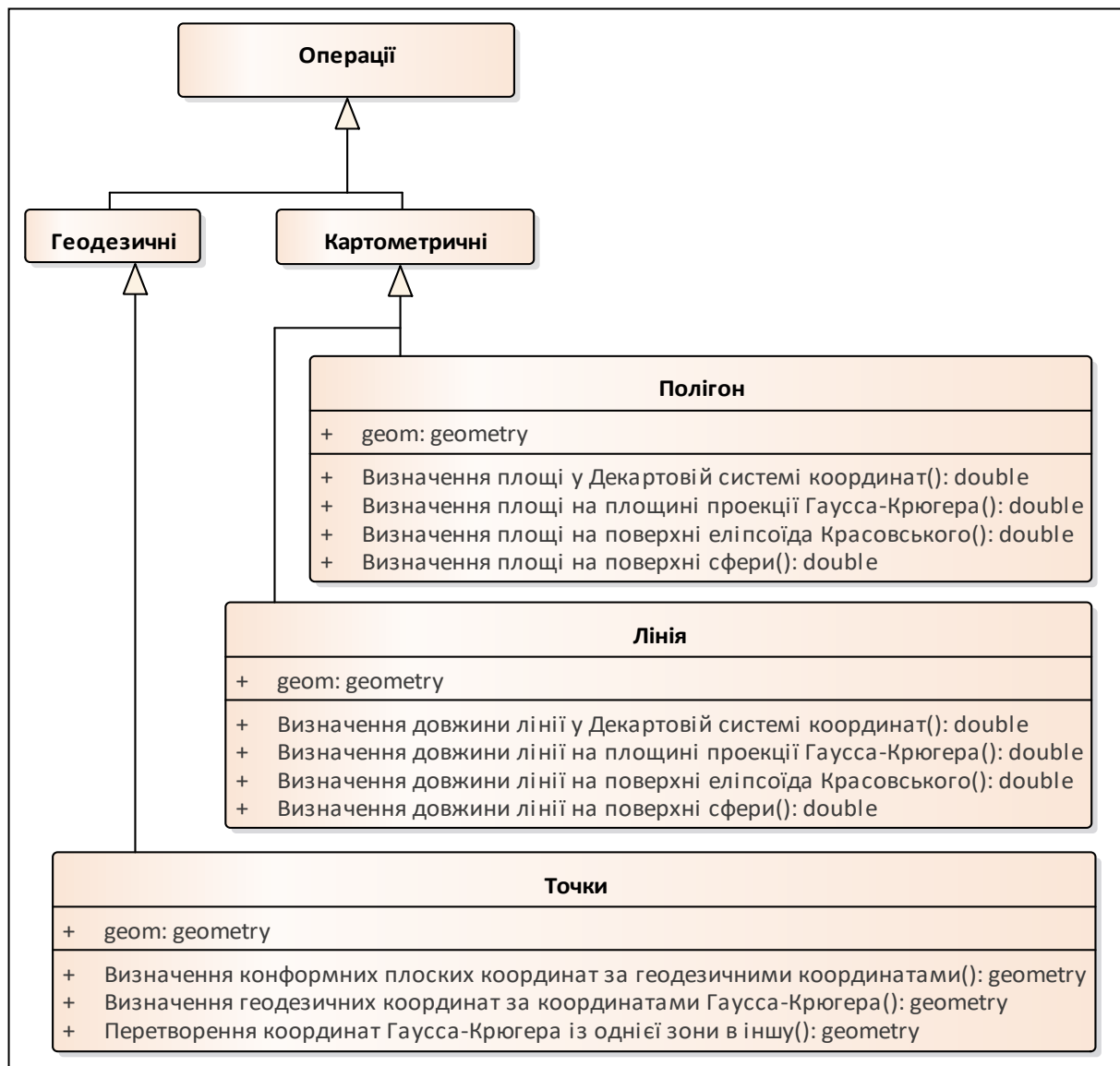


Рисунок 1.15 – UML-діаграма класів геодезичних та картометричних операцій за функціями

Виконання експериментів виконано у трьох сучасних ГІС-продуктах: ArcGIS for Desktop 10.5 (ліцензія надана ДП «НДІГК»), MapInfo Professional 11.0 (ліцензія надана ДП «НДІГК»), QGIS 3.28. Це дозволило спростувати або підтвердити чотири гіпотези щодо застосування тієї чи іншої математичної моделі Землі для геодезичних та картометричних операцій у ГІС-продуктах.

Всі отримані результати картометричних операцій у стандартному

середовищі комерційних та з відкритою ліцензією геоінформаційних систем порівнювалися з еталонними моделями, які були створені в середовищі MATLAB Online. Слід зазначити, що сфера розглянута додатково, так як у дослідженні дві із використаних ГІС, відповідно до їх керівництва користувача, розраховують картометричні властивості на сфері.

Експерименти щодо картометричних та геодезичних операцій включають такі етапи (див. рис. 1.16):

- визначення еталонних значень картометричних операцій у середовищі MATLAB Online: стислий огляд формул, обґрунтування вибору формули, точність формул, програмування вибраних формул, документування сценарію виконання картометричних операцій;

- проведення експериментів в середовищі ГІС: опис вихідних дат і систем відліку, введення масиву точок, перетворення координат точок, експорт результатів перетворення координат, документування сценарію проведення експерименту;

- аналіз отриманих результатів експериментів: статистичний аналіз отриманих результатів, визначення величин спотворення на проєкції Гаусса-Крюгера, сфері, еліпсоїді Красовського.

Визначені обмеження і аспекти дослідження картометричних і геодезичних обчислень на різних математичних моделях Землі дозволили перейти до розроблення еталонних значень властивостей геопросторових об'єктів у середовищі MATLAB Online.

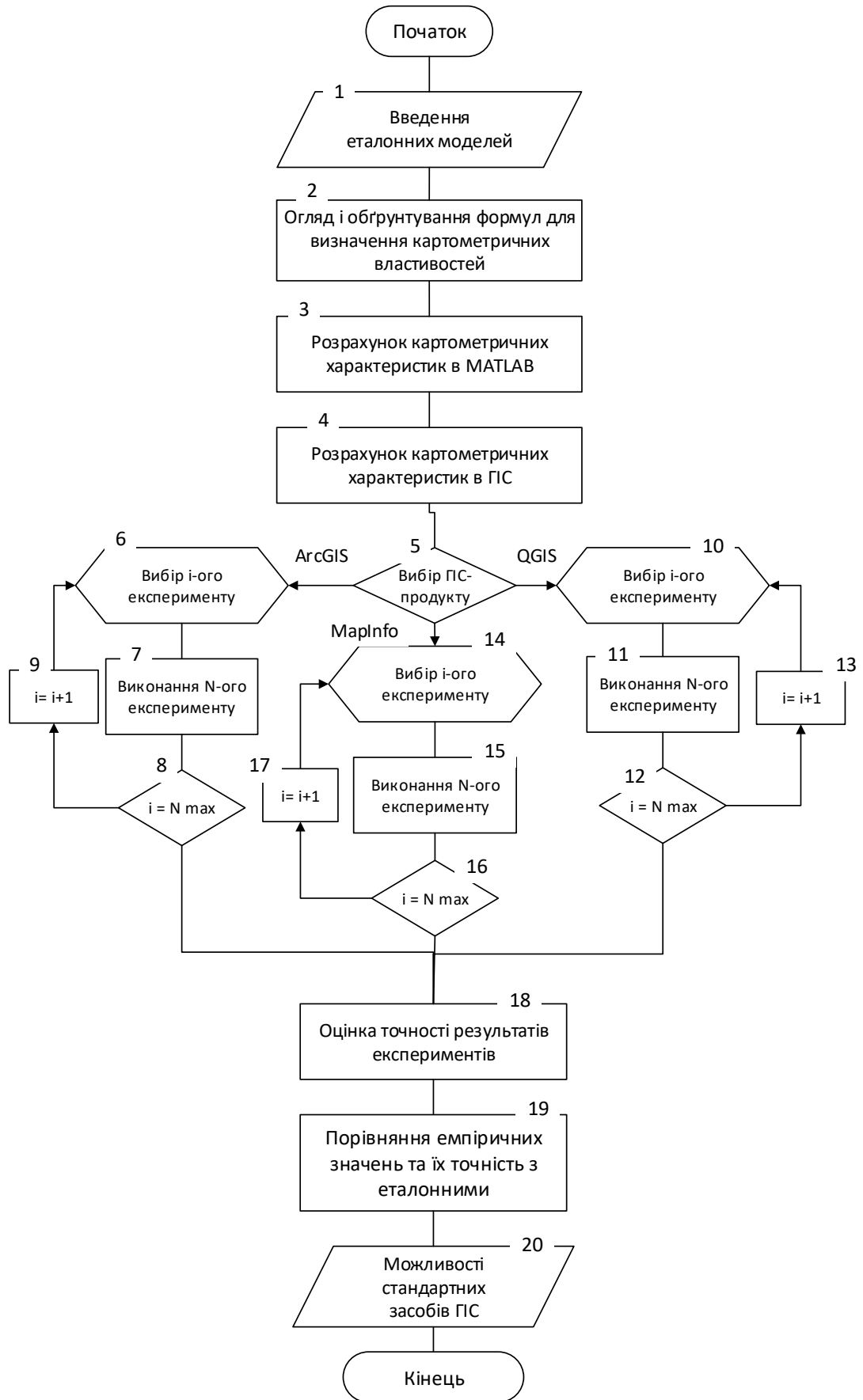


Рисунок 1.16 – Загальна схема методики дослідження

1.4. Розроблення еталонних моделей для дослідження методів геодезичних та картометричних обчислень у середовищі MATLAB Online

Для виконання експериментів № 1 – 2 були використані математичні моделі із довідника [32].

Перетворення прямокутних координат проєкції Гаусса-Крюгера на еліпсоїді Красовського в геодезичні координати здійснено за формулами (1.1) і (1.2) [32]:

$$B = B_0 + \Delta B ; \quad (1.1)$$

$$L = 6(n - 0,5) / 57,29577951 + l , \quad (1.2)$$

де B , L – геодезичні широта і довгота точки, яка визначається, рад;

B_0 – геодезична широта точки, абсциса якої дорівнює абсцисі x точки, яка знаходиться, а ордината дорівнює нулю, рад;

n – ціла частина числа, розрахованого за формулою (1.3):

$$n = E[y10^{-6}] , \quad (1.3)$$

де $E[...]$ – ціла частина виразу, що в квадратних дужках;

y – ордината точки, що визначається, в проєкції Гаусса-Крюгера, м;

β – допоміжна величина, розрахована за формулою (1.4):

$$\beta = x / 6367558,4968 ; \quad (1.4)$$

де x – абсциса точки, що визначається, в проєкції Гаусса-Крюгера, м;

z_0 – допоміжна величина, розрахована за формулою (1.5):

$$z_0 = (y - (10n + 5)10^5) / 6378245 \cos B_0 . \quad (1.5)$$

Далі обчислення геодезичних координат точки, що визначається, виконано за такими формулами (1.6) – (1.8):

$$B_0 = \beta + \sin 2\beta(0,00252588685 - 0,00001491860 \sin^2 \beta + 0,00000011904 \sin^4 \beta) ; \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} \Delta B = & -z_0^2 \sin 2B_0 (0,251684631 - 0,003369263 \sin^2 B_0 + 0,000011276 \sin^4 B_0 - \\ & - z_0^2 (0,10500614 - 0,04559916 \sin^2 B_0 + 0,00228901 \sin^4 B_0 - 0,00002987 \sin^6 B_0 - \\ & - z_0^2 (0,042858 - 0,025318 \sin^2 B_0 + 0,014346 \sin^4 B_0 - 0,001264 \sin^6 B_0 - \\ & - z_0^2 (0,01672 - 0,00630 \sin^2 B_0 + 0,01188 \sin^4 B_0 - 0,00328 \sin^6 B_0)); \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned} l = & z_0 (1 - 0,0033467108 \sin^2 B_0 - 0,0000056002 \sin^4 B_0 - 0,0000000187 \sin^6 B_0 - \\ & - z_0^2 (0,16778975 + 0,16273586 \sin^2 B_0 - 0,00052490 \sin^4 B_0 - 0,00000846 \sin^6 B_0 - \\ & - z_0^2 (0,0420025 + 0,1487407 \sin^2 B_0 + 0,0059420 \sin^4 B_0 - 0,0000150 \sin^6 B_0 - \\ & - z_0^2 (0,01225 + 0,09477 \sin^2 B_0 + 0,03282 \sin^4 B_0 - 0,00034 \sin^6 B_0 - z_0^2 (0,0038 + \\ & + 0,0524 \sin^2 B_0 + 0,0482 \sin^4 B_0 + 0,0032 \sin^6 B_0))). \end{aligned} \quad (1.8)$$

Перетворення геодезичних координат на еліпсоїді Красовського в прямокутні координати проєкції Гаусса-Крюгера здійснено за формулами (1.9) – (1.10) [32]:

$$\begin{aligned} x = & 6367558,4968B - \sin 2B (16002,8900 + 66,9607 \sin^2 B + 0,3515 \sin^4 B - \\ & - l^2 (1594561,25 + 5336,535 \sin^2 B + 26,790 \sin^4 B + 0,149 \sin^6 B + l^2 (672483,4 - \\ & - 811219,9 \sin^2 B + 5420,0 \sin^4 B - 10,6 \sin^6 B + l^2 (278194 - 830174 \sin^2 B + \\ & + 572434 \sin^4 B - 16010 \sin^6 B + l^2 (109500 - 574700 \sin^2 B + 863700 \sin^4 B - \\ & - 398600 \sin^6 B)))); \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned} y = & (5 + 10n)10^5 + l \cos B (6378245 + 21346,1415 \sin^2 B + 107,1590 \sin^4 B + \\ & + 0,5977 \sin^6 B + l^2 (1070204,16 - 2136826,66 \sin^2 B + 17,98 \sin^4 B - 11,99 \sin^6 B + \\ & + l^2 (270806 - 1523417 \sin^2 B + 1327645 \sin^4 B - 21701 \sin^6 B + l^2 (79690 - \\ & - 866190 \sin^2 B + 1730360 \sin^4 B - 945460 \sin^6 B))), \end{aligned} \quad (1.10)$$

де x, y – плоскі прямокутні координати точки у проєкції Гаусса-Крюгера, м;

B – геодезична широта точки, рад;

l – відстань від точки, яка визначається, до осьового меридіана зони, рад, що обчислюється за формулою (1.11):

$$l = \{L - [3 + 6(n-1)]\} / 57,29577951, \quad (1.11)$$

де L – геодезична довгота точки, ...°;

n – номер шестиградусної зони в проєкції Гаусса-Крюгера, розрахованого за формулою (1.12):

$$n = E[(6 + L)/6], \quad (1.12)$$

$E[...]$ – ціла частина виразу, що в квадратних дужках.

Слід зазначити, що точність запропонованих формул складає не більше 0,001 м [32].

Для експерименту № 3 використано формули (1.4) – (1.8), а також формули (1.13) і (1.14):

$$L = L_o + l \quad (1.13)$$

$$l' = L - L_o', \quad (1.14)$$

де L_o – осьовий меридіан зони 1;

L_o' – осьовий меридіан зони 1.

Після цього виконується розрахунок значень x , y в зоні 2 за формулою (1.9) і формулою (1.10) відповідно.

В експерименті № 4 використано формули (1.15) і (1.16) з точністю до 0,001 м [127, 156, 181]:

$$S'_{et} = S_{et} + \Delta S_{et} \quad (1.15)$$

$$\Delta S_{et} = \left(\frac{y_m^2}{2R_m^2} + \frac{(y_i - y_j)^2}{24R_m^2} \right) S_{et}, \quad (1.16)$$

де $y_i - y_j$ – різниця між абсцисами точок лінії;

y_m – середня відстань між осьовим меридіаном зони та геопросторовим об'єктом;

R_m – середній радіус кривизни еліпсоїда Красовського, який для території України складає 6378 км.

Для експерименту № 5 вибір формул залежав від математичної моделі Землі. Для розрахунку площі на площині проєкції Гаусса-Крюгера використано формули (1.17) і (1.18) (див. рис. 1.17) [131, 138]:

$$P'_{et} = P_{et} + \Delta P_{et} \quad (1.17)$$

$$\Delta P_{et} = -\frac{y_m^2}{R_m^2} P_{et} \quad (1.18)$$

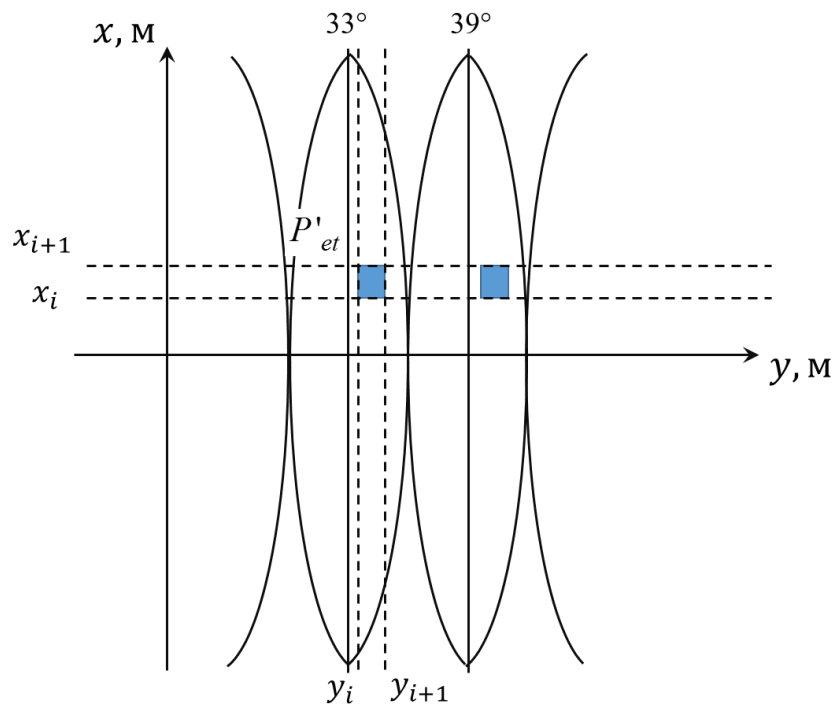


Рисунок 1.17 – Площина проєкції Гаусса-Крюгера

Прийнявши геопросторові об'єкти на поверхні еліпсоїда Красовського як трапеції, для визначення їх площ застосовано формули (1.17) – (1.19) (див. рис. 1.18) [127, 156, 181]:

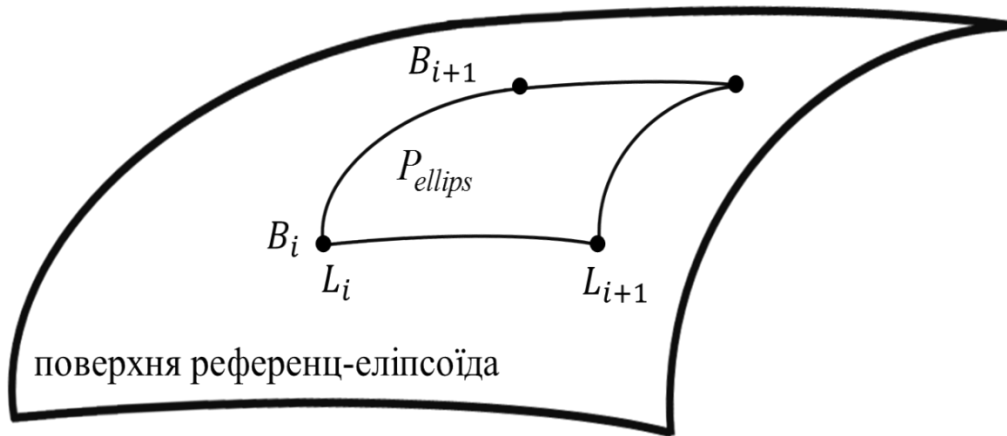


Рисунок 1.18 – Визначення площі на поверхні еліпсоїда Красовського

$$P_{ellips} = b^2 \frac{L_{i+1} - L_i}{360^\circ} \left[A' \sin \frac{B_{i+1} - B_i}{2} \cos B_m + B' \sin \frac{3}{2} (B_{i+1} - B_i) \cos 3B_m + \right. \\ \left. + C' \sin \frac{5}{2} (B_{i+1} - B_i) \cos 5B_m - D' \sin \frac{7}{2} (B_{i+1} - B_i) \cos 7B_m + \dots \right], \quad (1.17)$$

$$B_m = \frac{B_{i+1} - B_i}{2}, \quad (1.18)$$

$$\left. \begin{aligned} A' &= 1 + \frac{1}{2}e^2 + \frac{3}{8}e^4 + \frac{5}{16}e^6 + \frac{35}{128}e^8 + \dots \\ B' &= \frac{1}{6}e^2 + \frac{3}{16}e^4 + \frac{3}{16}e^6 + \frac{35}{192}e^8 + \dots \\ C' &= \frac{3}{80}e^4 + \frac{1}{16}e^6 + \frac{5}{64}e^8 + \dots \\ D' &= \frac{1}{112}e^6 + \frac{5}{256}e^8 + \dots \end{aligned} \right\}, \quad (1.19)$$

де L_{i+1}, L_i – геодезичні довготи полігональних об'єктів,

B_{i+1}, B_i – геодезичні широти полігональних об'єктів.

Розглядаючи трапецію на сфері, поділену геодезичною лінією, утворюючи два сферичних трикутники, для визначення площі цих трикутників на поверхні сфери застосовано формули (1.20) – (1.27) (див. рис. 1.19) [11]:

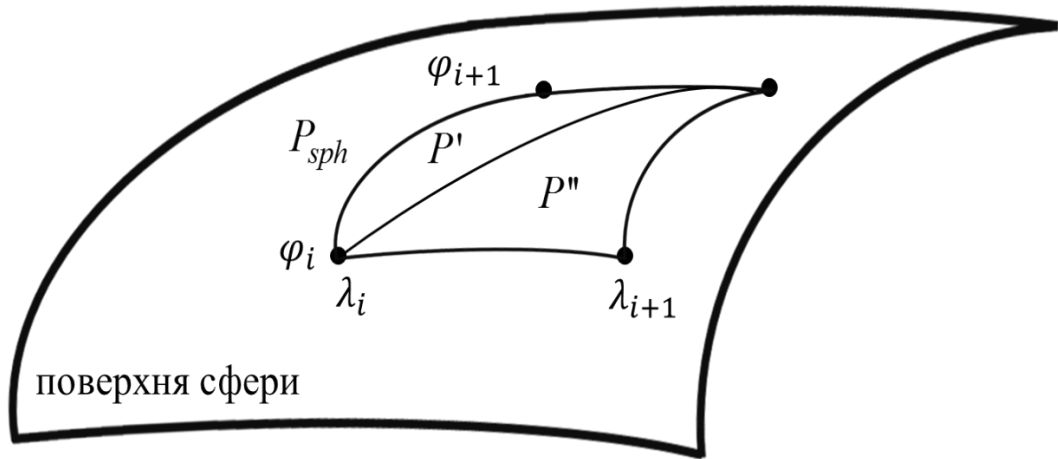


Рисунок 1.19 – Визначення площі на поверхні сфери

Для цього геодезичні координати були перетворенні на сферичні за формулами (1.20) і (1.21):

$$\varphi = B - \left(\sqrt{\frac{1}{3}e^2 + \frac{31}{180}e^4 + \frac{59}{560}e^6 + \dots} \right) \sin 2B + \left(\sqrt{\frac{17}{360}e^4 + \frac{61}{1260}e^6 + \dots} \right) \sin 4B, \quad (1.20)$$

$$L_i = \lambda_i \quad (1.21)$$

Довжину дуги на сфері розраховано за формулою (1.22):

$$\sin^2 \frac{a}{2} = \sin^2 \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{2} + \cos \varphi_i \cdot \cos \varphi_{i+1} \cdot \sin^2 \frac{\lambda_{i+1} - \lambda_i}{2} \quad (1.22)$$

Застосовуючи теорему Люїльє, площа сферичного трикутника зі сторонами, рівними сторонам сфероїдичного трикутника на сфері, рівновеликої за площею еліпсоїда Красовського, визначено за формулами (1.23) – (1.27):

$$P' = 4R^2 \arctg \sqrt{\operatorname{tg} \left(\frac{\theta'_p}{2} \right) \operatorname{tg} \left(\frac{\theta_p - \theta_a}{2} \right) \operatorname{tg} \left(\frac{\theta'_p - \theta_b}{2} \right) \operatorname{tg} \left(\frac{\theta'_p - \theta_f}{2} \right)}, \quad (1.23)$$

$$P'' = 4R^2 \arctg \sqrt{\operatorname{tg} \left(\frac{\theta''_p}{2} \right) \operatorname{tg} \left(\frac{\theta''_p - \theta_c}{2} \right) \operatorname{tg} \left(\frac{\theta''_p - \theta_d}{2} \right) \operatorname{tg} \left(\frac{\theta''_p - \theta_f}{2} \right)}, \quad (1.24)$$

$$P_{sph} = P' + P'', \quad (1.25)$$

де $\frac{\theta_a}{R}, \frac{\theta_b}{R}, \frac{\theta_c}{R}, \frac{\theta_d}{R}, \frac{\theta_f}{R}$ – сторони трикутників;

R – радіус сфери, яка рівна за площею поверхні еліпсоїда Красовського ($R = 6371116$ м);

θ'_s, θ''_s – півпериметри трикутників:

$$\theta'_s = \frac{1}{2}(\theta_a + \theta_b + \theta_f), \quad (1.26)$$

$$\theta''_s = \frac{1}{2}(\theta_c + \theta_d + \theta_f). \quad (1.27)$$

Еталонними моделями для дослідження прийнято 16 полігональних об'єктів:

1) 8 моделей квадратної форми зі стороною 1 км, які розміщені у 6-ій зоні проєкції Гаусса-Крюгера в інтервалі 50 км один від одного, з початком від осьового меридіана зони на відстані 5550000 м від екватора (див. рис. 1.20);

2) 8 моделей розміром від 1 км² до 565504 км², які розташовані на 357 км від осьового меридіана.

Цим моделям відповідають створені 64 лінійних та 64 точкових об'єктів, для проведення експериментів.

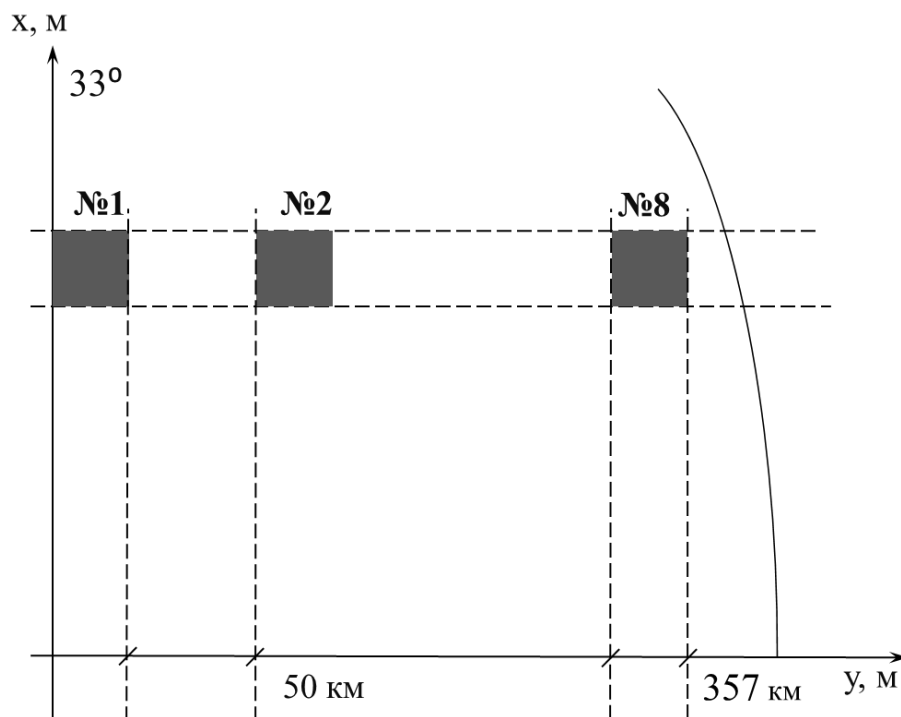


Рисунок 1.20 – Прийняті еталонні моделі

Для виконання експериментів обрано такі системи координат: проєкції Гаусса-Крюгера 6-ої та 7-ої зон з осьовим меридіаном 33° та 39° відповідно і Пулково 42, опис яких подано у форматі WKT (див. рис. 1.21 – 1.23).

```
PROJCS["Pulkovo 1942 / Gauss-Kruger zone 6",
  GEOGCS["Pulkovo 1942",
    DATUM["Pulkovo_1942",
      SPHEROID["Krassowsky 1940",6378245,298.3,
        AUTHORITY["EPSG","7024"]],
      TOWGS84[23.92,-141.27,-80.9,-0,0.35,0.82,-0.12],
      AUTHORITY["EPSG","6284"]],
    PRIMEM["Greenwich",0,
      AUTHORITY["EPSG","8901"]],
    UNIT["degree",0.0174532925199433,
      AUTHORITY["EPSG","9122"]],
      AUTHORITY["EPSG","4284"]],
    PROJECTION["Transverse_Mercator"],
    PARAMETER["latitude_of_origin",0],
    PARAMETER["central_meridian",33],
    PARAMETER["scale_factor",1],
    PARAMETER["false_easting",6500000],
    PARAMETER["false_northing",0],
    UNIT["metre",1,
      AUTHORITY["EPSG","9001"]],
      AUTHORITY["EPSG","28406"]]
```

Рисунок 1.21 – Параметри проєкції Гаусса-Крюгера 6-ої зони

```
PROJCS["Pulkovo 1942 / Gauss-Kruger zone 7",
  GEOGCS["Pulkovo 1942",
    DATUM["Pulkovo_1942",
      SPHEROID["Krassowsky 1940",6378245,298.3,
        AUTHORITY["EPSG","7024"]],
      TOWGS84[23.92,-141.27,-80.9,-0,0.35,0.82,-0.12],
      AUTHORITY["EPSG","6284"]],
    PRIMEM["Greenwich",0,
      AUTHORITY["EPSG","8901"]],
    UNIT["degree",0.0174532925199433,
      AUTHORITY["EPSG","9122"]],
      AUTHORITY["EPSG","4284"]],
    PROJECTION["Transverse_Mercator"],
    PARAMETER["latitude_of_origin",0],
    PARAMETER["central_meridian",39],
    PARAMETER["scale_factor",1],
    PARAMETER["false_easting",7500000],
    PARAMETER["false_northing",0],
    UNIT["metre",1,
      AUTHORITY["EPSG","9001"]],
      AUTHORITY["EPSG","28407"]]
```

Рисунок 1.22 – Параметри проєкції Гаусса-Крюгера 7-ої зони

```

GEOGCS["Pulkovo 1942",
  DATUM["Pulkovo_1942",
    SPHEROID["Krassowsky 1940",6378245,298.3,
      AUTHORITY["EPSG","7024"]],
    TOWGS84[23.92,-141.27,-80.9,-0,0.35,0.82,-0.12],
    AUTHORITY["EPSG","6284"]],
  PRIMEM["Greenwich",0,
    AUTHORITY["EPSG","8901"]],
  UNIT["degree",0.0174532925199433,
    AUTHORITY["EPSG","9122"]],
  AUTHORITY["EPSG","4284"]]

```

Рисунок 1.23 – Параметри системи координат Пулково 1942

На основі описаних еталонних моделей побудовано матриці значень x та y відповідно до 6-ої зони проєкції Гаусса-Крюгера з інтервалом 1 і 50 км по осі абсцис (див. рис. 1.24).

Y		X		
	1	2	1	2
1	6.5000e+06		5.5500e+06	
2	6.5010e+06		5.5500e+06	
3	6.5510e+06		5.5500e+06	
4	6.5520e+06		5.5500e+06	
5	6.6020e+06		5.5500e+06	
6	6.6030e+06		5.5500e+06	
7	6.6530e+06		5.5500e+06	
8	6.6540e+06		5.5500e+06	
9	6.7040e+06		5.5500e+06	
10	6.7050e+06		5.5500e+06	
11	6.7550e+06		5.5500e+06	
12	6.7560e+06		5.5500e+06	
13	6.8060e+06		5.5500e+06	
14	6.8070e+06		5.5500e+06	
15	6.8570e+06		5.5500e+06	
16	6.8580e+06		5.5500e+06	
17	6.5000e+06		5.5510e+06	
18	6.5010e+06		5.5510e+06	
19	6.5510e+06		5.5510e+06	
20	6.5520e+06		5.5510e+06	
21	6.6020e+06		5.5510e+06	
22	6.6030e+06		5.5510e+06	
23	6.6530e+06		5.5510e+06	
24	6.6540e+06		5.5510e+06	

Рисунок 1.25 – Вхідна матриця x та y у 6-ої зони проєкції Гаусса-Крюгера

Визначення картометричних властивостей еталонних моделей числовим методом виконано за допомогою програмного засобу MATLAB (див. рис. 1.26 – 1.28).

```

2 - n = 7;
3 - l = (L - (3 + 6.*(n - 1)))./57.29577951;
4 - y = (5 + 10 .*n).*10^5 + 1.* cos(B).*(6378245 + 21346.1415.*(sin(B).^2)...
5     + 107.1590.*(sin(B).^4) + 0.5977.*(sin(B).^6) + (1.^2).*(1070204.16 - 2136826.66.*(sin(B).^2)...
6     + 17.98.*(sin(B).^4) - 11.99.*(sin(B).^6) + (1.^2).*(270806 - 1523417.*(sin(B).^2)...
7     + 1327645.*(sin(B).^4) - 21701.*(sin(B).^6) + (1.^2).*(79690 - 866190.*(sin(B).^2)...
8     + 1730360.*(sin(B).^4) - 945460.*(sin(B).^6))););
9 - x = 6367558.4968.*B - (sin (2.*B)).*(16002.8900 + 66.9607.*(sin(B).^2) + 0.3515.*(sin(B).^4)...
10    - (1.^2).*(1594561.25 + 5336.535.*(sin(B).^2) + 26.790.*(sin(B).^4) + 0.149.*(sin(B).^6)...
11    + (1.^2).*(672483.4 - 811219.9.*(sin(B).^2) + 5420.0.*(sin(B).^4) - 10.6.*(sin(B).^6)...
12    + (1.^2).*(278194 - 830174.*(sin(B).^2) + 572434.*(sin(B).^4) - 16010.*(sin(B).^6)...
13    + (1.^2).*(109500 - 574700.*(sin(B).^2) + 863700.*(sin(B).^4) - 398600.*(sin(B).^6))););

```

Рисунок 1.26 – Програмний код перетворення координат з геодезичних в плоскі прямокутні

```

1 - b = x/6367558.4968;
2 - B0 = b + sin (2.*b).*(0.00252588685 - 0.00001491860.*(sin(b)).^2) + 0.00000011904.*((sin(b)).^4);
3 - z0 = (y - (10*n + 5).*(10^5))./(6378245.*cos(B0));
4 - dB = - (z0.^2).*sin(2.*B0).*(0.251684631 - 0.003369263.*((sin(B0)).^2) + 0.000011276.*((sin(B0)).^4)...
5     - (z0.^2).*(0.10500614 - 0.04559916.*((sin(B0)).^2) + 0.00228901.*((sin(B0)).^4)...
6     - 0.00002987.*((sin(B0)).^6) - (z0.^2).*(0.042858 - 0.025318.*((sin(B0)).^2) + 0.014346.*((sin(B0)).^4)...
7     - 0.001264.*((sin(B0)).^6) - (z0.^2).*(0.01672 - 0.00630.*((sin(B0)).^2) + 0.01188.*((sin(B0)).^4)...
8     - 0.00328.*((sin(B0)).^6))););
9 - B = B0 + dB;
10 - l = z0.*(1 - 0.0033467108.*(sin(B0).^2) - 0.0000056002.*(sin(B0).^4) - 0.0000000187.*(sin(B0).^6)...
11    - (z0.^2).*(0.16778975 + 0.16273586.*(sin(B0).^2) - 0.00052490.*(sin(B0).^4) - 0.00000846.*(sin(B0).^6)...
12    - (z0.^2).*(0.0420025 + 0.1487407.*(sin(B0).^2) + 0.0059420.*(sin(B0).^4) - 0.0000150.*(sin(B0).^6)...
13    - (z0.^2).*(0.01225 + 0.09477.*(sin(B0).^2) + 0.03282.*(sin(B0).^4) - 0.00034.*(sin(B0).^6)...
14    - (z0.^2).*(0.0038 + 0.0524.*(sin(B0).^2) + 0.0482.*(sin(B0).^4) + 0.0032.*(sin(B0).^6))););
15 - L = (6.*(n - 0.5)./57.29577951) + l;
16 - B_grad = (B .* 180)./3.14159265359;
17 - L_grad = (L.*180)./3.14159265359;
18

```

Рисунок 1.27 – Програмний код перетворення координат з плоских прямокутних в геодезичні

```

1 - b = x/6367558.4968;
2 - B0 = b + sin (2.*b).*(0.00252588685 - 0.00001491860.*(sin(b)).^2) + 0.00000011904.*((sin(b)).^4);
3 - z0 = (y - (10*n + 5).*(10^5))./(6378245.*cos(B0));
4 - dB = - (z0.^2).*sin(2.*B0).*(0.251684631 - 0.003369263.*(sin(B0)).^2) + 0.000011276.*((sin(B0)).^4)...
5 - - (z0.^2).*(0.10500614 - 0.04559916.*(sin(B0)).^2) + 0.00228901.*((sin(B0)).^4)...
6 - - 0.00002987.*((sin(B0)).^6) - (z0.^2).*(0.042858 - 0.025318.*(sin(B0)).^2)...
7 - + 0.014346.*((sin(B0)).^4) - 0.001264.*((sin(B0)).^6) - (z0.^2).*(0.01672 - 0.00630.*(sin(B0)).^2)...
8 - + 0.01188.*((sin(B0)).^4) - 0.00328.*((sin(B0)).^6)))));
9 - B = B0 + dB;
10 - li = z0.*(1 - 0.0033467108.*(sin(B0).^2) - 0.0000056002.*(sin(B0).^4) - 0.0000000187.*(sin(B0).^6)...
11 - - (z0.^2).*(0.16778975 + 0.16273586.*(sin(B0).^2) - 0.00052490.*(sin(B0).^4) - 0.00000846.*(sin(B0).^6)...
12 - - (z0.^2).*(0.0420025 + 0.1487407.*(sin(B0).^2) + 0.0059420.*(sin(B0).^4) - 0.0000150.*(sin(B0).^6)...
13 - - (z0.^2).*(0.01225 + 0.09477.*(sin(B0).^2) + 0.03282.*(sin(B0).^4) - 0.00034.*(sin(B0).^6)...
14 - - (z0.^2).*(0.0038 + 0.0524.*(sin(B0).^2) + 0.0482.*(sin(B0).^4) + 0.0032.*(sin(B0).^6)))));
15 - L0i = (6.* n - 3)./57.29577951;
16 - L = L0i + li;
17 - L0j = (6.* nj - 3)./57.29577951;
18 - lj = L - L0j;
19 - yj = (5 + 10 .* nj).*10^5 + lj.* cos(B).*(6378245 + 21346.1415.*(sin(B).^2) + 107.1590.*(sin(B).^4)...
20 - + 0.5977.*(sin(B).^6) + (lj.^2).*(1070204.16 - 2136826.66.*(sin(B).^2) + 17.98.*(sin(B).^4)...
21 - - 11.99.*(sin(B).^6) + (lj.^2).*(270806 - 1523417.*(sin(B).^2) + 1327645.*(sin(B).^4)...
22 - - 21701.*(sin(B).^6) + (lj.^2).*(79690 - 866190.*(sin(B).^2) + 1730360.*(sin(B).^4)...
23 - - 945460.*(sin(B).^6)))));
24 - xj = 6367558.4968.*B - (sin (2.*B)).*(16002.8900 + 66.9607.*(sin(B).^2) + 0.3515.*(sin(B).^4)...
25 - - (lj.^2).*(1594561.25 + 5336.535.*(sin(B).^2) + 26.790.*(sin(B).^4) + 0.149.*(sin(B).^6)...
26 - + (lj.^2).*(672483.4 - 811219.9.*(sin(B).^2) + 5420.0.*(sin(B).^4) - 10.6.*(sin(B).^6)...
27 - + (lj.^2).*(278194 - 830174.*(sin(B).^2) + 572434.*(sin(B).^4) - 16010.*(sin(B).^6)...
28 - + (lj.^2).*(109500 - 574700.*(sin(B).^2) + 863700.*(sin(B).^4) - 398600.*(sin(B).^6)))));

```

Рисунок 1.28 – Програмний код перетворення координат з однієї зони в іншу

Формули (1.1) – (1.27) були запрограмовані у даному програмному засобі, після чого отримано матриці значень еталонних об'єктів для експериментів № 1 – 5 (див. рис. 1.29).

Name	Value	Size	Min	Max	Class	Mean	Std
B	32x1 double	32x1	49.9739	50.0904	double	50.0475	0.0374
L	32x1 double	32x1	33.0000	37.9926	double	35.4982	1.6558
P	[1000000;1000...	8x1	1000000	1000000	double	1000000	0
P_dP	[1.0000e+06;9...	8x1	9.9686e+05	1.0000...	double	9.9888e+05	1.1432e+03
S	32x1 double	32x1	1000	1000	double	1000	0
S_dS	32x1 double	32x1	1000	1.0016...	double	1.0006e+03	0.5432
X	32x1 double	32x1	5.5500e+06	5.5510...	double	5.5505e+06	508.0005
Y	32x1 double	32x1	6.5000e+06	6.8580...	double	6.6790e+06	1.1873e+05
dP	[-0.0061;-65.19...	8x1	-3.1418e...	-0.0061	double	-1.1233e+03	1.1432e+03
dS	32x1 double	32x1	0	1.5753	double	0.5617	0.5432
x	32x1 double	32x1	5.5385e+06	5.5683...	double	5.5534e+06	9.5441e+03
y	32x1 double	32x1	7.0707e+06	7.4277...	double	7.2493e+06	1.1839e+05

Рисунок 1.29 – Результати еталонних значень відповідних картометричних і геодезичних операцій

Створивши масив еталонних значень та запрограмувавши для цього формули в середовищі MATLAB, отримано результати дослідження наближеним числовим методом, які наведено у Додатках А.1 – А.3, Додатку Б, Додатку В.

Значення площ еталонних об'єктів наведені у п. 1.3 для порівняльного аналізу з результатами емпіричного методу, а також величини спотворення площ геопросторових об'єктів у проєкції Гаусса-Крюгера.

1.5. Дослідження технічних характеристик виконання картометричних операцій стандартними засобами ГІС

1.5.1 Проведення експериментів щодо картометричних операцій стандартними засобами ГІС

У сучасних комерційних геоінформаційних продуктів (ArcGIS, MapInfo та інші) алгоритми геодезичних та картометричних обчислень становлять таємницю компанії-розробника або не документована зовсім, тому у довідниках наведено лише загальні описи алгоритмів, що ускладнює завдання визначення математичних моделей Землі та точність результатів геодезичних та картометричних операцій.

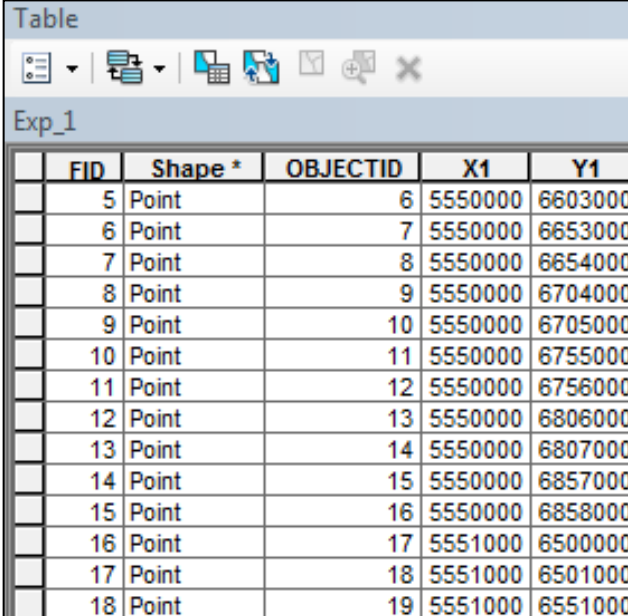
ГІС з відкритими ліцензіями, наприклад, QGIS, має відкритий код, чим привертає увагу науковців, так як кожен із них має можливість використати той чи інший програмний код, плагін у своєму дослідженні. Також QGIS на пряму використовує репозиторій датумів і систем координат EPSG, що дозволяє зрозуміти, які саме параметри та моделі були використані для обчислення тієї чи іншої метричної характеристики.

Ця ситуація зумовлює дослідити питання щодо використання математичних моделей Землі для визначення картометричних властивостей емпіричним методом.

Для цього використано дві комерційні та одну геоінформаційну систему з відкритим кодом:

- ArcGIS for Desktop 10.5 (за згодою ДП «НДІГіК»);
- MapInfo Professional 11.0 (за згодою ДП «НДІГіК»);
- QGIS 3.28.

Для правильної роботи в середовищі ArcGIS було об'єднано вихідні матриці x і y у таблицю форматом *.dbf. Застосувавши команду «Display XY Data...» даний файл було перетворено на шейп-файл з системою координат Pulkovo_1942_GK_Zone_6 (див. рис. 1.30).



	FID	Shape *	OBJECTID	X1	Y1
	5	Point	6	5550000	6603000
	6	Point	7	5550000	6653000
	7	Point	8	5550000	6654000
	8	Point	9	5550000	6704000
	9	Point	10	5550000	6705000
	10	Point	11	5550000	6755000
	11	Point	12	5550000	6756000
	12	Point	13	5550000	6806000
	13	Point	14	5550000	6807000
	14	Point	15	5550000	6857000
	15	Point	16	5550000	6858000
	16	Point	17	5551000	6500000
	17	Point	18	5551000	6501000
	18	Point	19	5551000	6551000

Рисунок 1.30 – Фрагмент вихідної таблиці

Для трансформації даних у створеному шейп-файлі із системи координат Pulkovo_1942_GK_Zone_6 в GCS_Pulkovo_1942 і навпаки, а також для переходу в Pulkovo_1942_GK_Zone_7 було застосовано інструмент «Project» (див. рис. 1.31).

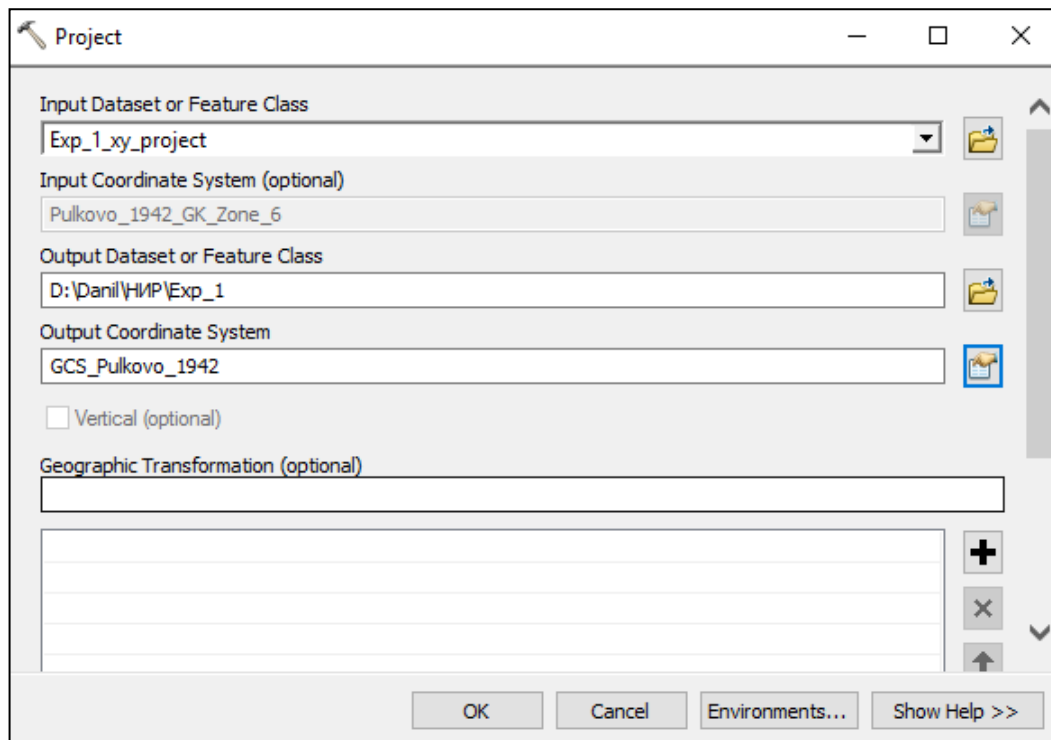


Рисунок 1.31 – Інтерфейс інструмента «Project»

На рисунку 1.32 зображено фрагмент атрибутивної таблиці шейп-файл після трансформації в геодезичні.

Table							
Exp_1							
	FID	Shape *	OBJECTID	X1	Y1	B	L
	5	Point	6	5550000	6603000	50,072495	34,438793
	6	Point	7	5550000	6653000	50,061741	35,136806
	7	Point	8	5550000	6654000	50,061483	35,150762
	8	Point	9	5550000	6704000	50,046454	35,848259
	9	Point	10	5550000	6705000	50,046111	35,862203
	10	Point	11	5550000	6755000	50,026814	36,559015
	11	Point	12	5550000	6756000	50,026386	36,572943
	12	Point	13	5550000	6806000	50,002834	37,2689
	13	Point	14	5550000	6807000	50,002321	37,28281
	14	Point	15	5550000	6857000	49,974527	37,977745
	15	Point	16	5550000	6858000	49,973929	37,991632
	16	Point	17	5551000	6500000	50,090402	33

Рисунок 1.32 – Фрагмент атрибутивної таблиці результатів перетворення з прямокутних в геодезичні координати

На рисунку 1.33 зображено результати перетворення в прямокутні координати (атрибутивні поля «X2» і «Y2») та в іншу зону проєкції Гаусса-Крюгера (атрибутивні поля «X3» і «Y3»).

Table									
Exp_2									
	FID	Shape	F1	B	L	X2	Y2	X3	Y3
▶	0	Point	1	50,081411	33	5550000,00369	6500000,00013	5567269,27374	7070684,16078
	1	Point	2	50,081411	33,013971	5550000,00369	6501000,00013	5567188,74193	7071683,17829
	2	Point	3	50,079225	33,712502	5550000,00369	6551000,00013	5563164,27155	7121620,74707
	3	Point	4	50,079138	33,726472	5550000,00369	6552000,00013	5563083,82366	7122619,23226
	4	Point	5	50,072667	34,424829	5550000,00369	6602000,00013	5559063,418	7172530,17743
	5	Point	6	50,072495	34,438793	5550000,00369	6603000,00013	5558983,04877	7173528,12999
	6	Point	7	50,061741	35,136806	5550000,0037	6653000,00013	5554966,4459	7223412,43554
	7	Point	8	50,061483	35,150762	5550000,0037	6654000,00013	5554886,15012	7224409,85514
	8	Point	9	50,046454	35,848259	5550000,0037	6704000,00013	5550873,08918	7274267,5036
	9	Point	10	50,046111	35,862203	5550000,0037	6705000,00013	5550792,86164	7275264,38988
	10	Point	11	50,026815	36,559015	5550000,00371	6755000,00013	5546783,08281	7325095,36228
	11	Point	12	50,026386	36,572943	5550000,00371	6756000,00013	5546702,91832	7326091,71483
	12	Point	13	50,002834	37,2689	5550000,00372	6806000,00013	5542696,16282	7375895,9907
	13	Point	14	50,002321	37,28281	5550000,00372	6807000,00013	5542616,05621	7376891,80911
	14	Point	15	49,974527	37,977745	5550000,00373	6857000,00012	5538612,06622	7426669,36648
	15	Point	16	49,973929	37,991632	5550000,00373	6858000,00012	5538532,01236	7427664,65029
	16	Point	17	50,090402	33	5551000,0037	6500000,00013	5568268,29564	7070764,69866

Рисунок 1.33 – Фрагмент атрибутивної таблиці
результатів перетворень координат

В MapInfo Professional 11.0 перетворення координат відбувається за допомогою інструменту «Coordinate Extractor (Version 1.6)» [69]. Цей інструмент додає значення абсцис і ординат (довгот і широт) у відповідні поля таблиці в залежності від обраної системи координат: шару або обраної користувачем.

На рисунку 1.34 зображено приклад перетворення із системи координат Pulkovo 1942 в GK Zone 6 (Pulkovo 1942). Слід зазначити, що в MapInfo Professional 11.0 осі X і Y розміщені в Декартовій системі координат.

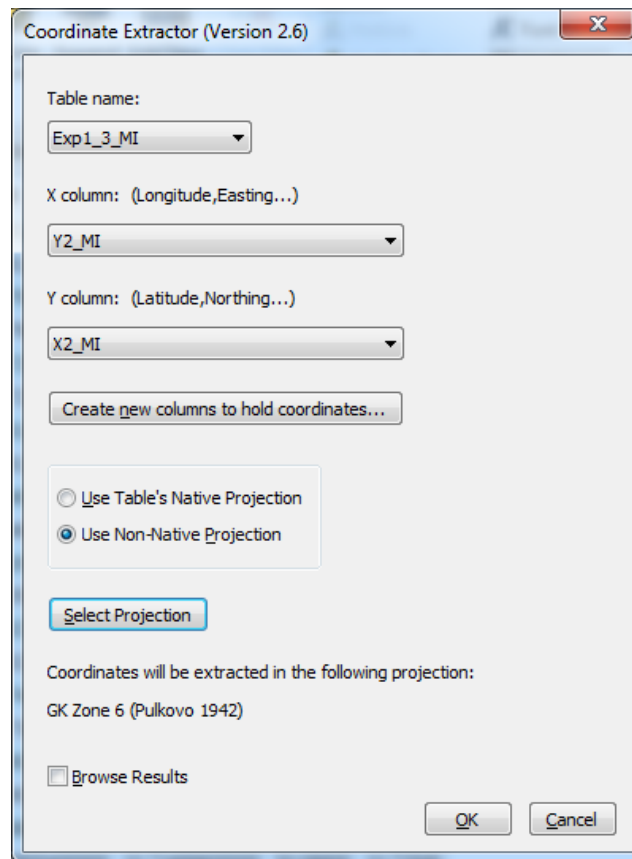


Рисунок 1.34 – Вікно інструменту переходу в нову систему координат на прикладі GK Zone 6 (Pulkovo 1942)

На рисунку 1.35 наведено фрагмент таблиці з результатами перетворення координат в геодезичну систему координат (поля «B_MI» і «L_MI»), в проєкцію Гаусса-Крюгера 6-у зону (поля «Y2_MI» і «X2_MI»), і в 7-у зону (поля «North» і «East»).

X1	Y1	B_MI	L_MI	North	East	Y2_MI	X2_MI
5 550 000	6 500 000	50,08127700000	32,99837900000	7 070 684,16	5 567 269,23	6 499 999,93	5 549 999,96
5 550 000	6 501 000	50,08127700000	33,01235100000	7 071 683,16	5 567 188,79	6 500 999,91	5 550 000,05
5 550 000	6 551 000	50,07910000000	33,71089100000	7 121 620,74	5 563 164,27	6 551 000	5 550 000,01
5 550 000	6 552 000	50,07901300000	33,72486100000	7 122 619,26	5 563 083,77	6 552 000,03	5 549 999,96
5 550 000	6 602 000	50,07255200000	34,42322700000	7 172 530,17	5 559 063,42	6 601 999,99	5 550 000,01
5 550 000	6 603 000	50,07238000000	34,43719100000	7 173 528,1	5 558 983,09	6 602 999,97	5 550 000,04
5 550 000	6 653 000	50,06163500000	35,13521400000	7 223 412,41	5 554 966,44	6 652 999,98	5 549 999,99
5 550 000	6 654 000	50,06137700000	35,14917000000	7 224 409,86	5 554 886,12	6 654 000	5 549 999,98
5 550 000	6 704 000	50,04635700000	35,84667800000	7 274 267,48	5 550 873,09	6 703 999,97	5 550 000,01
5 550 000	6 705 000	50,04601400000	35,86062200000	7 275 264,39	5 550 792,9	6 705 000	5 550 000,04
5 550 000	6 755 000	50,02672600000	36,55744400000	7 325 095,38	5 546 783,02	6 755 000,02	5 549 999,95
5 550 000	6 756 000	50,02629800000	36,57137300000	7 326 091,72	5 546 702,92	6 756 000	5 550 000,01
5 550 000	6 806 000	50,00275500000	37,26734000000	7 375 895,97	5 542 696,14	6 805 999,98	5 549 999,98
5 550 000	6 807 000	50,00224200000	37,28125100000	7 376 891,83	5 542 616,09	6 807 000,02	5 550 000,04
5 550 000	6 857 000	49,97445600000	37,97619700000	7 426 669,39	5 538 612,05	6 857 000,02	5 549 999,99
5 550 000	6 858 000	49,97385800000	37,99008400000	7 427 664,65	5 538 532,02	6 857 999,99	5 550 000,01

Рисунок 1.35 – Фрагмент атрибутивної таблиці результатів перетворення координат в ПЗ MapInfo Professional 11.0

Довжини та площі об'єктів в ПЗ MapInfo Professional 11.0 визначено шляхом оновлення полів з використанням таких функцій (див. рис. 1.36 – 1.38):

1) для розрахунку на сфері:

- довжини – `SphericalObjectLen(obj, "m");`
- площі – `SphericalArea(obj, "sq m");`

2) для розрахунку у прямокутній системі координат:

- довжини – `CartesianObjectLen(obj, "m");`
- площі – `CartesianArea(obj, "sq m");`

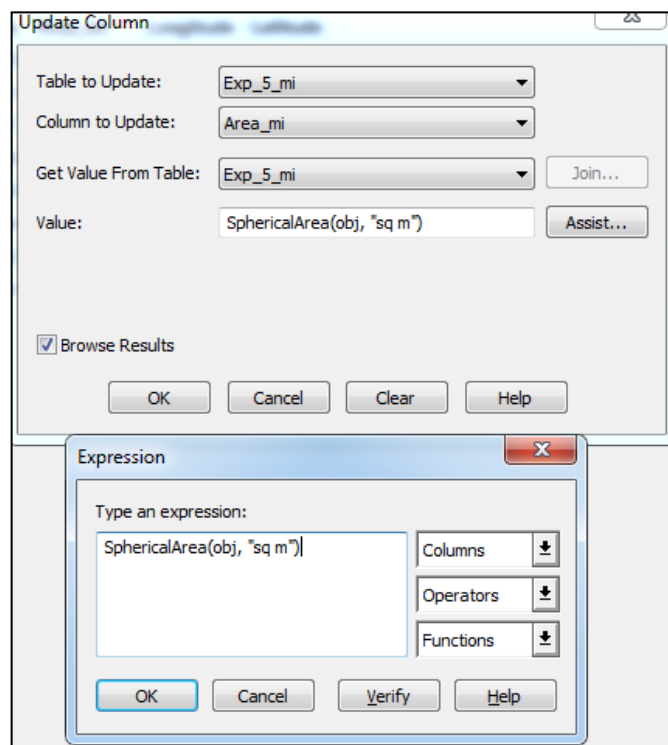


Рисунок 1.36 – Визначення площ полігональних об'єктів

Id	Lenth	Lenth_arc	Lenth_mi_sph
0	1 000	1 000	999,66440
0	1 000	1 000	999,66439
0	999,968	1 000	999,63261
0	999,967	1 000	999,63135
0	999,872	1 000	999,53725
0	999,87	1 000	999,53474
0	999,713	1 000	999,37834
0	999,709	1 000	999,37459
0	999,489	1 000	999,15595
0	999,484	1 000	999,15095
0	999,202	1 000	998,87013
0	999,196	1 000	998,86389

Рисунок 1.37 – Значення довжин лінійних об'єктів з використанням функції `SphericalObjectLen(obj, "m")` для поля «Lenth_mi_sph»

Id	Area_arc	Area_qgis	Area_mi_sph
0	1 000 000	997 596,78	996 563,1494720001
0	1 000 000	997 532,74	996 490,5567184737
0	1 000 000	997 343,57	996 308,1683001622
0	1 000 000	997 028,96	995 983,2040953427
0	1 000 000	996 589,29	995 548,6970220779
0	1 000 000	996 024,84	994 980,2327670824
0	1 000 000	995 335,42	994 286,3373031956
0	1 000 000	994 522,24	993 467,4017313783

Рисунок 1.38 – Значення площ полігональних об'єктів з використанням функції `SphericalArea(obj, "sq m")` для поля «Area_mi_sph»

У програмному забезпеченні QGIS 3.28 картометричні операції виконуються за допомогою запитів мовою SQL з використанням розширення PostGIS, оновлюючи дані у наявному полі або створюючи нове чи віртуальне за допомогою «Калькулятора полів» (див. рис. 1.39, рис. 1.40). Для перетворення координат використовується оператор «transform» з вказанням спочатку вхідної системи координат, а потім вихідної.

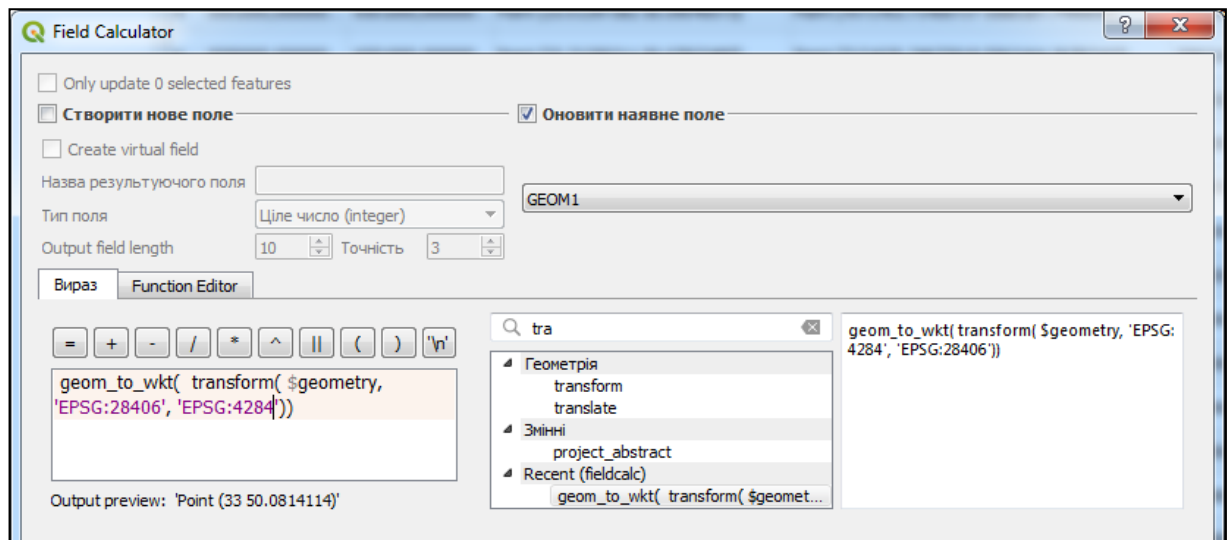


Рисунок 1.39 – Фрагмент вікна для перетворення координат в геодезичну систему координат

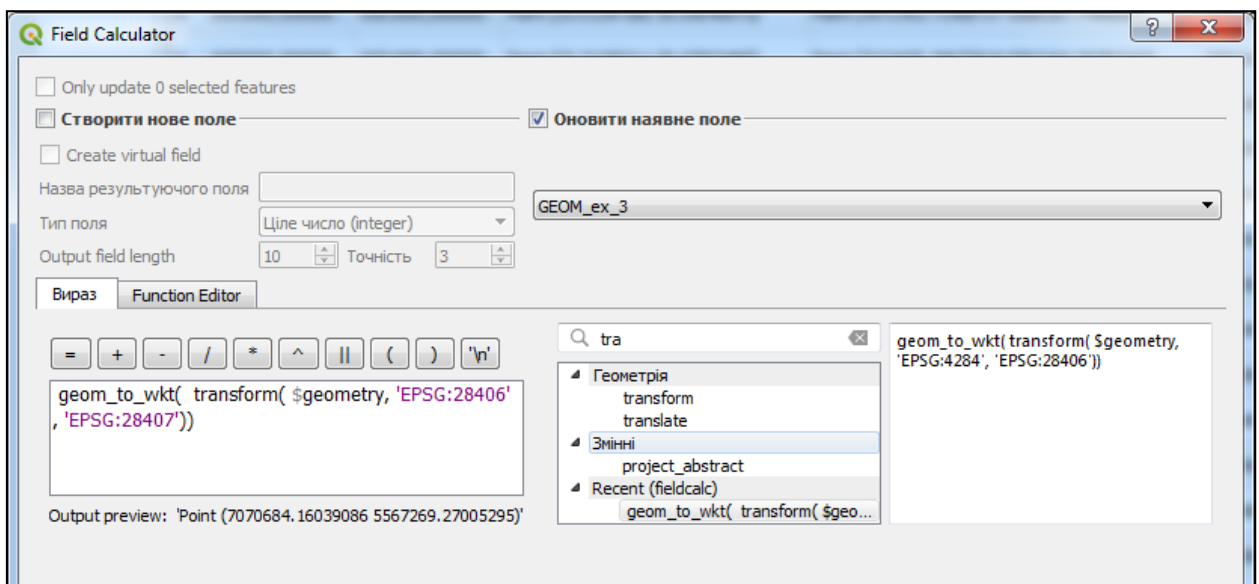


Рисунок 1.40 – Фрагмент вікна для перетворення координат в проєкцію Гаусса-Крюгера 7-у зону

Результати перетворень відображаються у відповідних таблицях. На рисунку 1.41 отримані геодезичні координати подані у форматі WKT в полі «GEOM1».

	X1	Y1	GEOM1
1	5550000,000000...	6500000,000000...	Point (33 50.0814114)
2	5551000,000000...	6500000,000000...	Point (33 50.09040157)
3	5550000,000000...	6501000,000000...	Point (33.0139712 50.08141056)
4	5551000,000000...	6501000,000000...	Point (33.01397382 50.09040073)
5	5550000,000000...	6551000,000000...	Point (33.71250211 50.07922495)
6	5551000,000000...	6551000,000000...	Point (33.71263538 50.08821443)
7	5550000,000000...	6552000,000000...	Point (33.72647157 50.07913837)
8	5551000,000000...	6552000,000000...	Point (33.72660745 50.08812782)

Рисунок 1.41 – Результат перетворення координат у геодезичну систему координат Pulkovo 1942

Також в ПЗ QGIS 3.28 є такі картометричні операції (рис. 1.42 – 1.44):

1) для розрахунку на сфероїді:

- довжини – \$length;
- площі – \$area;

2) для розрахунку у Декартовій системі координат:

- довжини – length (\$geometry);
- площі – area (\$geometry).

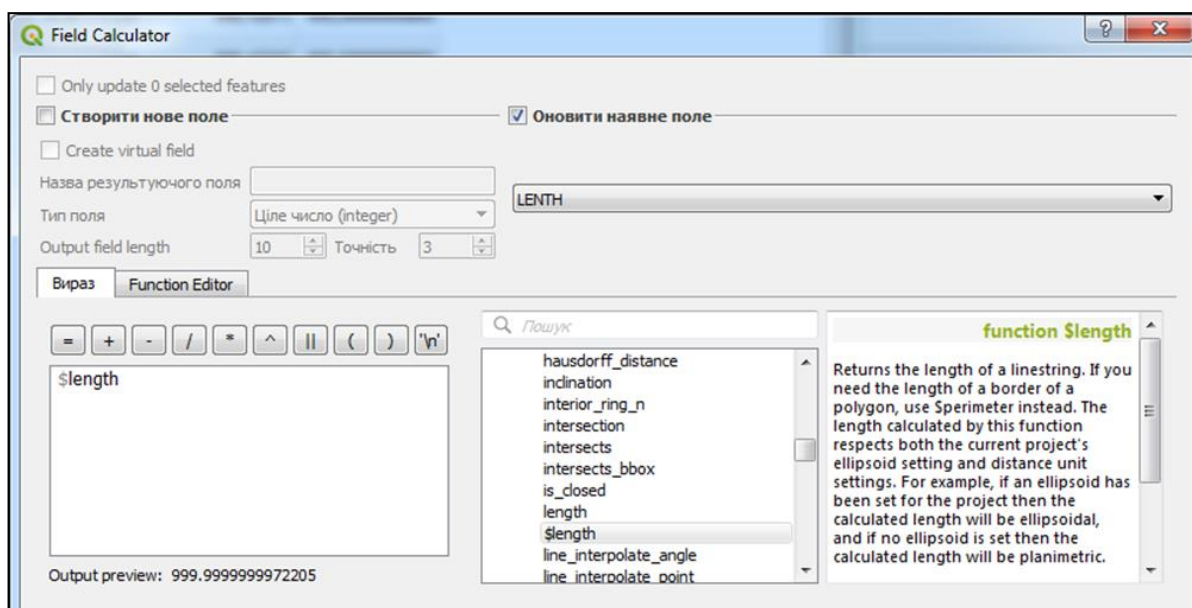
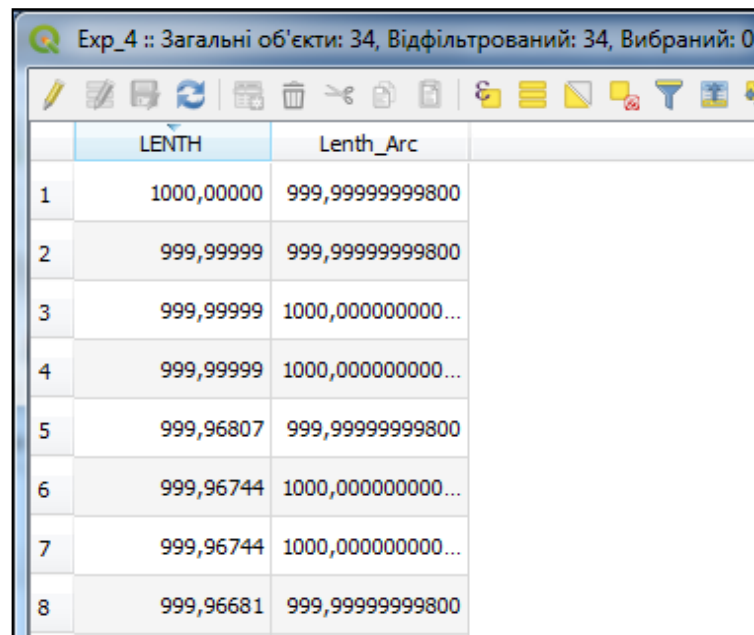


Рисунок 1.42 – Використання функції «\$length» для лінійних об'єктів



	LENGTH	Lenth_Arc
1	1000,00000	999,9999999800
2	999,99999	999,9999999800
3	999,99999	1000,000000000...
4	999,99999	1000,000000000...
5	999,96807	999,9999999800
6	999,96744	1000,000000000...
7	999,96744	1000,000000000...
8	999,96681	999,9999999800

Рисунок 1.43 – Фрагмент таблиці значень довжин у полі «LENGTH» у проєкції Гаусса-Крюгера 6-ої зони

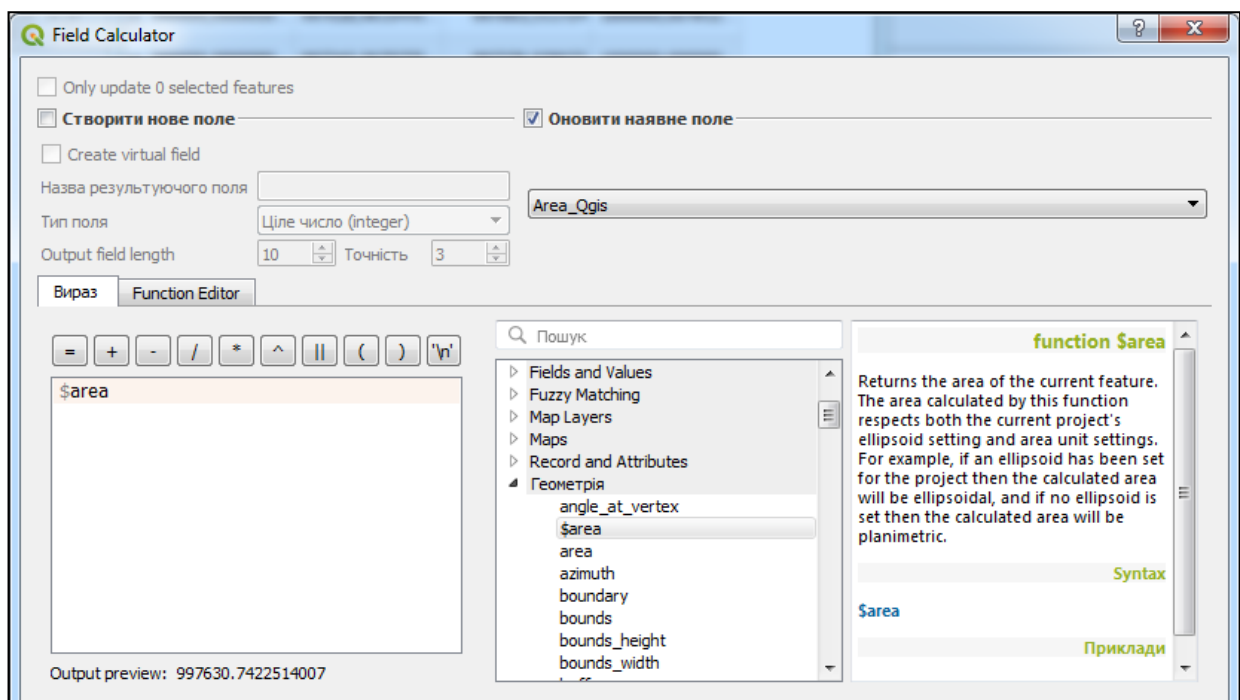
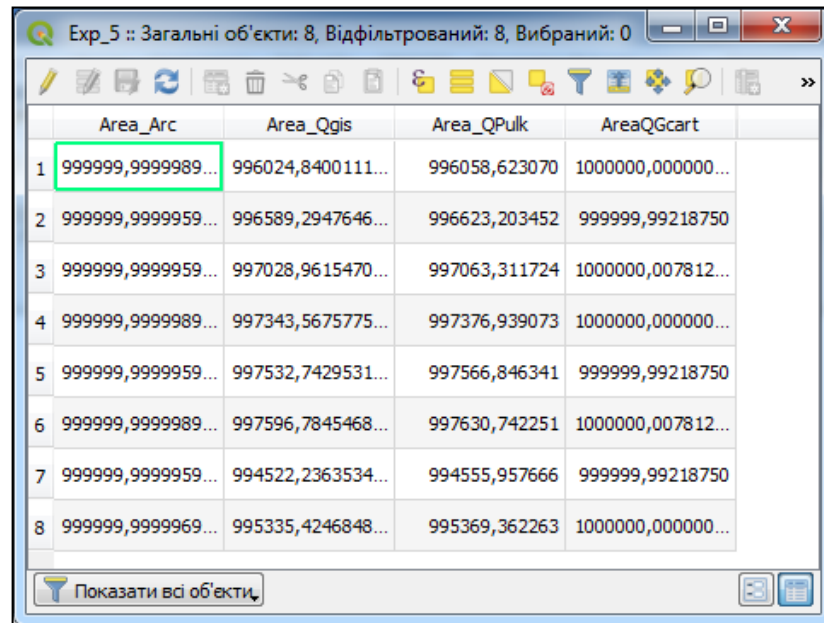


Рисунок 1.44 – Використання функції «\$area» для полігональних об'єктів

На рисунку 1.45 зображено результати розрахунку площ у різних системах координат. У полі «Area_QPulk» визначено площу у системі координат Pulkovo 42; в полі «Area_Qgis» – у проєкції Гаусса-Крюгера

б-ої зони із застосуванням функції «\$area», а в «AreaQCart» – використано функцію «area (\$geometry)».



	Area_Arc	Area_Qgis	Area_QPulk	AreaQGcart
1	999999,9999989...	996024,8400111...	996058,623070	1000000,000000...
2	999999,9999959...	996589,2947646...	996623,203452	999999,99218750
3	999999,9999959...	997028,9615470...	997063,311724	1000000,007812...
4	999999,9999989...	997343,5675775...	997376,939073	1000000,000000...
5	999999,9999959...	997532,7429531...	997566,846341	999999,99218750
6	999999,9999989...	997596,7845468...	997630,742251	1000000,007812...
7	999999,9999959...	994522,2363534...	994555,957666	999999,99218750
8	999999,9999969...	995335,4246848...	995369,362263	1000000,000000...

Рисунок 1.45 – Значення площ у різних системах координат

На основі отриманих результатів у трьох середовищах ГІС сформовано підсумкові таблиці значень картометричних властивостей, які наведено у Додатках А.1 – А.3, Додатку Б, Додатку В.

Значення площ, як важлива властивість об'єкта Державного земельного кадастру, наведені у таблицях 1.9 – 1.10. У цих таблицях площа відсортована за відстанню від осьового меридіана для наочного зображення залежності площ об'єктів від віддаленості від осьового меридіана в проекції Гаусса-Крюгера, як однієї із умов спотворення картометричних властивостей.

Площі об'єктів у Декартовій системі координат у ГІС

Відстань від осьового меридіану, км	Площа об'єкту, кв. м			Еталонна площа, кв. м.
	ArcGIS	MapInfo	QGIS	
0	1000000,00	1000006,37	1000000,00	1000000,00
50	1000000,00	999998,11	1000000,00	
100	1000000,00	1000006,36	1000000,00	
150	1000000,00	999998,11	1000000,00	
200	1000000,00	1000006,37	1000000,00	
250	1000000,00	1000006,37	1000000,00	
300	1000000,00	1000006,35	1000000,00	
350	1000000,00	1000006,37	1000000,00	

Таблиця 1.10

Площі об'єктів на площині проєкції еліпсоїда Красовського у ГІС

Відстань від осьового меридіана, км	Площа об'єкту, кв. м			Еталонна площа, кв. м.
	ArcGIS	MapInfo	QGIS	
0	1000000,00	996563,15	997596,78	999999,99
50	1000000,00	996490,56	997532,74	999934,80
100	1000000,00	996308,17	997343,57	999741,72
150	1000000,00	995983,20	997028,96	999420,77
200	1000000,00	995548,70	996589,29	998971,94
250	1000000,00	994980,23	996024,84	998395,23
300	1000000,00	994286,34	995335,42	997690,64
350	1000000,00	993467,40	994522,24	996858,170

В ПЗ QGIS 3.28 функція «\$area» визначає площу на поверхні сфероїда за методом Великого еліпсу (Great ellipse) (див. табл. 1.11) [84].

Площі об'єктів на поверхні еліпсоїда Красовського у ГІС

Відстань від осьового меридіана, км	Площа об'єкту, кв. м			Еталонна площа, кв. м.
	ArcGIS	MapInfo	QGIS	
0	–	996592,91	997630,74	999999,76
50	–	996513,40	997566,85	999967,21
100	–	996219,42	997376,94	999870,81
150	–	995999,68	997063,31	999710,58
200	–	995575,61	996623,20	999486,60
250	–	994987,97	996058,62	999105,99
300	–	994326,22	995369,36	998847,62
350	–	993474,54	994555,96	998432,84

Слід зазначити, що в ПЗ MapInfo Professional 11.0 використовується метод Великого кола (Great circle) (див. рис. 1.36, табл. 1.12).

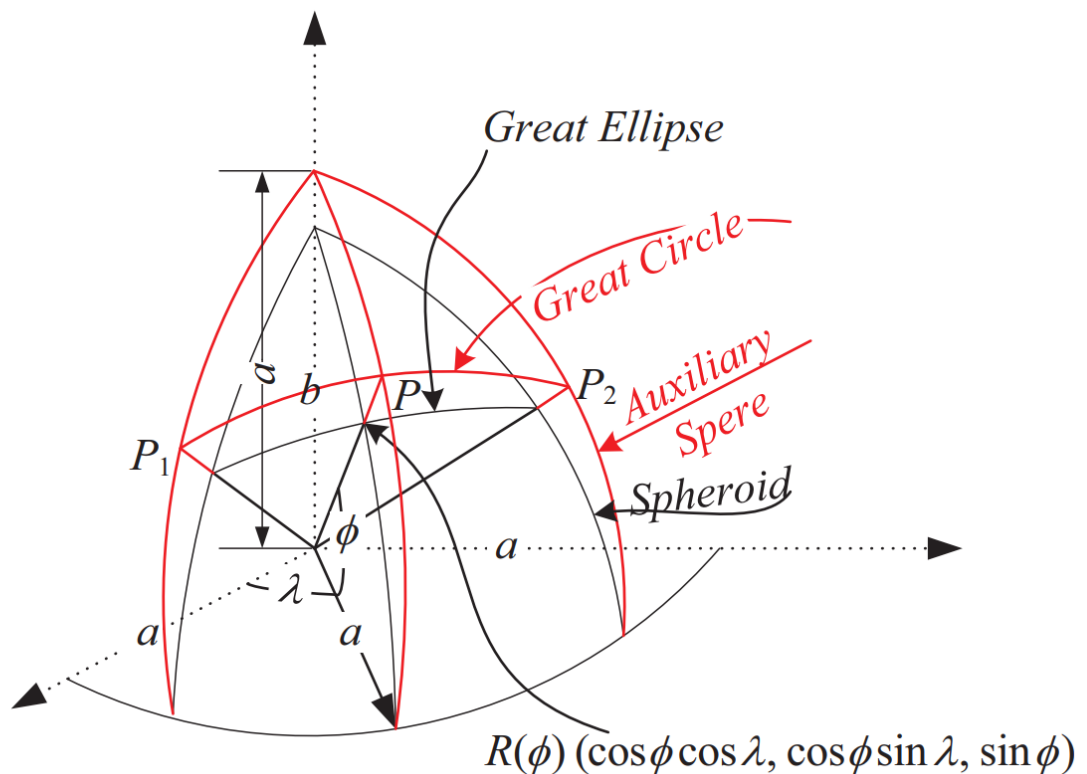


Рисунок 1.46 – Схема методу Великого кола, де λ – довгота,

ϕ – геодезична довгота, ϕ – геоцентрична довгота [38]

Площа еталонів на поверхні сфери Землі у ГІС

Відстань від осьового меридіана, км	Площа об'єкту, кв. м			Еталонна площа, кв. м.
	ArcGIS	MapInfo	QGIS	
0	–	996592,91	999999,99	1000007,01
50	–	996513,40	999934,88	999942,92
100	–	996219,42	999742,09	999751,20
150	–	995999,68	999421,72	999431,90
200	–	995575,61	998973,93	998985,18
250	–	994987,97	998398,95	998411,27
300	–	994326,22	997697,06	997710,75
350	–	993474,54	996868,64	996883,09

Математичні формули на сфері використовуються для більш точного вимірювання з урахуванням кривизни Землі, проте є спрощеними у порівнянні на еліпсоїді. Координати спочатку конвертуються у географічні широти і довготи, після чого знаходяться лінії і їх румби, а потім площа (див. рис. 1.47). Декартова система координат використовується для виконання обчислень за координатами, що проєктуються на плоску площину.

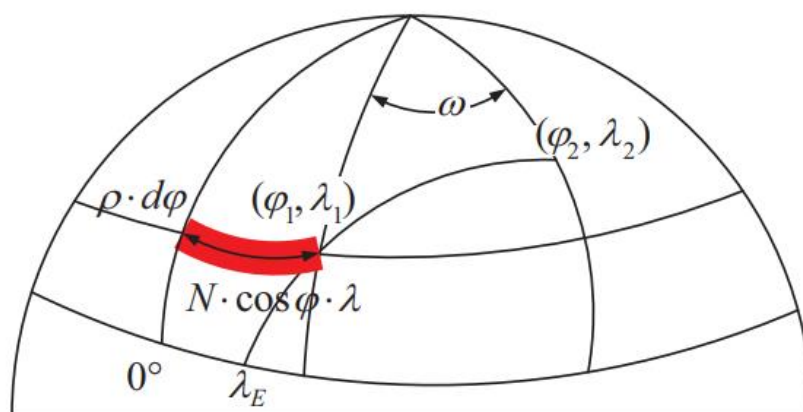


Рисунок 1.47 – Схема визначення площі на сфероїді [38]

У таблицях 1.13 – 1.15 наведено результати експериментів щодо другого фактору, який впливає на спотворення площі об'єктів, а саме розмір самого об'єкту, який перенесено на проєкцію Гаусса-Крюгера.

Таблиця 1.13

Площі об'єктів на Декартовій системі координат у ГІС

Еталонна площа, кв м	Площа об'єкту, кв. м		
	ArcGIS	MapInfo	QGIS
1000000	1000000,00	1000006,37	1000000,00
9000000	8999999,95	8999972,49	8999999,95
64000000	63999999,87	63999969,06	63999999,87
144000000	143999999,81	143999919,88	143999999,81
3844000000	3843999999,02	3843999959,13	3843999999,02
33124000000	33123999997,00	33124000151,45	33123999997,04
91204000000	91203999995,00	91204003192,98	91203999994,96
565504000000,00	565503999990,00	565503997346,04	565503999990,20

Таблиця 1.14

Площі об'єктів на площині проєкції еліпсоїда Красовського у ГІС

Еталонна площа, кв м	Площа об'єкту, кв. м		
	ArcGIS	MapInfo	QGIS
996858,167	–	993467,40	994522,24
8971723,51	–	8941122,41	8950699,70
63798922,70	–	63581478,68	63649422,40
143547576,08	–	143058316,97	143211209,23
3831922794,91	–	3818864857,64	3822954871,50
33019929931,98	–	32907441876,37	32943413744,85
90917452285,83	–	90607905626,47	90710891721,03
563727281012,33	–	561816585516,69	562643847820,45

Площа еталонів на поверхні сфери Землі у ГІС

Еталонна площа, кв м	Площа об'єкту, кв. м		
	ArcGIS	MapInfo	QGIS
996792,36	–	993474,54	996868,64
8972059,66	–	8941208,08	8971817,72
63803255,05	–	63581130,39	63799592,87
143563267,79	–	143057968,58	143549084,05
3833824823,56	–	3818864973,26	3831963052,37
33065841527,19	–	32907443831,03	33020276570,33
91129647940,16	–	90607925419,18	90918402195,49
567198304555,90	–	561816584666,79	563731985494,18

Відповідно до можливостей зазначених ГІС-продуктів досліджено емпіричним методом виконання картометричних і геодезичних операцій. Отримані результати дозволяють сформулювати такі факти:

1) у ПЗ ArcGIS for Desktop 10.5 обчислення довжин та площ відбувається без врахування спотворення властивостей геопросторових об'єктів в залежності від положення від осевого меридіана та величини площі на проєкції Гаусса-Крюгера, а також відсутній інструмент для визначення властивостей на поверхні еліпсоїда або сфери у цій геоінформаційній системі;

Результати дослідження визначення площ геопросторових об'єктів підтвердили, що стандартні засоби ArcGIS обчислюють її на декартовій площині без врахування кривизни Землі. Не врахування картографічної проєкції Гаусса-Крюгера спричиняє виникнення систематичних помилок або спотворень, залежність яких визначена математичною моделлю, тому одними із основних вимог до розроблення відповідного застосунку є врахування поправки за редукування на поверхню еліпсоїда та спотворення проєкцій.

2) у ПЗ MapInfo Professional 11.0 використано дві математичні моделі: сферична та декартова, тому варто відзначити, що результати на сферичній моделі відображають спотворення проєкції еліпсоїда на площину, як і ПЗ QGIS 3.28 з певними константами ~ 3400 м і ~ 2350 м відповідно.

3) Слід зазначити, що у QGIS 3.28, а саме розширенні PostGIS, функція ST_AREA з використанням сфероїду найточніше визначає площу об'єкту серед інших засобів з різницею від 7 м² на 1 км² до 14 м² на 1 км².

У першому наближенні визначено, що повноцінний апарат із застосуванням строгих комп'ютерних методів на референц-еліпсоїд майже відсутній, що підтверджує актуальність обґрунтування, створення та використання аналітичних та строгих числових методів геодезичних, картометричних і морфометричних обчислень, які не залежали би від картографічної проєкції, осьового меридіана зони проєкції, масштабу тощо.

1.5.2 Оцінка результатів експериментів щодо картометричних операцій стандартними засобами ГІС

Для оцінки точності картометричних і геодезичних обчислень у середовищах ГІС спочатку було з'ясовано, а чи одержані результати відображають закон нормального розподілу Гаусса. З огляду на різниці емпіричних та еталонних значень, які наведені у Додатках Г.1 – Г.5, визначено, що обчислювати середньоквадратичну похибку не треба, так як спотворення величин на проєкції Гаусса-Крюгера мають систематичний характер, що прирівнюється до системної похибки, яка навмисно внесена, наприклад, до площ об'єктів. Таке явище пояснюється тим, що ця картографічна проєкція зорієнтована на збереження величин кутів, виходячи із її назви, і подібності фігур на карті і на місцевості. Поділ на зони зменшує величину спотворення, проте межі зони – це «слабкі» місця, де площі зазнають значну деформацію (див. рис.1.48).

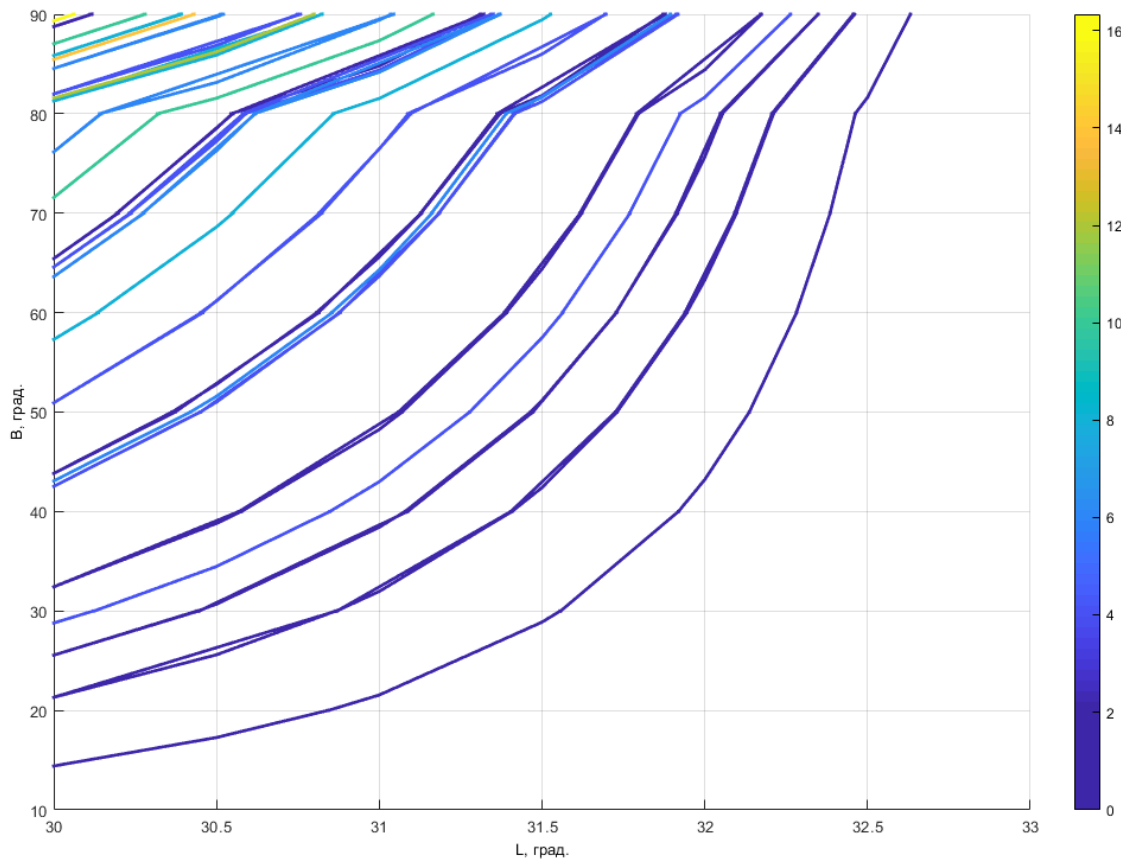


Рисунок 1.48– Графік залежності величин спотворень від відстані до осьового меридіана зони, екватору та північного полюсу Землі.

Як раніше було встановлено у п. 2.2, точність еталонних математичних моделей ($\Delta C_{дон}$) для експериментів № 1 – 4 становить 0,001 м, а для експерименту № 5 – 0,1 м².

Щодо площ, то їх точність обґрунтована тим, що значення площ земельних ділянок у землевпорядній документації та на Публічній кадастровій карті зазначені до 0,0001 га, що дорівнює 1 м². У свою чергу, при відображенні площі об'єктів у квадратних метрах на кадастрових планах з використанням топографічної основи дотримуються точності до 10 см, що відповідає середній квадратичній похибці винесення межового знаку на місцевості для міських територій 0,1 м².

Різниці між еталонними та емпіричними значеннями обчислюються за формулами (1.28) і (1.29) (див. рис. 1.49):

$$\Delta C = C_{et} - C_{PZ} \quad (1.28)$$

$$PZ = \begin{cases} AG, \text{при ArcGIS} \\ MI, \text{при MapInfo} \\ QG, \text{при QGIS} \end{cases}, \quad (1.29)$$

де PZ – предикат, який приймає значення в залежності від програмного засобу (далі ПЗ);

AG – значення предикату: ПЗ ГІС ArcGIS;

MI – значення предикату: ПЗ ГІС MapInfo;

QG – значення предикату: ПЗ ГІС QGIS.

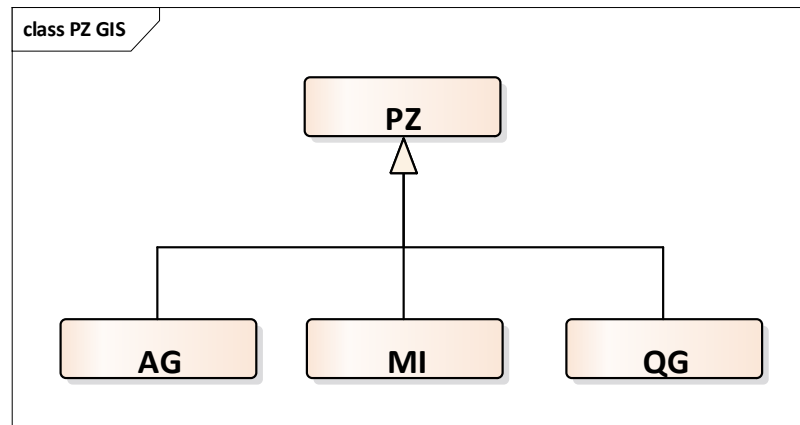


Рисунок 1.49 – UML-діаграма індексів використаних програмних засобів

У Додатках Г.1 – Г.5 наведено різниці значень операцій між еталонними і емпіричним моделями. Порівнюючи, наприклад, значення площ відносно середовищ ГІС та математичних моделей Землі, що наведено у таблиці 1.16, визначено емпіричним методом геоінформаційні системи, інструменти яких дійсно виконуються на сферіді. Також помітно, яка математична модель Землі часто використовується для визначення площі об’єкта.

**Різниця між емпіричними та еталонними моделями експерименту № 5
(абсолютна похибка) у метрах**

ПЗ ГІС	Математична модель поверхні Землі			
	Декартова система координат	Площина проєкції еліпсоїда Красовського	Поверхня еліпсоїда Красовського	Поверхня сфери
ArcGIS	0,00	-0,01	–	–
	0,00	-65,20	–	–
	0,00	-258,27	–	–
	0,00	-579,23	–	–
	0,00	-1028,06	–	–
	0,00	-1604,77	–	–
	0,00	-2309,36	–	–
	0,00	-3141,83	–	–
Максимальне значення, м	0,00	-0,01	–	–
Мінімальне значення, м	0,00	-3141,83	–	–
MapInfo	-6,37	-3436,84	-3406,85	3414,10
	1,89	-3444,24	-3453,81	3429,53
	-6,36	-3433,56	-3651,39	3531,79
	1,89	-3437,57	-3710,91	3432,22
	-6,37	-3423,25	-3910,98	3409,57
	-6,37	-3415,00	-4118,02	3423,30
	-6,35	-3404,30	-4521,40	3384,52
	-6,37	-3390,77	-4958,30	3408,55
Максимальне значення, м	1,89	-3390,77	-3406,85	3531,79
Мінімальне значення, м	-6,37	-3444,24	-4958,30	3384,52
QGIS	-0,01	-2403,21	-2369,02	7,02
	0,01	-2402,06	-2400,36	8,04
	0,00	-2398,16	-2493,87	9,11
	-0,01	-2391,81	-2647,27	10,18
	0,01	-2382,65	-2863,39	11,25
	0,00	-2370,39	-3047,36	12,32
	0,00	-2355,21	-3478,26	13,68
	0,01	-2335,93	-3876,88	14,45
Максимальне значення, м	0,01	-2335,93	-2369,02	14,45
Мінімальне значення, м	-0,01	-2403,21	-3876,88	7,02

Зафіксовано мінімальні значення різниць в усіх трьох ГС-продуктах в експерименті № 1, що свідчить про точне виконання картометричних операцій у Декартовій системі координат, але тоді для геодезичних і землевпорядних завдань не обов'язково використовувати геоінформаційні системи.

Різниця між значеннями площ, розрахованих на декартовій площині (P_{et}) та в проєкції Гаусса-Крюгера з урахуванням поправки за редукування на поверхню еліпсоїда (P'_{et}) аналітичним методом, та площ геопросторових об'єктів, розрахованих в середовищі ArcGIS, дозволяє зробити висновок, що стандартні засоби даної ГС визначають площу безпосередньо в декартовій системі координат (див. табл. 1.17). Графічно залежність між площею об'єкта, його відстанню від осьового меридіана та величиною поправки за редукування на поверхню еліпсоїда представлено на рисунку 1.50.

Таблиця 1.17

Різниця площ еталонних моделей та у середовищі ГС

у, км	$P_{et}, \text{км}^2$	$P_{ArcGIS}, \text{км}^2$	$P_{et} - P_{ArcGIS},$ км^2	$\delta_P, \text{км}^2$	$P'_{et}, \text{км}^2$	$ P'_{et} - P_{ArcGIS} ,$ км^2
1	2	3	4	5	6	7
50	1	1	0	0	1	0
100	1	1	0	-0,00006394	0,9999361	0,000063940
150	1	1	0	-0,00025576	0,9997442	0,000255759
200	1	1	0	-0,00057546	0,9994245	0,000575458
250	1	1	0	-0,00102306	0,9989769	0,001023061
300	1	1	0	-0,00159852	0,9984015	0,00159852
350	1	1	0	-0,00230186	0,9976981	0,002301858
400	1	1	0	-0,00313308	0,9968669	0,003133075

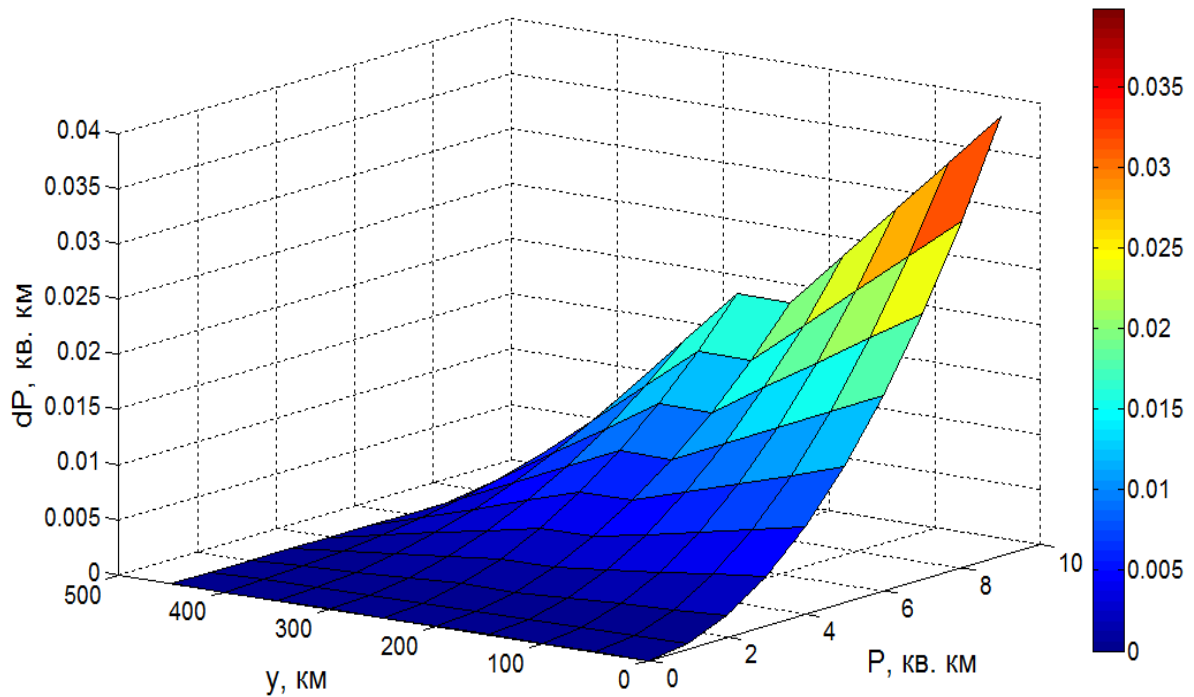


Рисунок 1.50 – Графік залежності поправки від площі земельної ділянки та середньої відстані між нею та осьовим меридіаном зони

Гіпотеза № 1 підтверджена, тобто картометричні операції виконуються на Декартовій системі координат, бо значення різниць задовольняють допуски, проте результати експерименту № 4 і 5 вказують на доцільності детального вивчення обчислень на еліпсоїді та його проєкції.

Гіпотези № 2 – 4 спростовані, тобто картометричні операції не виконуються на площині в проєкції Гаусса-Крюгера, на поверхні еліпсоїда та сфери. Це пояснюється отриманими значеннями різниць величин спотворень експериментів № 4 і № 5:

- для довжин – 0,54 м і 1,72 м;
- для площ – 260,58 м² і 310,53 м².

Так як програмне забезпечення ArcGIS взагалі не враховує спотворення картографічної проєкції Гаусса-Крюгера, то на поверхні еліпсоїда і сфери експерименти не проводилися.

Результати дослідження [131] точності застосування картометричних і геодезичних методів свідчать, що ці методи є наближеними, тому це обґрунтовує необхідність переходу до застосування строгих числових методів.

Мінімальні значення у програмному забезпеченні QGIS на сфері (7,02 – 14,45 м) демонструють, що обчислення площі, дійсно, відбувається за методами, які вказані у керівництві користувача цієї ГІС.

Результати обчислень на поверхні еліпсоїда мають максимальні різниці у розглянутих геоінформаційних системах, що доводить той факт, що в умовах геоінформаційної парадигми є потреба у створенні інструментів для визначення метричних властивостей геопросторових об'єктів, що сприятиме переходу на аналітичні методи обчислень.

1.6. Феномен виникнення топологічних неузгодженостей рамок карт при створенні Основної державної топографічної карти

Прийняття Закону України «Про національну інфраструктуру геопросторових даних» 13 квітня 2020 року та затвердження постанови Кабінету Міністрів України «Про порядок функціонування національної інфраструктури геопросторових даних» 26.05.2021 р. сприяє всебічному використанню геоінформаційних систем, систем керування базами геопросторових даних, геопорталів та інших геоінформаційних технологій в Україні, що, в свою чергу, вимагає підвищення рівня інтелектуалізації геопросторових даних, перегляду та запровадження нових сучасних вимог до їх створення та оновлення в геоінформаційному середовищі. Ці геопросторові дані складають уніфіковану цифрову координатно-просторову основу для виробництва наборів даних, для інтеграції та впровадження іншої діяльності з різними наборами. Розвиток сучасних технологій та нормативно-правове забезпечення держави дозволяє переосмислити деякі питання цифрової координатно-просторової основи для подальшого її використання та розвитку, насамперед, питання математичної основи карт [54].

Одним з прикладів створення набору базових геопросторових даних загальнодержавного рівня є База топографічних даних «Основна державна топографічна карта» (далі – БТД), яка створена в державному підприємстві «Науково-дослідному інституті геодезії і картографії» в рамках українсько-норвезького проєкту «Карти для сприяння належному управлінню землями в Україні». Цей проєкт розпочався після підписання Угоди між Кабінетом Міністрів України та Урядом Королівства Норвегія про технічне та фінансове співробітництво від 18.10.2016 року та Угоди для реалізації проєкту, що укладена між Державною службою України з питань геодезії, картографії та кадастру і Картографічною службою Королівства Норвегія від 28.02.2018 року [54, 62].

Геодезична основа зазначеної БТД – це Державна геодезична референцна система координат УСК-2000 (EPSG:5561), тобто дані цієї бази топографічних даних змодельовані на референц-еліпсоїді. Публікація даних на національному геопорталі НІГД, і визначення картометричних характеристик об'єктів БТД відбувається безпосередньо в УСК-2000 на референц-еліпсоїді Красовського. Однак створення та оновлення цифрових топографічних карт масштабу 1:50 000 було виконано у проєкції Гаусса-Крюгера у 6-и градусних зонах УСК-2000 [54].

У результаті перетворення геодезичних координат у плоскі прямокутні координати проєкції Гаусса-Крюгера вершин рамок номенклатурних аркушів топографічних карт масштабу 1:50 000 стандартними інструментами ГІС виник феномен, який було досліджено [153]. Це призвело до топологічної неузгодженості під час зшивання та зведення рамок суміжних аркушів цифрових топографічних карт масштабу 1:50 000 (від 1 до 8 мм), що ускладнювало процес зведення 1288 аркушів цифрових топографічних карт та унеможливило автоматизацію процесу зшивання об'єктів бази топографічних даних [54].

Під час зведення цифрових топографічних карт у програмному середовищі ArcGIS for Desktop 10.5 виявлено величину розходження між рамками аркушів на межах зон проєкцій Гаусса-Крюгера, яка становить 1 – 8 мм на місцевості, оскільки стандартні засоби геоінформаційної системи ArcGIS для виконання геодезичних та картометричних операцій використовують формули Гаусса на площині без врахування картографічних проєкцій та кривизни Землі [54]. Для вирішення цієї проблеми було створено еталонну GRID-модель рамок номенклатурних аркушів цифрових топографічних карт масштабу 1:50000, яка змодельована на референц-еліпсоїді Красовського у системі координат УСК-2000.

Традиційно всі існуючі характеристики точності топографічних карт в діючих нормативних документах базуються на обмеженнях, властивих паперовій основі, яка має здебільшого роздільну здатність в 300 dpi. Граничні розміри предметів, які можна розрізнити на аналоговій карті, визначаються точністю масштабу [113]. Тому, традиційно за теоретичну точність масштабу приймають відстань на місцевості, що відповідає в даному масштабі 0,1 мм карти. Сучасна геоінформатика дозволяє працювати з геопросторовою моделлю у будь-якому масштабі та системі координат, що впливає на точність визначення картометричних характеристик об'єкта місцевості.

Однією з головних вимог для зведення та зшивання аркушів топографічних карт в суцільну безшовну базу топографічних даних є наявність множини рамок аркушів топографічних карт без розривів та накладань одна на одну. В такому випадку ця множина рамок аркушів топографічних карт (трапецій) складає неперервну поверхню – покриття (coverage) [54, 130].

Природа походження феномена, що досліджується, пояснюється порядком створення векторної моделі рамок топографічних аркушів масштабу 1:50000 у відповідності до вимог формуляра аркуша карти масштабу 1:50000 (див. рис. 1.51), який складався з таких етапів [54]:

- 1) на основі фіксованих значень кутів рамок аркушів карт, що вказані в геодезичних координатах у долях градусів на референц-еліпсоїді

Красовського (EPSG:4284), були створенні полігональні об'єкти рамок аркушів карт;

2) надалі геодезичні координати кутів рамок аркушів були трансформовані у прямокутні координати зон проєкцій Гаусса-Крюгера (EPSG: 5562, 5563, 5564, 5565) стандартними засобами програмного забезпечення ArcGIS for Desktop 10.5;

3) для зведення та зшивання об'єктів в базі топографічних даних «Основної державної топографічної карти» координати кутів рамок аркушів були трансформовані в геодезичні координати стандартними засобами QGIS 3.24 та ArcGIS for Desktop 10.5.

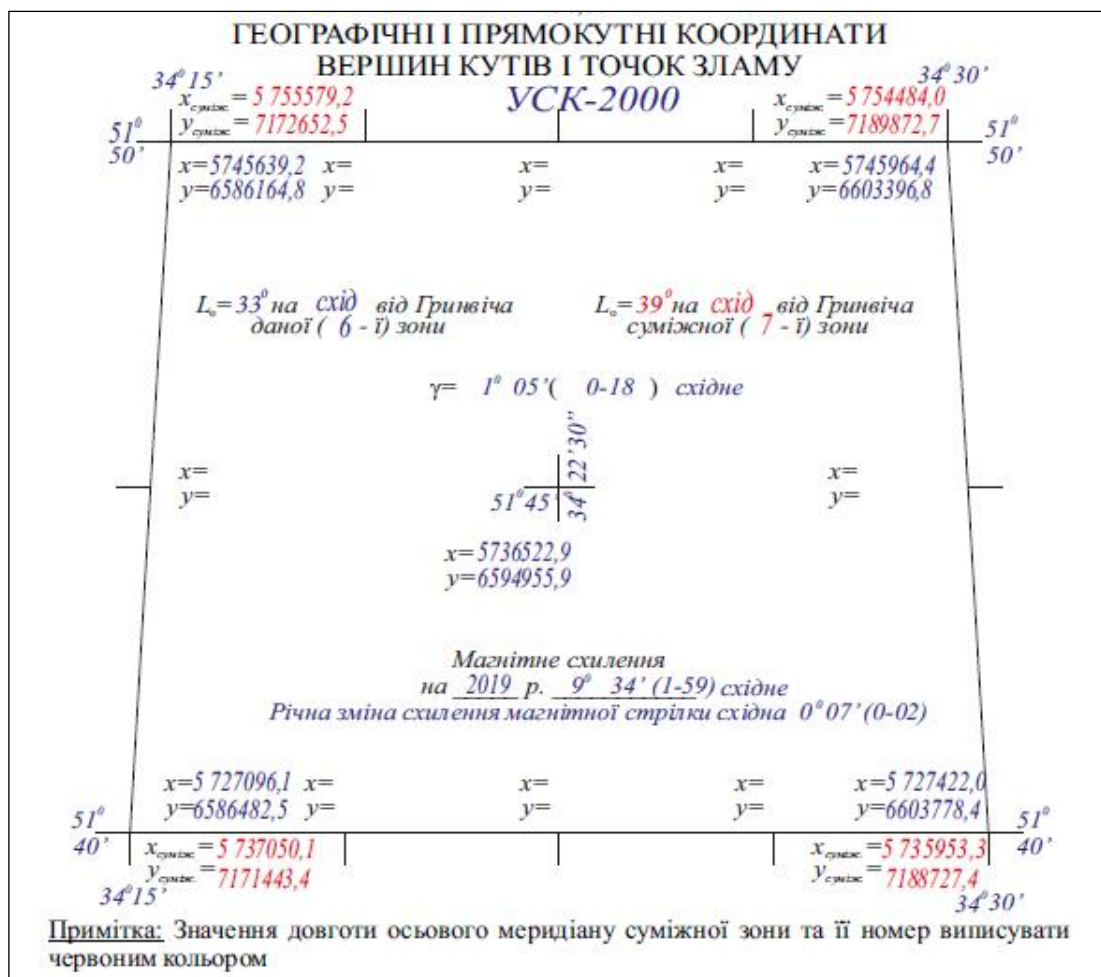


Рисунок 1.51 – Приклад сторінки формуляра аркуша карти масштабу

1:50000 М-36-9-Г [54]

Слід зауважити, що розриви та накладання між суміжними аркушами топографічних карт на межах зон проєкції Гаусса-Крюгера утворились внаслідок застосування наближених стандартних засобів ГІС та округлень значень координат під час їх координатних трансформацій. Це, в свою чергу, вплинуло на топологічну узгодженість вершин та ребер полігональних об'єктів рамок суміжних аркушів, ребра яких мають бути спільними, не накладатись та не утворювати розривів між ними [54].

У термінах стандарту Digital Geographical Information Standard (DIGEST) така організація даних відповідає 0-му рівню топології – моделі векторних даних відомих як дані типу “spaghetti”. Кожна окрема рамка аркуша топографічної карти існує сама по собі: без врахування топологічних відношень з суміжними рамками аркушів топографічних карт [54].

Результати дослідження [131] точності застосування картометричних і геодезичних методів свідчать, що графічні та інструментальні картометричні операції і стандартні засоби в діючих геоінформаційних системах є наближеними, тому це обумовлює необхідність переходу до застосування строгих математичних методів.

Раніше відносна похибка вимірюваних довжин геодезичними приладами, наприклад, світловіддалемірами могла складати 1/500 000 (1 см на 5 км). Вплив кривизни Землі повинен враховуватись, не зважаючи на відносні похибки вимірюваних довжин геодезичними приладами [54].

Насправді, вплив кривизни Землі наявний у всій продукції топографічної зйомки і не залежить від її масштабу. Побудова моделі земної поверхні та її відображення має здійснюватися на референц-еліпсоїді. У такому разі слід використовувати строгі числові геоінформаційні методи.

Сьогодні обробка геодезичних вимірювань виконується в сучасних програмних засобах із застосуванням комп'ютерної обчислювальної техніки. Вирішення систем рівнянь з трьома і більше невідомими, розкладення функцій в ряд Тейлора практично без обмежень кількості членів, обчислення інтегралу функції та інші операції математичного аналізу, що застосовуються в сучасній

геодезії та геоінформатиці, виконуються досить швидко та з певною особливістю: застосування формату даних із подвійною точністю (Double precision) або більш точнішою (Long double), що займає у пам'яті 64 біта або 16 байт відповідно до стандарту IEEE 754 [54].

Ця особливість вказує на те, що значення розв'язку є число з певним порядком після коми, який округляється в залежності від необхідної величини. Стандарт IEEE 754 визначає п'ять правил округлення [54]:

1) округлення до найближчого (прив'язка до парного числа). Якщо два найближчих числа із подвійною точністю однаково близькі, то має бути отримано число з парною найменшою цифрою (рекомендований за замовчуванням для десяткового числа);

2) округлення до найближчого (прив'язка до нескінченності). Якщо два найближчих числа із подвійною точністю однаково близькі, має бути отримано число з більшим модулем;

3) округлення до 0 – округлення до нуля;

4) округлення до $(+ \infty)$ – округлення до додатньої нескінченності (також відоме як округлення вгору);

5) округлення до $(- \infty)$ – округлення до від'ємної нескінченності (також відоме як округлення вниз).

Похибка округлення значень прямокутних координат точок під час переходу з геодезичних координат стандартними засобами ГІС зумовлює виникнення топологічних неузгодженостей на межах зон проєкцій Гаусса-Крюгера.

Таке явище виявлено під час створення цілісної бази топографічних даних «Основна державна топографічна карта». Одними із основних вихідних даних були оновлені аркуші цифрових топографічних карт масштабу 1:50000 в 4-ій, 5-ій, 6-ій та 7-ій зонах проєкції Гаусса-Крюгера. Як результат запиту до БТД користувач має отримати дані про певний цілісний об'єкт, наприклад, про автомобільну дорогу М-06, (Київ-Чоп), яка протяжністю 900,9 км та перетинає 55 аркушів топографічних карт масштабу 1:50000. Такі цілісні об'єкти були

сегментовані рамками аркушів цифрових топографічних карт, а в БТД вони повинні бути зведеними та утворювати покриття в єдиній системі координат. Таке покриття відповідає 2-му рівню топології – моделі векторних даних типу “Планарний граф” [54]. Для роботи з об’єктами, довжина яких більше 500 км, доцільно використовувати референц-еліпсоїд. Розрахунок картометричних характеристик і виконання геоінформаційного моделювання та аналізу має здійснюватись з урахуванням впливу кривизни Землі. Це забезпечить перехід до строгих комп’ютерних методів, що дозволяють визначати кількісні характеристики з надвисокою точністю [54].

Феномен виникнення топологічних неузгодженостей рамок суміжних аркушів топографічних карт масштабу 1:50000 на межах зон проєкцій Гаусса-Крюгера було виявлено у програмному засобі ArcGIS for Desktop 10.5. Детальне дослідження цього феномена було виконано у програмному забезпеченні QGIS 3.28 стандартними засобами визначення відстаней на референц-еліпсоїді УСК-2000. Для цього обрано 10 пар рамок аркушів топографічних карт масштабу 1:50000 вздовж меридіанів 24°, 30°, 36° у 4-ій, 5-ій, 6-ій та 7-ій проєкції Гаусса-Крюгера (див. рис. 1.52 – 1.54) [54].

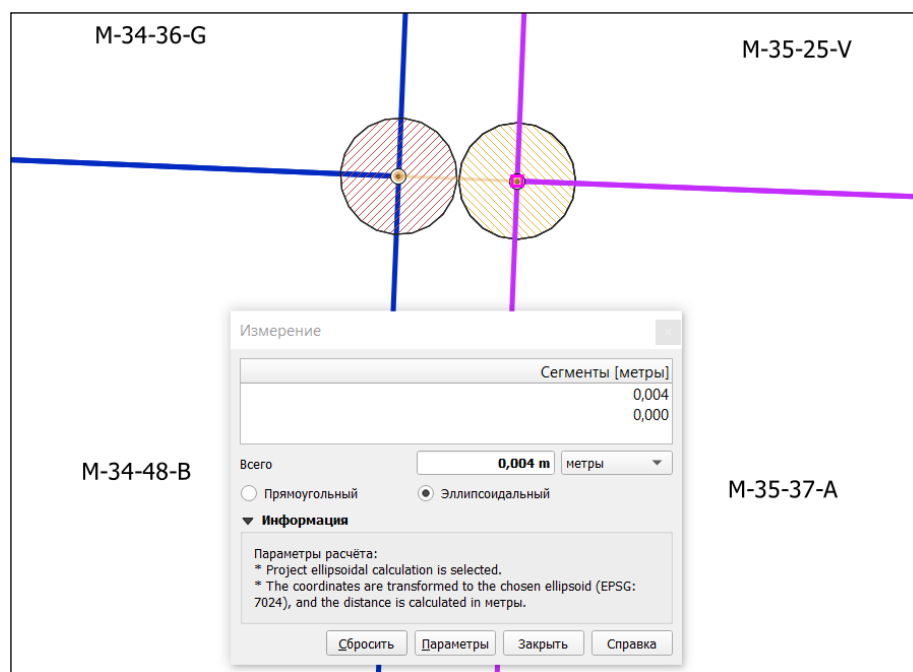


Рисунок 1.52 – Відстань між вершинами номенклатурних рамок аркушів М 1:50 000 4-ої та 5-ої зон проєкції Гаусса-Крюгера (приклад розривів) [54]

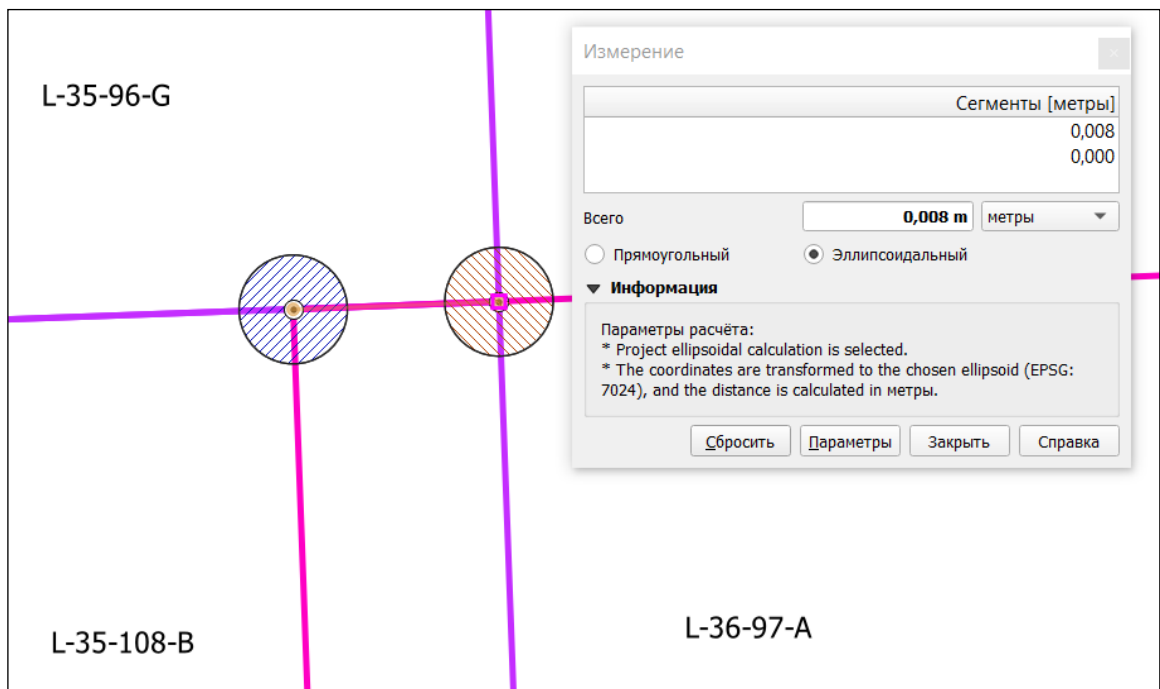


Рисунок 1.53 – Відстань між вершинами номенклатурних рамок аркушів М 1:50 000 5-ої та 6-ої зон проєкції Гаусса-Крюгера (приклад накладань) [54]

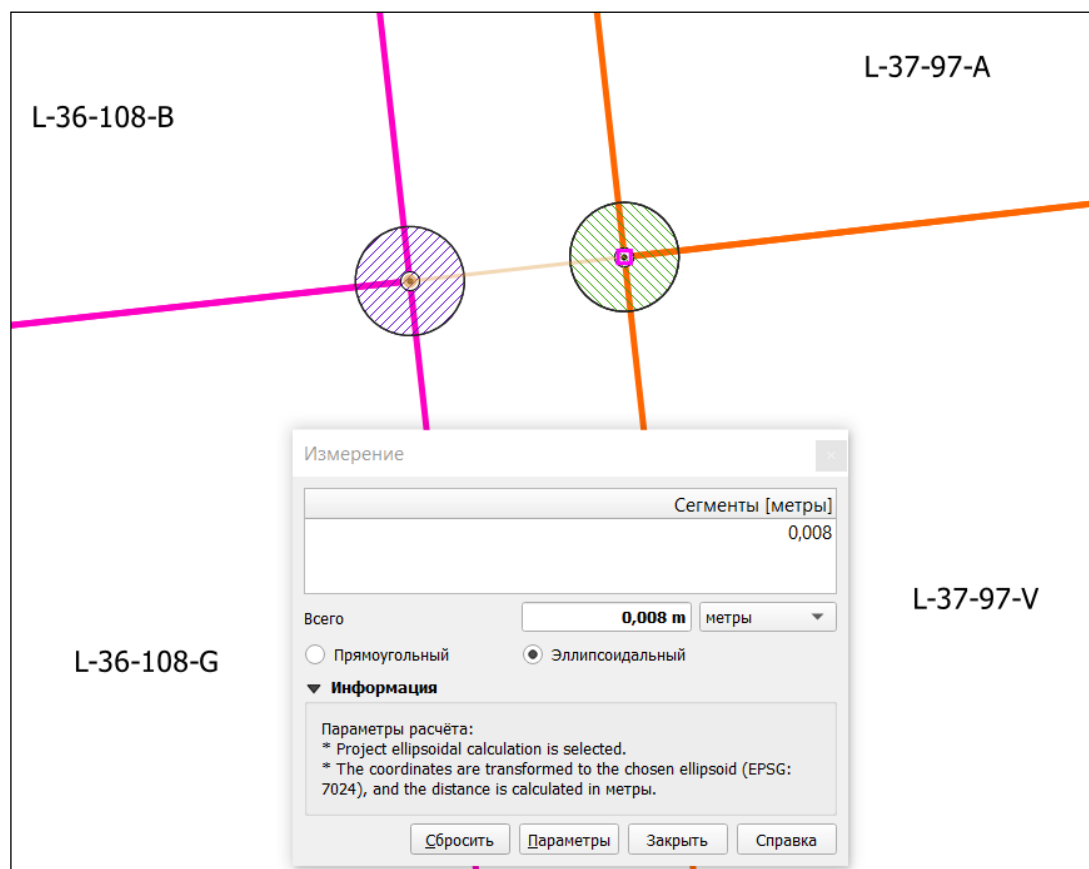


Рисунок 1.54 – Відстань між вершинами номенклатурних рамок аркушів М 1:50 000 6-ої та 7-ої зон проєкції Гаусса-Крюгера (приклад розривів) [54]

У таблицях 1.18 – 1.20 показано значення відстаней між деякими вершинами рамок аркушів масштабу 1:50 000 в залежності від широти та довготи. Аналізуючи отримані результати, були зафіксовані відстані до 8 мм на північних і південних ділянках зон проєкцій Гаусса-Крюгера.

Таблиця 1.18

Відстані між вершинами рамок за довготою 24°

№ з/п	В, °	Л, °	Відстань між вершинами рамок аркушів масштабу 1:50 000 (d, м)
1	47°50'00''	24°00'00''	0,002
2	48°00'00''	24°00'00''	0,001
3	48°11'00''	24°00'00''	0,002
4	48°42'30''	24°00'00''	0,001
5	49°09'30''	24°00'00''	0,004
6	49°41'00''	24°00'00''	0,003
7	50°21'00''	24°00'00''	0,004
8	50°31'00''	24°00'00''	0,002
9	50°57'30''	24°00'00''	0,004
10	51°23'30''	24°00'00''	0,005

Таблиця 1.19

Відстані між вершинами рамок за довготою 30°

№ з/п	В, °	Л, °	Відстань між вершинами рамок аркушів масштабу 1:50 000 (d, м)
1	45°21'00''	30°00'00''	0,008
2	45°41'00''	30°00'00''	0,002
3	45°59'00''	30°00'00''	0,003
4	46°54'30''	30°00'00''	0,002
5	47°48'30''	30°00'00''	0,002
6	48°41'30''	30°00'00''	0,001
7	49°36'30''	30°00'00''	0,003
8	50°30'30''	30°00'00''	0,002
9	51°23'30''	30°00'00''	0,005
10	51°50'30''	30°00'00''	0,004

Відстані між вершинами рамок за довготою 36°

№ з/п	B, °	L, °	Відстань між вершинами рамок аркушів масштабу 1:50 000 (d, м)
1	45°11'00''	36°00'00'	0,008
2	45°31'00''	36°00'00'	0,005
3	46°30'00''	36°00'00'	0,004
4	47°31'00''	36°00'00'	0,004
5	47°57'00''	36°00'00'	0,001
6	48°23'30''	36°00'00'	0,006
7	48°51'00''	36°00'00'	0,003
8	49°18'00''	36°00'00'	0,001
9	49°41'30''	36°00'00'	0,007
10	50°31'30''	36°00'00'	0,002

Наведені графіки на рисунках 1.55 – 1.58 демонструють зміни відстаней між вершинами рамок аркушів масштабу 1:50000. Ці величини знаходяться в межах від 1 мм до 8 мм, що демонструють безпосередньо феномен, а саме розриви (gaps) та накладання (overlap).

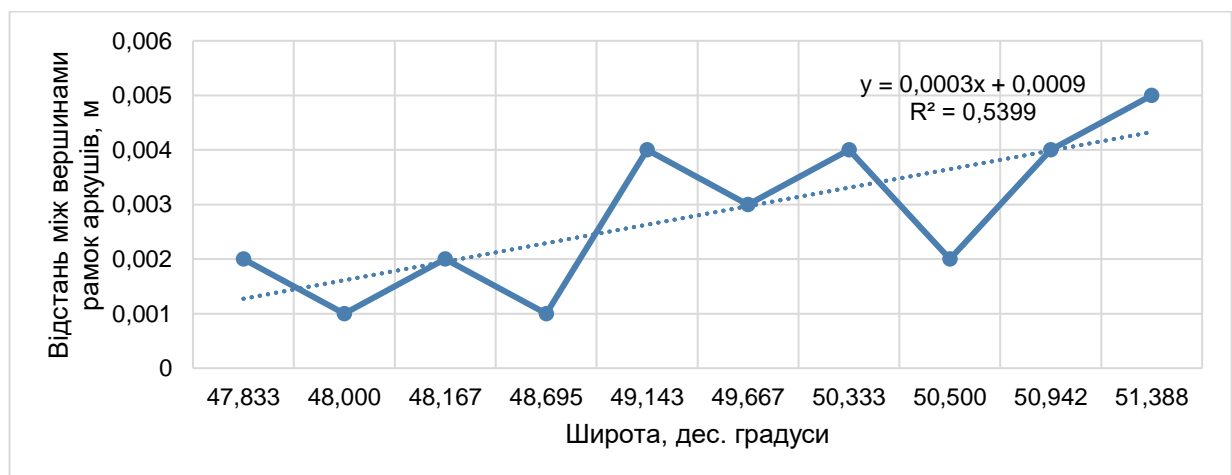


Рисунок 1.55 – Зміна відстаней між вершинами номенклатурних рамок аркушів масштабу 1:50 000 4-ої та 5-ої зон проєкції Гаусса-Крюгера [54]

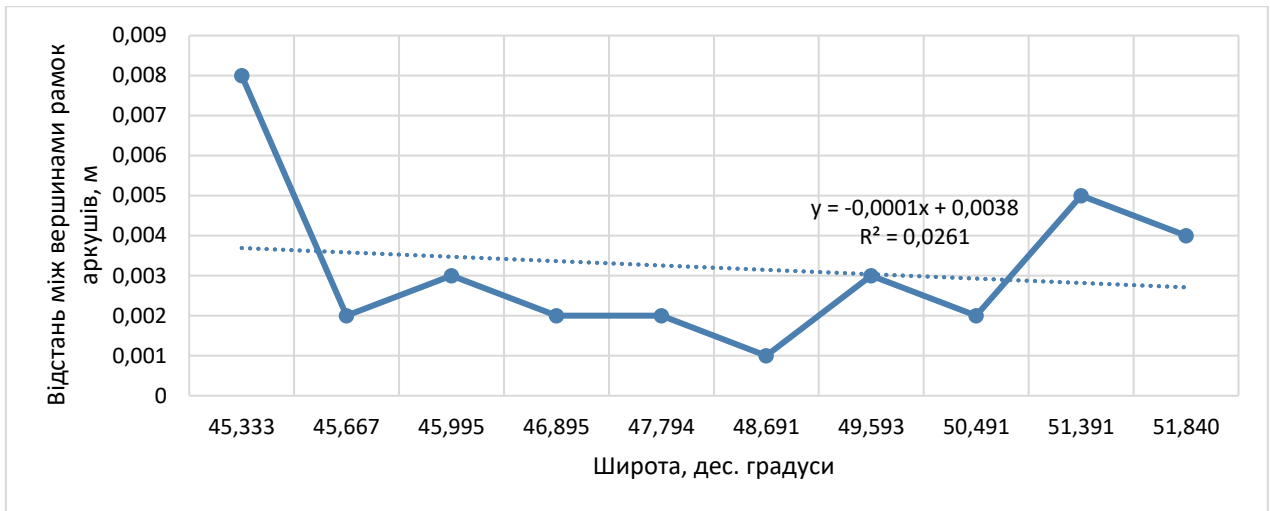


Рисунок 1.56 – Зміна відстаней між вершинами номенклатурних рамок аркушів масштабу 1:50 000 5-ої та 6-ої зон проєкції Гаусса-Крюгера [54]

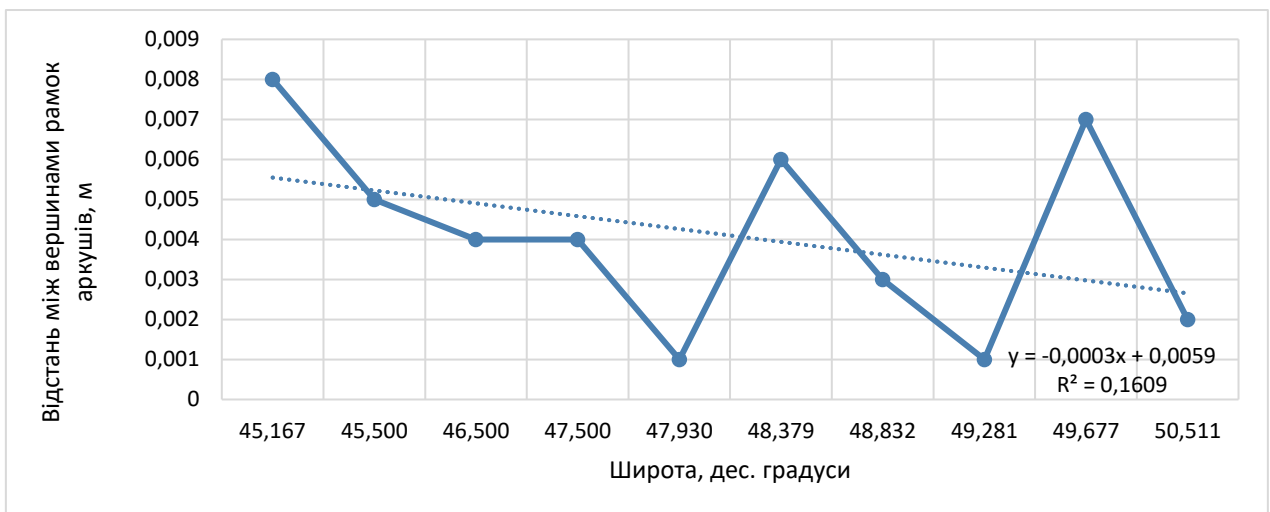


Рисунок 1.57 – Зміна відстаней між вершинами номенклатурних рамок аркушів масштабу 1:50 000 6-ої та 7-ої зон проєкції Гаусса-Крюгера [54]

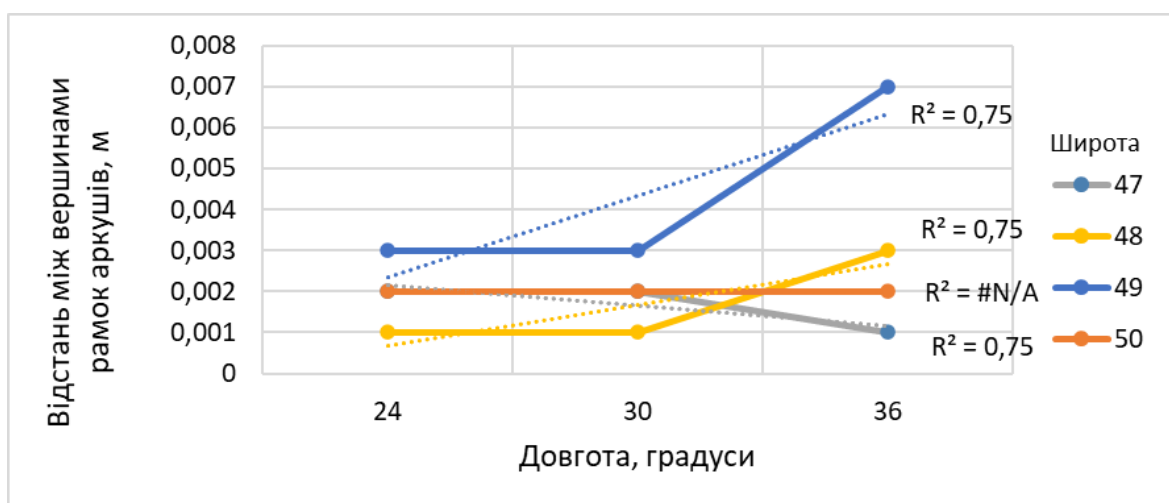


Рисунок 1.58 – Зміна відстаней між вершинами номенклатурних рамок аркушів масштабу 1:50 000 в залежності від довготи [54]

Графіки залежностей відстаней розривів та накладань від широти та довготи демонструють відсутність кореляції між цими двома величинами, оскільки їх коефіцієнти детермінації становлять від 0,0261 до 0,75. Це свідчить про те, що помилки топологічної неузгодженості є випадковими, а не систематичними. Виявлені розриви і накладання є перешкодами до автоматизованих методів зведення аркушів цифрових топографічних карт та зшивання об'єктів бази топографічних даних [54]. Такі зміни відстаней впливають не тільки на створення цілісних об'єктів дорожніх споруд та залізниць, а і гідрографії, населених пунктів, політико-адміністративних меж тощо, тобто на весь об'єктний склад бази топографічних даних.

Під час створення бази топографічних даних «Базової топографічної карти масштабу 1:10000» проблеми з використанням номенклатурних рамок аркушів цифрових топографічних карт масштабу 1:10000 також виникнуть, як на етапі оновлення та зведення цифрових топографічних карт, так і на етапі зшивання об'єктів в БТД, тому, щоб уникнути цього, необхідно передбачити два етапи [54]:

- 1) перейти до більш точних методів визначення координат кутів рамок аркушів топографічних карт;
- 2) фіксація значень координат кутів рамок аркушів під час створення еталонних рамок номенклатурних аркушів масштабів 1:10000 та 1:50000.

Оверлейний (overlay) аналіз, з точки зору геоінформаційного моделювання, на стадії автоматизованого зведення та зшивання геопросторових об'єктів на рамках суміжних аркушів карт, на стадії контролю якості цифрових топографічних карт визначає цей феномен як помилку – і не дозволяє сформувати суцільні інтегровані геопросторові об'єкти. Величина розривів та накладань для таких випадків не має значення. Очевидно, що розграфлення аркушів топографічних карт повинно створювати суцільне топологічне покриття полігонів без розривів та накладань, тобто повинні виконуватися правила:

- 1) «не повинно бути розривів» (Must Not Have Gaps) – вимагає, щоб

не було розривів в середині полігонів або між суміжними полігонами; усі полігони мають формувати неперервне покриття;

2) «не повинні накладатися» (Must Not Overlap) – вимагає, щоб внутрішні частини полігонів не накладалися; полігони можуть мати спільні ребра або вершини.

Вирішення зазначеної проблеми здійснено на основі застосування комп'ютерних методів у сучасних геоінформаційних системах. Ці дослідження дозволили перейти до розроблення нових методик для виконання геодезичних картометричних та морфометричних операцій, точність яких буде підвищена до похибки машини, в тому числі і для надвеликих відстаней. Ці пропозиції будуть обґрунтуванням для внесення змін у нормативно-правові документи, що регулюють створення та оновлення геопросторових даних і визначення картометричних та морфометричних характеристик у геоінформаційному середовищі [54].

1.7. Висновки до Розділу 1.

1. Виконано онтологічний аналіз геодезичних та картометричних методів у геоінформаційному середовищі, що дозволило формалізувати набір термінів і правил їхнього використання у цьому дослідженні. Теоретична база щодо визначення метричних характеристик геопросторових об'єктів на математичних моделях Землі почала формуватися ще у XVII ст., а з розвитком комп'ютерних та геоінформаційних технологій ця база знань продовжує розвиватись і у теперішній час. З огляду на проаналізовані наукові праці щодо картометрії та сфер її застосування зроблено висновок, що чим унікальніший природний ресурс, тим точніше необхідно визначати його метричні характеристики.

2. Виконано системний аналіз від минулого до сучасного стану застосування картометричних операцій на аналогових картах з використанням наближених числових методів обчислення, а також встановлено тенденцію збільшення досліджень щодо підвищення точності картометричних операцій

у геоінформаційному середовищі. Результатом цього аналізу є чотири етапи розвитку геодезичних та картометричних методів і визначено, що сьогодні триває четвертий етап: розвиток геоінформаційних строгих комп'ютерних методів.

3. Запропоновано термін «геоінформаційний метод», особливістю якого є застосування строгих числових та аналітичних методів обчислень у середовищі геоінформаційної системи. Це було обумовлено потребою перейти від картометричних операцій, які мали достатньо обмежень та факторів, що впливали на їх точність виконання, до нового сучасного методу, точність якого вже не залежить від якості друкованих карт, масштабу та спотворень картографічними проєкціями.

4. Сформовано реєстр геодезичних, картометричних та морфометричних операцій, які будуть досліджені у цій роботі. Наведено основні відомості щодо особливостей переходу до геоінформаційних методів на поверхні референц-еліпсоїда.

5. Також було досліджено феномен топологічних неузгодженостей рамок номенклатурних аркушів топографічних карт у масштабі 1: 50 000, а саме особливість утворення розривів і накладань (gaps, overlap) величиною до 8 мм шляхом використання стандартних методів картометричних операцій у середовищі ArcGIS. Ця наче незначна величина топологічної неузгодженості стала певною перешкодою для автоматизації зведення і зшивання об'єктів на суміжних картах.

6. Стандартні інструменти ГІС дозволяють користувачу виміряти, наприклад, довжину маршруту, площу певної території безпосередньо у мобільному пристрої чи на персональному комп'ютері. Слід зауважити, що зазначені картометричні методи виконуються у середовищі ГІС без можливості задання точності у вхідних даних для визначення картометричних характеристик. На зміну цьому приходять строгі комп'ютерні методи, які дозволяють застосовувати з встановленою користувачем точністю, визначати метричні властивості об'єкта місцевості.

РОЗДІЛ 2. РОЗРОБЛЕННЯ МЕТОДИК ЗАСТОСУВАННЯ СТРОГИХ ЧИСЛОВИХ МЕТОДІВ У ГЕОІНФОРМАЦІЙНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

2.1. Розроблення методики застосування строгих числових методів координатних операцій

Відповідно до положень міжнародних стандартів ISO 19111:2019 Географічна інформація – Просторова прив'язка за координатами та OGC координатна операція – це перерахунок координат, який ґрунтується на однозначному взаємозв'язку з однією координатної референційної системи до іншої (див. рис. 2.1). Координатна операція – це супертип координатного трансформування і перетворення.

Дата (datum) – систему відліку; параметр або набір параметрів, які реалізують положення початку координат, масштаб та орієнтацію системи координат [42, 66].

Координатне перетворення (coordinate conversion) – це координатна операція, в якій обидві референційні системи координат базуються на одній і тій же даті. Координатне перетворення використовує параметри, що мають визначені (теоретичні, дійсні) значення, що отримані не емпіричним шляхом [42, 66].

Трансформування координат (coordinate transformation) – це координатна операція, в якій дві референційні системи координат базуються на різних датах. Трансформування координат використовує параметри, які визначені емпірично на основі набору точок, координати яких відомі у двох референційних системах координат [42, 66].

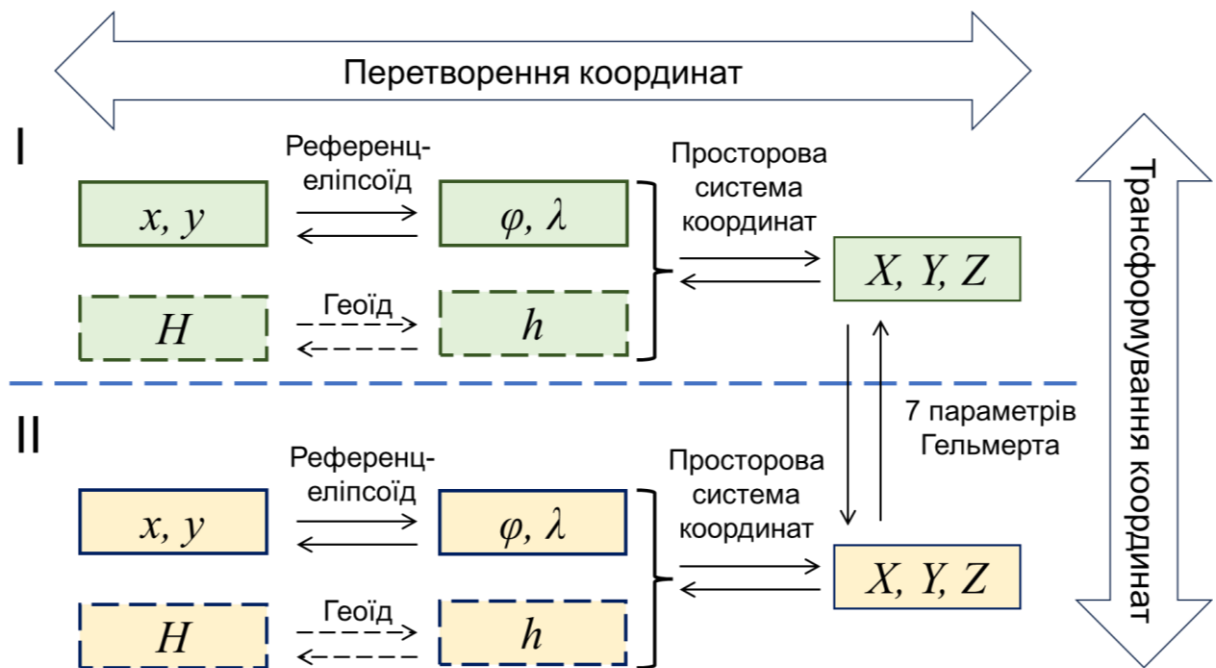


Рисунок 2.1 – Схема координатних операцій [102] (адаптація – Кінь Д. О.)

Для кожної геодезичної і картометричної операції було розроблено паспорт координатної операції та відповідного методу відповідно до міжнародного стандарту ISO 19127:2019 Географічна інформація – Геодезичні коди і параметри (див. табл. 2.1, табл. 2.2).

Таблиця 2.1

Опис паспорту координатної операції [43] (адаптація – Кінь Д. О.)

Координатна операція			
Назва атрибуту	Обов'язковий/ Опціональний*	Максимальна кількість значень	Опис атрибуту
Опис координатної операції			
Назва координатної операції	М	1	Це основна назва для координатної операції. Псевдоніми та інші ідентифікатори можна задавати через атрибути <i>alias</i> та <i>identifier</i> .
Ідентифікатор координатної операції	М	1	Ідентифікатор, на який посилається ця координатна операція.

Продовження таблиці 2.1

Назва атрибуту	Обов'язковий/ Опціональний*	Максимальна кількість значень	Опис атрибуту
Псевдонім координатної операції	O	N	Псевдонім, під яким відома ця координатна операція.
Сфера застосування координатної операції	M	1	Опис використання або обмеження використання, для яких ця координатна операція є дійсною. Якщо невідомо, введіть "не відомо".
Примітки до координатної операції	O	1	Коментарі або інформація про цю координатну операцію, включаючи інформацію про джерело даних.
Ім'я вихідної системи координат	C	1	Це основна назва системи координат
Ідентифікатор вихідної системи координат	C	1	Ідентифікатор, який посилається на іншу інформацію про систему координат
Ім'я цільової системи координат	C	1	Це основна назва системи координат
Ідентифікатор цільової системи координат	C	1	Ідентифікатор, який посилається на іншу інформацію про систему координат
Умова: Ці атрибути є обов'язковими при трансформуванні координат. Ці атрибути не використовуються в перетворенні координат.			
Просторове охоплення дії координат	M	1	Просторове охоплення або часовий проміжок, в якому ця координатна операція є дійсною.
Ідентифікатор просторового охоплення координатної операції	M	1	Ідентифікатор, який посилається в іншому місці на інформацію про просторового охоплення дії координатної операції
Посилання на джерело координатної операції	M	N	Інформація про цитування джерела - ISO 19115-1:2014
Ідентифікатор джерела цитування координатної операції	M	N	Ідентифікатор, який посилається в іншому місці на інформацію про координатну операцію джерела цитування
Версія координатної операції	C	1	Версія координатної операції

Продовження таблиці 2.1

Назва атрибуту	Обов'язковий/ Опціональний*	Максимальна кількість значень	Опис атрибуту
Точність координатної операції	C	1	Оцінка(и) впливу цієї операції на точність. Дає оцінку похибки положення для цільових координат цієї операції, припускаючи, що немає похибок у вихідних координатах.
Умова: Ці атрибути є обов'язковими при трансформованні координат. Ці атрибути не використовуються в перетворенні координат			
Назва методу координатної операції	M	1	Це основна назва методу координатної операції
Ідентифікатор методу координатної операції	M	1	Ідентифікатор, за яким посилаються на цей метод
Посилання на джерело координатної операції	M	N	Інформація про цитування джерела - ISO 19115-1:2014
Ідентифікатор цитування джерела координатної операції	M	N	Ідентифікатор, який посилається в іншому місці на інформацію про координатну операцію джерела цитування

Примітка: основний ("M") – атрибут є обов'язковими у реєстрі операцій;

неосновний ("O") – віднесено до атрибутів, реєстрація яких можлива в майбутніх розширеннях реєстру операцій за вимогами користувачів;

умовний ("C") – застосовано до атрибутів, реєстрація значень яких виконується за певних умов. Умова встановлена як питання. Якщо відповідь на питання позитивна, то атрибут повинен бути включений до реєстру операцій [174].

Опис паспорту методу координатної операції [43] (адаптація – Кінь Д. О.)

Метод координатної операції			
Назва атрибуту	Обов'язковий/ Опціональний*	Максимальна кількість значень	Опис атрибуту
Опис методу координатної операції: Метод (алгоритм або процедура), який використовується для виконання координатної операції.			
Назва методу координатної операції	M	1	Це основна назва методу роботи з координатами. Псевдоніми та інші ідентифікатори можуть бути задані через атрибути <i>alias</i> та <i>identifier</i> .
Ідентифікатор методу координатної операції	M	1	Ідентифікатор, за яким посилаються на цей метод координатної операції.
Псевдонім методу координатної операції	O	N	Псевдонім, під яким відомий цей метод
Примітки до методу координатної операції	O	1	Коментарі або інформація про цей метод координатної операції, включно з інформацією про джерело даних.
Посилання на джерело методу координатної операції	M	N	Інформація про цитування джерела - ISO 19115-1:2014
Ідентифікатор посилання на джерело методу координатної операції	M	N	Ідентифікатор, який посилається в іншому місці на інформацію про координатну операцію джерела цитування
Назва параметра координатної операції	M	1	Повторіть для кількості параметрів, на які посилається формула
Ідентифікатор параметра координатної операції	M	1	Ідентифікатор, за яким посилаються на цей параметр координатних операцій
Посилання на формулу методу координатної операції	M	1	Формула(и) або процедура, що використовується для цього методу координатних операцій. Це може бути посилання на публікацію. Зауважте, що метод операції може бути і не аналітичним, у такому випадку цей атрибут посилається або містить процедуру, а не аналітичну формулу.
Опис формули методу координатних операцій: Специфікація формули методу координатних операцій.			
Формула методу координатної операції	C	1	Формула(и) або процедура, що використовується для цього методу операції.
Ідентифікатор формули методу координатної операції	C	1	Ідентифікатор, за яким посилаються на цю формулу методу координатних операцій..

Продовження таблиці 2.2

Цитування формули методу координатної операції	C	1	Посилання на публікацію, в якій наведено формулу(и) або процедуру, що використовується в методі координатних операцій - ISO 19115-1:2014
Ідентифікатор цитування формули методу координатної операції	C	1	Ідентифікатор, який посилається на інформацію про формулу методу координатних операцій в іншому місці
Умова: Формула або атрибути цитування формули повинні бути надані.			
Розмір вихідної системи координат	O	1	Кількість вимірів у вихідній системі координат для цього методу координатної операції.
Розмір цільової системи координат	O	1	Кількість вимірів у цільовій системі координат для цього методу координатної операції.

Примітка: основний ("M") – атрибут є обов'язковими у реєстрі операцій;
 неосновний ("O") – віднесено до атрибутів, реєстрація яких можлива в майбутніх розширеннях реєстру операцій за вимогами користувачів;
 умовний ("C") – застосовано до атрибутів, реєстрація значень яких виконується за певних умов. Умова встановлена як питання. Якщо відповідь на питання позитивна, то атрибут повинен бути включений до реєстру операцій [174].

У Додатку Д наведено паспорти на координатні і картометричні операції та їх методи у відповідності до структури описаних вище паспортів.

Перед реалізацією аналітичних і числових методів геодезичних і картометричних операцій було досліджено математичні моделі, які з максимально можливою точністю виконують обчислення у середовищах MATLAB та геоінформаційної системи.

Визначення конформних плоских координат x , y за геодезичними координатами B , L . Для отримання будь-якого конформного зображення еліпсоїда на поверхні застосовано формули (2.1) – (2.3):

$$x + iy = C(q + il), \quad (2.1)$$

$$x = Cq; y = C(L - L_0), \quad (2.2)$$

$$x + iy = Ce^{-\alpha[q - i(\pi - l)]} = Ce^{-\alpha q}(-\cos \alpha(L - L_0) + i \sin(L - L_0)), \quad (2.3)$$

де $q = \ln \sqrt{\left(\frac{1 + \sin B}{1 - \sin B}\right) \left(\frac{1 - e \sin B}{1 + e \sin B}\right)^e}$, e – перший ексцентриситет еліпсоїда.

Якщо $\alpha=1$, l – мала величина, застосовуючи формулу ряду Тейлора (2.4), отримаємо рівняння деякої рівнокутної проєкції, що відображає поверхню еліпсоїда зонами невеликої ширини за довготою (2.5):

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n, \quad (2.4)$$

$$x + iy = f(q + il) = f(q) + \sum_{k=1}^n \frac{d^k f(q)}{k! dq^k} (il)^k, \quad (2.5)$$

де $i = \sqrt{-1}$; $i^n = (\sqrt{-1})^n$.

Розділяючи уявну та дійсну частини рівняння, отримаємо формулу (2.6) та (2.7) для абсциси і ординати:

$$x = f(q) - \frac{d^2 f(q)}{2! dq^2} l^2 + \frac{d^4 f(q)}{24! dq^4} l^4 - \frac{d^6 f(q)}{720! dq^6} l^6 + \dots, \quad (2.6)$$

$$y = \frac{df(q)}{dq} l + \frac{d^3 f(q)}{6! dq^3} l^3 - \frac{d^5 f(q)}{120! dq^5} l^5 + \dots, \quad (2.7)$$

де $f(q)$ – довжина дуги осьового меридіана від екватора до паралелі з широтою даної точки, яка визначається за формулами (2.8) і (2.9):

$$f(q) = d_1 B^{(pad)} - d_2 \sin 2B + d_3 \sin 4B - d_4 \sin 6B + \dots, \quad (2.8)$$

$$d = a \left(1 - \frac{e^2}{4} - \frac{3}{64} e^4 - \frac{5}{256} e^6 - \dots \right), \quad (2.9)$$

де e – перший ексцентриситет еліпсоїда, a – велика піввісь еліпсоїда,

l – різниця довгот у радіанах.

За Закатовим [127] формули (2.6) і (2.7) мають такий вигляд (2.10) і (2.11):

$$x = X - \frac{d^2 x}{2! dq^2} l^2 + \frac{d^4 x}{24! dq^4} l^4 - \frac{d^6 x}{720! dq^6} l^6 + \dots, \quad (2.10)$$

$$y = \frac{dx}{dq} l + \frac{d^3 x}{6! dq^3} l^3 - \frac{d^5 x}{120! dq^5} l^5 + \dots, \quad (2.11)$$

де $X = f(q)$.

Визначено два випадки: масштабний коефіцієнт $m_0 = 1$ або $m_0 \neq 1$.

Для проєкції Гаусса-Крюгера $m_0 = 1$, тому:

$$\frac{dx}{dq} = m_0 r = N \cos B, \quad (2.12)$$

$$\frac{d^2 x}{dq^2} = -m_0 r \sin B = -N \cos B \sin B, \quad (2.13)$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}, \quad (2.14)$$

$$r = N \cos B = \frac{a \cos B}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}. \quad (2.15)$$

Закатов [127] і Морозов [156] використовують математичні моделі перетворення координат з геодезичних у прямокутні плоскі із застосуванням тригонометричних функцій та правил спрощень, що не дозволяє задавати кількість членів ряду Тейлора параметром.

Для цієї задачі автором було запропоновано адаптацію визначення абсцис і ординат за формулами (2.16) і (2.17), на основі математичних моделей у роботах [127, 156]:

$$x = X - \frac{l^2}{2!} \left(\frac{a \cos B}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \right)'' + \frac{l^4}{4!} \left(\frac{a \cos B}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \right)^{(4)} + \dots + r^{(2n)} \frac{l^{2n}}{(2n)!}, \quad (2.16)$$

$$y = r \cdot l - \frac{l^3}{3!} \left(\frac{a \cos B}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \right)''' + \frac{l^5}{5!} \left(\frac{a \cos B}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \right)^{(5)} + \dots + r^{(2n+1)} \frac{l^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad (2.17)$$

Закатов [127] встановив, що без застосування 2-ого і більше порядків ряду Тейлора для точних розрахунків формули (2.16) і (2.17) використовувати не слід. Тільки із використанням 6-ого та вище порядку ряду.

Морозов [156] зазначає, що коефіцієнти в цих формулах є функціями тільки для широти B . Характерною ознакою рівнянь симетричних проєкцій є те, що рівняння абсцис складається тільки з парної степені різниць довгот, а рівняння ординат – з непарної. Однією із загальних особливостей досліджених математичних моделей перетворень координат є встановлене обмеження кількості членів ряду Тейлора, що неможливо було виконати практично без використання сучасних комп'ютерних та геоінформаційних технологій.

У пункті 2.2 цієї роботи були розглянуті наближені числові методи геодезичних і картометричних обчислень. Для зручності та швидкості виконання операції у відповідних математичних моделях була використана обмежена кількість членів у ряді Тейлора, а саме до 6-ого порядку.

У статті [144] було запропоновано розкладання у числовий ряд Тейлора функції для перетворення координат з геодезичних у прямокутні плоскі. Однак, розкладання функцій у ряд Тейлора з використанням різниці довгот як малої величини є трудомістким рішенням, тому було досліджено розкладання функцій визначення координат за абсцисою і ординатою за допомогою біноміальних коефіцієнтів, що було розглянуто також у роботі [45], як розширений ряд Крюгера. Автор визначив члени ряду функцій до 30-ого порядку і встановив, що точність обчислення менше 5 нанометрів в межах 3900 км від осьового меридіана і менше 1 мм у межах 7600 км від осьового меридіана досягається, використовуючи 8-ий порядок відповідно у числових рядах [45]. Нехай $l=\xi$ та $q=\eta$, тоді формула (2.2) буде мати вигляд [45]:

$$x = k_0 R l, \quad y = k_0 R q, \quad (2.18)$$

$$R = \frac{a}{1+n} \left(1 + \frac{1}{4} n^2 + \frac{1}{64} n^4 + \frac{1}{256} n^6 + \frac{1}{16384} n^8 + \dots \right), \quad (2.19)$$

$$l = l' + \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j \sin 2jl' \operatorname{ch} 2jq', \quad (2.20)$$

$$q = q' + \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j \cos 2jl' \operatorname{sh} 2jq', \quad (2.21)$$

$$l' = l - \sum_{j=1}^{\infty} \beta_j \sin 2jl \operatorname{ch} 2jq, \quad (2.21)$$

$$q' = q - \sum_{j=1}^{\infty} \beta_j \cos 2jl \operatorname{sh} 2jq, \quad (2.22)$$

де k_0 – масштабний коефіцієнт $k_0 \in [0; 1]$,

$2\pi R$ – довжина кола меридіана.

Цей ряд (2.49) збігається при $|n| < 1$. Величини α_j та β_j обчислюються за формулами (2.23) та (2.24) [45]:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{1}{2}n - \frac{2}{3}n^2 + \frac{5}{16}n^3 + \frac{41}{180}n^4 - \frac{127}{288}n^5 + \frac{7891}{37800}n^6 + \frac{72161}{387072}n^7 - \frac{18975107}{50803200}n^8 + \dots, \\ \alpha_2 &= \frac{13}{48}n^2 - \frac{3}{5}n^3 + \frac{557}{1440}n^4 + \frac{281}{630}n^5 - \frac{1983433}{1935360}n^6 + \frac{13769}{28800}n^7 + \frac{148003883}{174182400}n^8 + \dots, \\ \alpha_3 &= \frac{61}{240}n^3 - \frac{103}{140}n^4 + \frac{15061}{26880}n^5 + \frac{167603}{181440}n^6 - \frac{67102379}{29030400}n^7 + \frac{79682431}{79833600}n^8 + \dots, \\ \alpha_4 &= \frac{49561}{161280}n^4 - \frac{179}{168}n^5 + \frac{6601661}{7257600}n^6 + \frac{97445}{49896}n^7 - \frac{40176129013}{7664025600}n^8 + \dots, \\ \alpha_5 &= \frac{34729}{80640}n^5 - \frac{3418889}{1995840}n^6 + \frac{14644087}{9123840}n^7 + \frac{2605413599}{622702080}n^8 + \dots, \\ \alpha_6 &= \frac{212378941}{319334400}n^6 - \frac{30705481}{10378368}n^7 + \frac{175214326799}{58118860800}n^8 + \dots, \\ \alpha_7 &= \frac{1522256789}{1383782400}n^7 - \frac{16759934899}{3113510400}n^8 + \dots, \\ \alpha_8 &= \frac{1424729850961}{743921418240}n^8 + \dots. \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned}
\beta_1 &= \frac{1}{2}n - \frac{2}{3}n^2 + \frac{37}{96}n^3 - \frac{1}{3600}n^4 - \frac{81}{512}n^5 + \frac{96199}{604800}n^6 - \frac{5406467}{38707200}n^7 + \\
&+ \frac{7944359}{67737600}n^8 + \dots, \\
\beta_2 &= \frac{1}{48}n^2 + \frac{1}{15}n^3 - \frac{437}{1440}n^4 + \frac{46}{105}n^5 - \frac{1118711}{3870720}n^6 + \frac{51841}{1209600}n^7 + \frac{24749483}{348364800}n^8 + \dots, \\
\beta_3 &= \frac{17}{480}n^3 - \frac{37}{840}n^4 - \frac{209}{4480}n^5 + \frac{5569}{90720}n^6 + \frac{9261899}{58060800}n^7 - \frac{6457463}{17740800}n^8 + \dots, \\
\beta_4 &= \frac{4397}{161280}n^4 - \frac{11}{504}n^5 - \frac{830251}{7257600}n^6 + \frac{466511}{2494800}n^7 + \frac{324154477}{7664025600}n^8 + \dots, \\
\beta_5 &= \frac{4583}{161280}n^5 - \frac{108847}{1995840}n^6 - \frac{8005831}{63866880}n^7 + \frac{22894433}{124540416}n^8 + \dots, \\
\beta_6 &= \frac{20648693}{638668800}n^6 - \frac{16363163}{518918400}n^7 - \frac{2204645983}{12915302400}n^8 + \dots, \\
\beta_7 &= \frac{219941297}{5535129600}n^7 - \frac{497323811}{12454041600}n^8 + \dots, \\
\beta_8 &= \frac{191773887257}{3719607091200}n^8 + \dots.
\end{aligned} \tag{2.24}$$

У цьому числовому методі члени R , α_j та β_j рівнянь (2.19), (2.23) та (2.24) потрібно обчислити лише один раз для визначеного еліпсоїда і оцінити члени за точністю і швидкістю методом Горнера [45].

Визначення геодезичних координат B , L за конформними плоскими координатами Гаусса-Крюгера x , y . У роботі [172] запропоновано наближені формули для обчислення геодезичних координат за плоскими прямокутними координатами у вигляді рядів за степенями ординати, вважаючи її малою величиною, що є трудомістким і хибним шляхом. Для симетричних проєкцій зображень ці ряди будуть мати вигляд [172]:

$$\begin{aligned}
B &= B_x + \bar{a}_2 y^2 + \bar{a}_4 y^4 + \bar{a}_6 y^6 + \dots, \\
l &= \bar{b}_1 y + \bar{b}_3 y^3 + \bar{b}_5 y^5 + \bar{b}_7 y^7 + \dots.
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Всі коефіцієнти в цих рядах є функціями тільки абсциси. Обчислені таким чином геодезичні координати будуть виражені в радіанній мірі. Точність цих формул така, що вони забезпечують 0,0001" в координатах B, l при розміщенні точки на краю 6-градусної зони [172].

Проте більш точним числовим методом є математичні моделі досліджені у статті [172] за допомогою біноміальних коефіцієнтів до 10-ого порядку у ряді. У середовищі MATLAB ця функція реалізована як *tranmerc_inv()*, що дозволяє окрім геодезичних координат визначити величину зближення меридіанів та масштабний коефіцієнт.

Перетворення координат x, y Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу. Нехай усі системи плоских прямокутних координат (різних зон) можуть бути пов'язані між собою через систему геодезичних координат, оскільки геодезичні координати B і L , що є єдиними для всієї поверхні еліпсоїда, не пов'язані з осьовими меридіанами зони. Отже, одним із загальних методів є метод подвійного перетворення координат за формулою (2.26) (див. рис. 2.2):

- 1) визначення геодезичних координат B, l_1 за плоскими прямокутними координатами у b -и градусній зоні проєкції Гаусса-Крюгера x_1, y_1 ;
- 2) визначення L за формулою (2.27);
- 3) визначення l_2 за формулою (2.28);
- 4) визначення конформних плоских координат x_2, y_2 за геодезичними координатами B, l_2 .

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \Rightarrow (1) \Rightarrow \begin{bmatrix} B \\ l_1 \end{bmatrix} \Rightarrow (2) \Rightarrow \begin{bmatrix} B \\ L \end{bmatrix} \Rightarrow (3) \Rightarrow \begin{bmatrix} B \\ l_2 \end{bmatrix} \Rightarrow (4) \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$L = l_1 + L_{01}$$

$$l_2 = L - L_{02},$$

(2.28)

де L_{01}, L_{02} – довготи осьових меридіанів зони 1 та зони 2 відповідно; l_1, l_2 – довготи, які відраховані від деяких меридіанів (L_{01}, L_{02}), прийнятих за початкові.

```

function [y2, x2, Y, q] = tranzone_gk(lat0, n, x, y, a, e)

p = 57.29577951308; % градусів в 1 радіані
q = round(y,-6)/1000000;
yi = q * 1000000 + 500000 - y;
L01 = 6 * q - 3;
[B, L1] = tranmerc_inv(lat0, L01, -yi, x, [a,e]);

if q > n
    L02 = round(L01 - 6 * (q - n));
else
    L02 = round(L01 + 6 * (n - q));
end

[y2, x2] = tranmerc_fwd(lat0, L02, B, L1, [a,e]);

Y = (n * 1000000 + 500000) + y2;
end

```

Рисунок 2.2 – Код функції перетворення координат x, y Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу

Етапи 1 і 4 у схемі перетворення є числовими методами обчислення координат за способом Карнеу, що забезпечує високу точність обчислень. Також було передбачено у розробленому алгоритмі умову щодо необхідної та вхідної зони картографічної проєкції, що впливає на визначення осьового меридіана зони, номер якої задається користувачем як параметр.

Перетворення координат x, y Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу зону проєкції UTM. Подібне проблемне питання та його рішення було розглянуто у роботі [59, 71, 73, 74, 105], де було досліджено перехід у проєкцію UTM та запропоновано схеми перетворення з геодезичних координат на еліпсоїді Бесселя у прямокутні координати UTM та навпаки для узгодження систем координат та відповідно топографічних карт на території Хорватії та Сербії з метою їх узгодження зі стандартами Північноатлантичного альянсу (North Atlantic Treaty Organization – NATO). В Україні на сьогодні також актуальним завданням є перехід із однієї зони Гаусса-Крюгера в іншу зону проєкції UTM. Для цього розроблено схему перетворення координат за формулою (2.29).

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} x_{ГК} \\ y_{ГК} \end{bmatrix} &\Rightarrow (1) \Rightarrow \begin{bmatrix} B \\ L \end{bmatrix} \Rightarrow (2) \Rightarrow \begin{bmatrix} X_{УСК-2000} \\ Y_{УСК-2000} \\ Z_{УСК-2000} \end{bmatrix} \Rightarrow (3) \Rightarrow \begin{bmatrix} X_{ITRF-2000} \\ Y_{ITRF-2000} \\ Z_{ITRF-2000} \end{bmatrix} \Rightarrow (4) \Rightarrow \\
 &\Rightarrow (4) \Rightarrow \begin{bmatrix} X_{ITRF-2014} \\ Y_{ITRF-2014} \\ Z_{ITRF-2014} \end{bmatrix} \Rightarrow (5) \Rightarrow \begin{bmatrix} X_{WGS-84} \\ Y_{WGS-84} \\ Z_{WGS-84} \end{bmatrix} \Rightarrow (6) \Rightarrow \begin{bmatrix} B_{WGS-84} \\ L_{WGS-84} \end{bmatrix} \Rightarrow (7) \Rightarrow \begin{bmatrix} N_{UTM} \\ E_{UTM} \end{bmatrix}. \quad (2.29)
 \end{aligned}$$

Ця схема перетворення координат x , y Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу зону проєкції UTM передбачає такі етапи:

1) визначення геодезичних координат B , L на еліпсоїді Красовського (UA_UCS_2000 / BL) за плоскими прямокутними координатами у 6-и градусній зоні проєкції Гаусса-Крюгера $x_{ГК}$, $y_{ГК}$;

2) визначення просторових прямокутних координат $X_{УСК-2000}$, $Y_{УСК-2000}$, $Z_{УСК-2000}$ (UA_UCS_2000 / XYZ) за геодезичними координатами B , L на еліпсоїді Красовського;

3) визначення просторових прямокутних координат $X_{ITRF-2000}$, $Y_{ITRF-2000}$, $Z_{ITRF-2000}$ (ITRS/ITRF_2000 / XYZ) за 7-ьома параметрами Гельмерта, які сформовані спеціалістами державного підприємства «Науково-дослідний інститут геодезії і картографії» (ідентифікатор операції – UA_UCS-2000 to ITRS/ITRF2000 (epoch 2005.0)), задекларована точність трансформації – 0,02 м;

4) визначення просторових прямокутних $X_{ITRF-2014}$, $Y_{ITRF-2014}$, $Z_{ITRF-2014}$ (ITRS/ITRF_2014 / XYZ) за просторовими прямокутними координатами $X_{ITRF-2000}$, $Y_{ITRF-2000}$, $Z_{ITRF-2000}$ за 7-ьома параметрами Гельмерта;

5) визначення просторових прямокутних координат X_{WGS-84} , Y_{WGS-84} , Z_{WGS-84} на еліпсоїді WGS-84 (WGS-84 (G2139)/ XYZ) за просторовими прямокутними координатами $X_{ITRF-2014}$, $Y_{ITRF-2014}$, $Z_{ITRF-2014}$ за 7-ьома параметрами Гельмерта;

6) визначення геодезичних координат B , L на еліпсоїді WGS-84 (WGS-84 (G2139) / Lat_Lon_h) за просторовими прямокутними координатами X_{WGS-84} , Y_{WGS-84} , Z_{WGS-84} ;

7) визначення плоских прямокутних координат у проєкції Меркатора (WGS-84/ UTM zone) за геодезичними координатами B , L на еліпсоїді WGS-84. Якщо необхідно змінити на іншу зону проєкції Меркатора, то на початку обчислення потрібно вказати осьовий меридіан, відносно якого буде визначатись різниця довгот.

Етапи 1, 2, 5 та 6 виконуються за методом Karney [45].

Етапи 3 та 4 є аналітичним з використанням семи параметрів Гельмерта за формулами (2.30) – (2.32) [1]:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ITRF-2000} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{VCK-2000} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\varepsilon_Z + \varepsilon_Y \\ +\varepsilon_Z & 0 & -\varepsilon_X \\ -\varepsilon_Y + \varepsilon_X & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{VCK-2000} + \mu \times \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{VCK-2000}, \quad (2.30)$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ITRF-2014} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ITRF-2000} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\varepsilon_Z + \varepsilon_Y \\ +\varepsilon_Z & 0 & -\varepsilon_X \\ -\varepsilon_Y + \varepsilon_X & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ITRF-2000} + \mu \times \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ITRF-2000}, \quad (2.31)$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{WGS-84} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ITRF-2014} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\varepsilon_Z + \varepsilon_Y \\ +\varepsilon_Z & 0 & -\varepsilon_X \\ -\varepsilon_Y + \varepsilon_X & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ITRF-2014} + \mu \times \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ITRF-2014}, \quad (2.32)$$

де ΔX , ΔY , ΔZ – зміщення вектору по осям XYZ;

ε_X , ε_Y , ε_Z – поворот вектору навколо осей XYZ;

μ – зміна масштабного коефіцієнта.

Починаючи з 3 січня 2020 року, для управління супутниковою системою GPS використовується нова реалізація світової геодезичної системи координат WGS-84, відома під назвою WGS-84 (G2139).

Орієнтація системи координат WGS-84 (G2139) та значення її масштабу співпадають із орієнтацією системи координат ITRF-2014 (IGb14) та значенням її масштабу на епоху 2005.0, що зумовило включення до алгоритму перетворення перехід з ITRF-2000 в ITRF-2014 (див. табл. 2.3). Оскільки епохи

цих систем координат однакові – епоха 2005 р., то у методі Гельмерта не потрібно враховувати поправку за різницю епох, яка визначається за формулою (2.33) [1]:

$$P_{XX}(t_1) = P_{XX}(t_0) + v_{XX} \cdot (t_1 - t_0), \quad (2.33)$$

де P_{XX} – параметри Гельмерта на певну реалізацію системи координат;

t_i – епоха системи координат;

v_{XX} – швидкість зміни параметрів Гельмерта.

Таблиця 2.3

**Параметри перетворення координат, що використані у дослідженні
(репозиторій EPSG: версія 11.001)**

№ з/п	Параметри	Позначення	УСК-2000 / ITRF2000	ITRF2000 / ITRF 2014	WGS-84 (G2139) / ITRF 2014
1	Код EPSG	–	7817	8078	9757
2	Зміщення вектору по осі X, м	ΔX	+ 24,322		2
3	Зміщення вектора по осі Y, м	ΔY	– 121,372	$- 1,2 \cdot 10^{-3}$	0
4	Зміщення вектору по осі Z, м	ΔZ	– 75,847	$- 26,1 \cdot 10^{-3}$	0
5	Поворот вектору навколо осі X	ϵ_X	0	0	0
6	Поворот вектора навколо осі Y	ϵ_Y	0	0	0
7	Поворот вектору навколо осі Z	ϵ_Z	0	0	0
8	Зміна масштабного множника	m	0	$- 2,12 \cdot 10^{-9}$	0
9	Точність перетворення	–	0,02 м	0,01 м	0,01 м

Програмний код перетворення координат координат x, y Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу зону проєкції UTM наведено у Додатку Е.

2.2. Розроблення методики застосування строгих числових методів картометричних операцій

Визначення довжини дуги меридіана. Обчислення довжини дуги меридіана X , згідно робіт [13, 127, 156, 172, 181], зводиться до знаходження еліптичного інтегралу (2.34):

$$X = a(1 - e^2) \int_{B_1}^{B_2} (1 - e^2 \sin^2 B)^{-3/2} dB. \quad (2.34)$$

У роботі [172] було запропоновано визначати довжини дуги меридіана методами Сімпсона (2.35) або Гаусса (2.36):

$$X_2 - X_1 = \frac{(B_2 - B_1)}{6} [M_1 + 4M_m + M_2], \quad (2.35)$$

$$X_2 - X_1 = (B_2 - B_1) [0.5M_1 + 0.5M_2]. \quad (2.36)$$

Вказані формули є рівноточними і дозволяють обчислювати довжину дуги меридіана при різниці широт до 5° з похибкою $\leq 0,001$ м. Для розширення широтного діапазону треба ділити інтервал інтегрування на більшу кількість частин (для методу Сімпсона) або вибрати більшу кількість вузлових точок (для методу Гаусса) [172].

Одним із класичних шляхів його знаходження інтегралу є розклад підінтегрального виразу в біноміальний ряд з подальшим його інтегруванням. У роботі [13] детально описано, яким чином відбувається розкладання підінтегральної функції у біноміальний ряд, що дозволило за допомогою стандартних функцій *gamma()*, *factorial()* та *integral()* у MATLAB реалізувати цю модель з циклом та із заданим параметром точності, проте точність обчислення була меншою, ніж у інших досліджуваних моделях (від 10 до 1 см). Також у MATLAB є функція *mdist()*, яка використовує попередньо визначені біноміальні коефіцієнти [13], тобто є наближеним числовим методом. Розроблено функцію визначення довжини дуги меридіана з використанням стандартної функції *integral()* із заданим параметром точності (див. рис. 2.3) [57].

```

% Визначення довжини дуги меридіана на еліпсоїді.

function X = length_X(lat1, lat2, a, e)

    b1_rad = deg2rad(lat1); % значення широти у радіанах
    b2_rad = deg2rad(lat2); % значення широти у радіанах

    length = @(B) (1-e^2*(sin(B)).^2).^(-3/2);
    X = abs(a*(1-e^2)*integral(length, b1_rad, b2_rad, 'AbsTol',1e-13));

end

```

Рисунок 2.4 – Код функції визначення довжини дуги меридіана

Слід зазначити, що у роботі [45] автор розробив функцію *geoddistance()*, яка також визначає довжину дуги меридіана, але вирішує одразу обернену геодезичну задачу. Отже, функцію *geoddistance()* також можна використовувати, коли різниця довгот $l \neq 0$.

Визначення довжини дуги паралелі. У роботі [172] визначено довжину дуги паралелі з радіусом r (оскільки паралель є колом) за формулою (2.37) (див. рис. 2.5):

$$Y = \left| \frac{L_2}{L_1} N \cos B \right| = (L_2 - L_1) N \cos B = l N \cos B \quad (2.37)$$

де $r = N \cos B$.

```

% Визначення довжини дуги паралелі на еліпсоїді

function Y = length_Y(lat1, lon1, lon2, a, e)

    b1_rad = deg2rad(lat1); % значення у радіанах
    l1_rad = deg2rad(lon1); % значення у радіанах
    l2_rad = deg2rad(lon2); % значення у радіанах
    l_rad = l1_rad - l2_rad;

    N = a/sqrt(1-e^2*sin(b1_rad)^2);

    Y = abs(N*cos(b1_rad)*l_rad);

end

```

Рисунок 2.5 – Код функції визначення довжини дуги паралелі

Очевидно, що при одній і тій же різниці довгот l дуга паралелі на різних широтах буде мати неоднакову довжину, оскільки радіус паралелі залежить від широти [172].

Визначення площі знімальних трапецій (для номенклатурних аркушів топографічних карт у масштабі M 1:10 000 – 1:100 000). Сфероїдна (знімальна) трапеція – це частина поверхні еліпсоїда, обмежена меридіанами і паралелями, яка також може відповідати рамці номенклатурного аркушу топографічної карти. Тоді площа сфероїдної трапеції визначено подвійним інтегралом (2.38):

$$P = b^2 \int_{L_1}^{L_2} \int_{B_1}^{B_2} (1 - e^2 \sin^2 B)^{-2} \cos B dB dL, \quad (2.38)$$

де B_1 , B_2 та L_1 , L_2 – геодезичні координати вершин сфероїдної (знімальної) трапеції.

Обчислення площі знімальної трапеції, з урахуванням формули (2.38), виконується за допомогою формули (2.39) (див. рис. 2.6):

$$P = b^2 (L_2 - L_1) \int_{B_1}^{B_2} (1 - e^2 \sin^2 B)^{-2} \cos B dB. \quad (2.39)$$

```

% Визначення площі рамки номенклатурного аркуша топографічної карти на еліпсоїді.
% B - масив широт;
% L - масив довгот;
% еліпсоїд з 2-ома параметрами a, e

function [s, dL, b, B1, B2, i] = area_sheet_ellipsoid(B, L, a, e)

b = a*sqrt(1-e^2); % мала піввісь
B1 = B(1);
B2 = B(3);
b1_rad = deg2rad(B(1));
b2_rad = deg2rad(B(3));
dL = L(3) - L(1);
I = @(q) ((1-e^2.*sin(q).^2).^(-2)).*cos(q);
i = integral(I, b1_rad, b2_rad, 'AbsTol', 1e-13);
s = abs(b^2 * deg2rad(L(1) - L(3))*integral(I, b1_rad, b2_rad, 'AbsTol', 1e-13));

end

```

Рисунок 2.6 – Код функції визначення площі знімальних трапецій

Визначення геодезичної площі об'єкта. При визначенні координат та площ об'єктів треба враховувати, що фізична поверхня площ редукується на поверхню відносності (див. рис. 2.7) [138]. У цьому дослідженні використовується референц-еліпсоїд як поверхня відносності для розроблення числових та аналітичних методів геодезичних, картометричних і морфометричних обчислень.

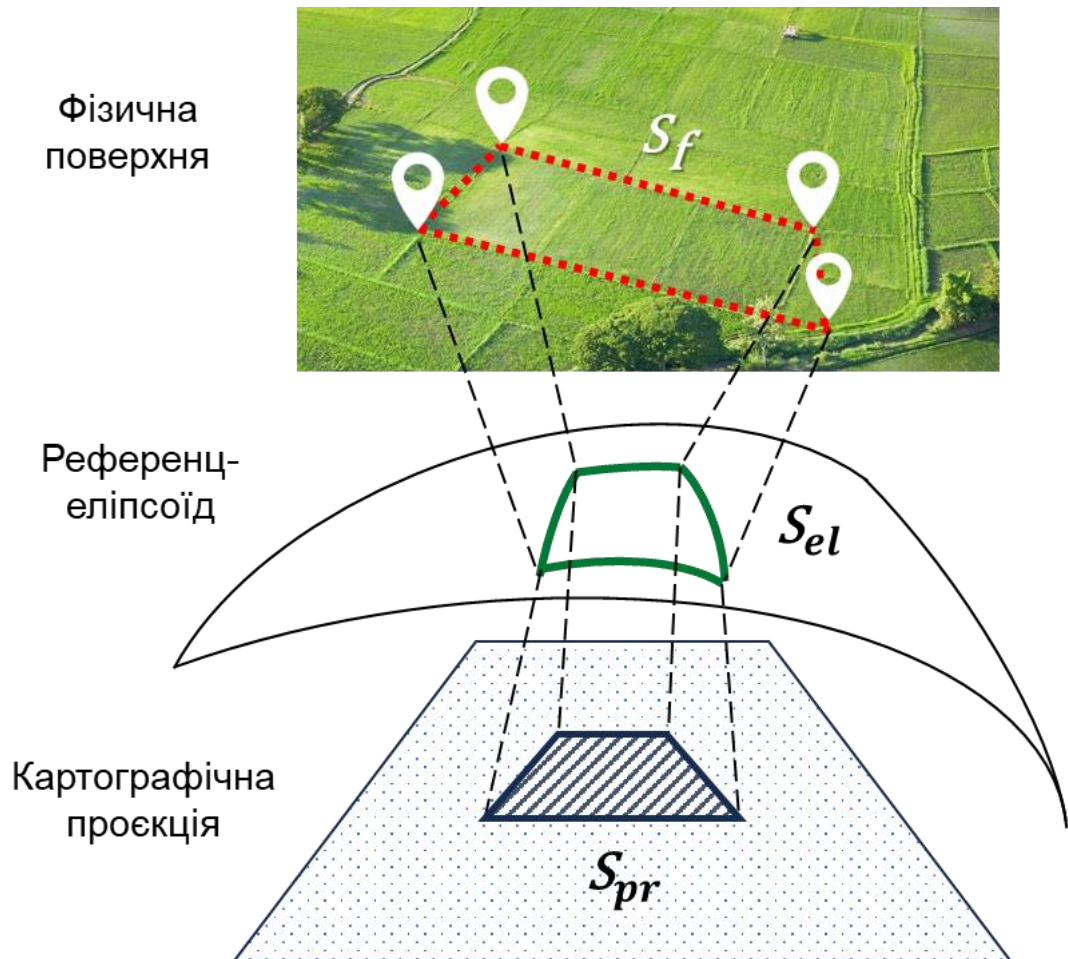


Рисунок 2.7 – Принципова схема переходу з фізичної поверхні (S_f) на модель референц-еліпсоїда (S_{el}) та площину картографічної проєкції (S_{pr})

В основі всіх аналітичних строгих методів визначення площ територій є методи числового інтегрування [138]. Визначений інтеграл (2.70) з межами інтегрування a, b можна трактувати як площа фігури, обмеженої відрізками прямих $x=a$, $x=b$, віссю абсцис і графіком підінтегральної функції (див. рис. 2.8):

$$J = \int_a^b f(x) dx \quad (2.40)$$

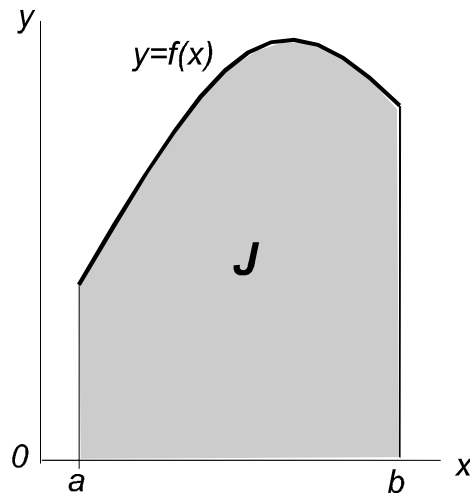


Рисунок 2.8 – Приклад графіку визначеного інтегралу

Якщо відома первісна $F(x)$ від $f(x)$, то інтеграл легко визначається за формулою Ньютона-Лейбніца (2.41):

$$J = F(b) - F(a). \quad (2.41)$$

Для деяких підінтегральних функцій $f(x)$ інтеграл можна обчислити аналітично, знайти в довідниках або оцінити за допомогою асимптотичних рядів. Проте первісна не може виражатись через елементарні функції або самі підінтегральні функції не є елементарними.

Найбільш загальноживаними числовими методами обчислення одновимірних визначених інтегралів є так звані «класичні» методи числового інтегрування: метод прямокутників, метод трапецій, метод парабол (основані на сумі елементарних площ, на які розбивається вся площа під функцією $f(x)$).

У всіх цих методах відрізок інтегрування розбивається на досить велику кількість рівних частин, на яких будуються шукані площі (див. рис. 2.9):

$$h = \frac{b-a}{n}; \quad (2.42)$$

$$x_n = x_0 + nh. \quad (2.43)$$

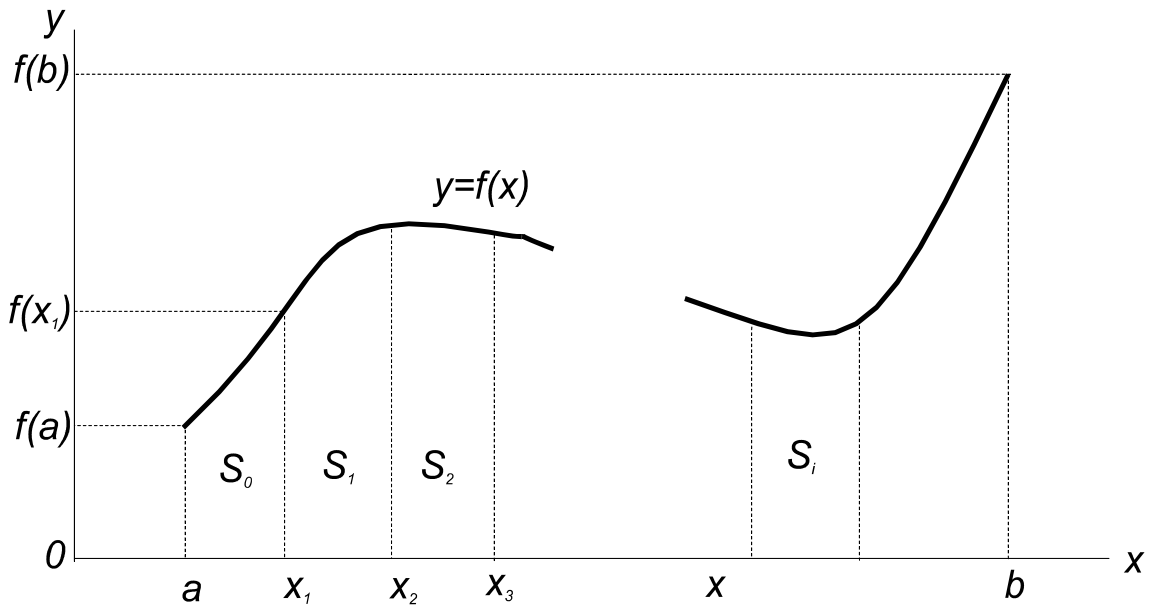


Рисунок 2.9 – Приклад розбиття функції на відрізки інтегрування

У цьому дослідженні використано інтегрування по контуру, заданому відрізками методом Сімпсона. Більш високу точність розрахунків забезпечує використання параболічної (квадратичної) інтерполяції по трьом сусіднім точкам відрізка. Рівняння полінома другого ступеня, що проходить через точки (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , можна записати у вигляді формули (2.44):

$$y(x) = y_0 \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} + y_1 \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} + y_2 \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} \quad (2.44)$$

Проінтегрувавши функцію, зважаючи що $h = x_1 - x_0 = x_2 - x_1$, отримаємо площу під параболою $y(x)$ на відрізок $[x_0, x_2]$, яка розраховується за формулою (2.45):

$$S_0 = \int_{x_0}^{x_2} y(x) dx = \int_{x_0}^{x_2} \left(\frac{y_0}{2h^2} (x-x_1)(x-x_2) + \frac{y_1}{h^2} (x-x_0)(x-x_2) + \frac{y_2}{2h^2} (x-x_0)(x-x_1) \right) dx = \frac{1}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2) h. \quad (2.45)$$

Просумувавши всі елементарні площі отримаємо формулу (2.46):

$$J = \int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{3n} \{ f(a) + 4f(a+h) + 2f(a+2h) + 4f(a+3h) + 2f(a+4h) + \dots + 4f(b-h) + f(b) \}, \quad (2.46)$$

Точність класичних методів. Практично всі виведені формули застосовні для числового інтегрування досить простих функцій $f(x)$, тобто для функцій, які можна апроксимувати поліномом (2.47):

$$y(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n. \quad (2.47)$$

У методі трапецій для $f(x)$ беруться два члени ряду (2.48):

$$y = a_0 + a_1x. \quad (2.48)$$

Метод Сімпсона (парабол) враховує ще й третій член ряду (2.49):

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2. \quad (2.49)$$

Якщо $f(x)$ – проста функція, то можна обчислити $J_n(x)$ за n сегментів відрізка $[a, b]$, а потім подвоїти число відрізків $2n$ і знову обчислити цю площу $J_{2n}(x)$. Якщо $|J_{2n}(x) - J_n(x)| \leq \varepsilon$, то обчислення завершуються. В іншому випадку число сегментів знову збільшується вдвічі до тих пір, поки не буде досягнута необхідна точність.

Очевидно, що величина похибки залежить від функції $f(x)$, її поведінки на кінцях відрізка інтегрування, отже, ніякий числовий метод не може бути рекомендований як універсальний. Застосування конкретного методу залежить від виду підінтегральної функції $f(x)$.

Формули для оцінки точності методу трапецій і Сімпсона будуть відповідно такі (2.50, 2.51):

$$|R_{\square p}| \leq \frac{(b-a)^3}{24n^2} M_2; \quad (2.50)$$

$$|R_c| \leq \frac{(b-a)^5}{2880n^4} M_4, \quad (2.51)$$

$$\text{де } M_2 = \max_{x \in [a,b]} |f''(x)|, M_4 = \max_{x \in [a,b]} |f^{(4)}(x)|.$$

Очевидно, що формула Сімпсона має найвищу точність.

Інтегрування по контуру, заданому відрізками методом Сімпсона відбувається з використанням криволінійних трапецій. Нехай на еліпсоїді задано деякий трикутник ABC (див. рис. 2.44).

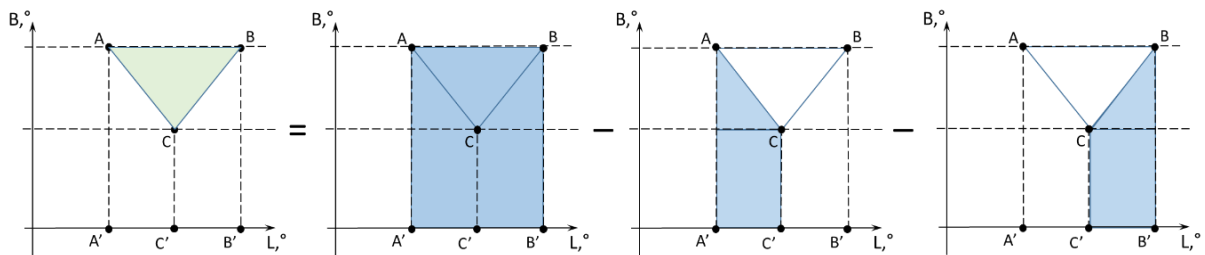


Рисунок 2.10 – Схема обчислення площі об'єкта як алгебраїчної суми площ криволінійних трапецій [55]

Отже ця задача зводиться до обчислення площ криволінійних трапецій. Площа елементарної трапеції на еліпсоїді, обмеженої нульовим меридіаном та деяким заданим буде за формулою (2.52):

$$S = MN \cos BdBL, \quad (2.52)$$

$$\text{де } M = \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 B)^3}} - \text{радіус кривизни меридіана,}$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 B)}} - \text{радіус кривизни першого вертикалу,}$$

a – велика піввісь,

e – перший ексцентриситет.

Тоді площа криволінійної трапеції буде виражена криволінійним інтегралом (2.53):

$$S = \int_{B_i}^{B_{i+1}} MN \cos B dBL. \quad (2.53)$$

Такий інтеграл можна обчислити як параметричний за формулою Сімпсона (2.54) (див. рис. 2.11):

$$S = \sum_{i=0}^{k-1} \frac{\Delta}{6} (f_i + 4f_{cp} + f_{i+1}), \quad (2.54)$$

де k – кількість ділянок на які розчленовується проміжок від початкової до кінцевої точки, залежить від необхідної точності обчислень і заданого мінімального інтервалу;

Δ – мінімальна довжина інтервалу;

f_i – значення площі для ділянки обмеженої параметричними координатами: $B_i = B_{II} + (B_K - B_{II})t$, $L_i = L_{II} + (L_K - L_{II})t$.

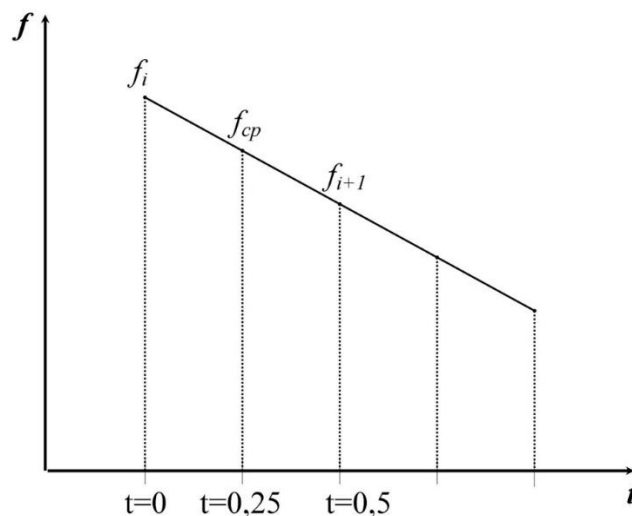


Рисунок 2.10 – Обчислення параметричного інтегралу, $\Delta=0.5$

Випадкові похибки обчислення геодезичних площ зумовлені випадковими похибками вершин полігонального об'єкту [124]. Зроблено припущення, що всі координати є не корельованими між собою, а також що $m_{B_i} = m_B$ і $m_{L_i} = m_L$, тоді середньоквадратична похибка обчислення геодезичної площі визначається за формулою (2.55):

$$\begin{aligned}
m_{S_i} &= \frac{1}{2} \sqrt{[r(B_i)(L_{i+1} - L_i)]^2 m_B^2 + \left(\int_{B_i}^{B_{i+1}} M dB \right)^2} m_L^2 = \\
&= \frac{1}{2} \sqrt{[r(B_i)(L_{i+1} - L_i)]^2 m_B^2 + [M(B_i)(B_{i+1} - B_{i-1})]^2 m_L^2}
\end{aligned} \tag{2.55}$$

Звідси нескладно отримати формулу для оцінки точності (2.56):

$$m_S = \sqrt{\sum_{i=1}^n m_{S_i}^2} . \tag{2.56}$$

У статті [46] запропоновано визначення геодезичної площі з урахуванням сферичного надлишку та реалізовано у MATLAB [47] за допомогою функції *geodarea()*. У випадку багатокутників, які перетинаються між собою, геодезична площа накопичується. Функція *geodarea()* дублює функцію *areaint()* у наборі інструментів MATLAB Mapping toolbox, але основна відмінність полягає в тому, що ребра багатокутника вважаються геодезичними (σ), а площа кожного ребра ($S(\sigma)$), обчислюється за допомогою розкладання ряду з точністю до 10-ого порядку за формулами (2.57) – (2.60):

$$S = S(\sigma_2) - S(\sigma_1) \tag{2.57}$$

$$S(\sigma) = v^2 a + e^2 a^2 \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 I(\sigma) , \tag{2.58}$$

$$v = \sqrt{\frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} \frac{th^{-1} e}{e}} , \tag{2.59}$$

$$I(\sigma) = - \int_{\pi/2}^{\sigma} \frac{t(e'^2) - t(k^2 \sin^2 \sigma') \sin \sigma'}{e'^2 - k^2 \sin^2 \sigma'} \frac{\sin \sigma'}{2} d\sigma' , \tag{2.60}$$

де c – радіус еквівалентної сфери (an authalic sphere), яка повинна мати таку ж площу, як і еліпсоїд, на поверхні якого відбувається обчислення;

$$t(x) = x + \sqrt{x^{-1} + 1} \cdot sh^{-1} \sqrt{x} .$$

Розкладання підінтегральної функції за степенями e^2 та k^2 і обчислення інтеграла дає:

$$I(\sigma) = \sum_{i=0}^{\infty} C_i \cos((2i+1)\sigma), \quad (2.61)$$

де

$$C_0 = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{15} e'^2 + \frac{4}{105} e'^4 - \frac{8}{315} e'^6 + \frac{64}{3465} e'^8 - \frac{128}{9009} e'^{10} \right) - \\ - \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{35} e'^2 + \frac{2}{105} e'^4 - \frac{16}{1155} e'^6 + \frac{32}{3003} e'^8 \right) k^2 + \left(\frac{1}{42} - \frac{1}{63} e'^2 + \frac{8}{693} e'^4 - \frac{80}{9009} e'^6 \right) k^4 - \\ - \left(\frac{1}{72} - \frac{1}{99} e'^2 + \frac{10}{1287} e'^4 \right) k^6 + \left(\frac{1}{110} - \frac{1}{143} e'^2 \right) k^8 - \frac{1}{156} k^{10} + \dots,$$

$$C_1 = \left(\frac{1}{180} - \frac{1}{315} e'^2 + \frac{2}{945} e'^4 - \frac{16}{10395} e'^6 + \frac{32}{27027} e'^8 \right) k^2 - \\ - \left(\frac{1}{252} - \frac{1}{378} e'^2 + \frac{4}{2079} e'^4 - \frac{40}{27027} e'^6 \right) k^4 + \left(\frac{1}{360} - \frac{1}{495} e'^2 + \frac{4}{17325} e'^4 \right) k^6 - \\ - \left(\frac{1}{495} - \frac{2}{1287} e'^2 \right) k^8 + \frac{5}{3276} k^{10} + \dots,$$

$$C_2 = \left(\frac{1}{2100} - \frac{1}{3150} e'^2 + \frac{4}{17325} e'^4 - \frac{8}{45045} e'^6 \right) k^4 - \\ - \left(\frac{1}{1800} - \frac{1}{2475} e'^2 + \frac{4}{6435} e'^4 \right) k^6 + \left(\frac{1}{1975} - \frac{2}{5005} e'^2 \right) k^8 - \frac{1}{2184} k^{10} + \dots,$$

$$C_3 = \left(\frac{1}{17640} - \frac{1}{24255} e'^2 + \frac{2}{63063} e'^4 \right) k^6 - \left(\frac{1}{10780} - \frac{1}{14014} e'^2 \right) k^8 + \frac{5}{45864} k^{10} + \dots,$$

$$C_4 = \left(\frac{1}{124740} - \frac{1}{162162} e'^2 \right) k^8 - \frac{1}{58968} k^{10} + \dots,$$

$$C_5 = \frac{1}{792792} k^{10} + \dots,$$

Функція *geodarea()* використовує члени ряду до 10-ого порядку, тобто до значення C_{10} .

Ця функція також реалізована у розширенні PostGIS *st_area()*, вказавши параметр «true» для врахування поверхні референц-еліпсоїда [84].

Рішення прямої і оберненої геодезичної задачі на еліпсоїді. Загально відомо, що пряма геодезична задача вирішується для знаходження координат кінцевої точки (B_2, L_2) на поверхні за заданими координатами (B_1, L_1) початкової точки, довжиною лінії (s_{12}) та азимутом (a_{12}) .

А обернена геодезична задача – для визначення довжини лінії (s_{12}) та азимуту (a_{12}) за заданими координатами початкової (B_1, L_1) та кінцевої (B_2, L_2) точок.

У роботах [16, 127, 156, 172, 181] рішення цих головних задач було запропоновано:

- 1) на площині картографічної проєкції (у плоских прямокутних координатах: x, y);
- 2) у просторі (у просторовій прямокутній системі координат: X, Y, Z);
- 3) на поверхні сфери (у сферичних координатах: φ, λ);
- 4) на поверхні еліпсоїда (у геодезичних координатах: B, L).

Кожна поверхня має свою власну математичну модель та особливості розв'язку головних задач. Також рішення цих головних геодезичних задач залежало від довжин ліній. Обчислення без застосування комп'ютерних технологій були надзвичайно громіздкими, тому застосовувались певні раціональні прийоми, що дозволяли перетворювати формули для їх широкого практичного застосування. [172]. Наприклад, для довжин від 120 км до 400 км рекомендують використовувати спосіб середніх аргументів Гауса.

В зв'язку з широким впровадженням комп'ютерної техніки на даний час можна вважати, що найбільш оптимальним шляхом розв'язування головних геодезичних задач є використання числових методів інтегрування диференціальних рівнянь (2.92) і (2.93), що характеризують зміну широти та довготи при переміщенні вздовж будь-якої кривої на поверхні еліпсоїда і зміну азимуту вздовж геодезичної лінії [172]:

$$\begin{aligned} \frac{dB}{ds} &= \frac{\cos A}{M}, \\ \frac{dL}{ds} &= \frac{\sin A}{N \cos B}, \end{aligned} \quad (2.62)$$

$$\frac{dA}{ds} = \frac{\sin A}{N \cos B} \sin B. \quad (2.63)$$

Практичні розрахунки показують, що з врахуванням похідних до третього порядку можна вирішувати пряму геодезичну задачу на відстані до 40 км з точністю $0,0002''$ за широтою та довготою і $0,001''$ для азимута, а з врахуванням похідних до п'ятого порядку – і до 100 км з такою ж точністю [172].

В практиці розв'язування головних геодезичних задач на поверхні еліпсоїда між точками 1 і 2 використовуються різноманітні лінії, що дають однозначне положення точки 2 по відношенню до точки 1. За такі лінії можна прийняти прямий нормальний переріз, геодезичну лінію, центральний переріз, хорду тощо. Використання кожної з вказаних ліній вносить свої особливості в методи вирішення головних геодезичних задач на поверхні еліпсоїда [172].

У цій роботі розглянуто тільки ті методи, які базуються на використанні геодезичної лінії.

При розв'язуванні головної геодезичної задачі на поверхні референц-еліпсоїда необхідно враховувати кривизну цієї поверхні, що змінюється і залежність її від широти, а також досить високі вимоги щодо точності результатів обчислень [172].

Розв'язування задач на еліпсоїді полегшується тим, що земний еліпсоїд мало відрізняється від сфери, тому трикутники на його поверхні можуть з незначними для практики похибками замінюватись сферичними (за допомогою геодезичного зображення) і їх розв'язування виконується за формулами сферичної тригонометрії [172]. Слід зауважити, що у цьому дослідженні «незначні похибки» – це похибки, яким нехтувати не можна, тому запропоновані та обґрунтовані математичні моделі повинні бути реалізовані з максимальною точністю або з можливістю задання користувачем параметру точності у функції.

Використання сфери призводить до наближеного розв'язування прямої і оберненої геодезичних задач, без введення поправок за перехід з поверхні референц-еліпсоїда на сферу.

У дослідженні [104] було запропоновано вирішення прямої та оберненої геодезичних задач на еліпсоїді для відстаней до 18 000 км, але для геодезичної лінії, вершини якої антиподальні, потрібна велика кількість ітерацій для досягнення збіжності, що було вирішено у роботі [45] у декілька ітерацій.

Математичну модель [104] також було апробовано у середовищі MATLAB і самостійно автором [57], а також з використанням функцій *vreckon()* та *vdistinv()*. Стандартна функція *distance()* та *azimuth()* також не задовольняє умови дослідження, оскільки обчислення можуть бути не виконаними, якщо точки є майже антиподальними або близькими до екватора (повертає значення як «NaN»), проте враховують поверхню референц-еліпсоїда.

Точність двох останніх функцій становить від 0,2 до 2 мм визначеної довжини геодезичної лінії.

У статті [95, 96] наведено псевдокод виконання оберненої геодезичної задачі на еліпсоїді із застосуванням константи або сталої Клеро (Clairaut's constant) ітераційно із заданим параметром точності, проте виконання ітерації авторами описано складно, що унеможливило повторного використання цього рішення у дослідженні (див. рис. 2.11). Стала Клеро виражена в однойменній теоремі та справедлива для всіх поверхонь обертання: «для кожної точки найкоротшої лінії на подібній поверхні добуток відстані від осі обертання на синус азимута є сталим» [172].

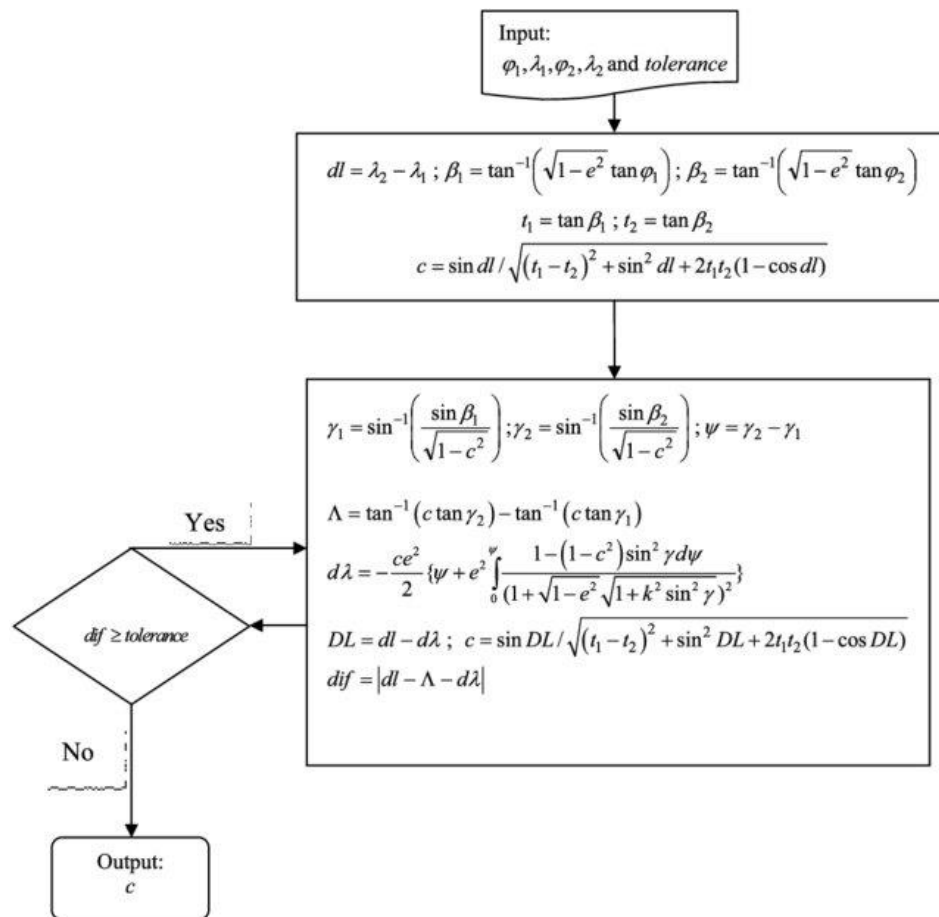


Рисунок 2.11 – Псевдокод ітераційного процесу визначення сталої Клеро [96]

Натомість було розглянуто рішення [46, 47], де реалізовано системний спосіб визначення азимута та відстані геодезичної лінії, а також сталої Клеро. Для рішення прямої геодезичної задачі на еліпсоїді було використано рішення [47], а саме функцію у середовищі MATLAB *geodreckon()*.

Для рішення оберненої геодезичної задачі на еліпсоїді у середовищі MATLAB було використано функцію *geoddistanse()* [47].

Наявні обмеження у функції *geodreckon()* та *geoddistanse()*:

- 1) усі широти мають лежати в межах $[-90, 90]$;
- 2) відстань s_{12} геодезичної лінії необмежена, тобто враховує обертання навколо еліпсоїда;
- 3) велика піввісь еліпсоїда (або екваторіальний радіус) a повинна бути додатним;

4) ексцентриситет e повинен задовольняти умову $abs(e) < 0,2$, що відповідає сплюсненню (стисненню) $abs(f) \leq 1/50$. Це дозволить зберегти відповідну точність.

Слід зазначити, що більшість математичних моделей Karney вже реалізовані не тільки в MATLAB, а доступні користувачам у модулі PyGeodesy на мові програмування Python (<https://github.com/mrJean1/PyGeodesy>).

Визначені та розглянуті математичні моделі геодезичних та картометричних методів дозволяють удосконалити перерахунок координат через ізоморфні системи координат, підвищуючи точність обчислювальних операцій.

Перед виконанням дослідження у середовищі MATLAB було узгоджено всі параметри еліпсоїда Красовського, який є в основі Державної референцної системи координат УСК-2000, у функції `referenceEllipsoid('krasovsky')` та створено функцію `krasovskyEllipsoid()`, оскільки за замовчування всі обчислення у цьому програмному забезпеченні налаштовані на систему координат WGS-84 (див. рис. 2.12, рис. 2.13). Ця функція та інші, які були розроблені автором статті у рамках дослідження, доступні за посиланням: <https://doi.org/10.5281/zenodo.10801557> [57].

```

1  function e = krasovskyEllipsoid(lengthUnit)
2  |
3  - persistent krasovskyEllipsoidInMeters;
4  - if isempty(krasovskyEllipsoidInMeters)
5  -     krasovskyEllipsoidInMeters = referenceEllipsoid('krasovsky');
6  - end
7
8  - e = krasovskyEllipsoidInMeters;
9  - if nargin > 0
10 -     e.LengthUnit = validateLengthUnit(lengthUnit,mfilename,'LENGTHUNIT',1);
11 - end

```

Рисунок 2.12 – Функція `krasovskyEllipsoid()`

```

Ellipsoids = { ...
  [], 'unitsphere', 'SemimajorAxis', 1, 'Eccentricity', 0, 'Unit Sphere'; ...
  7035, 'sphere', 'SemimajorAxis', 6371000, 'Eccentricity', 0, 'Spherical Earth'; ...
  7019, 'grs80', 'SemimajorAxis', 6378137, 'InverseFlattening', 298.257222101, 'Geodetic Reference System 1980'; ...
  7030, 'wgs84', 'SemimajorAxis', 6378137, 'InverseFlattening', 298.257223563, 'World Geodetic System 1984'; ...
  7015, 'everest', 'SemimajorAxis', 6377276.345, 'InverseFlattening', 300.8017, 'Everest 1830'; ...
  7004, 'bessel', 'SemimajorAxis', 6377397.155, 'InverseFlattening', 299.1528128, 'Bessel 1841'; ...
  7001, 'airy1830', 'SemimajorAxis', 6377563.396, 'InverseFlattening', 299.3249646, 'Airy 1830'; ...
  7002, 'airy1849', 'SemimajorAxis', 6377340.189, 'InverseFlattening', 299.3249646, 'Airy Modified 1849'; ...
  7008, 'clarke66', 'SemimajorAxis', 6378206.4, 'SemiminorAxis', 6356583.8, 'Clarke 1866'; ...
  7012, 'clarke80', 'SemimajorAxis', 6378249.145, 'InverseFlattening', 293.465, 'Clarke 1880'; ...
  7022, 'international', 'SemimajorAxis', 6378388, 'InverseFlattening', 297.0, 'International 1924'; ...
  7024, 'krasovsky', 'SemimajorAxis', 6378245, 'InverseFlattening', 298.3, 'Krasovsky 1940'; ...
  7043, 'wgs72', 'SemimajorAxis', 6378135, 'InverseFlattening', 298.26, 'World Geodetic System 1972'; ...
  [], 'wgs60', 'SemimajorAxis', 6378165, 'InverseFlattening', 298.3, 'World Geodetic System 1960'; ...
  [], 'iau65', 'SemimajorAxis', 6378160, 'InverseFlattening', 298.25, 'International Astronomical Union 1965'; ...
  [], 'wgs66', 'SemimajorAxis', 6378145, 'InverseFlattening', 298.25, 'World Geodetic System 1966'; ...
  [], 'iau68', 'SemimajorAxis', 6378160, 'InverseFlattening', 298.2472, 'International Astronomical Union 1968'; ...
  7030, 'earth', 'SemimajorAxis', 6378137, 'InverseFlattening', 298.257223563, 'World Geodetic System 1984'; ...
  [], 'sun', 'SemimajorAxis', 694460000, 'Eccentricity', 0, 'Sun'; ...
  [], 'moon', 'SemimajorAxis', 1738000, 'Eccentricity', 0, 'Moon'; ...
  [], 'mercury', 'SemimajorAxis', 2439000, 'Eccentricity', 0, 'Mercury'; ...
  [], 'venus', 'SemimajorAxis', 6051000, 'Eccentricity', 0, 'Venus'; ...
  [], 'mars', 'SemimajorAxis', 3396900, 'Eccentricity', 0.1105, 'Mars'; ...
  [], 'jupiter', 'SemimajorAxis', 71492000, 'Eccentricity', 0.3574, 'Jupiter'; ...
  [], 'saturn', 'SemimajorAxis', 60268000, 'Eccentricity', 0.4317, 'Saturn'; ...
  [], 'uranus', 'SemimajorAxis', 25559000, 'InverseFlattening', 1/0.0229, 'Uranus'; ...
  [], 'neptune', 'SemimajorAxis', 24764000, 'Eccentricity', 0.1843, 'Neptune'; ...
  [], 'pluto', 'SemimajorAxis', 1151000, 'Eccentricity', 0, 'Pluto'; ...
};
end

```

Рисунок 2.13 – Додані параметри еліпсоїда Красовського

Потім було досліджено кожну операцію окремо на предмет інтегрування або розкладання числових рядів підінтегральних функцій з метою програмування цих операцій у середовищі PostgreSQL/PostGIS та MATLAB. У цьому дослідженні встановлено такі обмеження:

- 1) використовується математична модель двохосового референц-еліпсоїда, оскільки така модель сьогодні є чинною в Україні;
- 2) у всі прямокутні координати введена поправка за редукування на референц-еліпсоїд, питання висот та їх систем відліку окремо тут не розглядалось;
- 3) числові методи розглядались з максимальною доцільною кількістю членів у біноміальних рядах підінтегральних функцій, а використання до 6 членів вважається наближеним числовим методом, що не задовольняє вимоги до точності розглянутих обчислень;
- 4) застосовано тип даних із подвійною точністю (Double precision), що займає у пам'яті 64 біта або 8 байт відповідно до стандарту IEEE 754.

Досліджені числові та аналітичні методи дозволяють з високою точністю визначати метричні властивості геопросторових об'єктів безпосередньо на референц-еліпсоїді.

2.3. Висновки до Розділу 2.

1. Створено реєстр картометричних та геодезичних обчислень і уніфіковані паспорти цих операцій, що дозволяє реалізувати ці функції у будь-якому програмному середовищі не залежно від мови програмування.

2. Обґрунтовано використання розширеного біноміального ряду при розкладанні підінтегральних функцій картометричних і геодезичних обчислень, що забезпечує підвищення точність визначення метричних властивостей об'єктів з урахуванням кривизни Землі.

3. Проведено експериментальні апробації методик застосування строгих математичних методів картометричних і геодезичних обчислень на основі даних Державного земельного кадастру, Державного водного кадастру, Державного кадастру природно-заповідного фонду, що продемонструвало збіжність та мінімальні середньоквадратичні похибки результатів дослідження, що підтвердило їх висковий рівень достовірності та точності.

4. Розроблені методики застосування строгих математичних методів дозволяють виконувати відповідні геодезичні та картометричні обчислення з максимальною точністю із застосуванням сучасних комп'ютерних технологій. Вони лягли в основу реалізації функцій геодезичних і картометричних операцій у геоінформаційному середовищі.

РОЗДІЛ 3. РЕАЛІЗАЦІЯ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА АПРОБАЦІЯ СТРОГИХ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ У ГЕОІНФОРМАЦІЙНІЙ СИСТЕМІ

3.1. Експериментальна апробація координатних операцій у середовищі ГІС

Для виконання дослідної реалізації строгих математичних методів у геоінформаційній системі було використано GRID-модель, яка створена у програмному забезпеченні QGIS у Державній референційній системі координат УСК-2000 (B, L) відповідно до розграфлення номенклатурних аркушів топографічних карт масштабу 1:50 000 (див. рис. 3.1). Параметри розробленої GRID-моделі наведено у таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

Параметри розробленої GRID-моделі

№	Назва параметру	Значення
1	Система координат	УСК-2000 (EPSG:5561)
2	Масштаб	1:50000
3	Просторове охоплення	(21.9999030019999999 43.8334098830000016, 41.2499030020000035 52.6667449830000010)
4	Кількість полігональних об'єктів	4081
5	Кількість точкових об'єктів	20405
6	Розмір чарунки по довготі	15' або 0,25°
7	Розмір чарунки по широті	10' або 0,16666666667°
8	Формат даних	GeoJSON
9	Система кодування	UTF-8

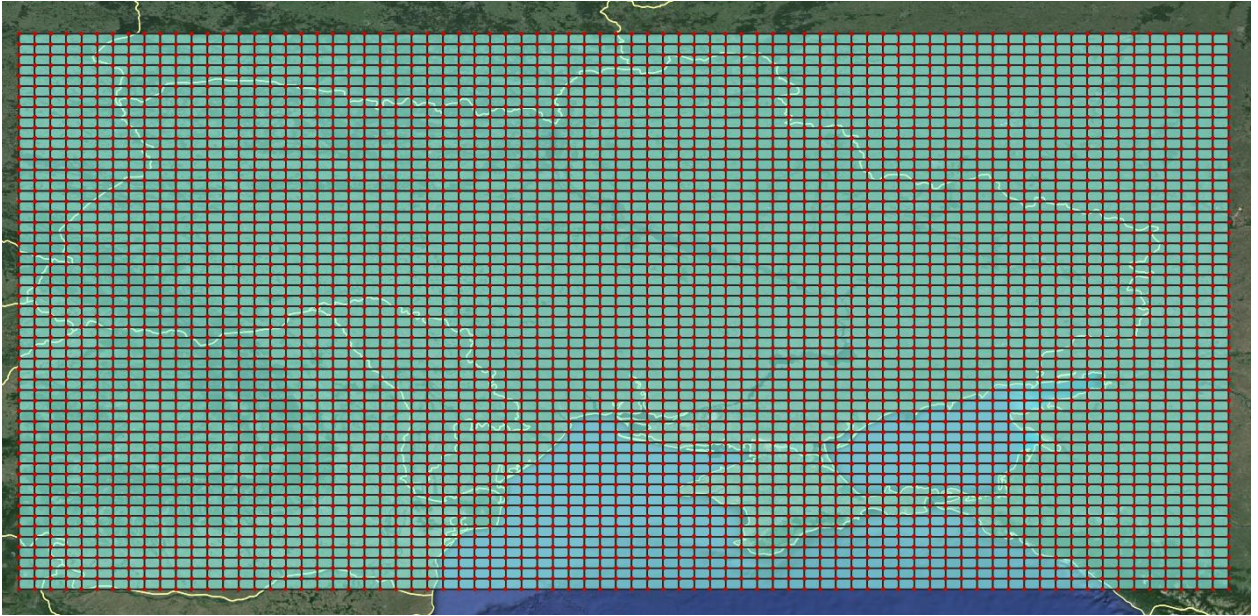


Рисунок 3.1 – Розроблена GRID-модель на територію України в
УСК-2000 (B, L)

Для координатних операцій були використані точкові об'єкти зазначеної GRID-моделі. Для картометричної операції визначення площі знімальних трапецій номенклатурних аркушів топографічних карт у масштабі $M 1:50000$ було використано полігональні об'єкти зазначеної GRID-моделі.

Визначення конформних плоских координат x, y за геодезичними координатами B, L . У таблиці 3.2 наведено результати обчислення конформних плоских координат x, y шестиградусної зони проєкції Гаусса-Крюгера за геодезичними координатами B, L на еліпсоїді Красовського. Значення геодезичних координат були навмисно округлені до цілих значень, збільшуючи порядок до максимального (17-ого), для дослідження впливу похибки округлення на результат обчислення. На основі отриманих значень (див. табл. 3.2) сформовано такі висновки:

- 1) десяткові градуси від 7-ого порядку можуть забезпечувати точність не менше 1,5 мм по осі ординат та 0,45 мм по осі абсцис;
- 2) десяткові градуси від 12-ого – 13-ого порядків забезпечують точність 9 та 10 нм;
- 3) десяткові градуси від 14-ого порядку практично зменшують вплив похибки за округлення.

Таблиця 3.2

Визначені плоскі координати x , y за геодезичними координатами B , L залежно від округлення градусів

№	B , °	L , °	x , м	y , м	Δx , м	Δy , м
1	49,0000000000000	36,0000000000000	5434062,051562000	6719505,158567840	111867,995	13156,966
2	49,9000000000000	36,2000000000000	5534734,315334510	6729885,504212920	11195,731	2776,620
3	49,9900000000000	36,2400000000000	5544865,900266750	6732324,908630470	1064,146	337,215
4	49,9990000000000	36,2450000000000	5545882,254351010	6732639,904901660	47,792	22,219
5	49,9994000000000	36,2453000000000	5545927,668335860	6732659,476429210	2,378	2,648
6	49,9994200000000	36,2453300000000	5545929,985738530	6732661,530163980	6,08E-02	5,94E-01
7	49,9994200000000	36,2453380000000	5545930,010645940	6732662,103586980	3,59E-02	2,05E-02
8	49,9994203000000	36,2453383000000	5545930,044939980	6732662,123641300	1,59E-03	4,56E-04
9	49,9994203100000	36,2453383000000	5545930,046051980	6732662,123593000	4,74E-04	5,04E-04
10	49,9994203141000	36,2453383070000	5545930,046518570	6732662,124075420	7,91E-06	2,19E-05
11	49,9994203141000	36,2453383073000	5545930,046519510	6732662,124096930	6,97E-06	4,20E-07
12	49,9994203141000	36,2453383073100	5545930,046526210	6732662,124097350	2,69E-07	0
13	49,9994203140620	36,2453383073100	5545930,046526430	6732662,124097340	4,94E-08	1,02E-08
14	49,9994203140624	36,2453383073101	5545930,046526470	6732662,124097350	9,31E-09	0
15	49,9994203140624	36,24533830731015	5545930,046526480	6732662,124097350	0	0
16	49,99942031406239	36,245338307310149	5545930,046526480	6732662,124097350	0	0
17	49,9994203140623910	36,2453383073101492	5545930,046526480	6732662,124097350	0	0
18	49,99942031406239096	36,24533830731014916	5545930,046526480	6732662,124097350	0	0

Після цього було досліджено визначення плоских координат у шостій шестиградусній зоні проєкції Гаусса-Крюгера за геодезичними координатами на референц-еліпсоїді Красовського (див. табл. 3.3). Всього точкових об'єктів, які були використані у реалізації цієї операції та наступних – 20405 точок.

Перетворення координат відбувалось за методом Karney, а також у програмних забезпеченнях ArcGIS for Desktop та QGIS. У таблиці 3.3 наведено деякі визначені плоскі координати за геодезичними координатами.

Обчислені координати точкових об'єктів GRID-моделі цієї геодезичної операції доступні за посиланням: <https://doi.org/10.5281/zenodo.10801557>.

Визначення геодезичних координат B, L за конформними плоскими координатами Гаусса-Крюгера x, y . Для виконання цієї геодезичної операції були використані плоскі координати, які отримані першою операцією методом Karney.

Реалізація цієї операції так само була досліджена у геоінформаційних системах ArcGIS for Desktop та QGIS.

Результати виконаних обчислень доступні за посиланням: <https://doi.org/10.5281/zenodo.10801557>.

Деякі визначені геодезичні координати B, L за конформними плоскими координатами Гаусса-Крюгера x, y подано у таблиці 3.4.

Також була досліджена збіжність отриманих результатів у двох геоінформаційних систем з методом Karney. Про це свідчать визначені середньоквадратичні похибки обчислень: від 0,2 мм до 0,6 мм не залежно від геодезичної широти точки та методу обчислення.

У середовищі об'єктно-реляційної системи керування базами даних PostgreSQL з розширенням PostGIS такі операції виконує *ST_Transform()* з точністю $5 \cdot 10^{-9}$ – $9 \cdot 10^{-9}$ та $6,3 \cdot 10^{-5}$ с для визначення плоских прямокутних та геодезичних координат відповідно, обравши параметр «TRUE» для врахування кривизни Землі.

Таблиця 3.3

Деякі визначені плоскі координати x , y за геодезичними координатами B , L

№ з/п	B , °	L , °	Координата за ординатою (метод Karney), м	Координата за абсцисою (метод Karney), м	Координата за ординатою (QGIS), м	Координата за абсцисою (QGIS), м	Координата за ординатою (ArcGIS), м	Координата за абсцисою (ArcGIS), м	СКП (QGIS), м	СКП (ArcGIS), м
1	44,5000	22,0000	4988713,045	5625080,487	4988713,045	5625080,487	4988713,045	5625080,487	0,0005	0,0005
2	45,0000	22,2500	5041600,873	5652394,304	5041600,872	5652394,304	5041600,872	5652394,304	0,0005	0,0005
3	45,5000	22,5000	5094540,827	5679416,748	5094540,827	5679416,748	5094540,827	5679416,748	0,0002	0,0002
4	46,0000	22,7500	5147535,014	5706143,853	5147535,014	5706143,852	5147535,014	5706143,852	0,0003	0,0003
5	46,5000	23,0000	5200585,436	5732571,655	5200585,437	5732571,655	5200585,437	5732571,655	0,0003	0,0003
6	47,0000	23,2500	5253693,996	5758696,194	5253693,996	5758696,194	5253693,996	5758696,194	0,0002	0,0002
7	47,5000	23,5000	5306862,489	5784513,512	5306862,490	5784513,512	5306862,490	5784513,512	0,0005	0,0005
8	48,0000	23,7500	5360092,613	5810019,655	5360092,613	5810019,655	5360092,613	5810019,655	0,0004	0,0004
9	48,5000	24,0000	5413385,956	5835210,674	5413385,956	5835210,674	5413385,956	5835210,674	0,0005	0,0005
10	49,0000	24,2500	5466744,005	5860082,624	5466744,005	5860082,624	5466744,005	5860082,624	0,0002	0,0002
11	49,5000	24,5000	5520168,140	5884631,568	5520168,140	5884631,568	5520168,140	5884631,568	0,0005	0,0005
12	50,0000	24,7500	5573659,637	5908853,572	5573659,637	5908853,573	5573659,637	5908853,573	0,0006	0,0006
13	52,66674	22,0000	5894650,708	5757029,144	5894650,708	5757029,144	5894650,708	5757029,144	0,0003	0,0003

Таблиця 3.4

Деякі визначені геодезичні координати B, L за плоскими конформними координати x, y

№ з/П	Координата за ординатою, м	Координата за абсцисою, м	Геодезична широта, град.	Геодезична довгота, град.	Геодезична широта (QGIS), град.	Геодезична довгота (QGIS), град.	Геодезична широта (ArcGIS), град.	Геодезична довгота (ArcGIS) град.	СКП (QGIS), с	СКП (ArcGIS), с
1	4988713,045	5625080,487	44,5000	22,0000	44,5000767	21,999903	44,5000767	21,9999	3,02E-05	4,54E-05
2	5041600,873	5652394,304	45,0000	22,2500	45,0000768	22,249903	45,0000768	22,24990	2,02E-05	2,39E-04
3	5094540,827	5679416,748	45,5000	22,5000	45,5000769	22,499903	45,5000769	22,49990	3,65E-05	1,75E-04
4	5147535,014	5706143,853	46,0000	22,7500	46,000077	22,749903	46,0000770	22,74990	6,06E-06	1,19E-04
5	5200585,436	5732571,655	46,5000	23,0000	46,5000771	22,999903	46,5000771	22,99990	9,75E-06	8,26E-05
6	5253693,996	5758696,194	47,0000	23,2500	47,0000772	23,249903	47,0000772	23,24990	1,92E-05	6,16E-05
7	5306862,489	5784513,512	47,5000	23,5000	47,5000773	23,499903	47,5000773	23,49990	1,28E-05	4,47E-05
8	5360092,613	5810019,655	48,0000	23,7500	48,0000773	23,749903	48,0000774	23,74990	3,47E-05	2,85E-05
9	5413385,956	5835210,674	48,5000	24,0000	48,5000775	23,999903	48,5000775	23,99990	7,49E-06	2,11E-05
10	5466744,005	5860082,624	49,0000	24,2500	49,0000776	24,249903	49,0000776	24,24990	1,26E-05	1,29E-05
11	5520168,140	5884631,568	49,5000	24,5000	49,5000777	24,499903	49,5000777	24,49990	2,71E-06	3,36E-05
12	5573659,637	5908853,572	50,0000	24,7500	50,0000778	24,749903	50,0000778	24,74990	8,42E-07	9,07E-06
13	5894650,708	5757029,144	52,66674	22,0000	52,666745	21,999903	52,666745	21,99991	1,79E-05	4,72E-05

Перетворення координат x, y Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу. Ця операція за методом Karney з використанням референц-еліпсоїда Красовського. У MATLAB Online була використана функція `tranmerc_inv()`:

```
y2 = n * 1000000 + 500000 - y;
[lat, lon] = tranmerc_inv(lat0, lon0, -y2, x, [a,e]).
```

Для застосування цієї функції у картографічній проєкції Гаусса-Крюгера були встановлені такі особливості:

- 1) необхідно координати ординати і абсциси змінити місцями;
- 2) напрямок відліку координат за віссю абсцис зі сходу на захід, а не навпаки;
- 3) функція перетворює координати без врахування зон проєкції Гаусса-Крюгера.

Для реалізації функції перетворення координат із однієї зони в іншу за вихідну зону проєкції Гаусса-Крюгера була обрана 4 зона, тому досліджені були результати у 5-ій, 6-ій та 7-ій зонах зазначеної проєкції. Результати виконаної операції доступні за посиланням: <https://doi.org/10.5281/zenodo.10801557>. Слід зазначити, що усі розроблені функції враховують параметри референц-еліпсоїда, які вказує користувач у вихідних даних: велика піввісь та перший ексцентриситет.

Перетворення координат x, y Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу зону проєкції UTM. Ця геодезична операція у вихідних даних передбачає параметри двох референц-еліпсоїдів, наприклад, Красовського та WGS-84, значення необхідної зони проєкції UTM, геодезична висота (див. табл. 3.5). Якщо висота невідомо, вказується 0. У цьому дослідженні було розглянуто приклад переходу з 6-ої зони проєкції Гаусса-Крюгера у 34-у зону проєкції UTM (WGS 84 / UTM zone 34N). Обмеженням розробленої функції є перетворення координат залежно від довготи вихідних точок. У разі переходу в іншу зону, значення функції повертатись не будуть, проте слід зазначити, що це пояснюється від'ємними значеннями координат, які поза межами зони. Іншими словами, зона проєкції UTM визначається функцією залежно від того, до якого осьового меридіана розташована вихідна точка найближче.

Таблиця 3.5

Визначені плоскі координати x , y за геодезичними координатами B , L

№ з/п	Координата за ординатою функцією <i>trangk_utm()</i> , м	Координата за абсцисою <i>trangk_utm()</i> , м	Координата за ординатою (QGIS), м	Координата за абсцисою (QGIS), м	Координата за ординатою (ArcGIS), м	Координата за абсцисою (ArcGIS), м	Різниця за абсцисою, м	Різниця за ординатою, м
1	4927911,284	579476,484	4927867,086	579369,313	4927867,086	579369,318	44,198	107,166
2	4983726,532	598497,937	4983682,585	598390,857	4983682,586	598390,861	43,946	107,076
3	5039607,257	617168,936	5039563,566	617061,949	5039563,567	617061,952	43,690	106,984
4	5095553,145	635484,935	5095509,713	635378,04	5095509,713	635378,042	43,432	106,892
5	5151563,763	653441,416	5151520,593	653334,615	5151520,594	653334,616	43,169	106,800
6	5207638,572	671033,899	5207595,668	670927,191	5207595,668	670927,192	42,904	106,707
7	5263776,915	688257,934	5263734,28	688151,320	5263734,281	688151,321	42,635	106,613
8	5319978,031	705109,111	5319935,669	705002,591	5319935,669	705002,591	42,362	106,519
9	5376241,041	721583,058	5376198,954	721476,631	5376198,955	721476,632	42,086	106,426
10	5835681,724	567604,880	5835642,062	567497,718	5835642,062	567497,717	39,663	107,162

3.2. Експериментальна апробація картометричних операцій у середовищі ГІС

Визначення довжини дуги меридіана. Для реалізації цієї геодезичної операції було розроблено функцію *length_X()* та для встановлення збіжності результатів використано функції *geoddistance()* та *distance()*, які використовують методи Karney та Vincenty відповідно. У таблиці 3.6 подано визначені довжини дуг меридіанів з різним інтервалом геодезичних широт від $0,00000001^\circ$ до 90° , за початкову геодезичну широту було обрано 50° .

Таблиця 3.6

Визначені довжини дуг меридіанів

№ з/п	Геодезична широта	Довжина, м <i>Кінь</i>	Довжина, м <i>Karney</i>	Довжина, м <i>Vincenty</i>	Різниця, м <i>Karney</i>	Різниця, м <i>Vincenty</i>
1	50,00000001	0,001	0,001	0,001	-4,71E-10	-4,89E-10
2	50,0000001	0,011	0,011	0,011	-1,19E-10	-2,36E-10
3	50,000001	0,111	0,111	0,111	2,34E-10	4,45E-10
4	50,00001	1,112	1,112	1,112	-6,15E-10	4,39E-10
5	50,0001	11,123	11,123	11,123	-6,67E-10	-3,95E-10
6	50,001	111,231	111,231	111,231	1,28E-10	-3,70E-10
7	50,1	11123,192	11123,192	11123,192	-3,98E-10	4,00E-10
8	51	111240,576	111240,576	111240,576	0	8,00E-09
9	60	1113244,625	1113244,625	1113244,625	0	1,00E-07
10	90	4461193,030	4461193,030	4461193,030	0	6,98E-08

Функція, яка наведена у Додатку Е, не передбачала масиви у вихідних даних, тому була допрацьовано з врахуванням циклу та перевірки довжини масиву:

```

if length(B1) ~= length(B2)
    error('Масиви мають різну довжину');
end
for i = 1:length(B1)
    result(i) = length_X(B1(i), B2(i), a, e);
    X = result';
end

```

Це дозволило задавати геодезичні широти у функції як масиви не залежно від їх кількості з дотриманням умови, щоб початкові і кінцеві широти мали однакову довжину масиву.

Визначення довжини дуги паралелі. Для виконання цієї геодезичної операції були використані ті ж самі функції та методи, що і для визначення довжини дуги меридіана. Також враховано роботу з масивами координат. Вихідними даними були геодезичні широти від 0° до 80° з інтервалом 10° та геодезичні довготи від $0,00000001^\circ$ до 10° (див. табл. 3.7).

Таблиця 3.7

Визначені довжини дуг паралелей

В, °	Різниця довгот, °	Довжина, м			Різниця, м	
		<i>Кінь</i>	<i>Karney</i>	<i>Vincenty</i>	<i>Karney</i>	<i>Vincenty</i>
0	0,00000001	0,001	0,001	0,001	0,000	0,000
0	0,00000010	0,011	0,011	0,011	0,000	0,000
0	0,00000100	0,111	0,111	0,111	0,000	0,000
0	0,00001000	1,113	1,113	1,113	0,000	0,000
0	0,00010000	11,132	11,132	11,132	0,000	0,000
0	0,00100000	111,321	111,321	111,321	0,000	0,000
0	0,01000000	1113,214	1113,214	1113,214	0,000	0,000
0	0,10000000	11132,138	11132,138	11132,138	0,000	0,000
0	1,00	111321,376	111321,376	111321,376	0,000	0,000
0	10,00	1113213,757	1113213,757	1113213,757	0,000	0,000
10	1,00	109641,219	109641,177	109641,177	0,042	0,042
10	10,00	1096412,190	1096370,103	1096370,103	42,087	42,087
20	1,00	104648,852	104648,697	104648,697	0,155	0,155
20	10,00	1046488,524	1046332,734	1046332,734	155,790	155,790
30	1,00	96487,902	96487,902	96487,902	0,000	0,000
30	10,00	964879,025	964879,025	964879,025	0,000	0,000
40	1,00	85395,286	85394,838	85394,838	0,448	0,448
40	10,00	853952,860	853504,296	853504,296	448,563	448,563
50	1,00	71696,947	71696,413	71696,413	0,534	0,534
50	10,00	716969,474	716434,906	716434,906	534,568	534,568
60	1,00	55800,926	55800,395	55800,395	0,531	0,531
60	10,00	558009,263	557477,824	557477,824	531,439	531,439
70	1,00	38187,172	38187,172	38186,744	0,000	0,428
70	10,00	381871,716	381871,716	381443,719	0,000	427,998
80	1,00	19393,805	19393,566	19393,566	0,239	0,239
80	10,00	193938,048	193699,383	193699,383	238,665	238,665

Визначення площі знімальних трапецій (для аркушів M 1:10 000 – 1:100 000). Ця картометрична операція була досліджена для аркушів масштабу 1:50000, проте розроблена функція, яка наведена у Додатку Е, дозволяє визначати площі трапецій усього масштабного ряду з врахуванням кривизни Землі. Для перевірки достовірності отриманих значень була використана таблиця розмірів рамок і площ аркушів топографічних карт масштабів 1:50 000 та 1:100 000, а також додаток 3 до Керівництва «Визначення розмірів рамок і площ аркушів топографічних карт масштабів 1:25 000 і 1:10 000 за таблицею для масштабів 1:50 000» [168].

Для 4081 аркушів було визначено їх площу (див. рис. 3.2) та опубліковано за посиланням: <https://doi.org/10.5281/zenodo.10801557>.

Таблиця 3.8 містить результати за довготою $33^{\circ}45'$ в діапазоні широт від $44^{\circ}20'$ до $52^{\circ}30'$, що дозволяє проаналізувати залежність площі від геодезичної широти.

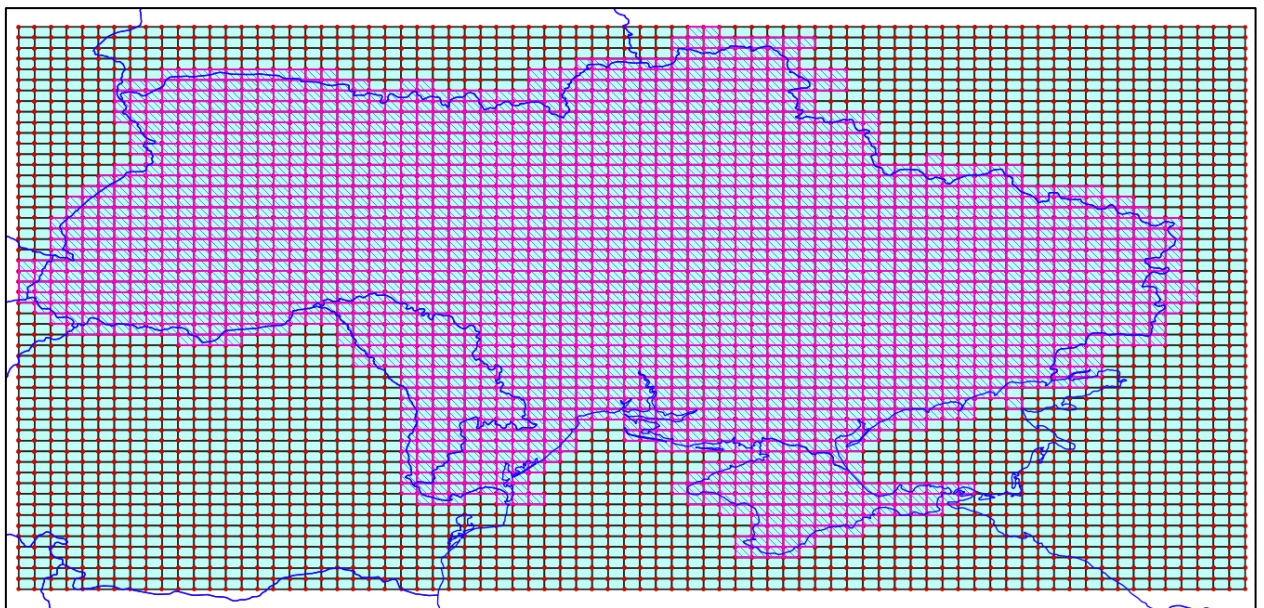


Рисунок 3.2 – Рамки аркушів топографічних карт масштабу 1:50000

Площі аркушів топографічних карт масштабу 1:50 000

№	$B, ^\circ$	Емпірична площа аркушу, км ²	Теоретична площа аркушу, км ²	Абсолютна похибка, км ²
1	52,66674498	314,29	314,28	0,01
2	52,50007828	315,47	315,47	0,00
3	52,33341158	316,65	316,65	0,00
4	52,16674488	317,82	317,82	0,00
5	52,00007818	319,00	319	0,00
6	51,83341148	320,17	320,17	0,00
7	51,66674478	321,34	321,33	0,01
8	51,50007808	322,50	322,5	0,00
9	51,33341138	323,66	323,66	0,00
10	51,16674468	324,82	324,82	0,00
11	51,00007798	325,98	325,98	0,00
12	50,83341128	327,13	327,13	0,00
13	50,66674458	328,28	328,28	0,00
14	50,50007788	329,43	329,43	0,00
15	50,33341118	330,58	330,58	0,00
16	50,16674448	331,72	331,72	0,00
17	50,00007778	332,86	332,86	0,00
18	49,83341108	333,99	333,99	0,00
19	49,66674438	335,13	335,13	0,00
20	49,50007768	336,26	336,26	0,00
21	49,33341098	337,38	337,38	0,00
22	49,16674428	338,51	338,51	0,00
23	49,00007758	339,63	339,63	0,00
24	48,83341088	340,75	340,75	0,00
25	48,66674418	341,86	341,86	0,00
26	48,50007748	342,98	342,98	0,00
27	48,33341078	344,09	344,09	0,00
28	48,16674408	345,19	345,19	0,00
29	48,00007738	346,30	346,30	0,00
30	47,83341068	347,40	347,40	0,00

Продовження таблиці 3.8

№	$B, ^\circ$	Емпірична площа аркушу, км ²	Теоретична площа аркушу, км ²	Абсолютна похибка, км ²
31	47,66674398	348,49	348,49	0,00
32	47,50007728	349,59	349,59	0,00
33	47,33341058	350,68	350,68	0,00
34	47,16674388	351,77	351,77	0,00
35	47,00007718	352,85	352,86	-0,01
36	46,83341048	353,94	353,93	0,01
37	46,66674378	355,01	355,01	0,00
38	46,50007708	356,09	356	0,09
39	46,33341038	357,16	357,16	0,00
40	46,16674368	358,23	358,23	0,00
41	46,00007698	359,30	359,30	0,00
42	45,83341028	360,36	360,36	0,00
43	45,66674358	361,42	361,43	-0,01
44	45,50007688	362,48	362,48	0,00
45	45,33341018	363,54	363,54	0,00
46	45,16674348	364,59	364,59	0,00
47	45,00007678	365,63	365,63	0,00
48	44,83341008	366,68	366,68	0,00
49	44,66674338	367,72	367,72	0,00
50	44,50007668	368,76	368,76	0,00
51	44,33340998	369,79	369,8	-0,01
52	44,16674328	370,83	370,82	0,01
53	44,00007658	371,85	371,85	0,00

Визначення геодезичної площі об'єкта. За допомогою раніше розглянутих строгих числових методів у середовищі QGIS та PostgreSQL/PostGIS були обчислені геодезичні площі земельних ділянок та об'єктів природно-заповідного фонду (див. табл. 3.9):

- 1) 10 об'єктів площею до 1 га;
- 2) 10 об'єктів площею до 2 га;
- 3) 10 об'єктів площею більше 2 га.

Геометрія та атрибутивні дані про земельні ділянки були отримані за допомогою геоінформаційного сервісу «Межі земельних ділянок», який доступний на національному геопорталі Національної інфраструктури геопросторових даних. Доступ до геопорталу надано його адміністратором, а саме державним підприємством «Науково-дослідний інститут геодезії і картографії».

Геометрія та атрибутивні дані полігональних об'єктів природно-заповідного фонду були отримані з Порталу відкритих даних, де набір даних Державного кадастру територій та об'єктів природно-заповідного фонду оновлений 23 лютого 2024 р. Міністерством захисту довкілля та природних ресурсів України [155].

Також було визначено геодезичні площі адміністративно-територіальних одиниць України: 24 областей та Автономної Республіки Крим. Геометрія та атрибутивні дані полігональних об'єктів адміністративно-територіальних одиниць України були надані ДП «НДІГК». Цей набір даних було створено на основі топографічних карт масштабу 1:100 000 та чергової довідкової карти України масштабу 1:100 000.

Обчислення виконувались на математичній моделі двохосьового референц-еліпсоїда Красовського, оскільки така модель сьогодні є чинною в Україні. Геодезичні площі були обчислені двома методами: Карнеу та Сімпсона, що дозволило дослідити збіжність результатів для перевірки їх достовірності. Числові методи розглядалися з максимально доцільною кількістю членів у біноміальних рядах підінтегральних функцій, а використання до 6 членів прийнято вважати наближеним числовим методом, що не задовольняє вимоги до точності обчислювальних операцій.

Таблиця 3.9

Геодезичні площі земельних ділянок та об'єктів природно-заповідного фонду

№	Кадастровий номер земельної ділянки, ідентифікатор об'єкта природно-заповідного фонду	Кадастрова площа, кв. м	Кількість вершин у полігоні	Геодезична площа ділянки (за методом Karney), кв. м	Геодезична площа ділянки (за методом Сімпсона), кв. м	Абсолютна похибка (за методом Karney), кв. м	Абсолютна похибка (за методом Сімпсона), кв. м
1	6310137500:13:002:0025	856	6	855,79	855,82	0,22	0,18
2	6310137500:13:002:0311	1151	8	1150,53	1150,62	0,47	0,38
3	6325157300:02:004:1092	2822	6	2821,60	2821,58	0,40	0,42
4	6310136600:03:001:0018	3149	35	3148,98	3149,10	0,02	-0,10
5	6325157300:02:005:0260	7479	6	7477,58	7477,79	1,42	1,21
6	6310137500:01:004:0005	7670	27	7669,66	7669,95	0,34	0,05
7	6310136600:10:001:0078	8694	10	8693,35	8693,77	0,65	0,23
8	6310136600:10:001:0032	9301	21	9300,71	9301,06	0,29	-0,06
9	6310136600:10:001:0521	9491	9	9490,38	9490,78	0,62	0,22
10	6310136300:14:005:0023	9522	14	9521,09	9521,38	0,91	0,62
11	6310136900:06:010:0037	11998	21	11997,92	11998,49	0,08	-0,49
12	6325157300:02:004:1110	12125	6	12123,16	12123,73	1,84	1,27
13	6310137500:11:003:0038	14090	25	14089,62	14090,23	0,38	-0,23
14	6310136900:06:010:0021	14104	14	14103,47	14103,70	0,53	0,30
15	6310136300:16:012:0003	15000	5	14998,78	14999,50	1,22	0,50

Продовження таблиці 3.9

№	Кадастровий номер земельної ділянки, ідентифікатор об'єкта природно-заповідного фонду	Кадастрова площа, кв. м	Кількість вершин у полігоні	Геодезична площа ділянки (за методом Karney), кв. м	Геодезична площа ділянки (за методом Сімпсона), кв. м	Абсолютна похибка (за методом Karney), кв. м	Абсолютна похибка (за методом Сімпсона), кв. м
16	6310137200:02:020:0019	16333	65	16332,91	16333,50	0,09	-0,50
17	6325157300:02:004:1091	17178	6	17175,24	17176,57	2,76	1,43
18	6310136600:11:001:0048	17525	17	17524,01	17524,68	0,99	0,32
19	6325157300:02:004:1090	20000	6	19997,08	19999,19	2,92	0,81
20	6325157300:02:004:1099	20000	8	19997,77	19998,92	2,23	1,08
21	6310136600:01:022:0043	26999	77	26997,82	26998,78	1,18	0,22
22	6310136300:07:010:0022	27995	35	27993,75	27994,72	1,25	0,28
23	6310138500:12:005:0061	48487	38	48484,16	48485,93	2,84	1,07
24	6310137900:02:011:0005	60542	23	60540,00	60541,79	2,00	0,21
25	6310136300:03:001:0152	149611	79	149605,07	149609,48	5,93	1,52
26	6310138500:14:006:0010	308000	31	307986,57	307997,26	13,43	2,74
27	0168UA0708005	1560000	76	1559636,53	1559691,39	363,47	308,61
28	0105UA0703013	2180000	58	2178391,37	2178473,16	608,63	526,84
29	0105UA0701004	2180000	67	2181369,29	2181438,88	-369,29	-438,88
30	0168UA0701010	2559000	313	2550845,19	2550925,93	-845,19	-925,93

Таблиця 3.10

Геодезичні площі адміністративно-територіальних одиниць України

№	Назва області та АР Крим	Площа об'єкта [124], кв. км	Кількість вершин у полігоні	Площа області на еліпсоїді Красовського (за методом Карнеу), кв. км	Площа області на еліпсоїді Красовського (за методом Сімпсона), кв. км	Абсолютна похибка обчислення площі (за методом Карнеу), кв. км	Абсолютна похибка обчислення площі (за методом Сімпсона), кв. км
1	Вінницька	26491,201	3325	26498,3160	26499,1258	-7,1150	-7,9248
2	Волинська	20137,482	4074	20135,9828	20136,5849	1,4992	0,8971
3	Дніпропетровська	31908,273	4054	31906,9327	31907,9297	1,3403	0,3433
4	Донецька	26516,173	4522	26510,9839	26512,5509	5,1891	3,6221
5	Житомирська	29881,786	3086	29837,2202	29838,1221	44,5658	43,6639
6	Закарпатська	12757,589	2866	12764,4592	12764,8490	-6,8702	-7,2600
7	Запорізька	27038,861	2258	27085,0526	27084,8558	-46,1916	-45,9948
8	Івано-Франківська	13923,431	3213	13922,6088	13923,0340	0,8222	0,3970
9	Кіровоградська	24575,101	3380	24573,5305	24574,2872	1,5705	0,8138
10	Київська	28945,855	4814	29268,4726	29258,9884	-322,6176	-313,1334
11	Кримська АР	25625,582	11638	24761,5263	24762,1286	864,0557	863,4534
12	Луганська	26691,723	5308	26677,1656	26678,0077	14,5574	13,7153
13	Львівська	21812,813	2559	21823,3024	21823,9597	-10,4894	-11,1467
14	Миколаївська	23876,328	3404	23872,7253	23870,8308	3,6027	5,4972

Продовження таблиці 3.10

№	Назва області та АР Крим	Площа об'єкта [124], кв. км	Кількість вершин у полігоні	Площа області на еліпсоїді Красовського (за методом Karney), кв. км	Площа області на еліпсоїді Красовського (за методом Сімпсона), кв. км	Абсолютна похибка обчислення площі (за методом Karney), кв. км	Абсолютна похибка обчислення площі (за методом Сімпсона), кв. км
15	Одеська	33328,490	5409	33483,0236	33481,4344	-154,5336	-152,9444
16	Полтавська	28715,402	2980	28717,0104	28717,9032	-1,6084	-2,5012
17	Рівненська	20065,354	3013	20061,6724	20062,2779	3,6816	3,0761
18	Сумська	23832,598	7600	23837,5367	23838,2701	-4,9387	-5,6721
19	Тернопільська	13838,406	3248	13839,6073	13840,0300	-1,2013	-1,6240
20	Харківська	31446,828	3662	31441,8845	31442,8512	4,9435	3,9768
21	Херсонська	25472,825	13632	25476,0568	25464,3865	-3,2318	8,4385
22	Хмельницька	20619,535	4087	20619,5746	20620,2053	-0,0396	-0,6703
23	Черкаська	20937,824	3170	20940,3083	20940,9380	-2,4843	-3,1140
24	Чернівецька	8104,869	2424	8100,2661	8100,5244	4,6029	4,6029
25	Чернігівська	31390,694	5946	31905,0439	31905,1439	-5,0439	-5,1439

Рішення прямої та оберненої геодезичної задачі на еліпсоїді.
 Для того, щоб реалізувати рішення прямої та оберненої геодезичної задачі на референц-еліпсоїді у геоінформаційній системі, було використано каталог координат станцій радіоінтерферометрії з наддовгими базами (Very-long-baseline interferometry – VLBI), відстані між якими більше 1000 км (див. табл. 3.11). Також координати цих станцій визначені і GNSS-методами.

Цей метод було обрано з метою дослідження обчислення довжини і азимуту між заданими двома точками з наддовгою відстанню на референц-еліпсоїді і встановити точність рішення за методом Karney.

Таблиця 3.11

Мережі станцій радіоінтерферометрії з наддовгими базами [88]

№ з/п	Назва мережі	Абревіатура мережі	Частина світу/ країна	Максимальні базові лінії, км
1	Very Long Baseline Array	VLBA	США	8600
2	European VLBI Network	VERA	Японія	2300
3	VLBI Exploration of Radio Astrometry	EVN	Європа	3000-10000
4	Long Baseline Array	LBA	Австралія	1700
5	Karl G. Jansky Very Large Array	JVLA	США	36
6	Atacama Large Millimeter Array	ALMA	Чілі	16
7	Square Kilometre Array	SKA	Австралія	~ 3000

У статтях [37, 58, 90] наведено перелік базових ліній, їх довжини, середньоквадратичні похибки визначеної довжини, проте слід звернути увагу, що це координати точок у просторовій прямокутній системі координат [108, 123]. Це означає, що відстань розглядається не як геодезична лінія, а пряма, тому довжина визначалась не на поверхні еліпсоїда (див. табл. 3.12).

Базові лінії, сформовані європейськими станціями IVS, які спостерігали більше п'яти сеансів. Довжини базових ліній та їхні середньоквадратичні відхилення визначені на епоху 01.01.2009 р [85].

Перелік базових ліній від станції Сімеїз, АР Крим, Україна [85]

Назва базової лінії	Довжина прямої, мм	СКП, мм
Simeiz/ Madrid	3117042125,0	0,9
Simeiz/ Matera	1472857706,7	0,6
Simeiz/ Medicina	1766185783,9	0,6
Simeiz/ Metsähovi	1866587991,7	1,1
Simeiz/ Noto	1798600353,3	0,6
Simeiz/ Ny Ålesund	3896968734,9	1,0
Simeiz/ Onsala	2093576822,6	0,7
Simeiz/ Svetloe	1810877604,5	0,9
Simeiz/ Wettzell	1684604515,5	0,6
Simeiz/ Yebes	3023893871,0	0,9
Simeiz/ Zelenchukskaya	610832160,4	1,2

Станції VLBI є частиною міжнародної земної системи координат (The International Terrestrial Reference System – ITRS) та її реалізації (The International Terrestrial Reference Frame – ITRF) [18, 52]. VLBI- та GNSS-технології дозволяють здійснювати геодезичний моніторинг земної поверхні, де строгі математичні моделі та застосування референц-еліпсоїду впливає на точність визначення координат. У цьому дослідженні було використано станції інтерферометрів західної та частину східної півкулі, також окремо були розглянуті базові лінії Європейської мережі VLBI на прикладі станції Сімеїз з ідентифікатором 7332.

На рисунку 3.3 наведено базові лінії між радіотелескопами на територію Європи, визначення довжини яких було досліджено строгими числовими методами на референц-еліпсоїді. Також на рисунку 3.4 продемонстровано такі базові лінії, довжини яких становлять більше 6000 км. Здебільшого у цій роботі запропоновано теоретичні базові лінії між станціями, проте Мережа далекого космічного зв'язку NASA використовує інтерферометри VLBI з відстанню більше 10000 км, щоб побудувати радіо систему координат для навігації космічних апаратів [31], особливо в частині південної півкулі Землі.

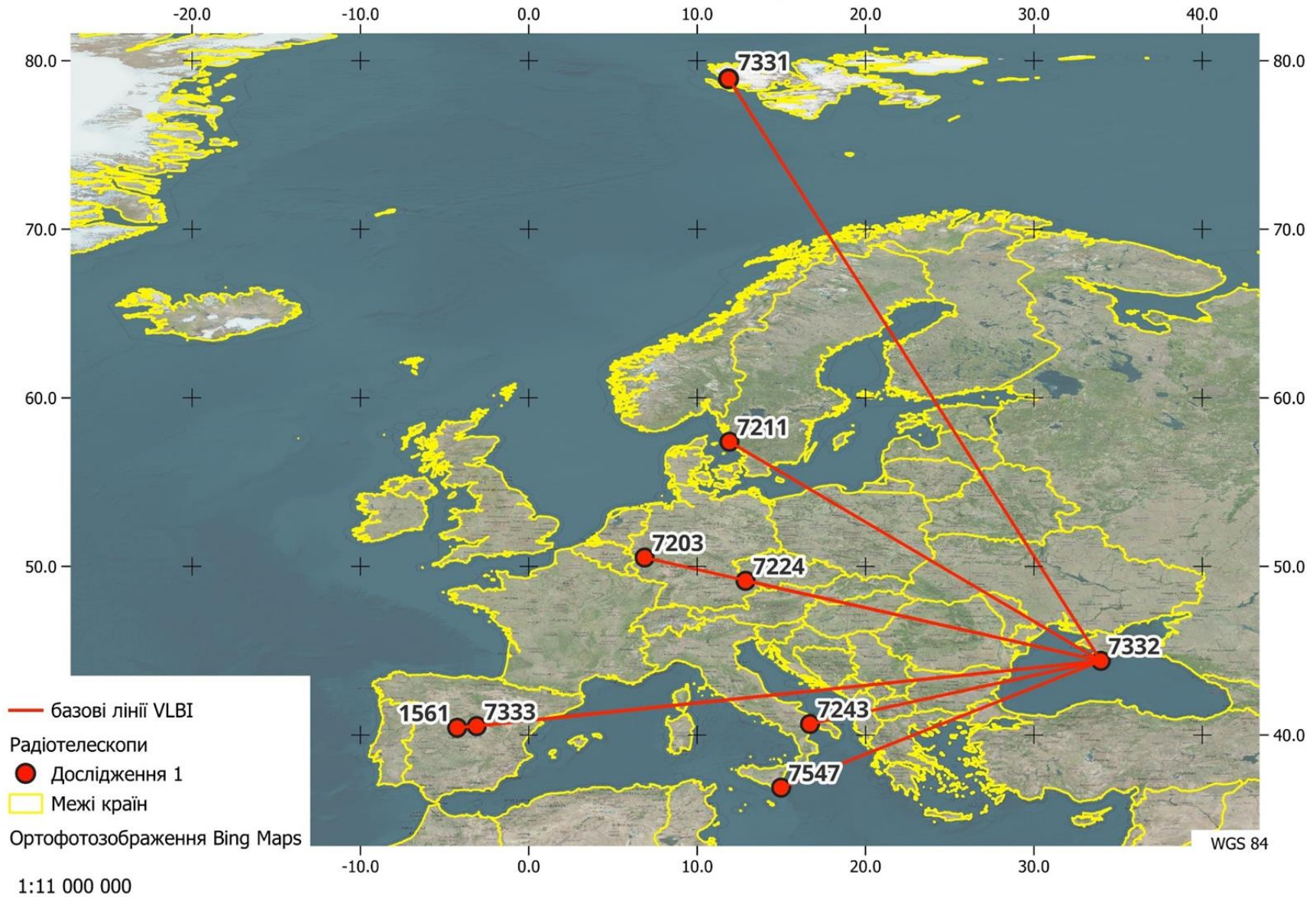


Рисунок 3.3 – Карта розташування радіотелескопів, які використані у дослідженні

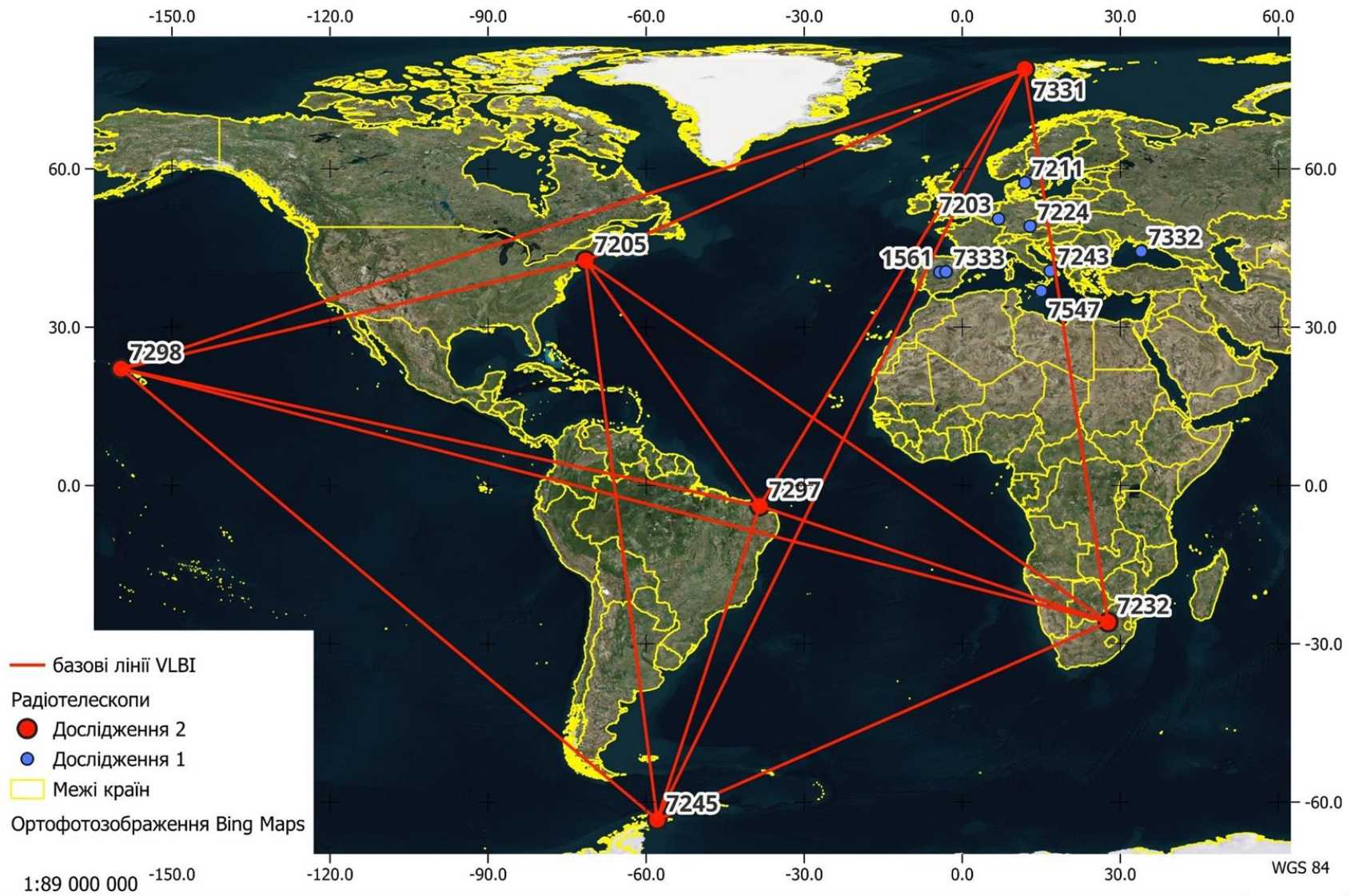


Рисунок 3.4 – Карта розташування радіотелескопів, які використані у дослідженні

Як раніше було зазначено, станції VLBI беруть участь у реалізації системи координат ITRF. Це зумовило додатковий етап роботи, а саме підготовка вихідних даних, які були використані у дослідженні щодо рішення головних геодезичних задач на референц-еліпсоїді.

Для визначення довжин і азимутів базових ліній як геодезичних ліній було використано каталог координат у просторовій прямокутній системі координат ITRF 2000 (на епоху 1997.0), який склала Міжнародна служба обертання Землі та референціальних систем (IERS) [9].

З цього каталогу було обрано 14 станцій відповідно до зазначених карт і подано у таблиці 3.13 перелік інтерферометрів з їх ідентифікатором, просторовими прямокутними координатами, їх середньоквадратичними похибками та швидкістю зміни координат. Останній параметр важливий, оскільки у цій роботі розглядається реалізація ITRF 2000 на епоху 2005.0, яка пов'язана з УСК-200. Врахування параметру швидкості було виконано за формулою (2.33).

На основі перетворених координат до епохи 2005.0 було визначено геодезичні координати на еліпсоїді GRS80 за допомогою функції *geocent_inv()*, яка забезпечує максимальну точність обчислення за методом Karney у порівнянні з математичними моделями наближених числових методів, які зазначені у роботі [172].

У таблиці 3.14 наведено визначені геодезичні координати станцій VLBI, які використані для рішення оберненої і прямої геодезичних задач.

Середньоквадратична похибка геодезичної широти більша, ніж геодезичної довготи, оскільки процес визначення широти за просторовими прямокутними координатами є ітераційний. Кількість ітерацій не повинна суттєво збільшувати час виконання алгоритму, але і не зменшувати точність отриманих результатів.

У таблиці 3.15 наведено обчислені відстані як результати вирішення обернених геодезичних задач, де встановлено збіжність методу Karney та функції *distance()* у MATLAB.

Таблиця 3.13

Каталог просторових прямокутних координат інтерферометрів VLBI

№	Назва місцевості	Назва країни	Ідентифікатор станції VLBI (телескопу)	Просторові координати ITRF2000, ероч 1997			СКП, м		
				X, м/ V _x	Y, м/ V _y	Z, м/ V _z	D _x	D _y	D _z
1	Hartebeesthoek	ПАР	7232	5085442.780	2668263.490	-2768697.014	0.003	0.002	0.002
				-0.0012	0.0198	0.0159			
2	Madrid	Іспанія	1561	4849245.229	-360278.154	4114884.594	0.125	0.026	0.105
				-0.0076	0.0196	0.0129			
3	Kokee Park, Kauai	США	7298	-5543837.628	-2054567.859	2387851.939	0.002	0.001	0.002
				-0.0095	0.0630	0.0298			
4	Ny-Alesund	Норвегія	7331	1202462.754	252734.395	6237766.038	0.001	0.001	0.003
				-0.0144	0.0076	0.0090			
5	Simeiz	Україна	7332	3785231.067	2551207.415	4439796.384	0.002	0.002	0.003
				-0.0198	0.0164	0.0084			
6	Wetzell	Німеччина	7224	4075539.883	931735.261	4801629.371	0.002	0.001	0.002
				-0.0157	0.0172	0.0087			
7	Onsala	Швеція	7211	3370641.958	711866.118	5349796.172	0.003	0.003	0.004
				-0.0134	0.0148	0.0095			
8	Yebeş	Іспанія	7333	4848780.298	-261702.078	4123035.752	0.006	0.002	0.005
				-0.0102	0.0192	0.0107			
9	Matera	Італія	7243	4641938.770	1393003.017	4133325.546	0.002	0.001	0.002
				-0.0188	0.0191	0.0131			
10	Effelsberg	Німеччина	7203	4033947.453	486990.512	4900430.790	0.003	0.001	0.004
				-0.0149	0.0178	0.0077			

Продовження таблиці 3.13

№	Назва місцевості	Назва країни	Ідентифікатор станції VLBI (телескопу)	Просторові координати ITRF2000, ероч 1997			СКП		
				X, м/ V _x	Y, м/ V _y	Z, м/ V _z	D _x , м	D _y , м	D _z , м
11	Noto	Італія	7547	4934563.122	1321201.261	3806484.497	0.002	0.001	0.002
				-0.0173	0.0174	0.0134			
12	O'Higgins	Чилі, Антарктида	7245	1525833.025	-2432463.665	-5676174.511	-0.002	-0.002	-0.004
				0.0193	-0.0037	-0.0039			
13	Westford	США	7205	1492404.731	-4457266.525	4296881.773	0.001	0.002	0.003
				-0.0156	-0.0013	0.0026			
14	Fortaleza	Бразилія	7297	4985370.037	-3955020.320	-428472.286	0.002	0.002	0.001
				-0.0013	-0.0044	0.0121			

Таблиця 3.14

Каталог геодезичних координат інтерферометрів VLBI

№	Назва місцевості	Ідентифікатор станції VLBI (телескопу)	Геодезичні координати (GRS80)		СКП	
			B, °	L, °	D _b , с	D _l , с
1	Hartebeesthoek	7232	-25.889785416142917	27.685392544208376	0.120	-4.88e-09
2	Madrid	1561	40.428763486598825	-4.249024546773828	0.089	-6.17e-10
3	Kokee Park, Kauai	7298	22.126662821506432	-159.6650978257871	0.089	-2.86e-09
4	Ny-Alesund	7331	78.929111320262050	11.869692077343581	0.003	-1.74e-09

Продовження таблиці 3.14

№	Назва місцевості	Ідентифікатор станції VLBI (телескопу)	Геодезичні координати (GRS80)		СКП, с	
			B, °	L, °	Db	Dl
5	Simeiz	7332	44.397552720200060	33.979571232651544	0.071	-1.88e-09
6	Wetzell	7224	49.145027940751310	12.877450368970846	0.005	-4.96e-09
7	Onsala	7211	57.395484710460980	11.925395090193312	0.004	-1.74e-09
8	Yebes	7333	40.524183395982120	-3.089414084631357	0.105	4.508e-10
9	Matera	7243	40.649540229585135	16.704015860180240	0.058	-2.443e-09
10	Effelsberg	7203	50.524844924579384	6.883610569047892	0.044	-1.004e-09
11	Noto	7547	36.876054076825646	14.989047570703777	0.014	-2.187e-09
12	O'Higgins	7245	-63.321126709402320	-57.900820778863330	0.003	8.467e-09
13	Westford	7205	42.623300407683374	-71.488160771800780	0.012	1.044e-08
14	Fortaleza	7297	-3.877859042136506	-38.425858552788300	-2.45e-04	5.602e-09

Таблиця 3.15

Визначені довжини базових ліній на референц-еліпсоїді

№	Базова лінія	Теоретичне (точне) значення довжини лінії на еліпсоїді GRS80 (за методом Karney), м	Довжина лінії на еліпсоїді GRS80 (за методом Vincenty), м	Довжина лінії на еліпсоїді GRS80 (функція distance() MATLAB), м	Довжина лінії на еліпсоїді GRS80 (функція length(geom,true) PostGIS), м	Абсолютна похибка обчислення довжини лінії (за методом Vincenty), м	Абсолютна похибка обчислення довжини лінії (функція distance() MATLAB), м
1	7332-7331	3960094,7077	3960091,9727	3960094,7077	3960094,7077	2,735	0,00000096
2	7332-7211	2103084,4820	2103082,8891	2103084,4820	2103084,4820	1,593	0,00000031
3	7332-7203	2139470,4126	2139470,2967	2139470,4126	2139470,4126	0,116	0,00000014
4	7332-7224	1689429,7715	1689429,6698	1689429,7715	1689429,7715	0,102	0,00000010
5	7332-7333	3052614,4584	3052614,9036	3052614,4584	3052614,4584	0,445	0,00000003
6	7332-1561	3148353,1542	3148353,6061	3148353,1542	3148353,1542	0,452	0,00000004
7	7332-7243	1476072,1560	1476072,0501	1476072,1560	1476072,1560	0,106	0,00000007
8	7332-7547	1804578,7812	1804578,1015	1804578,7812	1804578,7812	0,680	0,00000010
9	7331-7205	5248798,3463	5248797,0798	5248798,3463	5248798,3463	1,267	0,00000066
10	7331-7297	9639434,6147	9639433,0715	9639434,6147	9639434,6147	1,543	0,00000072
11	7331-7245	16421090,2660	16421088,6673	16421090,2660	16421090,2660	1,599	0,00000090
12	7331-7232	11673570,4593	11673568,4888	11673570,4593	11673570,4593	1,971	0,00000120
13	7331-7298	8777908,5173	8777910,9846	8777908,5173	8777908,5173	2,467	0,00000089
14	7232-7205	12630005,3269	12630005,2480	12630005,3269	12630005,3269	0,079	0,00000000
15	7232-7298	19169039,7577	19169039,6896	19169039,7577	19169039,7577	0,068	0,00000010

Продовження таблиці 3.15

№	Базова лінія	Теоретичне (точне) значення довжини лінії на еліпсоїді GRS80 (за методом Karney), м	Довжина лінії на еліпсоїді GRS80 (за методом Vincenty), м	Довжина лінії на еліпсоїді GRS80 (функція distance() MATLAB), м	Довжина лінії на еліпсоїді GRS80 (функція length(geom,true) PostGIS), м	Абсолютна похибка обчислення довжини лінії (за методом Vincenty), м	Абсолютна похибка обчислення довжини лінії (функція distance() MATLAB), м
16	7232-7245	7248567,4452	7248567,9554	7248567,4452	7248567,4452	0,510	0,00000008
17	7232-7297	7439440,6564	7439440,6434	7439440,6564	7439440,6564	0,013	0,00000006
18	7245-7297	6784549,7189	6784549,5765	6784549,7189	6784549,7189	0,142	0,00000021
19	7245-7205	11806807,0277	11806807,9142	11806807,0277	11806807,0277	0,887	0,00000010
20	7245-7298	12765991,9350	12765991,4548	12765991,9350	12765991,9350	0,480	0,00000040
21	7298-7297	13390913,2301	13390913,2287	13390913,2301	13390913,2301	0,001	0,00000010
22	7298-7205	8234903,2297	8234903,5102	8234903,2297	8234903,2297	0,281	0,00000002
23	7205-7297	6132810,1440	6132810,4666	6132810,1440	6132810,1440	0,323	0,00000023

Отримавши геодезичні координати станцій, було вирішено обернену геодезичну задачу за допомогою функцій:

- `ellipsoidal_distance()` за методом Vincenty;
- `geoddistance()` за методом Karney;
- `distance()` бібліотеки MATLAB;
- `length()` бібліотеки PostGIS.

Пряму геодезичну задачу було вирішено функціями:

- `geodreckon()` за методом Karney;
- `project()` бібліотеки PostGIS.

Було визначено довжини та азимуту 23-ьох базових ліній на референц-еліпсоїді GRS80: 8 – довжиною від 1400 до 4000 км, 15 – довжиною до 20000 км. Отримані результати свідчать про недоцільність використання методу Vincenty для наддовгих відстаней, оскільки його максимальна абсолютна похибка обчислення становить 2,7 м, коли похибки обчислень у MATLAB та PostGIS мають збіжність результатів та зведенні лише до похибки машинного обчислення.

У роботі [112] картометричні методи застосовуються для отримання морфометричних показників рельєфотворних процесів за допомогою топографічних карт. Використовують сучасні карти для визначення величини проявів процесів на певній території у теперішній час, і різночасові – для обчислення показників розвитку процесів. Під час вимірювання параметрів проявів процесів на різночасових картах для зменшення похибок в обчисленнях дотримуються таких принципів [112]:

- 1) масштаб карт має бути одного рівня генералізації;
- 2) точки початку та закінчення вимірів мають бути точно визначені;
- 3) вимірювання на різних картах треба проводити одним інструментом.

За різночасовими картами визначають горизонтальні деформації русел річок, динаміку меандр, бокового розмиву річок, а також зміни ярів, перезволожених ділянок, площ поширення карстових та антропогенних форм

рельєфу. Картометричні методи широко використовують для оцінки енергетичного потенціалу рельєфу в цілому, басейнових систем, оцінки змін річкових систем, з'ясування параметрів і динаміки карстових, еолових, гравітаційних процесів, а також процесів техногенезу [112].

У цьому дослідженні було реалізовано морфометричні операції:

- 1) визначення довжини водотоку;
- 2) визначення площ річкових басейнів.

Для обчислення довжин водотоків було використано набір геопросторових даних Державного водного кадастру, а саме масив поверхневих вод. Також ці дані були оновлені на основі геопросторових даних бази топографічних даних Основної державної топографічної карти масштабу 1:50 000. Це підвищило роздільну здатність моделей геопросторових об'єктів, а саме кількість точок на 1 км. Для автоматизації обчислення цієї величини було розроблено алгоритм із застосуванням циклу, оскільки вихідні дані були у двох масивах геодезичних широт і довгот відповідно:

```
distances = zeros(length(B) - 1, 1);

for i = 1:length(B) - 1
    distances(i) = geoddistance(B(i), L(i), B(i + 1), L(i + 1));
end

length = sum(distances);
```

Для дослідження збіжності результатів було обрано функції *geoddistance()* та *length()*. Для оцінки точності обчислень були обрані річки довжиною від 11 км до 1150 км, що дозволило визначити середньоквадратичні похибки довжин та розглянути їх фактори впливу (див. табл. 3.16).

У таблиці 3.17 подано результати обчислення геодезичної площі річкових басейнів від 12892 км² до 291400 км².

Таблиця 3.16

Визначені довжини річок у середовищі геоінформаційної системи QGIS

№	Назва річки	Довжина в межах України, км	Кількість вершин у лінії	Довжина об'єкта (за методом Karney), м	Довжина об'єкта (length(), QGIS), м	СКП обчислення довжини (за методом Karney), м	СКП обчислення довжини (length(), QGIS), м
1	Дніпро	1155,71	1684	1152951,964	1152932,540	13,253	13,253
2	Південний Буг	849,029	33441	848300,109	848300,109	2,188	2,188
3	Горинь	638,819	23419	638802,311	638791,587	1,969	1,969
4	Західний Буг	424,442	38874	424221,678	424214,535	1,015	1,015
5	Ворскла	380,983	7497	380750,306	380743,881	2,074	2,074
6	Рось	379,225	8174	378568,935	378562,559	1,975	1,975
7	Прут	276,954	4085	276898,423	276893,761	2,044	2,044
8	Дунай	176,907	1766	176852,414	176849,430	1,985	1,985
9	Уди	161,641	4917	159932,785	159930,090	1,076	1,076
10	Оскол	160,258	1595	159000,783	158998,097	1,878	1,878
11	Уж	86,044	1942	87746,182	87744,700	0,939	0,939
12	Мерефа	29,1869	999	29037,745	29037,255	0,433	0,433
13	Мшанець	13,7653	489	13605,129	13604,900	0,290	0,290
14	Люботинка	12,012	114	11951,136	11951,000	0,528	0,528

Таблиця 3.17

Визначені площі басейнів річок у середовищі геоінформаційної системи QGIS

№	Назва річкового басейну та суббасейну	Площа в межах України, кв. км	Кількість вершин у полігоні	Геодезична площа об'єкта (за методом Karney), кв. км	Геодезична площа об'єкта (за методом Сімпсона), кв. км	СКП обчислення площі (за методом Karney), кв. км	СКП обчислення площі (за методом Сімпсона), кв. км
1	Дніпро	291400	150158	295036,0002	295049,4319	10,718	10,718
2	Дон	54450	49779	54423,6177	54425,2805	6,228	6,228
3	Дністер	52700	39392	53858,5785	53864,4459	11,207	11,207
4	Вісла	12892	68823	12949,1529	12949,1986	0,319	0,319
5	Дунай	43403	53921	45785,3397	46606,3402	2,258	2,258
6	Південний Буг	63700	20999	64291,9188	64293,8857	11,997	11,997
7	річки Криму	27200	358496	26932,7562	26933,5696	1,558	1,558
8	річки Причорномор'я	27179	42656	27102,7562	27105,6964	9,939	9,939
9	річки Приазов'я	36866	56896	36404,6333	36405,7475	6,260	6,260

3.3. Аналіз отриманих результатів дослідження

Реалізовані картометричні, геодезичні та морфометричні операції у геоінформаційній системі дозволили визначити метричні властивості геопросторових об'єктів на референц-еліпсоїді попередньо математично обґрунтованими методами.

На основі отриманих результатів були встановлені деякі залежності, саме:

- 1) залежність різниць плоских координат за ординатою і абсцисою від зони картографічної проєкції Гаусса-Крюгера;
- 2) залежність різниць плоских координат за ординатою і абсцисою від зони проєкції Гаусса-Крюгера, в яку відбувався перехід;
- 3) залежність різниць координат між значеннями за абсцисою та ординатою функції *trangk_utm()* та методу PROJ (EPSG:9807);
- 4) залежність геодезичних площ аркушів топографічних карт масштабу 1:50000 від геодезичної широти;
- 5) залежність середньоквадратичної похибки обчислення за методом Karney від довжини об'єкта;
- 6) залежність середньоквадратичної похибки обчислення площі за методом Karney і Сімпсона від геодезичної площі об'єкта.

Різниця плоских координат за ординатою і абсцисою була досліджена між методом PROJ та Karney. Результати двох методів свідчать, по-перше, про те, що наявність збіжності отриманих значень; по-друге, залежно від віддаленості від вихідної зони проєкції Гаусса-Крюгера і осьового меридіана зони буде зростати різниця координат. Підтвердженням цього є коефіцієнт детермінації, який становить 0,9824 для абсциси, та коефіцієнт за ординатою – 0,5562 (див. рис. 3.5).

Різниця плоских координат за ординатою і абсцисою від зони проєкції Гаусса-Крюгера, в яку відбувався перехід, була досліджена між методом PROJ та Karney. Результати двох методів свідчать про суттєву різницю між обчисленнями у системах ArcGIS (до 3 мм) та QGIS (до 0,003 мм) (див. рис. 3.6).

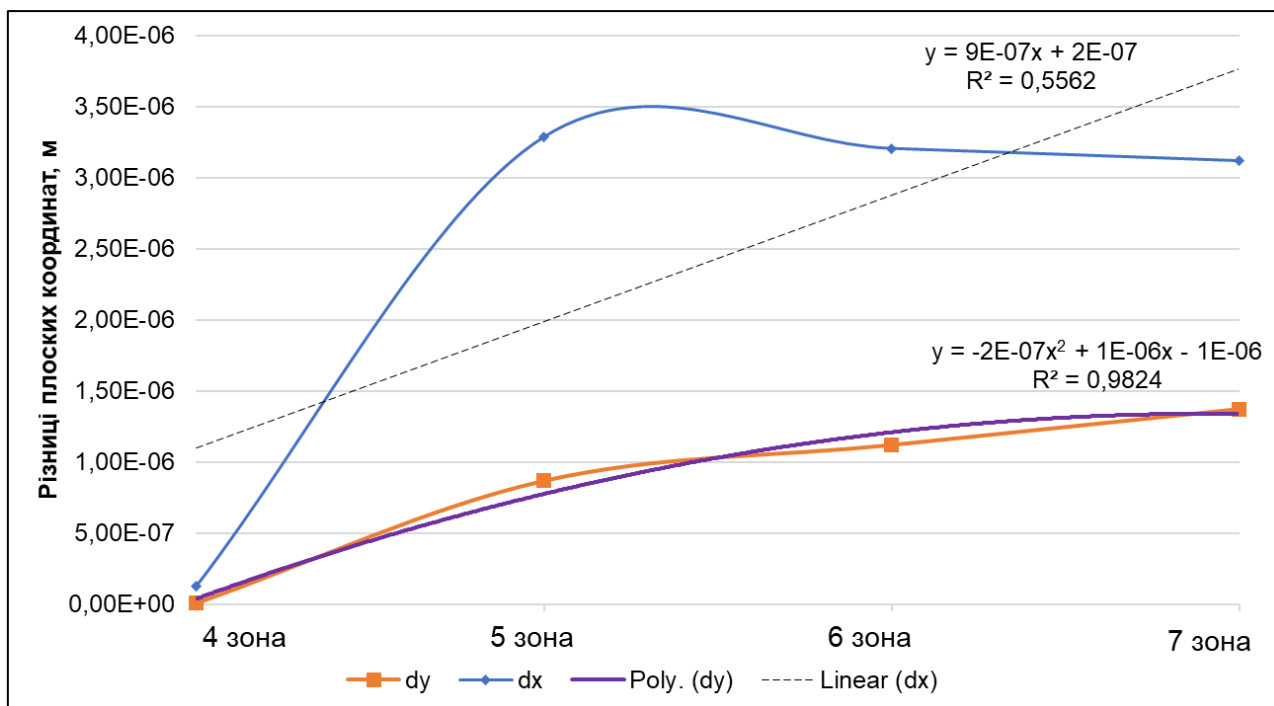


Рисунок 3.5 – Графік залежності різниць плоских координат за ординатою і абсцисою від зони картографічної проєкції Гаусса-Крюгера

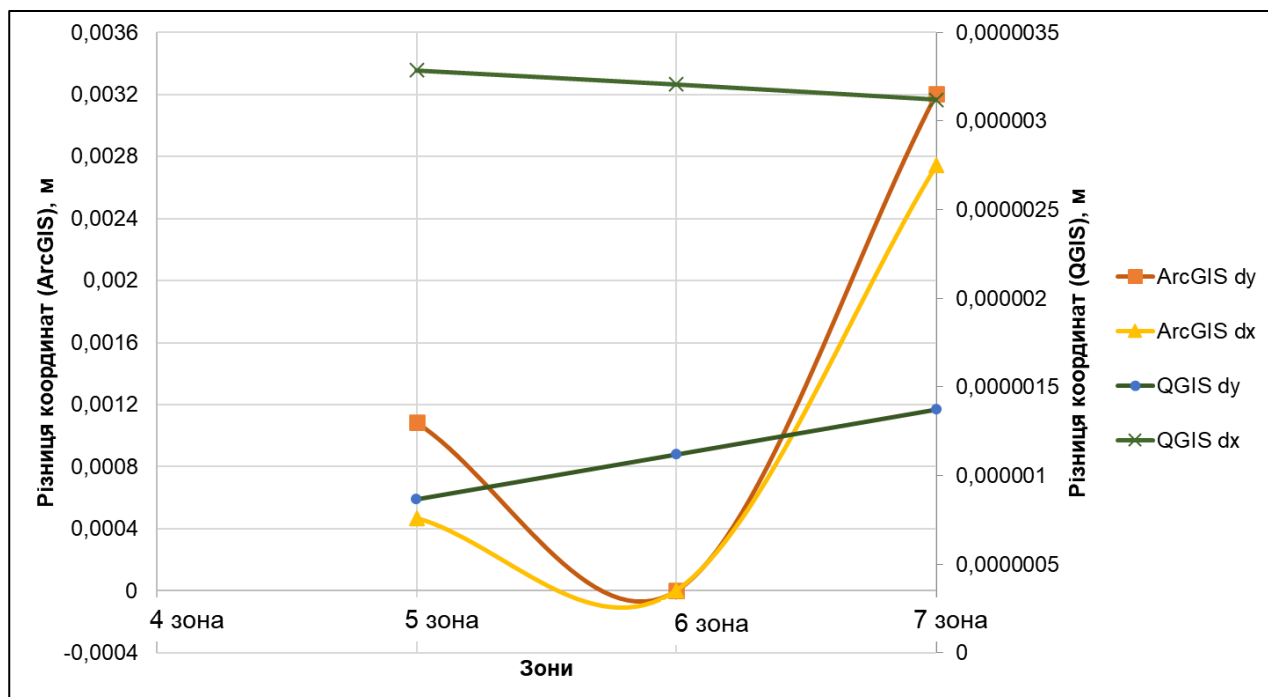


Рисунок 3.6 – Графік залежності різниць плоских координат за ординатою і абсцисою від зони проєкції Гаусса-Крюгера, в яку відбувався перехід

За допомогою графіку на рисунку 3.5 встановлено, що для перетворення плоских координат із в зону проєкції Гаусса-Крюгера необхідно використовувати інструменти QGIS.

За результатами перетворень координат із однієї зони у проєкції Гаусса-Крюгера в іншу зону проєкції UTM (див. рис. 3.7) було визначено збіжність між обчисленнями у геоінформаційних системах QGIS та ArcGIS, що свідчить про використання одного і тих самих методів, а саме Transverse Mercator (EPSG:9807). За опублікованою довідкою про цей метод зроблено висновок, що для обчислення був використаний наближений числовий метод лише до 4-ого порядку у ряді [25].

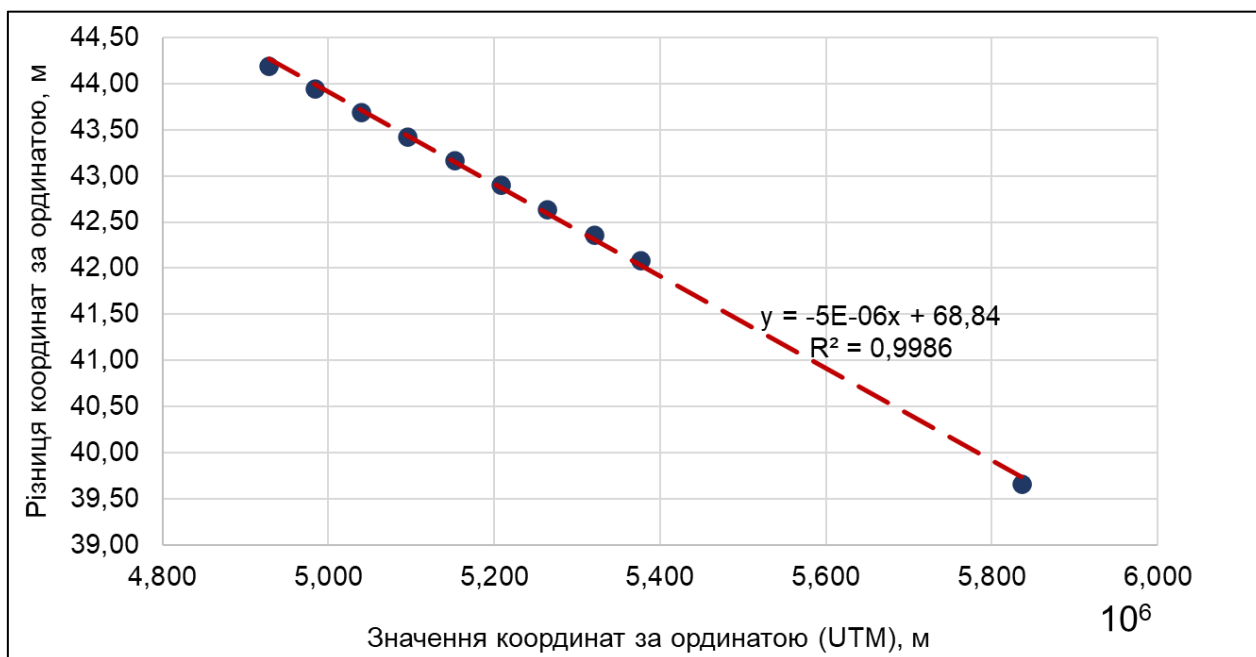


Рисунок 3.7 – Графік залежності різниць координат між значеннями за ординатою функції *trangk_utm()* та методу PROJ (EPSG:9807)

Величина різниць за ординатою і абсцисою є систематичною, що пояснюється математичною моделлю спотворення координат картографічної проєкції. За отриманими значеннями ці величини в середньому становлять 40 м та 100 м за абсцисою і ординатою відповідно (див. рис. 3.8).

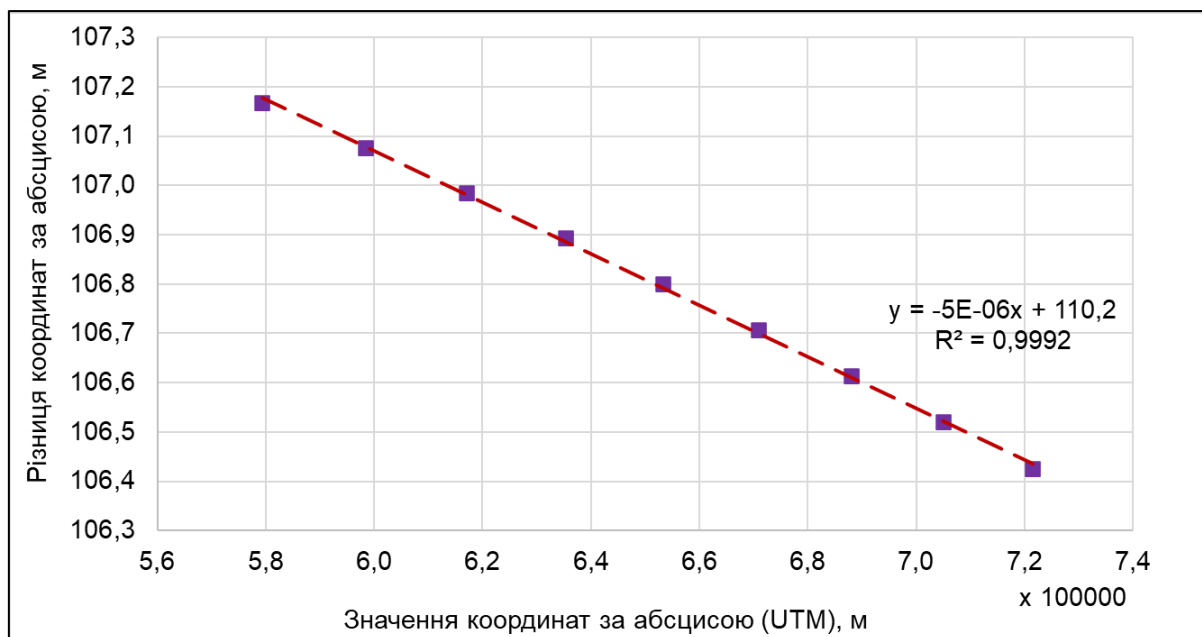


Рисунок 3.8 – Графік залежності різниць координат між значеннями за абсцисою функції *trangk_utm()* та методу PROJ (EPSG:9807)

З метою підвищення точності виконання цієї операції розроблено функцію *trangk_utm()*, яка використовує метод Karney для визначення геодезичних і плоских координат з точністю до 9 нм.

Слід зазначити, що цей метод PROJ (EPSG:9807) також використовується у програмному забезпеченні DigitalGlobe. Встановлені величини спотворення свідчать про доцільність застосування функції *trangk_utm()* для підвищення точності обчислення та врахування виявлених спотворень.

Підтверджено залежність значень площ аркушів топографічних карт від геодезичних широт (див. рис. 3.9), а саме зменшення площ із зростанням широти від 0° до 90° .

Всі реалізовані операції мали збіжність результатів залежно від використаних методів та функцій для порівнянь, що свідчить про достовірність отриманих значень у геоінформаційній системі.

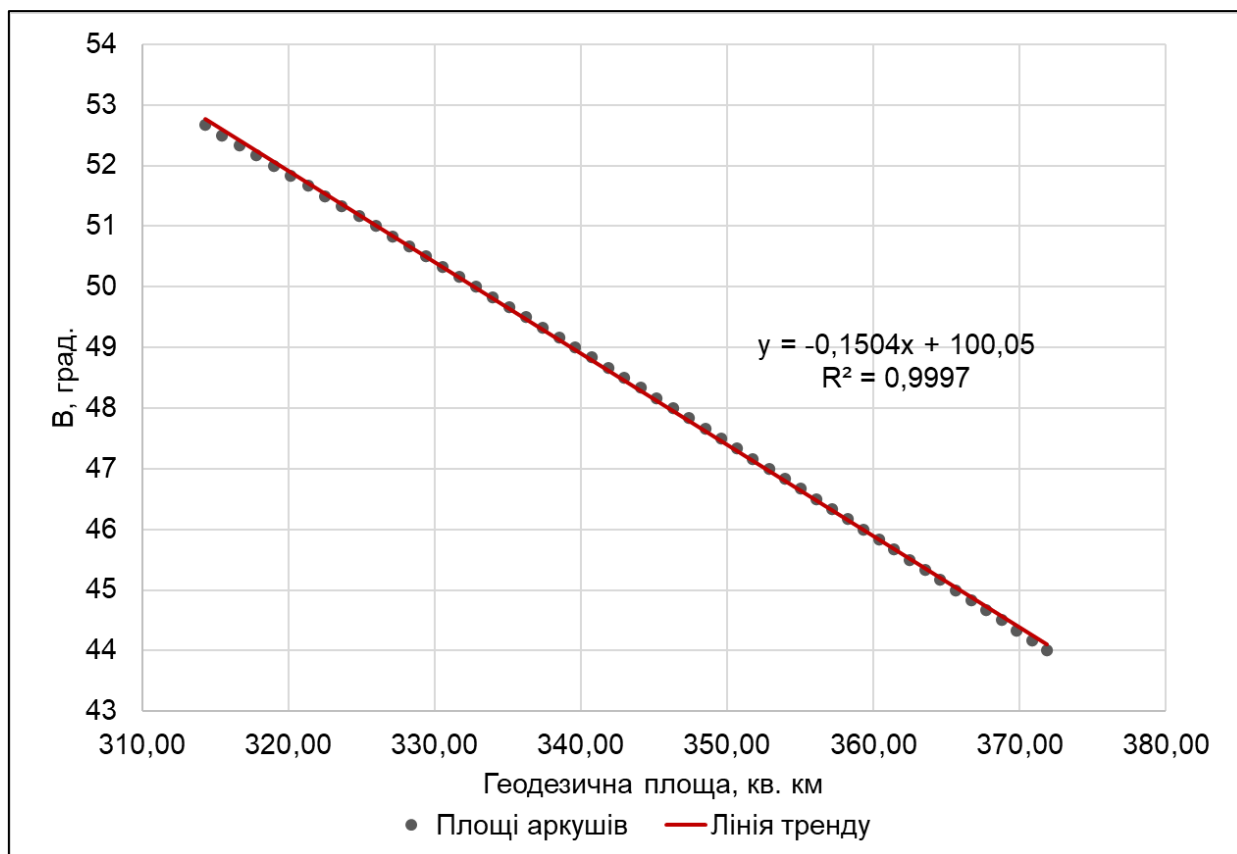


Рисунок 3.9 – Графік залежності геодезичних площ аркушів топографічних карт масштабу 1:50000 від геодезичної широти

У роботі [122] визначено фактори впливу на точність визначення метричних властивостей об'єктів на карті, а саме джерела похибок під час вимірювань на карті:

- 1) точність планового положення вершин об'єктів на карті;
- 2) точність опорної геодезичної мережі;
- 3) точність методу топографічного знімання;
- 4) графічна точність масштабу;
- 5) похибка зсуву фарб під час друку карт.

Ці фактори можуть відноситись до одного із факторів, які впливають на точність визначення площ земельних ділянок, а саме точність визначення поворотних точок меж земельних ділянок.

Похибка обчислення площі за методом апроксимації контуру (3.1) визначається похибками обчислення площі граничних елементарних трапецій і

складається із похибки обчислення площі зумовленої похибками вхідних даних (координат точок контуру) та похибками апроксимації контуру [138]:

$$m_S = \sqrt{m_{s_B}^2 + m_{s_A}^2}, \quad (3.1)$$

де m_{s_B} – похибка обчислення площі зумовлена похибками вхідних даних; m_{s_A} – похибка апроксимації контуру.

Для оцінки точності визначення геодезичної площі аналітичними та числовими методами у середовищі ГІС слід розглядати такі фактори:

- 1) точність положення вершин об'єктів (m_1);
- 2) точність методу збирання геопросторових даних (m_2);
- 3) задана точність апроксимації контуру об'єкта (m_3);
- 4) точність аналітичного та числового методу обчислення (m_4);
- 5) графічна точність масштабу (m_5);

Графічну точність масштабу рекомендовано враховувати, якщо об'єкти були векторизовані з топографічних карт у геоінформаційній системі. Якщо об'єкт було створено за результатами зібраних та опрацьованих геопросторових даних певним сучасним методом топографічного знімання, то слід враховувати перші 4 фактори. Середньоквадратичну похибку обчислення геодезичної площі аналітичними та числовими методами у середовищі ГІС було визначено за формулою (3.2) [145]:

$$\begin{aligned} M &= \pm \sqrt{M_1^2 + M_2^2 + M_3^2 + M_4^2 + M_5^2} = \\ &= \pm \sqrt{\left(\frac{m_1}{\sqrt{n}} L\right)^2 + \left(\frac{m_2}{\sqrt{n}} L\right)^2 + m_3^2 + m_4^2 + \left(\frac{m_5}{\sqrt{n}} L\right)^2} \end{aligned} \quad (3.2)$$

де L – периметр об'єкта, площа якого визначається, на референц-еліпсоїді;

n – кількість вершин у контурі об'єкта, площа якого визначається;

m_i – середньоквадратична похибка i -того фактору, що впливає на точність визначення геодезичної площі аналітичними та числовими методами у середовищі ГІС.

У таблиці 3.18 наведено результати оцінки точності геодезичних, картометричних та морфометричних обчислень з вказаними авторами, функції яких були використані. Також у таблиці зазначено, яким методом виконується операція: строгим числовим чи аналітичним.

Таблиця 3.18

Точність геодезичних, картометричних та морфометричних обчислень

№ з/п	Назва методу	Автори досліджень	Точність	Метод
1	Визначення конформних плоских координат x, y за геодезичними координатами B, L	Karney, 2011	$5 \cdot 10^{-9} - 9 \cdot 10^{-9} \text{ м}$	Числовий
2	Визначення геодезичних координат B, L за координатами Гаусса-Крюгера x, y	Karney, 2011	$6,3 \cdot 10^{-5} \text{ с}$	Числовий
3	Перетворення координат x, y Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу	Karney, 2011 Кінь, 2023	$1,2 \cdot 10^{-6} \text{ с}$	Числовий
4	Перетворення координат x, y Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу зону проєкції UTM	Karney, 2011 Кінь, 2023	0,024 м	Числовий
5	Визначення довжини дуги меридіана	Кінь, 2023	$13 \cdot 10^{-8} \text{ м}$	Аналітичний
		Karney, 2013	$15 \cdot 10^{-9} \text{ м}$	Числовий
6	Визначення довжини дуги паралелі	Кінь, 2023	$3,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$	Аналітичний
		Karney, 2013	$15 \cdot 10^{-9} \text{ м}$	Числовий
7	Визначення площі знімальних трапецій (для аркушів М 1:10 000 – 1:100 000)	Кінь, 2023	$5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$ на 1 км^2	Аналітичний
8	Визначення геодезичної площі об'єкта	Кінь, 2023	$5,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2$ на 1 м^2	Числовий
		Karney, 2013	$5,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2$ на 1 м^2	Числовий
9	Рішення прямої геодезичної задачі на еліпсоїді	Karney, 2013	$6,3 \cdot 10^{-5} \text{ с}$	Числовий
10	Рішення оберненої геодезичної задачі на еліпсоїді	Karney, 2013	$25 \cdot 10^{-9} - 30 \cdot 10^{-9} \text{ м}$	Числовий
11	Визначення довжини водотоку	Karney, 2013 Кінь, 2023	$5 \cdot 10^{-4} \text{ мм}$ на 1 м	Числовий
12	Визначення площ річкових басейнів	Кінь, 2023	$8,9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$ на 1 км^2	Числовий
		Karney, 2013	$9,8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$ на 1 км^2	Числовий

На рисунку 3.10 подано графік залежності середньоквадратичної похибки обчислення на референц-еліпсоїді від довжини об'єкта та його роздільної здатності, а саме кількості точок на 1 км або на 1 м.

На графіку також видно, що найдовша ріка Дніпро має найбільшу похибку, що пояснюється малою кількістю точок у лінійній моделі водотоку річки, тобто дискретизація векторної моделі об'єкта повинна бути збільшена для підвищення точності визначення довжини ріки.

Поліноміальна залежність 3-ього ступеню обрана лише для цього випадку. Якщо розглядати ріки довжиною від 11 км до 900 км, то величина середньоквадратичної похибки обчислення буде 5 см на 1 км.

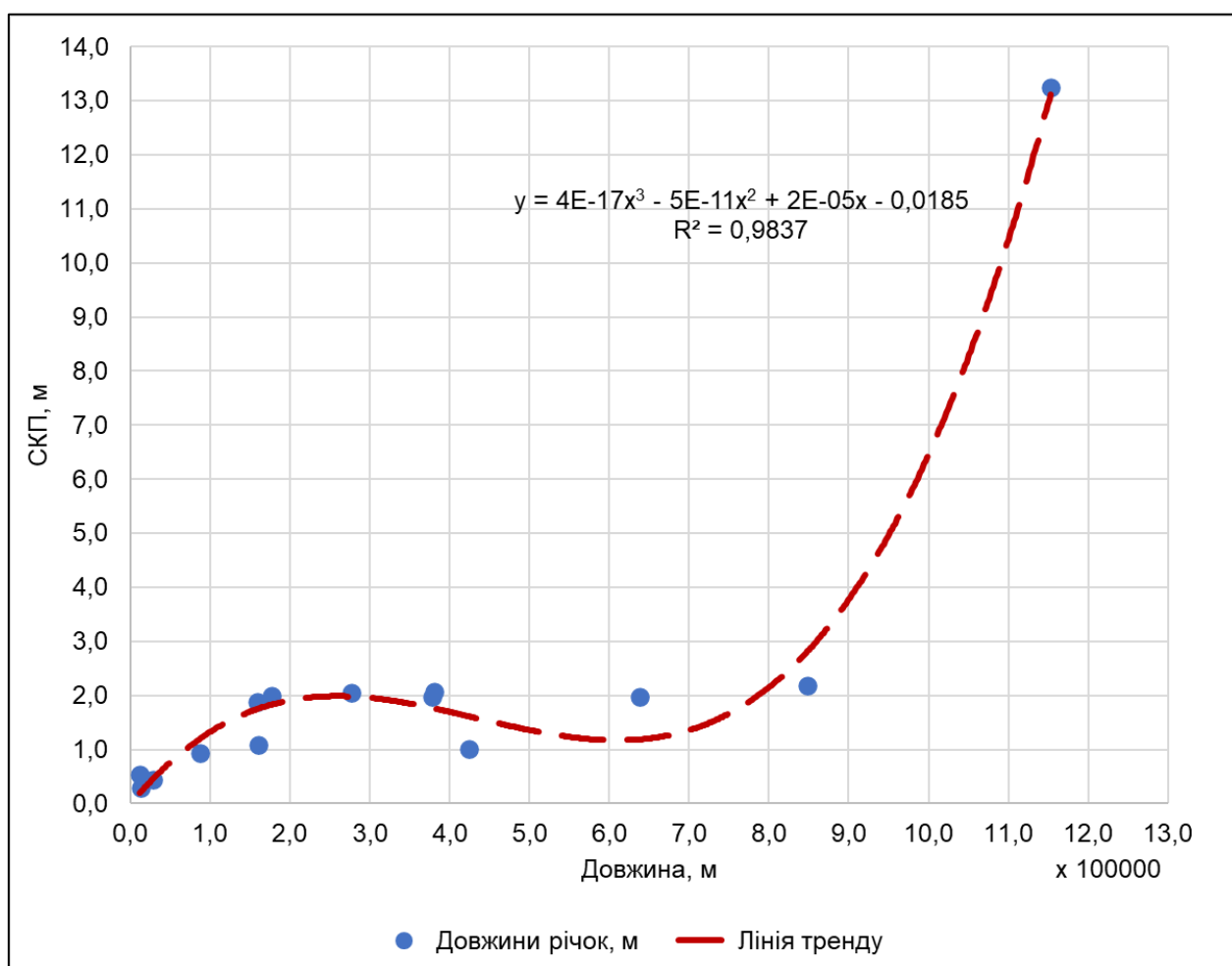


Рисунок 3.10 – Графік залежності середньоквадратичної похибки обчислення за методом Карнеу від довжини об'єкта

На рисунку 3.11 наведено вплив величини геодезичної площі об'єкта на її середньоквадратичну похибку не залежно від методу обчислення. Як і для довжини, так і для площі необхідно максимально встановлювати роздільну здатність векторних моделей об'єктів з метою підвищення точності.

Помітно, що залежність між СКП та геодезичною площею об'єкта є експоненціальною, а коефіцієнт детермінації становить 0,6517, що свідчить про наявність кореляційного зв'язку між цими величинами.

Виконавши обчислення геодезичних площ та їх оцінку точності, було визначено відповідні середньоквадратичні похибки обчислень за методами Карнеу та Сімпсона. Слід зазначити, що ці значення СКП двох методів рівні між собою, проте їх точність апроксимації контуру становить 10^{-12} та 10^{-10} м² відповідно [145].

3.4. Висновки до Розділу 3.

1. Проведено дослідження розроблених функцій та методів геодезичних, картометричних та морфометричних обчислень у програмних засобах PostgreSQL/PostGIS та MATLAB Online. Встановлено, що реалізовані функції на основі методу Карнеу забезпечують високу точність обчислень на референц-еліпсоїді і зводять середньоквадратичну похибку лише до похибки машинного обчислення та округлення. Це дозволяє визначати метричні властивості об'єктів з точністю до нанометрів з урахуванням кривизни Землі. Результати досліджень апробовані і впроваджені у діяльності ДП «НДІГК» та ЦГО ім. Бориса Срезневського ДСНС України (Додаток Ж.1, Додаток Ж.2).

2. Використання реальних геопросторових даних про земельні ділянки, об'єкти природно заповідного фонду, річки та їх басейни, адміністративно-територіальні одиниці підтвердило можливість виконання операцій з максимальною точністю на референц-еліпсоїді, а збіжність отриманих результатів декількома методами дозволило стверджувати про їх високу достовірність.

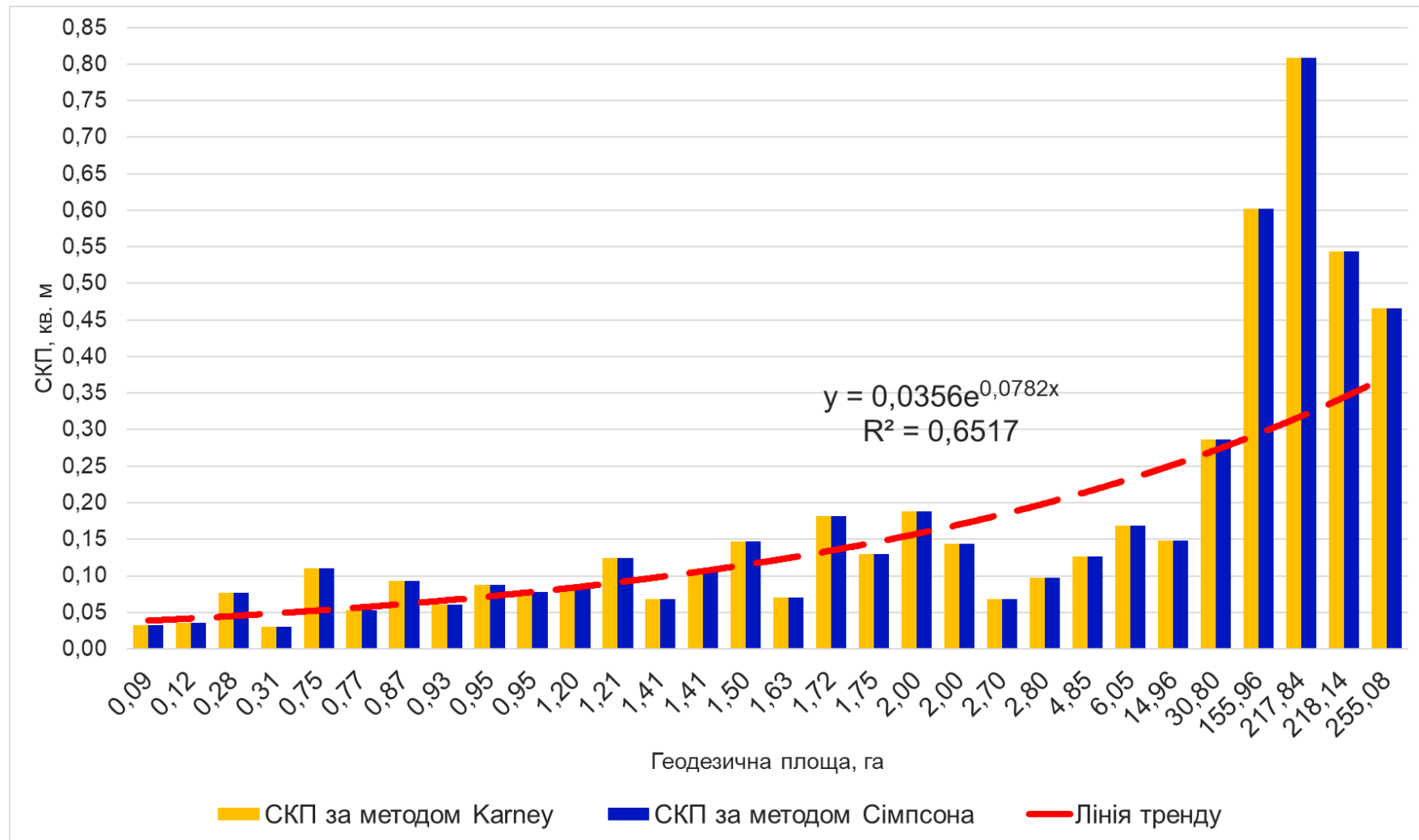


Рисунок 3.11 – Графік залежності середньоквадратичної похибки обчислення площі за методом Карней і Сімпсона від геодезичної площі об'єкта [145]

3. Сформовано фактори впливу оцінки точності визначення геодезичної площі аналітичними та числовими методами у середовищі ГІС і запропоновану математичну модель їх визначення. Однією із головних особливостей цих факторів є врахування геоінформаційного підходу до створення та використання моделей геопросторових об'єктів не залежно від їх масштабу та картографічних проєкцій. Визначено, що на точність обчислення метричних властивостей також суттєво впливає роздільна здатність моделі об'єкта (величина дискретизації).

4. У цьому дослідженні були розглянуті об'єкти від 100 до 350000 точок, що дозволило перевірити швидкодію запропонованих функцій у геоінформаційній системі. Не залежно від кількості точок у моделі розроблені функції виконували операції від 30 секунд до 2 хвилин. Зазначений час є допустимим, проте підвищення швидкодії функції може бути перспективним напрямом досліджень, оскільки сьогодні бази геопросторових даних є досить великі за розміром (від 1Тб і більше), що сумарно впливає на загальний час виконання запитів щодо визначення метричних властивостей об'єктів.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі виконано ряд теоретичних, емпіричних та практичних досліджень з метою підвищення точності аналітичних та числових методів картометричних та геодезичних обчислень у ГІС і отримано основні наукові та практичні результати:

1. Виконано аналіз існуючого стану та останніх тенденцій розвитку геодезичних та картометричних методів у геоінформаційному середовищі, який характеризується переходом від наближених математичних методів до строгих числових математичних та геоінформаційних методів. Зростаючий інформаційно-технологічний рівень розвитку геоінформаційних технологій забезпечує перехід від вирішення зазначених завдань на сфері або площині картографічної проєкції до їх вирішення на поверхні референц-еліпсоїда, а також враховує збільшення розмірності геопросторових об'єктів.

2. Створено реєстр геодезичних та картометричних обчислень та їх уніфіковані паспорти відповідно до вимог національних та міжнародних стандартів ISO 19100 «Географічна інформація/ геоматика» та консорціуму OGC, зокрема стандарту ISO 19127:2019 Географічна інформація – Геодезичні коди і параметри, що забезпечує уніфікацію реалізації функцій виконання координатних та картометричних операцій не залежно від мови програмування та програмного засобу.

3. Розроблено методику проведення оцінки результатів застосування існуючих стандартних засобів обчислювальних операцій інструментальних ГІС, що дозволяє визначити використані математичні методи у програмних засобах. У результаті виконаних досліджень встановлено, що більшість обчислень виконуються не на поверхні референц-еліпсоїда, а на сфері або площині картографічної проєкції. Це обумовлює необхідність у розроблені і реалізації функцій геодезичних та картометричних обчислень на референц-еліпсоїді.

4. Розроблено методики застосування строгих числових методів у координатних перетвореннях геодезичних обчислень та картометричних

обчисленнях. Ці методики засновані на виконанні всіх геодезичних та картометричних обчислень виключно на поверхні референц-еліпсоїда не залежно від спотворень картографічними проєкціями, при чому забезпечується опрацювання даних на великі відстані та території, наприклад, площею 2000 км² та більше за класифікацією у роботі [124].

5. Реалізовано та експериментально апробовано строгі математичні методи у геоінформаційному середовищі, а саме координатні перетворення геодезичних операцій та картометричні операції. Визначено довжини геодезичних ліній з точністю 0,0005 мм та обчислено геодезичні площі за методами Сімпсона і Карнеу, що підвищує точність у порівнянні з існуючими традиційними методами, реалізованих у більшості ГІС (0,1 мм).

6. Сформовано фактори впливу на оцінку точності геодезичних, картометричних та морфометричних обчислень у геоінформаційному середовищі, які враховують перехід від картографічної до геоінформаційної парадигми картографічного виробництва, зокрема застосування сучасних методів збору геопросторових даних та рівень розвитку геоінформаційних систем. Запропоновано математичну модель оцінки точності геодезичних та картометричних обчислень у геоінформаційному середовищі.

7. Результати досліджень забезпечують підвищення точності обчислювальних операцій з урахуванням кривизни Землі у розглянутих галузях та сферах діяльності, таких як топографо-геодезичній та картографічній, гідрометеорологічній та гідрологічній, земельних відносин, що впливає на якісне використання метричних характеристик геопросторових об'єктів та їх моніторинг.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Altamimi, Z. (2024). EUREF technical note 1: relationship and transformation between the international and the European terrestrial reference systems. *Pubblicato da EUREF*. URL: <http://etrs89.ensg.ign.fr/pub/EUREF-TN-1-Jan-31-2024.pdf> (дата звернення: 09.03.2024 р.).
2. Alsharif, A. H., Salleh, N. Z. M., Baharun, R., Hashem E, A. R., Mansor, A. A., Ali, J., & Abbas, A. F. (2021). Neuroimaging techniques in advertising research: Main applications, development, and brain regions and processes. *Sustainability*, 13(11), 6488. DOI: [10.3390/su13116488](https://doi.org/10.3390/su13116488)
3. Barton, C. E., & Tarlowski, C. Z. (1991). Geomagnetic, geocentric, and geodetic coordinate transformations. *Computers & Geosciences*, 17(5), 669-678. DOI: 10.1016/0098-3004(91)90038-F.
4. Basaraner, M., & Cetinkaya, S. (2019). New measures for analysis and comparison of shape distortion in world map projections. *Cartography and Geographic Information Science*, 46(6), 518-531. DOI: [10.1080/15230406.2019.1567394](https://doi.org/10.1080/15230406.2019.1567394).
5. Baselga, S., & Olsen, M. J. (2021). Approximations, Errors, and Misconceptions in the Use of Map Projections. *Mathematical Problems in Engineering*, 2021. DOI: [10.1155/2021/1094602](https://doi.org/10.1155/2021/1094602).
6. Berk, S. and Ferlan, M. (2018). Accurate area determination in the cadaster: Case study of Slovenia. *Cartography and geographic information science*, 45(1), 1-17., DOI: [10.1080/15230406.2016.1217789](https://doi.org/10.1080/15230406.2016.1217789)
7. Bepalko, R., & Hutsul, T. (2021). Technological features of distribution between river basins using GIS technologies (based on the example of r. Brusnytsya). *Visnyk of V. N. Karazin Kharkiv National University, Series «Geology. Geography. Ecology»*, (55), 117-127. DOI: [10.26565/2410-7360-2021-55-09](https://doi.org/10.26565/2410-7360-2021-55-09)
8. Bepalko, R., Kazimir, I., & Hutsul, T. (2022). Possibilities of geoinformational analysis for assessment of the state and directions of

development of geodetic support of the territory of Ukraine. *Reports on Geodesy and Geoinformatics*, 113(1), 21-28. <https://doi.org/10.2478/rgg-2022-0003>.

9. Boucher, C., Z. Altamimi, P. Sillard, and M. Feissel-Vernier (2004), The ITRF2000, *IERS Tech. Note* 31, 289 pp., Verlag des Bundesamts für Kartogr. und Geod., Frankfurt-am-Main, Germany. URL: [http://geodesy.unr.edu/hanspeterplag/library/geodesy/IERS Technical Note 31.pdf](http://geodesy.unr.edu/hanspeterplag/library/geodesy/IERS_Technical_Note_31.pdf) (дата звернення: 09.03.2024 р.).
10. Cazabal-Valencia, L., Caballero-Morales, S. O., & Martínez-Flores, J. L. (2016). Logistic model for the facility location problem on ellipsoids. *International Journal of Engineering Business Management*, 8, DOI: 10.1177/1847979016668979.
11. Chamberlain, R. G. & Duquette, W. H. (2007). Some Algorithms for Polygons on a Sphere. *National Aeronautics and Space Administration*. URL: <https://trs.jpl.nasa.gov/bitstream/handle/2014/40409/JPL%20Pub%2007-3%20%20w%20Errata.pdf?sequence=3&isAllowed=y> (дата звернення: 09.03.2024).
12. De Rosa, R., & Aragona, B. (2021). Open science and the academic profession. *JeDEM-eJournal of eDemocracy and Open Government*, 13(2), 184-205. DOI: [10.29379/jedem.v13i2.661](https://doi.org/10.29379/jedem.v13i2.661)
13. Deakin, R. E. (2006). Meridian distance. *Unpublished manuscript, 30pp.* Available online at [<http://user.gs.umat.edu.au/rod/files/publications>] (дата звернення: 09.03.2024 р.).
14. Deakin, R. E., & Hunter, M. N. (2007, May). Geodesics on an ellipsoid–Pittman's method. In *Proceedings of the Spatial Sciences Institute Biennial International Conference (SSC2007)*, Hobart, Tasmania, Australia (pp. 223-242). URL: <https://mygeodesy.id.au/documents/Geodesics%20-%20Pittman%20method.pdf> (дата звернення: 09.03.2024 р.).
15. Deakin, R. E., & Hunter, M. N. (2009). Geodesics on an ellipsoid-bessels method. *School of Mathematical and Geospatial Sciences, RMIT University*.

- URL: [https://www.academia.edu/download/34316174/Geodesics - Bessels_method.pdf](https://www.academia.edu/download/34316174/Geodesics_-_Bessels_method.pdf) (дата звернення: 09.03.2024 р.).
16. Deakin, R. E., & Hunter, M. N. (2010). Geometric Geodesy Part A. *Lecture Notes, School of Mathematical & Geospatial Sciences, RMIT University, Melbourne, Australia*. p. 151. URL: [https://www.mygeodesy.id.au/documents/Geometric%20Geodesy%20A\(2013\).pdf](https://www.mygeodesy.id.au/documents/Geometric%20Geodesy%20A(2013).pdf) (дата звернення: 09.03.2024 р.).
 17. Deakin, R. E., Hunter, M. N., & Karney, C. F. F. (2010). The Gauss-Krüger projection. In *Proceedings of the 23rd Victorian regional survey conference* (pp. 1-20). URL: <http://www.mygeodesy.id.au/documents/Gauss-Krueger%20Warrnambool%20Conference%20V2.pdf> (дата звернення: 09.03.2024 р.).
 18. Dehant, V., & Mathews, P. M. (2007). Earth rotation variations. *Planets and Moons*, 10, 295-349. DOI: [10.1016/B978-044452748-6.00177-2](https://doi.org/10.1016/B978-044452748-6.00177-2)
 19. Diaz-Toca, G. M., Marin, L., & Necula, I. (2020). Direct transformation from Cartesian into geodetic coordinates on a triaxial ellipsoid. *Computers & Geosciences*, 142, 104551. DOI: [10.1016/j.cageo.2020.104551](https://doi.org/10.1016/j.cageo.2020.104551).
 20. Dong, J., Ji, H., Tang, L., Peng, R., & Zhang, Z. (2021). Accuracy analysis and verification of the method for calculation of geodetic problem on earth ellipsoid surface. In *E3S Web of Conferences* (Vol. 245, p. 02033). EDP Sciences. DOI: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202124502033>.
 21. Elsevier B.V. SciVal [Електронний ресурс] / Elsevier B.V. – 2024. – Режим доступу до ресурсу: <https://www.scival.com/trends/summary?uri=Topic/52925>. (дата звернення: 09.03.2024 р.).
 22. Engsager, K. E. and K. Poder, 2007, A highly accurate world wide algorithm for the transverse Mercator mapping (almost), in *Proc. XXIII Intl. Cartographic Conf. (ICC2007)*, Moscow, p. 2.1.2. URL: <https://studylib.net/doc/7443565/a-highly-accurate-world-wide-algorithm-for-the-transverse>. (дата звернення: 09.03.2024 р.).
 23. Esposito, A., Grulois, M., Pappaccogli, G., Palusci, O., Donateo, A., Salizzoni, P., ... & Buccolieri, R. (2023). On the Calculation of Urban Morphological

- Parameters Using GIS: An Application to Italian Cities. *Atmosphere*, 14(2), 329. DOI: 10.3390/atmos14020329.
24. Evers, K., & Knudsen, T. (2017). Transformation pipelines for PROJ.4. *Surveying the World of Tomorrow – From Digitalisation to Augmented Reality, Proceedings of the FIG Working Week*. URL: https://fig.net/resources/proceedings/fig_proceedings/fig2017/papers/iss6b/IS_S6B_evers_knudsen_9156_abs.pdf (дата звернення: 09.03.2024 р.).
 25. EPSG. Transverse Mercator EPSG:9807 [Електронний ресурс] / EPSG // MapTiler. – 2022. – Режим доступу до ресурсу: <https://epsg.io/9807-method> (дата звернення: 09.03.2024 р.).
 26. Fenta, A. A., Yasuda, H., Shimizu, K., Haregeweyn, N., & Woldearegay, K. (2017). Quantitative analysis and implications of drainage morphometry of the Agula watershed in the semi-arid northern Ethiopia. *Applied Water Science*, 7, 3825-3840. DOI: [10.1007/s13201-017-0534-4](https://doi.org/10.1007/s13201-017-0534-4).
 27. Fisikopoulos, V. (2019). Geodesic Algorithms: An Experimental Study. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 42(4/W14), 45-47. DOI: [10.5194/isprs-archives-XLII-4-W14-45-2019](https://doi.org/10.5194/isprs-archives-XLII-4-W14-45-2019)
 28. Freire R. R., Vasconcellos J. C. Geodetic or Rhumb Line Polygon Area Calculation over the WGS-84 Datum Ellipsoid //FIG Congress. – 2010. – С. 11-16. URL: https://fig.net/resources/proceedings/fig_proceedings/fig2010/papers/fs02c/fs02c_freire_vasconcellos_3868.pdf (дата звернення: 09.03.2024 р.).
 29. Galo M., Monico J. F. G., Oliveira L. C. Cálculo de áreas de polígonos sobre o elipsóide usando projeções equivalentes //Curitiba: Universidade Federal do Paraná. – 2003. – С. 465-479. DOI: 10.13140/2.1.3233.0240.
 30. Ganić, A., Milutinović, A., & Ganić, M. (2014). User defined function for transformation of ellipsoidal coordinates. *Podzemni radovi*, 22(24), 35-47. <https://doi.org/10.5937/podrad1424035G>.

31. García-Miró, C., Sotuela, I., Jacobs, C. S., Clark, J. E., Naudet, C. J., White, L. A., ... & Snedeker, L. G. (2014, October). The X/Ka Celestial Reference Frame: towards a Gaia frame tie. In *Proceedings of Science. 12th European VLBI Network Symposium and Users Meeting (EVN 2014), Session* (Vol. 3). URL: <https://www.academia.edu/download/84802018/pdf.pdf>. (дата звернення: 09.03.2024).
32. Geomatics Guidance Note Number 7, part 2 Coordinate Conversions and Transformations including Formulas [Електронний ресурс] // International Association of Oil and Gas Producers (OGP). – 2012. – Режим доступу до ресурсу: <https://www.yumpu.com/en/document/view/24916954/coordinate-conversions-and-transformations-including>.
33. Gillissen, I. (1993). Area computation of a polygon on an ellipsoid. *Survey Review*, 32:248, 92-98, DOI: 10.1179/sre.1993.32.248.92.
34. Gojković, Z., Radojičić, M., & Vulović, N. (2017). Application for coordinate transformation between Gauss-Kruger projection-Bessel ellipsoid and UTM projection-WGS84 ellipsoid. *Podzemni radovi*, (30), 29-45. URL: <https://scindeks-clanci.ceon.rs/data/pdf/0354-2904/2017/0354-29041730029Z.pdf> (дата звернення: 09.03.2024).
35. Grygorenko, W. (1990). Cognitive and methodological attributes of cartography. *Miscellanea geographica*, 4(1), 229-236. URL: <https://intapi.sciendo.com/pdf/10.2478/mgrsd-1990-040131> (дата звернення: 09.03.2024).
36. Guo, J. C., Shen, W. B., & Ning, J. S. (2020). Development of Lee's exact method for Gauss-Krüger projection. *Journal of Geodesy*, 94(6), 58. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s00190-020-01388-2>. (дата звернення: 09.03.2024).
37. Haas, R., Scherneck, H. G., Gueguen, E., Nothnagel, A., & Campbell, J. (2002). Large-scale strain-rates in Europe derived from observations in the European geodetic VLBI network. *EGU stephan mueller spec. publ. Ser, 2*, 1-14. URL: <https://smsps.copernicus.org/articles/2/139/2002/>. (дата звернення: 09.03.2024).

38. Huang H. Estimating area of vector polygons on spherical and ellipsoidal earth models with application in estimating regional carbon flows [Электронный ресурс] / Huiting Huang // Lund University. – 2017. – Режим доступа до ресурсу: <http://lup.lub.lu.se/luur/download?func=downloadFile&recordOId=8921924&fileOId=8922096> (дата звернення: 09.03.2024).
39. Idrizi Bashkim (2020) Necessity for geometric corrections of distances in web and mobile maps. *Proceedings Vol. 1, 8th International Conference on Cartography and GIS*, Nessebar, Bulgaria. 462 – 470. URL: https://www.academia.edu/43414219/NECESSITY_FOR_GEOMETRIC_CORRECTIONS_OF_DISTANCES_IN_WEB_AND_MOBILE_MAPS (дата звернення: 09.03.2024 р.).
40. Idrizi, B. (2023). Current Conditions, Opportunities and Deficiencies of Using State Coordinate Reference System of North Macedonia From International EPSG and PROJ Databases. *Abstracts of the ICA*, 6, 297. DOI: [10.5194/ica-abs-6-297-2023](https://doi.org/10.5194/ica-abs-6-297-2023)
41. Idrizi, B. (2021, December). Redefining of “EPSG” and “PROJ” for current State Coordinate Reference System of the Republic of North Macedonia. In *Proceedings of the ICA* (Vol. 4, pp. 1-8). Copernicus GmbH. DOI: [10.5194/ica-proc-4-45-2021](https://doi.org/10.5194/ica-proc-4-45-2021)
42. ISO (2019). ISO 19111:2019 Geographic information — Referencing by coordinates. URL: <https://www.iso.org/standard/74039.html?browse=tc> (дата звернення: 09.03.2024 р.).
43. ISO (2019). ISO 19127:2019 Geographic information — Geodetic register. URL: <https://www.iso.org/ru/standard/67252.html> (дата звернення: 09.03.2024 р.).
44. Jekeli, C. (2016). Geometric Reference Systems in Geodesy (2016 edition). *Ohio State University*, 214. URL: <https://kb.osu.edu/server/api/core/bitstreams/404dbfb8-da94-5f09-baf4-dbee438ece83/content> (дата звернення: 09.03.2024 р.).

45. Karney, C. F. (2011). Transverse Mercator with an accuracy of a few nanometers. *Journal of Geodesy*, 85(8), 475-485. DOI: [10.1007/s00190-011-0445-3](https://doi.org/10.1007/s00190-011-0445-3).
46. Karney, C. F. (2013). Algorithms for geodesics. *Journal of Geodesy*. Vol. 87, 43–55. DOI: [10.1007/s00190-012-0578-z](https://doi.org/10.1007/s00190-012-0578-z).
47. Karney, C. F. (2011) Geodesics on an ellipsoid of revolution. URL: <https://arxiv.org/pdf/1102.1215.pdf> (дата звернення: 09.03.2024 р.).
48. Karney, C. F. (2018). Geodesics on a triaxial ellipsoid. *GeographicLib*1.49. <http://geographiclib.sourceforge.net/html/triaxial.html>. (дата звернення: 09.03.2024 р.).
49. Karney, C. F. (2023). Geographiclib (<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/50605-geographiclib>), *MATLAB Central File Exchange*. (дата звернення: 09.03.2024 р.).
50. Karpinskyi Yu., & Kin D. (2020). Research of the transition from cartometric to analytical operations. *XXV Jubilee International Scientific and Technical Conference «Geoforum – 2020»*, Lviv, Ukraine. DOI: [10.13140/RG.2.2.34353.40806](https://doi.org/10.13140/RG.2.2.34353.40806).
51. Karpinskyi, Y., Lyashchenko, A., Patrakeyev, I., & Ziborov, V. (2023, March). Poly-scale principle of urban environment geoinformation monitoring. In *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science* (Vol. 1150, No. 1, p. 012006). DOI: 10.1088/1755-1315/1150/1/012006.
52. Kellermann, K. I., Bouton, E. N., & Brandt, S. S. (2020). Open skies: The national radio astronomy observatory and its impact on US radio astronomy (p. 652). *Springer Nature*. DOI: 10.1007/978-3-030-32345-5
53. Kelly, K., & Šavrič, B. (2021). Area and volume computation of longitude–latitude grids and three-dimensional meshes. *Transactions in GIS*, 25(1), 6-24. DOI: [10.1111/tgis.12636](https://doi.org/10.1111/tgis.12636).
54. Kin, D. & Karpinskyi, Y. (2022). The phenomenon of topological inconsistencies of frames of map sheets during the creation of the Main state

- topographic map. ISTCGCAP, 95, 103-112. DOI: [10.23939/istcgcap2022.95.103](https://doi.org/10.23939/istcgcap2022.95.103).
55. Kin, D., & Karpinskyi, Y. (2020). Peculiarities of the method of calculation feature's geodetic area on the reference ellipsoid in GIS. *International Conference of Young Professionals «GeoTerrace-2020»* (Vol. 2020, No. 1, pp. 1-5). European Association of Geoscientists & Engineers. DOI: [10.3997/2214-4609.20205757](https://doi.org/10.3997/2214-4609.20205757).
 56. Kin, D., & Karpinskyi, Y. (2021). Ontology of geodetic, cartometric and morphometric methods in the geoinformation environment. In *Geoinformatics* (Vol. 2021, No. 1, pp. 1-6). European Association of Geoscientists & Engineers. DOI: <https://doi.org/10.3997/2214-4609.20215521101>.
 57. Kin, D. (2024). Toolbox of geodetic and cartometric methods (1.1). *Zenodo*. <https://doi.org/10.5281/zenodo.10801557>. (дата звернення: 09.03.2024 р.).
 58. Krásná, H., Tierno Ros, C., Pavetich, P. et al. (2013). Investigation of crustal motion in Europe by analysing the European VLBI sessions. *Acta Geod Geophys.* 48, 389–404. DOI: 10.1007/s40328-013-0034-4
 59. Lapaine, M., & Tutić, D. (2001). Relationships between the old Gauss-Krüger projection and UTM projection for Croatia. In *Reports of the Symposium of the IAG Subcommision for Europe (EUREF)*, Dubrovnik. URL: http://www.euref.eu/symposia/book2001/poster_1.pdf. (дата звернення: 09.03.2024 р.).
 60. László, Z. (1991). *Kartometria: térképértékelés-térképinterpretáció* [Doctoral dissertation, Eötvös Loránd University]. URL: <http://lazarus.elte.hu/hun/dolgozo/zentail/kartomet/tart.htm>. (дата звернення: 09.03.2024 р.).
 61. László, Z. (2022). DOES CARTOMETRY STILL MATTER? In *Proceedings Vol. 2, 8th International Conference on Cartography and GIS*, p. 11-16. URL: [https://iccgis2020.cartography-gis.com/8ICCGIS-Vol2/8ICCGIS_Proceedings_Vol2_\(1\).pdf](https://iccgis2020.cartography-gis.com/8ICCGIS-Vol2/8ICCGIS_Proceedings_Vol2_(1).pdf) (дата звернення: 09.03.2024 р.).
 62. Lazorenko-Hevel N., Karpinskyi Yu. & Kin D. Some peculiarities of creation (updating) of digital topographic maps for the seamless topographic database

- of the Main State Topographic Map in Ukraine. (2021). *Geoingegneria Ambientale e Mineraria*, Anno LVIII, n. 1, p 19-24. DOI: [10.19199/2021.1.1121-9041.019](https://doi.org/10.19199/2021.1.1121-9041.019).
63. Li, X., Li, H., Liu, G., Bian, S., & Jiao, C. (2022). Simplified expansions of common latitudes with geodetic latitude and geocentric latitude as variables. *Applied sciences*, 12(15), 7818. DOI: 10.3390/app12157818.
64. Li, X., Li, H., Liu, G., & Bian, S. (2022). Optimization of Complex Function Expansions for Gauss-Krüger Projections. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, 11(11), 566. DOI: [10.3390/ijgi11110566](https://doi.org/10.3390/ijgi11110566).
65. Ligas, M., & Banasik, P. (2011). Conversion between Cartesian and geodetic coordinates on a rotational ellipsoid by solving a system of nonlinear equations. *Geodesy and cartography*, 60(2), 145-159. DOI: 10.2478/v10277-012-0013-x.
66. Lott, R.; Ryden, K.; Desruisseaux, M.; Mark, H.; Heazel, C. (2019). *OGC Abstract Specification Topic 2: Referencing by coordinates*. Open Geospatial Consortium: Wayland, MA, USA. Internal reference number: 18-005r5. Version: 5.0.1. URL: <https://docs.ogc.org/as/18-005r5/18-005r5.html> (дата звернення: 09.03.2024 р.).
67. Lyashchenko, A., Patrakeyev, I., Ziborov, V., Datsenko, L., & Mikhno, O. (2021). Assessment and management of urban environmental quality in the context of INSPIRE requirements. *Theoretical and Empirical Researches in Urban Management*, 16(2), 55-71. URL: <http://um.ase.ro/no162/4.pdf> (дата звернення: 09.03.2024 р.).
68. Maling, D. H. (1989). Measurements from maps: principles and methods of cartometry. *Oxford: Pergamon press*.
69. MapInfo Professional, version 5.5 BETA [Електронний ресурс]. – 2006. – Режим доступу до ресурсу: <http://ftp.twaren.net/cpatch/gis/mapbasic/source/mapinfo.mapbasic.readme.v5.5.pdf> (дата звернення: 09.03.2024 р.).
70. Martínez-Llario J. C., Baselga S., Coll E. Accurate Algorithms for Spatial Operations on the Spheroid in a Spatial Database Management System. (2021). *Applied Sciences*. 11(11):5129. DOI: [10.3390/app11115129](https://doi.org/10.3390/app11115129).

71. Marx, C. (2021). Performance of a solution of the direct geodetic problem by Taylor series of Cartesian coordinates. *Journal of Geodetic Science*, 11(1), 122-130. DOI: [10.1515/jogs-2020-0127](https://doi.org/10.1515/jogs-2020-0127).
72. Michael L. D. Ground Truth: Design and Documentation of Low Distortion Projections for Surveying and GIS [Электронный ресурс] / Dennis L. Michael // Geodetic Analysis, LLC. – 2015. – Режим доступа до ресурсу: https://www.plso.org/resources/documents/dennis%20ground_truth_handout_v22_plso_2015.pdf (дата звернення: 09.03.2024 р.).
73. Mirko, B. A., & Radoje, B. D. (2012). Nova službena kartografska projekcija Srbije. *Vojnotehnički glasnik*, 60(1), 201-215. DOI: [10.5937/vojtehg1201201B](https://doi.org/10.5937/vojtehg1201201B)
74. Morgaś, W., & Kopacz, Z. (2017). Conversion of geodetic coordinates into flat (2-dimensinal) coordinates PL-UTM for the purposes of navigation. *Maritime Technical Journal*, 208(1), 45-60. DOI: [10.5604/0860889x.1237622](https://doi.org/10.5604/0860889x.1237622).
75. Nishiyama, Y. (2012). Measuring Areas: From Polygons to Land Maps. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 81(1), 91-99. URL: <https://www.ijpam.eu/contents/2012-81-1/9/9.pdf> (дата звернення: 09.03.2024 р.)/
76. Osypov, V., Osadcha, N., Hlotka, D., Osadchyi, V., & Nabyvanets, J. (2018). The Desna River daily multi-site streamflow modeling using SWAT with detail snowmelt adjustment. *Journal of Geography and Geology*, 10(3), 92-110. DOI:10.5539/jgg.v10n3p92.
77. Pakshyn, M., Liaska, I., Kablak, N., & Yaremko, H. (2021). Investigation of the mining departments influence of Solotvynsky salt mine SE on the Earth surface, buildings and constructions using satelite radar monitoring. *Geodynamics*, (2), 41-52. <https://doi.org/10.23939/jgd2021.02.041>
78. Panou, G., Delikaraoglou, D., & Korakitis, R. (2013). Solving the geodesics on the ellipsoid as a boundary value problem. *Journal of Geodetic Science*, 3(1), 40-47. DOI: <https://doi.org/10.2478/jogs-2013-0007>.

79. Panou, G., & Korakitis, R. (2021). Analytical and numerical methods of converting Cartesian to ellipsoidal coordinates. *Journal of Geodetic Science*, 11(1), 111-121. DOI: [10.1515/jogs-2020-0126](https://doi.org/10.1515/jogs-2020-0126).
80. Patrakeyev, I., Ziborov, V., Maksymova, Y., & Yeremenko, T. (2021). Integrated modeling of complex objects of geoinformational monitoring. *J Arch Civil Eng*, 6(7), 28-36. URL: <https://www.academia.edu/download/68216530/E06072836.pdf> (дата звернення: 09.03.2024 р.).
81. Pędzich, P., Balcerzak, J., & Panasiuk, J. (2009). New approach to the Gauss-Kruger projection of an ellipsoid onto a sphere (No. R3/RS). *Department of Cartography*, p. 11. URL: https://icaci.org/files/documents/ICC_proceedings/ICC2009/html/nonref/10_1.pdf (дата звернення: 09.03.2024 р.).
82. Pędzich, P. & Kuźma, M. (2012). Application of methods for area calculation of geodesic polygons on Polish administrative units. *Geodesy and Cartography*, vol. 61, nr 2, pp. 105 – 115. DOI: 10.2478/v10277-012-0025-6.
83. Pérez, N. A. R., Triana, C. A. P., & González, H. V. (2022). Calculating geodesics: A computational approach on ellipsoids. *Ingeniería Solidaria*, 18(1), 1-18. DOI: [10.16925/2357-6014.2022.01.10](https://doi.org/10.16925/2357-6014.2022.01.10).
84. PostGIS 2.5.2dev Manual [Електронний ресурс] // The PostGIS Development Group. – 2018. – Режим доступу до ресурсу: https://postgis.net/docs/ST_Area.html (дата звернення: 09.03.2024).
85. Rădulescu, A. T., Rădulescu, C. M., Kablak, N., Reity, O. K., & Rădulescu, G. M. (2023). Impact of Factors That Predict Adoption of Geomonitoring Systems for Landslide Management. *Land*, 12(4), 752. <https://doi.org/10.3390/land12040752>
86. Rapp, R. H. (1991). *Geometric Geodesy, part I (Basic Principles)*. Ohio State University, Department of Geodetic Science, Columbus. URL: https://geodesyattamucc.pbworks.com/f/Rapp_Geom_Geod_Vol_I.pdf. (дата звернення: 09.03.2024 р.).
87. Rapp, R. H. (1993). *Geometric geodesy, part 2*. The Ohio State University, Department of Geodetic Science, Columbus. URL:

https://www.academia.edu/7996657/GEOMETRIC_GEODESY_PART_II

(дата звернення: 09.03.2024 р.).

88. Reid, M. J., & Honma, M. (2014). Microarcsecond radio astrometry. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 52, 339-372. URL: https://ned.ipac.caltech.edu/level5/March14/Reid/Reid_contents.html (дата звернення: 09.03.2024 р.).
89. Ruffhead, A. (2021). *Investigation into the Accuracy and Practicality of Methods for Transforming Coordinates between Geodetic Datums* (Doctoral dissertation, University of East London). URL: https://www.researchgate.net/publication/354478414_Investigation_into_the_accuracy_and_practicality_of_methods_for_transforming_coordinates_between_geodetic_datums_PhD_thesis_book-format_edition (дата звернення: 09.03.2024 р.).
90. Sarti, P., Negusini, M., & Abbondanza, C. (2010). Improved geodetic European very-long-baseline interferometry solution using models of antenna gravitational deformation. *Annals of geophysics*, 53(5-6), 13-23. DOI: [10.4401/ag-4739](https://doi.org/10.4401/ag-4739)
91. Šavrič, B. (2015). *Optimizing map projection selection for world maps and web maps* [Doctoral dissertation, Oregon State University]. URL: <http://hdl.handle.net/1957/55790>. (дата звернення: 09.03.2024 р.).
92. Setiawan, A., & Sedyono, E. (2020). Area calculation based on GADM geographic information system database. *Telkomnika*, 18(3), 1416-1421. DOI: <http://dx.doi.org/10.12928/telkomnika.v18i3.14901>.
93. Shults, R., Urazaliev, A., Annenkov, A., Nesterenko, O., Kucherenko, O., & Kim, K. (2020). Different Approaches to Coordinate Transformation Parameters Determination of Nonhomogeneous Coordinate Systems. In *Environmental Engineering. Proceedings of the International Conference on Environmental Engineering. ICEE* (Vol. 11, pp. 1-7). Vilnius Gediminas Technical University, Department of Construction Economics & Property. DOI: [10.3846/enviro.2020.687](https://doi.org/10.3846/enviro.2020.687).

94. Shults, R., Ormambekova, A., Medvedskij, Y., & Annenkov, A. (2023). GNSS-Assisted Low-Cost Vision-Based Observation System for Deformation Monitoring. *Applied Sciences*, 13(5), 2813. DOI: [10.3390/app13052813](https://doi.org/10.3390/app13052813).
95. Sjöberg, L. (2012). Solutions to the ellipsoidal Clairaut constant and the inverse geodetic problem by numerical integration. *Journal of Geodetic Science*, 2(3), 162-171. DOI: [10.2478/v10156-011-0037-4](https://doi.org/10.2478/v10156-011-0037-4).
96. Sjöberg, L. E., & Shirazian, M. (2012). Solving the direct and inverse geodetic problems on the ellipsoid by numerical integration. *Journal of Surveying Engineering*, 138(1), 9-16. DOI: [10.1061/\(ASCE\)SU.1943-5428.0000061](https://doi.org/10.1061/(ASCE)SU.1943-5428.0000061).
97. Tay, A. (2022). Research Rabbit is out of beta-my review of this new literature mapping tool. *Academic Librarians and Open Access*. URL: <https://medium.com/a-academic-librarians-thoughts-on-open-access/researchrabbit-is-out-of-beta-my-review-of-this-new-literature-mapping-tool-3c593d061c63> (дата звернення: 09.03.2024 р.).
98. Tereshchuk O. Efficiency of application of satellite technology when performing land and cadastral works in settlements / O. Tereshchuk, I. Nystoriak // *Geodesy, cartography and aerial photography*. - 2016. - Вип. 84. - С. 90-100. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Geodez_2016_84_11 (дата звернення: 09.03.2024 р.).
99. Tretyak, K., Bisovetskyi, Y., Savchyn, I., Korlyatovych, T., Chernobyl, O. & Kukhtarov, S. (2023). Monitoring of spatial displacements and deformation of hydraulic structures of hydroelectric power plants of the Dnipro and Dniester cascades (Ukraine). *Journal of Applied Geodesy*. DOI: [10.1515/jag-2023-0021](https://doi.org/10.1515/jag-2023-0021).
100. Tretyak, K., Zayats, O., & Hrabovyi, O. (2023). Combined adjustment of GNSS observation results and slit meter measurements for the displacement detection at the Dniester HPP dam. *Applied Geomatics*, 1-13. DOI: [10.1007/s12518-023-00502-1](https://doi.org/10.1007/s12518-023-00502-1)
101. Turiño, C. E. (2008). Gauss Krüger projection for areas of wide longitudinal extent. *International Journal of Geographical Information Science*, 22(6), 703-719. DOI: <https://doi.org/10.1080/13658810701602286>.

102. Van der Marel, H. (2014). Reference systems for surveying and mapping. *Lecture notes, Faculty of Civil Engineering and Geosciences Delft University of Technology, Delft, The Netherlands*. URL: https://gnss1.tudelft.nl/pub/vdmarel/reader/CTB3310_RefSystems_1-2a_print.pdf (дата звернення: 09.03.2024 р.).
103. Vermeer, M., & Rasila, A. (2019). *Map of the World: An Introduction to Mathematical Geodesy*. CRC Press. ISBN: 978-0-367-21773-0.
104. Vincenty, T. (1975). Direct and inverse solutions of geodesics on the ellipsoid with application of nested equations. *Survey review*, 23(176), 88-93. URL: https://www.ngs.noaa.gov/PUBS_LIB/inverse.pdf. (дата звернення: 09.03.2024 р.).
105. Völgyesi L. (2004) Conversion between Austrian and Hungarian map projection systems. *Periodica Polytechnica Civ. Eng*, Vol. 48, Nr. 1-2. pp. 73-88. URL: <http://volgyesi.hotserver.hu/vetulet/ppgraz.pdf>. (дата звернення: 09.03.2024 р.).
106. Voser, S. A. (2002) Cartometric Aspects of Hybrid Analysis within GIS. *Semantic Modelling for the Acquisition of Topographic Information from Images and Maps*, 61. URL: <http://mapref.org/LinkedDocuments/voser-smati99.pdf> (дата звернення: 09.03.2024 р.).
107. Windarni, V. A., Setiawan, A., & Rahmatalia, A. (2023). Comparison of the Karney Polygon Method and the Shoelace Method for Calculating Area. *MATRIK: Jurnal Manajemen, Teknik Informatika dan Rekayasa Komputer*, 23(1), 39-52. DOI: [10.30812/matrik.v23i1.2929](https://doi.org/10.30812/matrik.v23i1.2929)
108. Yatskiv, Y. S., Odynets, P. S., & Volvach, A. E. (2013). THE “SIMEIZ-KATZIVELY” CO-LOCATION SITE OF SPACE GEODESY TECHNIQUES: CURRENT STATE AND FUTURE ACTIVITY. In *Proceedings of the Journées* (Vol. 16, p. 216). URL: <https://itrf.ign.fr/docs/local-ties/reports/Simeiz-Katzively%20colocation%20survey,%201994-2004-2008%20and%202011.pdf> (дата звернення: 09.03.2024 р.).

109. Yildirim, F. & Kadi, F. (2021). Determining the area corrections affecting the map areas in GIS applications. *Reports on Geodesy and Geoinformatics*, 112(1) 9-17. DOI: [10.2478/rgg-2021-0003](https://doi.org/10.2478/rgg-2021-0003).
110. Адаменко, О., Анненков, А., Медведський, Ю., Циколенко, О., & Гаврилов, Є. (2023). Дослідження точності визначення координат сфер лазерним сканером FARO FOCUS S 120. *Просторовий розвиток*, (5), 240–257. DOI: [10.32347/2786-7269.2023.5.240-257](https://doi.org/10.32347/2786-7269.2023.5.240-257)
111. Багратуни Г.В. Курс сфероидической геодезии: учебник (для студентов астрономо-геодезических специальностей) / Г.В. Багратуни. – М.: Геодезиздат, 1962. – 252 с.
112. Байрак Г. Методи геоморфологічних досліджень : навч. посібник / Галина Байрак. – Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2018. – 292 с. ISBN 978-617-10-0440-5. URL: https://geography.lnu.edu.ua/wp-content/uploads/2018/09/bayrak_metody_geom.pdf (дата звернення: 09.03.2024 р.).
113. Барановський В. Д., Карпінський Ю. О., Лященко А.А. Топографо-геодезичне та картографічне забезпечення ведення державного земельного кадастру. Визначення площ територій / За заг. Ред. Ю.О. Карпінського. – К.: НДІГК. 2009а. – 92 с. – (Сер. Геодезія, картографія, кадастр).
114. Барановський В. Д., Карпінський Ю. О., Кучер О. В., Лященко А. А. Топографо-геодезичне та картографічне забезпечення ведення державного земельного кадастру. Системи координат і картографічні проєкції. /За загальною редакцією Ю.О. Карпінського. К.:НДІГК, 2009б. – 96 с.: іл.. – (Сер. “Геодезія, картографія, кадастр).
115. Берлянт А. М. Образ пространства: карта и информация.– М.: Мысль,1986.– 240 с.
116. Беспалько, Р., & Гуцул, Т. (2021). Особливості генералізації лінійних гідрографічних об’єктів засобами ГІС-технологій. *Містобудування та територіальне планування*, (76), 14–27. DOI: [10.32347/2076-815x.2021.76.14-27](https://doi.org/10.32347/2076-815x.2021.76.14-27).

117. Билич Ю. С., Васмут А. С. Проектирование и составление карт. – М.: Недра, 1984.– 364 с.
118. Боровий, В. О., Бурачек, В. Г., & Нисторьяк, І. О. (2012). Ще раз до точності визначення площ земельних ділянок. Вісник Криворізького національного університету, (33), 264-268. URL: <https://v.gd/kAV7kN>. (дата звернення: 09.03.2024 р.).
119. Бут. Э. Д. *Численные методы*. М., ГИФМЛ, 1959, 240 с.
120. Вишневецький, В. І. (2018). Дніпровські водосховища та проблеми їх використання. *Гідроенергетика України*, (3-4), 18-23. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/gidenu_2018_3-4_8. (дата звернення: 09.03.2024 р.).
121. Вишневецький, В. І., Шевчук, С. А., Бондар, А. Є., & Шевченко, І. А. (2017). Сучасна площа дніпровських водосховищ. *Український журнал дистанційного зондування Землі*, (14), 4-11. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/ukjdzz_2017_14_3. (дата звернення: 09.03.2024 р.).
122. Волков, Н.М. (1950). *Принципы и методы картометрии*. Академия наук СССР. 330 с.
123. Вольвач, А. Е., Петров, Л. Ю., Нестеров, Н. С. (2002). Измерение движения станции Симеиз методом РСДБ. *Космічна наука і технологія*. 2002, 8; (Додаток 2): с. 325-330 DOI: 10.15407/knit2002.02s.325.
124. Губар, Ю. (2011). Визначення необхідної точності координат межових знаків для оцінки земель населених пунктів. *Геодезія, картографія та аерофотознімання. Міжвідомчий наук.-техн. зб.*, (74-С), 132-135. URL: https://science.lpnu.ua/sites/default/files/journal-paper/2017/may/1839/gka_74201125.pdf (дата звернення: 09.03.2024 р.).
125. Гудз, І. М. Основи математичної картографії : навч. посіб. / І. М. Гудз ; за наук. ред. П. М. Зазуляка ; М-во освіти і науки України, Нац. ун-т «Львів. Політехніка». – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2021. – 503 с.: іл., табл. – Бібліогр.: с. 474-475.
126. Дудун Т. В., Тітова С. В. Географічні карти та картографічний метод дослідження. К. : Вид-во КНУ, 2017. Т. 2. Картографічний метод

дослідження. 150 с. URL: https://geo.knu.ua/wp-content/uploads/2021/06/kmd_2_tom_titova_dudun.pdf (дата звернення: 09.03.2024 р.).

127. Закатов П.С. *Курс высшей геодезии*. Изд. 4, перераб. и доп. М., Недра, 1976. стр. 162 – 207.
128. Красовский, Ф. Н. (1955). *Избранные сочинения в 4-х томах*. Том IV. Под редакцией Судакова С. Г. М.: Геодезиздат.
129. Калинич, І. В., Ничвид, М. Р., Каблак, Н. І., Проданець, І. І., & Ваш, Я. І. (2022). Моніторинг геодинамічних процесів в басейні річки Тиса за допомогою цифрового аерознімання із застосуванням БПЛА AUTEL EVO II PRO RTK. *ISTCGCAP*. 2022; Випуск 95, 2022, 77-93. <https://doi.org/10.23939/istcgcap2022.95.077>
130. Карпінський, Ю. О. (2015). Системотехнічні аспекти формування топологічного земельно-кадастрового покриття. *Вісник геодезії та картографії*, (5-6), 62-68. http://nbuv.gov.ua/UJRN/vgtk_2015_5-6_13
131. Карпінський Ю. О. Дослідження картометричних операцій в середовищі ГІС / Ю. О. Карпінський, Д. О. Кінь // Містобудування та територіальне планування. - 2018. - Вип. 68. - С. 706-711. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/MTP_2018_68_84 (дата звернення: 09.03.2024 р.).
132. Карпінський Ю.О. Дослідження картометричних операцій в середовищі ГІС/ Карпінський Ю.О., Кінь Д.// Тези доповідей “GEOFORUM’2019”. 24-та Міжнародна науково-технічна конференція, присвячена професійному святу працівників геології, геодезії і картографії України, 10–12 квітня 2019 р., Львів–Брюховичі–Яворів. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2019. – С. 14–16. DOI: 10.13140/RG.2.2.14220.74880
133. Карпінський Ю. О. Дослідження переходу від картометричних до аналітичних операцій / Ю. Карпінський, Д. Кінь // Матеріали XXV Міжнародної науково-технічної конференції “Геофорум-2020”, 1-3 квітня 2020 – Львів: НУ “Львівська політехніка” – 134–137 с. DOI: 10.13140/RG.2.2.34353.40806

134. Карпінський Ю. О. Звіт про науково-дослідну роботу «Пілотний проект УКРНІГД щодо запровадження національної інфраструктури геопросторових даних» / [Ю. А. Карпінський, А. А. Лященко, Н. Ю. Лазоренко та ін.], Київ: ДП «НДІГК». – 2020 – 161 с.
135. Карпінський, Ю., & Лазоренко-Гевель, Н. (2020). Системна модель топографічного картографування в національній інфраструктурі геопросторових даних в Україні. *Геодезія, картографія і аерофотознімання*. Вип, 92, 24-36. DOI: [10.23939/istcgcap2020.92.024](https://doi.org/10.23939/istcgcap2020.92.024)
136. Карпінський Ю. О., Лященко А. А., Щербина Т. В. Дослідження картографічних проєкцій геопросторових даних для об'єктів земельного кадастру // Вісник геодезії та картографії. – 2003. - № 2. с. 41 - 47.
137. Карпінський, Ю. О., & Нудельман, В. І. (2018). Використання Державної геодезичної референцної системи координат УСК-2000 у середовищі Arcgis ESRI. *Містобудування та територіальне планування*, (68), 725-733. URL: <https://repository.knuba.edu.ua/handle/987654321/7071>. (дата звернення: 09.03.2024 р.).
138. Карпінський, Ю.О., Трюхан, М.О., Барановський В.Д. та ін. (2006). Звіт про науково-дослідну роботу «Розробка методичних рекомендацій по визначенню площ великих територій при розробці індексних карт та проєктів землеустрою» (Облікова картка науково-дослідної роботи УкрІНТЕІ 0206U006883). Київ: НДІГК, 80 с.
139. Катушков, В. (2022). Визначення площі міського кварталу фотограмметричним методом. *Містобудування та територіальне планування*, (79), 173–178. DOI: [10.32347/2076-815x.2022.79.173-178](https://doi.org/10.32347/2076-815x.2022.79.173-178)
140. Катушков, В. (2022). Особливості визначення площі міського кварталу фотограмметричним методом. *Сучасні проблеми Архітектури та Містобудування*, (62), 343–349. DOI: [10.32347/2077-3455.2022.62.343-349](https://doi.org/10.32347/2077-3455.2022.62.343-349)
141. Катушков, В., & Куліковська, О. (2022). Проблеми фотограмметричного метода визначення площини забудованої території. *Містобудування та*

територіальне планування, (81), 182–188. DOI: [10.32347/2076-815x.2022.81.182-188](https://doi.org/10.32347/2076-815x.2022.81.182-188)

142. Кінь Д. О. (2022). Дослідження топологічних неузгодженостей рамок карт при створенні основної державної топографічної карти. *Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції «Новітні технології та досягнення земельного адміністрування та територіального планування»*, Харків, 6 жовтня 2022 р. Харків: ХНУМГ – с. 55.
143. Кінь Д. О. (2023). До питання реалізації строгих математичних методів із заданням параметра кількості членів у ряду Тейлора. *Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції «Геофорум-2023»*, 19–21 квітня 2023 року – Львів: НУ “Львівська політехніка” – 58–60 с. URL: http://zgt.com.ua/wp-content/uploads/2023/04/ТЕЗИ_ГЕОФОРУМ_2023-Відновлено_111_nove.pdf
144. Кінь, Д. (2023). Дослідження реалізації чисельних строгих математичних методів із заданням параметра кількості членів у ряду Тейлора. *Містобудування та територіальне планування*, (84), 153–160. DOI: [10.32347/2076-815x.2023.84.153-160](https://doi.org/10.32347/2076-815x.2023.84.153-160)
145. Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності методів картометричних і морфометричних обчислень у геоінформаційному середовищі. *Просторовий розвиток*, 7 (2024), С. 397-409. DOI: <http://dx.doi.org/10.32347/2786-7269.2024.7.396-408>.
146. Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
147. Кінь Д. О. (2024). До питання підвищення точності аналітичних та числових методів геодезичних та картометричних обчислень. *Матеріали XXVII Міжнародної науково-технічної конференції «Геофорум-2024»*, 10–12 квітня 2024 року – Львів: НУ “Львівська політехніка” – 69-71 с.

URL: http://zgt.com.ua/wp-content/uploads/2024/04/ТЕЗИ_ГЕОФОРУМ_2024.pdf

148. Костюшко І. А. Методи обчислень : підручник / І. А. Костюшко, Н. Д. Любашенко, В. В. Третиник. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка», 2021. – 243 с. – Бібліогр. : с. 241–242. URL: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/43627> (дата звернення: 09.03.2024 р.).
149. Крячок, С. Д., Мамонтова, Л. С., & Щербак, Ю. В. (2019). Теоретичне обґрунтування точності визначення площ земельних ділянок полюсним методом. *Технічні науки та технології*, (3 (17)), 292-302. DOI: [10.25140/2411-5363-2019-3\(17\)-292-302](https://doi.org/10.25140/2411-5363-2019-3(17)-292-302).
150. Кубах, С. (2011). Принципи встановлення та практика використання картографічних проєкцій для математичного відображення кадастрових знімачь. *Геодезія, картографія і аерофотознімання*.–Львів, 10-16. URL: <https://science.lpnu.ua/sites/default/files/journal-paper/2017/may/1718/gka75201103.pdf> (дата звернення: 09.03.2024 р.).
151. Кубах С. М. Використання референцних систем координат при виконанні кадастрових робіт / С. М. Кубах, П. Г. Черняга // *Вісник геодезії та картографії*. – 2011. – № 3. – С. 36-41. – Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/vgtk_2011_3_10 (дата звернення: 09.03.2024 р.).
152. Лазоренко-Гевель, Н., Карпінський, Ю., Кінь, Д. (2021). Особливості створення (оновлення) цифрових топографічних карт для формування основної державної топографічної карти. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. I (41), с. 113-122. URL: <http://zgt.com.ua/wp-content/uploads/2021/05/16.pdf> (дата звернення 18.01.2024).
153. Лазоренко-Гевель, Н. Ю., Кінь Д. О. (2019). Методика зведення цифрових топографічних карт масштабу 1: 50 000 для створення Основної державної топографічної карти. *Інженерна геодезія*, (67), 56-66. DOI: [10.32347/0130-6014.2019.67.56-66](https://doi.org/10.32347/0130-6014.2019.67.56-66)

154. Марченко О. М., Третяк К. Р., Ярема Н. П. Референцні системи в геодезії: навчальний посібник. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2013. 216 с.
155. Міністерство захисту довкілля та природних ресурсів України. Державний кадастр територій та об'єктів природно-заповідного фонду [Електронний ресурс] / Міністерство захисту довкілля та природних ресурсів України // Портал відкритих даних. – 2021. – Режим доступу до ресурсу: https://data.gov.ua/dataset/mepr_05/resource/ba204283-62c2-461e-87f8-4639ac5e203e. (дата звернення: 09.03.2024 р.).
156. Морозов, В. П. (1979). *Курс сферической геодезии*. Изд. 2-е, перераб. и доп. М. Недра, 2.
157. Наказ Міністерства аграрної політики та продовольства України «Про затвердження Порядку використання Державної геодезичної референцної системи координат УСК-2000 при здійсненні робіт із землеустрою» від 02 грудня 2016 року № 509. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z1646-16#Text> (дата звернення: 09.03.2024).
158. Наказ Міністерства аграрної політики та продовольства України «Про затвердження технічних вимог до геопросторових даних, метаданих і геоінформаційних сервісів національної інфраструктури геопросторових даних» від 10.11.2021 р. № 347 URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0021-22#n8> (дата звернення: 09.03.2024).
159. Основні положення створення та оновлення топографічних карт масштабів 1:10 000, 1:25 000, 1:50 000, 1:100 000, 1:200 000, 1:500 000, 1:1 000 000: затвердж. наказом Головного управління геодезії, картографії та кадастру України № 156 від 31.12.1999 р. і погодж. з Воєнно-топографічним управлінням Генерального штабу Збройних сил України.
160. Павловська Т. С. Геоморфологія: терміни й поняття (коментар): навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / Тетяна Сергіївна Павловська; за ред. проф. І.П. Ковальчука. - Луцьк: Волин. нац. ун-т ім. Лесі Українки, 2009. - 284 с. ISBN: 978-966-600-447-8.

161. Пеллинен Л.П. Высшая геодезия. М.: *Недра*. 1985. 128 с.
162. Пілічева, М.О., & Кінь, Д.О. (2018). Масштаб інфраструктури геопросторових даних місцевого рівня. *Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Технічні науки*, (29 (68), № 2), 337-341. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/sntuts_2018_29_2_59 (дата звернення: 09.03.2024 р.).
163. Подшивалов В. П. (1980). Прямой метод решения обратной геодезической задачи на любые расстояния. *Геодезия, картография и аэрофотосъемка*, № 32, Львов. URL: <https://science.lpnu.ua/sites/default/files/journal-paper/2018/may/12421/podshivalov.pdf> (дата звернення: 09.03.2024 р.).
164. Постанова Кабінету Міністрів України “Про затвердження Порядку загальнодержавного топографічного і тематичного картографування” від 4 вересня 2013 р. № 661. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/661-2013-%D0%BF#Text> (дата звернення: 09.03.2024).
165. Рабинович Б. Н. *Практикум по высшей геодезии* / Б. Н. Рабинович. – Москва: Издательство геодезической и картографической литературы, 1951. – 305 с.
166. Рехтзамер Г. Р. (1974). *Основы картографии* (учебное пособие). Л., ЛГМИ, 217 с.
167. Російсько-український словник наукової термінології: Математика. Фізика. Техніка. Науки про Землю та Космос / НАН України. Комітет наукової термінології; Інститут мовознавства ім. О. О. Потебні / Гейченко В. В., Завірюхіна В. М., Зеленюк О. О., Коломієць В. Г., Кратко М. І. Ред. Митропольський Ю. О. – К.: Наук. думка, 1998. – 888 с., С. 330. – ISBN 5-12-004273-2.
168. Руководство по определению расчетных гидрологических характеристик. Л., *Гидрометеоиздат*, 1973. 112 с.
169. Рябчій В.А. Визначення допустимої зміни площі земельної ділянки за результатами повторних геодезичних вимірів [Текст] / В.А. Рябчій, В.В.

- Рябчій, Н. Кашина // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва: Зб. наук. праць. – Л., 2010. – Вип. I (19). – С. 103-106.
170. Рябчій, В. А., Рябчій, В. В., Трегуб, М., & Совгіренко, А. (2014). Деякі результати досліджень впливу коефіцієнта кореляції координат при обчисленні середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*, (1), 73-78. URL: <https://ena.lpnu.ua/handle/ntb/24854>. (дата звернення: 09.03.2024 р.).
171. Рябчій В.В. Визначення допустимих значень середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок за межами населених пунктів. / В.В. Рябчій, М.В. Трегуб // *Геодезія, картографія і аерофотознімання: міжвідомчий науково-технічний збірник: Випуск 74 / Національного університету “Львівська політехніка”*; відповідальний редактор К. Р. Третяк. - Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2011. - с. 170.- С. 136-142.
172. Савчук С. Г. (2005). *Вища геодезія*: підручник, видання друге, доповнене. Львів: Львівська політехніка, 315 с.
173. Салищев К. А. Проектирование и составление карт. – М.: Изд-во МГУ, 1987. – 240 с.
174. СОУ 742-33739540 0010:2010 КС БТД Загальні вимоги – Київ: Мінприроди України, 2010.
175. Трегуб М. В. Формування просторової інформації для державного земельного кадастру: монографія // М. В. Трегуб; М-во освіти і науки України; Нац. Гірни. ун-т – Д. : НГУ, 2014. – 136 с.
176. Третяк, К. Р., Ломпас, О. В., & Яхторович, Р. І. (2019). Дослідження точності вимірювання ГНСС-векторів при моніторингу деформацій інженерних споруд. *Геодезія, картографія і аерофотознімання*, 36-47. URL: <https://ena.lpnu.ua/handle/ntb/44989>. (дата звернення: 09.03.2024 р.).
177. Трофимчук О. М. Геоінформаційні технології захисту довкілля [Електронний ресурс] / О. М. Трофимчук, В. М. Триснюк // *Державна комісія України по запасах корисних копалин. – 2018. – Режим доступу*

до ресурсу: http://conf.dkz.gov.ua/files/2018_materials_vol_2_net.pdf (дата звернення: 09.03.2024 р.).

178. Фис, М., Губар, Ю. ., Бридун, А. ., & Согор, А. . (2023). Порівняння та оцінка точності методів визначення площ земельних ділянок. *Технічні науки та технології*, (2 (32), 363–378. DOI: [10.25140/2411-5363-2023-2\(32\)-363-378](https://doi.org/10.25140/2411-5363-2023-2(32)-363-378).
179. Черняга П. Переваги та недоліки різних систем координат та геодезичних проєкцій під час ведення земельного кадастру / П. Черняга, С. Кубах // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів, 2010. – Вип II (20). – С. 62–66.
180. Шевчук, С. А., Вишневський, В. І., & Бабій, П. О. (2014). Уточнення гідрографічних характеристик річок з використанням методів ДЗЗ. *Вісник геодезії та картографії*, (5), 29-32. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/vgtk_2014_5_12. (дата звернення: 09.03.2024 р.).
181. Яковлев Н. В. Практикум по высшей геодезии (вычислительные работы)/ Н. В. Яковлев, Н. А. Беспалов, В. П. Глумов и др.: Учебное пособие для вузов. М., Недра, 1982. – 368 с.

ДОДАТКИ

Додаток А.1

Координати емпіричних об'єктів в системі координат Pulkovo-42 в
десяткових градусах

Еталонні значення		ArcGIS		MapInfo		QGIS	
B, °	L, °	B1, °	L1, °	B2, °	L2, °	B3, °	L3, °
50,081411	33,000000	50,081411	33,000000	50,081277	32,998379	50,081411	33,000000
50,081411	33,013971	50,081411	33,013971	50,081277	33,012351	50,081411	33,013971
50,079225	33,712502	50,079225	33,712502	50,079100	33,710891	50,079225	33,712502
50,079138	33,726472	50,079138	33,726472	50,079013	33,724861	50,079138	33,726472
50,072667	34,424829	50,072667	34,424829	50,072552	34,423227	50,072667	34,424829
50,072495	34,438793	50,072495	34,438793	50,072380	34,437191	50,072495	34,438793
50,061741	35,136806	50,061741	35,136806	50,061635	35,135214	50,061741	35,136806
50,061483	35,150762	50,061483	35,150762	50,061377	35,149170	50,061483	35,150762
50,046454	35,848259	50,046454	35,848259	50,046357	35,846678	50,046454	35,848259
50,046111	35,862203	50,046111	35,862203	50,046014	35,860622	50,046111	35,862203
50,026815	36,559015	50,026814	36,559015	50,026726	36,557444	50,026814	36,559015
50,026386	36,572943	50,026386	36,572943	50,026298	36,571373	50,026386	36,572943
50,002834	37,268900	50,002834	37,268900	50,002755	37,267340	50,002834	37,268900
50,002321	37,282810	50,002321	37,282810	50,002242	37,281251	50,002321	37,282810
49,974527	37,977745	49,974527	37,977745	49,974456	37,976197	49,974527	37,977745
49,973929	37,991632	49,973929	37,991632	49,973858	37,990084	49,973929	37,991632
50,090402	33,000000	50,090402	33,000000	50,090268	32,998379	50,090402	33,000000
50,090401	33,013974	50,090401	33,013974	50,090267	33,012353	50,090401	33,013974
50,088214	33,712635	50,088214	33,712635	50,088089	33,711023	50,088214	33,712635
50,088128	33,726607	50,088128	33,726607	50,088004	33,724996	50,088128	33,726607
50,081654	34,425096	50,081654	34,425096	50,081539	34,423494	50,081654	34,425096
50,081482	34,439062	50,081482	34,439062	50,081367	34,437460	50,081482	34,439062
50,070725	35,137206	50,070725	35,137206	50,070619	35,135614	50,070725	35,137206
50,070467	35,151164	50,070467	35,151164	50,070361	35,149572	50,070467	35,151164
50,055433	35,848791	50,055433	35,848791	50,055336	35,847209	50,055433	35,848791
50,055090	35,862738	50,055090	35,862738	50,054993	35,861157	50,055090	35,862738
50,035787	36,559679	50,035787	36,559679	50,035699	36,558108	50,035787	36,559679
50,035359	36,573610	50,035359	36,573610	50,035271	36,572039	50,035359	36,573610
50,011800	37,269696	50,011800	37,269696	50,011721	37,268136	50,011800	37,269696
50,011286	37,283608	50,011286	37,283608	50,011207	37,282048	50,011286	37,283608
49,983484	37,978671	49,983483	37,978671	49,983413	37,977123	49,983483	37,978671
49,982885	37,992561	49,982885	37,992561	49,982814	37,991013	49,982885	37,992561

Координати емпіричних об'єктів в системі координат у проекції
Гаусса-Крюгера 6-ої зони в метрах

Еталонні значення		ArcGIS		MapInfo		QGIS	
X, м	Y, м	X1, м	Y1, м	X2, м	Y2, м	X3, м	Y3, м
5550000,004	6500000,000	5550000,004	6500000,000	5549999,958	6500000,000	5550000,004	6500000,000
5550000,004	6501000,000	5550000,004	6501000,000	5550000,048	6500999,986	5550000,004	6501000,000
5550000,004	6551000,000	5550000,004	6551000,000	5550000,008	6550999,995	5550000,004	6551000,000
5550000,004	6552000,000	5550000,004	6552000,000	5549999,958	6552000,031	5550000,004	6552000,000
5550000,004	6602000,000	5550000,004	6602000,000	5550000,008	6601999,990	5550000,004	6602000,000
5550000,004	6603000,000	5550000,004	6603000,000	5550000,038	6602999,968	5550000,004	6603000,000
5550000,004	6653000,000	5550000,004	6653000,000	5549999,988	6652999,977	5550000,004	6653000,000
5550000,004	6654000,000	5550000,004	6654000,000	5549999,978	6654000,005	5550000,004	6654000,000
5550000,004	6704000,000	5550000,004	6704000,000	5550000,008	6703999,973	5550000,004	6704000,000
5550000,004	6705000,000	5550000,004	6705000,000	5550000,038	6705000,000	5550000,004	6705000,000
5550000,004	6755000,000	5550000,004	6755000,000	5550000,058	6755000,009	5550000,004	6755000,000
5550000,004	6756000,000	5550000,004	6756000,000	5550000,008	6755999,995	5550000,004	6756000,000
5550000,004	6806000,000	5550000,004	6806000,000	5549999,978	6805999,980	5550000,004	6806000,000
5550000,004	6807000,000	5550000,004	6807000,000	5550000,038	6807000,015	5550000,004	6807000,000
5550000,004	6857000,000	5550000,004	6857000,000	5549999,988	6857000,024	5550000,004	6857000,000
5550000,004	6858000,000	5550000,004	6858000,000	5550000,008	6857999,994	5550000,004	6858000,000
5551000,004	6500000,000	5551000,004	6500000,000	5551000,051	6500000,000	5551000,004	6500000,000
5551000,004	6501000,000	5551000,004	6501000,000	5551000,031	6501000,011	5551000,004	6501000,000
5551000,004	6551000,000	5551000,004	6551000,000	5550999,951	6550999,970	5551000,004	6551000,000
5551000,004	6552000,000	5551000,004	6552000,000	5551000,021	6551999,965	5551000,004	6552000,000
5551000,004	6602000,000	5551000,004	6602000,000	5550999,971	6602000,032	5551000,004	6602000,000
5551000,004	6603000,000	5551000,004	6603000,000	5551000,001	6602999,968	5551000,004	6603000,000
5551000,004	6653000,000	5551000,004	6653000,000	5551000,001	6653000,027	5551000,004	6653000,000
5551000,004	6654000,000	5551000,004	6654000,000	5550999,991	6654000,005	5551000,004	6654000,000
5551000,004	6704000,000	5551000,004	6704000,000	5550999,991	6703999,981	5551000,004	6704000,000
5551000,004	6705000,000	5551000,004	6705000,000	5551000,041	6705000,033	5551000,004	6705000,000
5551000,004	6755000,000	5551000,004	6755000,000	5550999,961	6755000,017	5551000,004	6755000,000
5551000,004	6756000,000	5551000,004	6756000,000	5551000,031	6756000,020	5551000,004	6756000,000
5551000,004	6806000,000	5551000,004	6806000,000	5551000,051	6806000,004	5551000,004	6806000,000
5551000,004	6807000,000	5551000,004	6807000,000	5551000,021	6807000,007	5551000,004	6807000,000
5551000,004	6857000,000	5551000,004	6857000,000	5551000,051	6856999,983	5551000,004	6857000,000
5551000,004	6858000,000	5551000,004	6858000,000	5550999,981	6857999,994	5551000,004	6858000,000

Координати емпіричних об'єктів в системі координат у проекції Гаусса-
Крюгера 7-ої зони в метрах

Еталонні значення		ArcGIS		MapInfo		QGIS	
х, м	у, м	х1, м	у1, м	х2, м	у2, м	х3, м	у3, м
5567269,274	7070684,161	5567269,274	7070684,161	5567269,268	7070684,159	5567269,270	7070684,160
5567188,742	7071683,178	5567188,742	7071683,178	5567188,741	7071683,180	5567188,738	7071683,178
5563164,272	7121620,747	5563164,272	7121620,747	5563164,261	7121620,750	5563164,268	7121620,747
5563083,824	7122619,232	5563083,824	7122619,232	5563083,814	7122619,227	5563083,820	7122619,232
5559063,418	7172530,177	5559063,418	7172530,177	5559063,415	7172530,176	5559063,414	7172530,177
5558983,049	7173528,130	5558983,049	7173528,130	5558983,047	7173528,133	5558983,045	7173528,130
5554966,446	7223412,436	5554966,446	7223412,436	5554966,439	7223412,438	5554966,442	7223412,435
5554886,150	7224409,855	5554886,150	7224409,855	5554886,142	7224409,850	5554886,146	7224409,855
5550873,089	7274267,504	5550873,089	7274267,504	5550873,084	7274267,501	5550873,085	7274267,503
5550792,862	7275264,390	5550792,862	7275264,390	5550792,857	7275264,386	5550792,858	7275264,390
5546783,083	7325095,362	5546783,083	7325095,362	5546783,080	7325095,367	5546783,079	7325095,362
5546702,918	7326091,715	5546702,918	7326091,715	5546702,913	7326091,715	5546702,915	7326091,715
5542696,163	7375895,991	5542696,163	7375895,991	5542696,157	7375895,994	5542696,159	7375895,990
5542616,056	7376891,809	5542616,056	7376891,809	5542616,050	7376891,814	5542616,052	7376891,809
5538612,066	7426669,366	5538612,066	7426669,366	5538612,064	7426669,381	5538612,062	7426669,366
5538532,012	7427664,650	5538532,012	7427664,650	5538532,007	7427664,665	5538532,008	7427664,650
5568268,296	7070764,699	5568268,296	7070764,699	5568268,292	7070764,696	5568268,292	7070764,698
5568187,753	7071763,714	5568187,753	7071763,714	5568187,755	7071763,717	5568187,750	7071763,714
5564162,761	7121701,201	5564162,761	7121701,201	5564162,754	7121701,205	5564162,757	7121701,201
5564082,303	7122699,685	5564082,303	7122699,685	5564082,297	7122699,682	5564082,299	7122699,684
5560061,375	7172610,553	5560061,375	7172610,553	5560061,378	7172610,549	5560061,371	7172610,552
5559980,995	7173608,504	5559980,995	7173608,504	5559980,991	7173608,506	5559980,992	7173608,503
5555963,870	7223492,737	5555963,870	7223492,737	5555963,872	7223492,736	5555963,866	7223492,737
5555883,564	7224490,155	5555883,564	7224490,155	5555883,565	7224490,149	5555883,560	7224490,155
5551869,980	7274347,737	5551869,980	7274347,737	5551869,977	7274347,734	5551869,976	7274347,737
5551789,742	7275344,622	5551789,742	7275344,622	5551789,740	7275344,618	5551789,738	7275344,622
5547779,440	7325175,533	5547779,440	7325175,533	5547779,433	7325175,534	5547779,436	7325175,532
5547699,265	7326171,884	5547699,265	7326171,884	5547699,266	7326171,890	5547699,261	7326171,884
5543691,986	7375976,103	5543691,986	7375976,103	5543691,980	7375976,102	5543691,982	7375976,103
5543611,869	7376971,920	5543611,869	7376971,920	5543611,863	7376971,923	5543611,865	7376971,920
5539607,355	7426749,426	5539607,355	7426749,426	5539607,357	7426749,440	5539607,351	7426749,426
5539527,290	7427744,709	5539527,290	7427744,709	5539527,290	7427744,724	5539527,287	7427744,709

Довжини емпіричних об'єктів в системі координат Pulkovo-42 і проєкції
Гаусса-Крюгера 6-ої зони у метрах

Еталонні значення			ArcGIS	MapInfo	MapInfo	QGIS
S, м	dS, м	S+dS, м	S1, м	S2sph, м	S2cart, м	S3, м
1000,000	0,000	1000,000	1000,000	999,664	1000,004	1000,000
1000,000	0,033	1000,033	1000,000	999,664	1000,004	1000,000
1000,000	0,129	1000,129	1000,000	999,633	1000,004	999,968
1000,000	0,290	1000,290	1000,000	999,631	1000,004	999,967
1000,000	0,514	1000,514	1000,000	999,537	1000,004	999,872
1000,000	0,802	1000,802	1000,000	999,535	1000,004	999,870
1000,000	1,155	1001,155	1000,000	999,378	1000,004	999,713
1000,000	1,571	1001,571	1000,000	999,375	1000,004	999,709
1000,000	0,000	1000,000	1000,000	999,156	1000,004	999,489
1000,000	0,033	1000,033	1000,000	999,151	1000,004	999,484
1000,000	0,129	1000,129	1000,000	998,870	1000,004	999,202
1000,000	0,290	1000,290	1000,000	998,864	1000,004	999,196
1000,000	0,514	1000,514	1000,000	998,521	1000,004	998,852
1000,000	0,802	1000,802	1000,000	998,514	1000,004	998,844
1000,000	1,155	1001,155	1000,000	998,109	1000,004	998,437
1000,000	1,571	1001,571	1000,000	998,100	1000,004	998,429
1000,000	0,000	1000,000	1000,000	996,898	1000,003	1000,000
1000,000	0,000	1000,000	1000,000	996,897	1000,003	1000,000
1000,000	0,032	1000,032	1000,000	996,858	999,994	999,967
1000,000	0,033	1000,033	1000,000	996,857	999,994	999,967
1000,000	0,128	1000,128	1000,000	996,771	1000,003	999,871
1000,000	0,130	1000,130	1000,000	996,770	1000,003	999,871
1000,000	0,288	1000,288	1000,000	996,605	999,994	999,711
1000,000	0,292	1000,292	1000,000	996,604	999,994	999,711
1000,000	0,512	1000,512	1000,000	996,392	1000,003	999,487
1000,000	0,517	1000,517	1000,000	996,392	1000,003	999,487
1000,000	0,799	1000,799	1000,000	996,109	1000,003	999,199
1000,000	0,806	1000,806	1000,000	996,109	1000,003	999,199
1000,000	1,151	1001,151	1000,000	995,763	1000,003	998,848
1000,000	1,158	1001,158	1000,000	995,763	1000,003	998,848
1000,000	1,567	1001,567	1000,000	995,355	1000,003	998,433
1000,000	1,575	1001,575	1000,000	995,354	1000,003	998,433

Площі об'єктів на Декартовій системі координат у ГІС

Відстань від осьового меридіана, км	Площа об'єкту, кв. м			Еталонна площа, кв м.
	ArcGIS	MapInfo	QGIS	
0	1000000,00	1000006,37	1000000,00	1000000,00
50	1000000,00	999998,11	1000000,00	
100	1000000,00	1000006,36	1000000,00	
150	1000000,00	999998,11	1000000,00	
200	1000000,00	1000006,37	1000000,00	
250	1000000,00	1000006,37	1000000,00	
300	1000000,00	1000006,35	1000000,00	
350	1000000,00	1000006,37	1000000,00	

Таблиця В.2

Площі об'єктів на площині проєкції еліпсоїда Красовського у ГІС

Відстань від осьового меридіана, км	Площа об'єкту, кв. м			Еталонна площа, кв м.
	ArcGIS	MapInfo	QGIS	
0	1000000,00	996563,15	997596,78	999999,99
50	1000000,00	996490,56	997532,74	999934,80
100	1000000,00	996308,17	997343,57	999741,72
150	1000000,00	995983,20	997028,96	999420,77
200	1000000,00	995548,70	996589,29	998971,94
250	1000000,00	994980,23	996024,84	998395,23
300	1000000,00	994286,34	995335,42	997690,64
350	1000000,00	993467,40	994522,24	996858,170

Площі об'єктів на поверхні еліпсоїда Красовського у ГІС

Відстань від осьового меридіана, км	Площа об'єкту, кв. м			Еталонна площа, кв м.
	ArcGIS	MapInfo	QGIS	
0	–	996592,91	997630,74	999999,76
50	–	996513,40	997566,85	999967,21
100	–	996219,42	997376,94	999870,81
150	–	995999,68	997063,31	999710,58
200	–	995575,61	996623,20	999486,60
250	–	994987,97	996058,62	999105,99
300	–	994326,22	995369,36	998847,62
350	–	993474,54	994555,96	998432,84

Таблиця В.4

Площа еталонів на поверхні сфери Землі у ГІС

Відстань від осьового меридіана, км	Площа об'єкту, кв. м			Еталонна площа, кв м.
	ArcGIS	MapInfo	QGIS	
0	–	996592,91	999999,99	1000007,01
50	–	996513,40	999934,89	999942,92
100	–	996219,42	999742,09	999751,20
150	–	995999,68	999421,72	999431,90
200	–	995575,61	998973,93	998985,18
250	–	994987,97	998398,95	998411,27
300	–	994326,22	997697,06	997710,75
350	–	993474,54	996868,64	996883,09

Додаток Г.1

Різниці між емпіричними та еталонними моделями експерименту № 1

PZ					
AG		MI		QG	
B1, °	L1, °	B2, °	L2, °	B3, °	L3, °
0,002	0,000	9,631	180,320	0,003	0,000
0,002	0,000	9,571	180,231	0,003	0,000
0,002	0,000	8,954	179,221	0,003	0,001
0,002	0,000	8,984	179,160	0,003	0,000
0,002	0,000	8,233	178,224	0,003	0,001
0,002	0,000	8,214	178,254	0,002	0,001
0,002	0,000	7,602	177,130	0,002	0,000
0,002	0,000	7,613	177,093	0,003	0,001
0,002	0,000	6,948	175,909	0,002	0,001
0,002	0,000	6,928	175,870	0,002	0,001
0,002	0,000	6,342	174,734	0,002	0,000
0,002	0,000	6,304	174,650	0,002	0,001
0,002	0,001	5,676	173,563	0,003	0,000
0,002	0,001	5,640	173,393	0,002	0,001
0,002	0,001	5,097	172,168	0,003	0,001
0,002	0,001	5,084	172,208	0,002	0,001
0,002	0,000	9,571	180,320	0,003	0,000
0,002	0,000	9,583	180,300	0,002	0,000
0,002	0,000	8,988	179,362	0,002	0,001
0,002	0,000	8,873	179,258	0,003	0,000
0,002	0,000	8,262	178,160	0,003	0,000
0,002	0,000	8,239	178,258	0,003	0,000
0,002	0,000	7,598	177,058	0,002	0,000
0,002	0,000	7,603	177,087	0,002	0,000
0,002	0,000	6,956	176,013	0,002	0,001
0,002	0,000	6,927	175,818	0,003	0,001
0,002	0,001	6,334	174,740	0,002	0,001
0,002	0,001	6,287	174,721	0,003	0,001
0,002	0,001	5,627	173,519	0,002	0,000
0,002	0,001	5,651	173,524	0,003	0,001
0,002	0,001	5,053	172,221	0,003	0,001
0,002	0,001	5,098	172,212	0,002	0,001

Різниці між емпіричними та еталонними моделями експерименту № 2

PZ					
AG		MI		QG	
X1, м	Y1, м	X2, м	Y2, м	X3, м	Y3, м
0,000	0,000	0,046	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,044	0,014	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,004	0,005	0,000	0,000
0,000	0,000	0,046	-0,031	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,004	0,010	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,034	0,032	0,000	0,000
0,000	0,000	0,016	0,023	0,000	0,000
0,000	0,000	0,026	-0,005	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,004	0,028	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,034	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,054	-0,009	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,004	0,005	0,000	0,000
0,000	0,000	0,026	0,021	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,034	-0,015	0,000	0,000
0,000	0,000	0,016	-0,024	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,004	0,006	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,048	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,028	-0,011	0,000	0,000
0,000	0,000	0,052	0,030	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,018	0,035	0,000	0,000
0,000	0,000	0,032	-0,032	0,000	0,000
0,000	0,000	0,002	0,032	0,000	0,000
0,000	0,000	0,002	-0,027	0,000	0,000
0,000	0,000	0,012	-0,005	0,000	0,000
0,000	0,000	0,012	0,019	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,038	-0,033	0,000	0,000
0,000	0,000	0,042	-0,017	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,028	-0,020	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,048	-0,004	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,018	-0,007	0,000	0,000
0,000	0,000	-0,048	0,017	0,000	0,000
0,000	0,000	0,022	0,006	0,000	0,000

Різниці між емпіричними та еталонними моделями експерименту № 3

PZ					
AG		MI		QG	
X1, м	Y1, м	X2, м	Y2, м	X3, м	Y3, м
0,000	0,000	0,005	0,002	0,004	0,000
0,000	0,000	0,001	-0,001	0,004	0,000
0,000	0,000	0,011	-0,003	0,004	0,000
0,000	0,000	0,010	0,006	0,004	0,000
0,000	0,000	0,003	0,001	0,004	0,000
0,000	0,000	0,001	-0,003	0,004	0,000
0,000	0,000	0,007	-0,002	0,004	0,000
0,000	0,000	0,008	0,005	0,004	0,000
0,000	0,000	0,005	0,002	0,004	0,000
0,000	0,000	0,004	0,004	0,004	0,000
0,000	0,000	0,003	-0,005	0,004	0,000
0,000	0,000	0,005	0,000	0,004	0,000
0,000	0,000	0,006	-0,003	0,004	0,000
0,000	0,000	0,006	-0,005	0,004	0,000
0,000	0,000	0,002	-0,015	0,004	0,000
0,000	0,000	0,005	-0,015	0,004	0,000
0,000	0,000	0,004	0,002	0,004	0,000
0,000	0,000	-0,001	-0,003	0,004	0,000
0,000	0,000	0,007	-0,004	0,004	0,000
0,000	0,000	0,006	0,003	0,004	0,000
0,000	0,000	-0,003	0,004	0,004	0,000
0,000	0,000	0,005	-0,002	0,004	0,000
0,000	0,000	-0,002	0,001	0,004	0,000
0,000	0,000	-0,001	0,007	0,004	0,000
0,000	0,000	0,003	0,003	0,004	0,000
0,000	0,000	0,002	0,004	0,004	0,000
0,000	0,000	0,007	-0,001	0,004	0,000
0,000	0,000	-0,001	-0,006	0,004	0,000
0,000	0,000	0,006	0,001	0,004	0,000
0,000	0,000	0,006	-0,002	0,004	0,000
0,000	0,000	-0,002	-0,014	0,004	0,000
0,000	0,000	0,001	-0,016	0,004	0,000

Різниці між емпіричними та еталонними моделями експерименту № 4

PZ			
	AG	MI	QG
Для довжин дуг паралелей, м	0,000	0,336	-0,004
	0,033	0,368	0,029
	0,129	0,497	0,125
	0,290	0,658	0,286
	0,514	0,977	0,510
	0,802	1,268	0,798
	1,155	1,776	1,151
	1,571	2,196	1,567
	0,000	0,844	-0,004
	0,033	0,882	0,029
	0,129	1,259	0,125
	0,290	1,426	0,286
	0,514	1,993	0,510
	0,802	2,289	0,798
	1,155	3,046	1,151
	1,571	3,471	1,567
Для довжин дуг меридіанів, м	0,000	3,102	-0,003
	0,000	3,103	-0,003
	0,032	3,174	0,038
	0,033	3,176	0,039
	0,128	3,357	0,125
	0,130	3,360	0,127
	0,288	3,683	0,294
	0,292	3,687	0,298
	0,512	4,119	0,509
	0,517	4,125	0,514
	0,799	4,690	0,796
	0,806	4,697	0,803
	1,151	5,388	1,148
	1,158	5,396	1,155
	1,567	6,212	1,564
	1,575	6,221	1,572

Різниці між емпіричними та еталонними моделями експерименту № 5

Математична модель поверхні Землі	Відстань від осьового меридіана, км	Різниці площі трапеції, кв. м		
		ArcGIS	MapInfo	QGIS
Декартова система координат	0	0,00	6,37	0,00
	50	0,00	-1,89	0,00
	100	0,00	6,36	0,00
	150	0,00	-1,89	0,00
	200	0,00	6,37	0,00
	250	0,00	6,37	0,00
	300	0,00	6,35	0,00
	350	0,00	6,37	0,00
Площина проекції еліпсоїда Красовського	0	-0,01	-3436,84	-2403,21
	50	-65,20	-3444,24	-2402,06
	100	-258,27	-3433,56	-2398,16
	150	-579,23	-3437,57	-2391,81
	200	-1028,06	-3423,25	-2382,65
	250	-1604,77	-3415,00	-2370,39
	300	-2309,36	-3404,30	-2355,21
	350	-3141,83	-3390,77	-2335,93
Поверхня еліпсоїда Красовського	0	–	-3406,85	-2369,02
	50	–	-3453,81	-2400,36
	100	–	-3651,39	-2493,87
	150	–	-3710,91	-2647,27
	200	–	-3910,98	-2863,39
	250	–	-4118,02	-3047,36
	300	–	-4521,40	-3478,26
	350	–	-4958,30	-3876,88
Поверхня сфери	0	–	3414,10	7,02
	50	–	3429,53	8,04
	100	–	3531,79	9,11
	150	–	3432,22	10,18
	200	–	3409,57	11,25
	250	–	3423,30	12,32
	300	–	3384,52	13,68
	350	–	3408,55	14,45

ПАСПОРТ**координатної операції визначення конформних плоских координат x, y
за геодезичними координатами B, L**

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва координатної операції	Визначення конформних плоских координат x, y за геодезичними координатами B, L
Ідентифікатор координатної операції	xy_to_BL
Сфера застосування координатної операції	Топографо-геодезичні та картографічні роботи; землевпорядна та містобудівна діяльність; для потреб Збройних Сил та інших військових формувань, утворених відповідно до законів України та у системах навігації транспортних засобів з використанням супутникових технологій у відповідності до постанови Кабінету Міністрів України № 2359 від 22.12.1999 «Про впровадження на території України Світової геодезичної системи координат WGS-84»); виконання науково-дослідних та дослідно-конструкторських робіт, спрямованих на збереження нерухомих пам'яток, традиційного характеру середовища та історичних ареалів населених місць; гідрологічні та геологічні дослідження; ведення державних кадастрів та реєстрів, державних електронних інформаційних ресурсів.
Примітки до координатної операції	Використовується для векторних форматів даних з точковим типом просторової локалізації
Ім'я вихідної системи координат	Референц-еліпсоїд Красовського
Ідентифікатор вихідної системи координат	7024
Ім'я цільової системи координат	UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 4 UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 5 UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 6 UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 7
Ідентифікатор цільової системи координат	5562 5563 5564 5565

Продовження таблиці Д.1

Умова: Ці атрибути є обов'язковими при трансформуванні координат. Ці атрибути не використовуються в перетворенні координат.	
Просторове охоплення дії координат	Територія України
Посилання на джерело координатної операції	https://github.com/geographiclib/geographiclib/tree/main/doc
Ідентифікатор джерела цитування координатної операції	https://doi:10.1007/s00190-011-0445-3
Версія координатної операції	Version 2.0 2022-04-21
Точність координатної операції	$5 \cdot 10^{-9} - 9 \cdot 10^{-9}$ м
Умова: Ці атрибути є обов'язковими при трансформуванні координат. Ці атрибути не використовуються в перетворенні координат	
Назва методу координатної операції	Метод Карнеу з використанням розширеного ряду Крюгера
Ідентифікатор методу координатної операції	https://github.com/geographiclib/geographiclib/tree/main/doc

ПАСПОРТ

**методу координатної операції визначення конформних плоских
координат x, y за геодезичними координатами B, L**

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва методу координатної операції	Метод Karney з використанням розширеного ряду Крюгера
Ідентифікатор методу координатної операції	https://github.com/geographiclib/geographiclib/tree/main/doc
Псевдонім методу координатної операції	Karney-Kruger
Посилання на джерело методу координатної операції	https://github.com/geographiclib/geographiclib/tree/main/doc
Ідентифікатор посилання на джерело методу координатної операції	https://github.com/geographiclib/geographiclib/blob/main/doc/tmseries30.html
Назва параметра координатної операції	Значення початку відліку геодезичної широти
Ідентифікатор параметра координатної операції	<i>Lat0</i>
Назва параметра координатної операції	Значення осьового меридіана
Ідентифікатор параметра координатної операції	<i>Lon0</i>
Назва параметра координатної операції	Значення геодезичної широти
Ідентифікатор параметра координатної операції	<i>Lat</i>
Назва параметра координатної операції	Значення геодезичної довготи
Ідентифікатор параметра координатної операції	<i>Lon</i>
Назва параметра координатної операції	Значення великої півосі еліпсоїда
Ідентифікатор параметра координатної операції	<i>a</i>
Назва параметра координатної операції	Значення першого ексцентриситету еліпсоїда
Ідентифікатор параметра координатної операції	<i>e</i>
Посилання на формулу методу координатної операції	Karney, C. F. (2011). Transverse Mercator with an accuracy of a few nanometers. <i>Journal of Geodesy</i> , 85(8), 475-485. DOI: https://doi:10.1007/s00190-011-0445-3

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Ідентифікатор формули методу координатної операції	Формули (13) – (16) с. 3, (29) с. 4, (35) с. 7, (36) с. 7
Цитування формули методу координатної операції	Karney, C. F. (2011). Transverse Mercator with an accuracy of a few nanometers. <i>Journal of Geodesy</i> , 85(8), 475-485. DOI: https://doi:10.1007/s00190-011-0445-3
Ідентифікатор цитування формули методу координатної операції	https://doi:10.1007/s00190-011-0445-3
Розмір вихідної системи координат	2 виміри
Розмір цільової системи координат	2 виміри

ПАСПОРТ**координатної операції визначення геодезичних координат B, L
за конформними плоскими координатами Гаусса-Крюгера x, y**

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва координатної операції	Визначення геодезичних координат B, L за конформними плоскими координатами Гаусса-Крюгера x, y
Ідентифікатор координатної операції	BL_to_xy
Сфера застосування координатної операції	Топографо-геодезичні та картографічні роботи; землевпорядна та містобудівна діяльність; для потреб Збройних Сил та інших військових формувань, утворених відповідно до законів України та у системах навігації транспортних засобів з використанням супутникових технологій у відповідності до постанови Кабінету Міністрів України № 2359 від 22.12.1999 «Про впровадження на території України Світової геодезичної системи координат WGS-84»); виконання науково-дослідних та дослідно-конструкторських робіт, спрямованих на збереження нерухомих пам'яток, традиційного характеру середовища та історичних ареалів населених місць; гідрологічні та геологічні дослідження; ведення державних кадастрів та реєстрів, державних електронних інформаційних ресурсів.
Примітки до координатної операції	Використовується для векторних форматів даних з точковим типом просторової локалізації
Ім'я вихідної системи координат	UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 4 UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 5 UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 6 UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 7
Ідентифікатор вихідної системи координат	5562 5563 5564 5565
Ім'я цільової системи координат	Референц-еліпсоїд Красовського
Ідентифікатор цільової системи координат	7024

Умова: Ці атрибути є обов'язковими при трансформуванні координат. Ці атрибути не використовуються в перетворенні координат.	
Просторове охоплення дії координат	Територія України
Посилання на джерело координатної операції	https://github.com/geographiclib/geographiclib/tree/main/doc
Ідентифікатор джерела цитування координатної операції	https://doi:10.1007/s00190-011-0445-3
Версія координатної операції	Version 2.0 2022-04-21
Точність координатної операції	$6,3 \cdot 10^{-5}$ с
Умова: Ці атрибути є обов'язковими при трансформуванні координат. Ці атрибути не використовуються в перетворенні координат	
Назва методу координатної операції	Метод Карнеу з використанням розширеного ряду Крюгера
Ідентифікатор методу координатної операції	https://github.com/geographiclib/geographiclib/tree/main/doc

Таблиця Д.4

ПАСПОРТ

методу координатної операції визначення конформних плоских координат x, y за геодезичними координатами B, L

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва методу координатної операції	Метод Карнеу з використанням розширеного ряду Крюгера
Ідентифікатор методу координатної операції	https://github.com/geographiclib/geographiclib/tree/main/doc
Псевдонім методу координатної операції	Karney-Kruger
Посилання на джерело методу координатної операції	https://github.com/geographiclib/geographiclib/tree/main/doc
Ідентифікатор посилання на джерело методу координатної операції	https://github.com/geographiclib/geographiclib/blob/main/doc/tmseries30.html
Назва параметра координатної операції	Значення початку відліку геодезичної широти
Ідентифікатор параметра координатної операції	<i>Lat0</i>

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва параметра координатної операції	Значення осьового меридіана
Ідентифікатор параметра координатної операції	Lon_0
Назва параметра координатної операції	Значення координати за віссю ординат
Ідентифікатор параметра координатної операції	x
Назва параметра координатної операції	Значення координати за віссю абсцис
Ідентифікатор параметра координатної операції	y
Назва параметра координатної операції	Значення великої півосі еліпсоїда
Ідентифікатор параметра координатної операції	a
Назва параметра координатної операції	Значення першого ексцентриситету еліпсоїда
Ідентифікатор параметра координатної операції	e
Посилання на формулу методу координатної операції	Karney, C. F. (2011). Transverse Mercator with an accuracy of a few nanometers. <i>Journal of Geodesy</i> , 85(8), 475-485. DOI: https://doi:10.1007/s00190-011-0445-3
Ідентифікатор формули методу координатної операції	Формули (13) – (16) с. 3, (29) с. 4, (35) с. 7, (36) с. 7
Цитування формули методу координатної операції	Karney, C. F. (2011). Transverse Mercator with an accuracy of a few nanometers. <i>Journal of Geodesy</i> , 85(8), 475-485. DOI: https://doi:10.1007/s00190-011-0445-3
Ідентифікатор цитування формули методу координатної операції	https://doi:10.1007/s00190-011-0445-3
Розмір вихідної системи координат	2 виміри
Розмір цільової системи координат	2 виміри

ПАСПОРТ**координатної операції перетворення координат x, y Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу**

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва координатної операції	Перетворення координат x, y Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу
Ідентифікатор координатної операції	GK_xy_zone1_to_xy_zone2
Сфера застосування координатної операції	Топографо-геодезичні та картографічні роботи; землевпорядна та містобудівна діяльність; для потреб Збройних Сил та інших військових формувань, утворених відповідно до законів України та у системах навігації транспортних засобів з використанням супутникових технологій у відповідності до постанови Кабінету Міністрів України № 2359 від 22.12.1999 «Про впровадження на території України Світової геодезичної системи координат WGS-84»); виконання науково-дослідних та дослідно-конструкторських робіт, спрямованих на збереження нерухомих пам'яток, традиційного характеру середовища та історичних ареалів населених місць; гідрологічні та геологічні дослідження; ведення державних кадастрів та реєстрів, державних електронних інформаційних ресурсів.
Примітки до координатної операції	Використовується для векторних форматів даних з точковим типом просторової локалізації
Ім'я вихідної системи координат	UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 4 UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 5 UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 6 UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 7
Ідентифікатор вихідної системи координат	5562 5563 5564 5565
Ім'я цільової системи координат	UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 4 UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 5 UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 6 UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 7
Ідентифікатор цільової системи координат	5562 5563 5564 5565

Умова: Ці атрибути є обов'язковими при трансформуванні координат. Ці атрибути не використовуються в перетворенні координат.	
Просторове охоплення дії координат	Територія України
Посилання на джерело координатної операції	Kin, D. (2024). Toolbox of geodetic and cartometric methods (1.1). Zenodo. https://doi.org/10.5281/zenodo.10801557 .
Ідентифікатор джерела цитування координатної операції	https://doi.org/10.5281/zenodo.10801557
Версія координатної операції	v 1.1
Точність координатної операції	$1,2 \cdot 10^{-6}$ м
Умова: Ці атрибути є обов'язковими при трансформуванні координат. Ці атрибути не використовуються в перетворенні координат	
Назва методу координатної операції	Метод подвійного перетворення координат
Ідентифікатор методу координатної операції	Method_double_conversion

Таблиця Д.6

ПАСПОРТ

методу координатної операції перетворення координат x, y Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва методу координатної операції	Метод подвійного перетворення координат
Ідентифікатор методу координатної операції	Method_double_conversion
Посилання на джерело методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Ідентифікатор посилання на джерело методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Назва параметра координатної операції	Значення початку відліку геодезичної широти

Продовження таблиці Д.6

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Ідентифікатор параметра координатної операції	$Lat0$
Назва параметра координатної операції	Номер зони проєкції Гаусса-Крюгера
Ідентифікатор параметра координатної операції	n
Назва параметра координатної операції	Значення координати за віссю ординат
Ідентифікатор параметра координатної операції	x
Назва параметра координатної операції	Значення координати за віссю абсцис
Ідентифікатор параметра координатної операції	y
Назва параметра координатної операції	Значення великої півосі еліпсоїда
Ідентифікатор параметра координатної операції	a
Назва параметра координатної операції	Значення першого ексцентриситету еліпсоїда
Ідентифікатор параметра координатної операції	e
Посилання на формулу методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Ідентифікатор формули методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160 Формули (1)
Цитування формули методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Ідентифікатор цитування формули методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160

	www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Розмір вихідної системи координат	2 виміри
Розмір цільової системи координат	2 виміри

Таблиця Д.7

ПАСПОРТ

координатної операції перетворення координат x, y Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу зону проєкції UTM

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва координатної операції	Перетворення координат x, y Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу зону проєкції UTM
Ідентифікатор координатної операції	GK_zone1_to_UTM_zone2
Сфера застосування координатної операції	Топографо-геодезичні та картографічні роботи; землевпорядна та містобудівна діяльність; для потреб Збройних Сил та інших військових формувань, утворених відповідно до законів України та у системах навігації транспортних засобів з використанням супутникових технологій у відповідності до постанови Кабінету Міністрів України № 2359 від 22.12.1999 «Про впровадження на території України Світової геодезичної системи координат WGS-84»); виконання науково-дослідних та дослідно-конструкторських робіт, спрямованих на збереження нерухомих пам'яток, традиційного характеру середовища та історичних ареалів населених місць; гідрологічні та геологічні дослідження; ведення державних кадастрів та реєстрів, державних електронних інформаційних ресурсів.
Примітки до координатної операції	Використовується для векторних форматів даних з точковим типом просторової локалізації
Ім'я вихідної системи координат	UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 4 UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 5 UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 6 UCS-2000 / Gauss-Kruger zone 7
Ідентифікатор вихідної системи координат	5562 5563 5564 5565
Ім'я цільової системи координат	WGS 84 / UTM zone 34N WGS 84 / UTM zone 35N WGS 84 / UTM zone 36N WGS 84 / UTM zone 37N
Ідентифікатор цільової системи координат	32634 32635 32636 32637

Умова: Ці атрибути є обов'язковими при трансформуванні координат. Ці атрибути не використовуються в перетворенні координат.	
Просторове охоплення дії координат	Територія України
Посилання на джерело координатної операції	Kin, D. (2024). Toolbox of geodetic and cartometric methods (1.1). Zenodo. https://doi.org/10.5281/zenodo.10801557 .
Ідентифікатор джерела цитування координатної операції	https://doi.org/10.5281/zenodo.10801557
Версія координатної операції	v 1.1
Точність координатної операції	0,024 м
Умова: Ці атрибути є обов'язковими при трансформуванні координат. Ці атрибути не використовуються в перетворенні координат	
Назва методу координатної операції	Метод подвійного перетворення координат
Ідентифікатор методу координатної операції	Method_double_conversion

Таблиця Д.8

ПАСПОРТ**методу координатної операції перетворення координат x, y Гаусса-Крюгера однієї зони в іншу зону проєкції UTM**

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва методу координатної операції	Метод подвійного перетворення координат
Ідентифікатор методу координатної операції	Method_double_conversion
Посилання на джерело методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Ідентифікатор посилання на джерело методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва параметра координатної операції	Значення початку відліку геодезичної широти
Ідентифікатор параметра координатної операції	$Lat0$
Назва параметра координатної операції	Номер зони проєкції UTM
Ідентифікатор параметра координатної операції	n
Назва параметра координатної операції	Значення координати за віссю ординат у проєкції Гаусса-Крюгера
Ідентифікатор параметра координатної операції	x
Назва параметра координатної операції	Значення координати за віссю абсцис у проєкції Гаусса-Крюгера
Ідентифікатор параметра координатної операції	y
Назва параметра координатної операції	Значення великої півосі вихідного еліпсоїда
Ідентифікатор параметра координатної операції	a_1
Назва параметра координатної операції	Значення першого ексцентриситету вихідного еліпсоїда
Ідентифікатор параметра координатної операції	e_1
Назва параметра координатної операції	Значення великої півосі цільового еліпсоїда
Ідентифікатор параметра координатної операції	a_2
Назва параметра координатної операції	Значення першого ексцентриситету цільового еліпсоїда
Ідентифікатор параметра координатної операції	e_2
Посилання на формулу методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Ідентифікатор формули методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160 Формули (3)
Цитування формули методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Ідентифікатор цитування формули методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Розмір вихідної системи координат	2 виміри
Розмір цільової системи координат	2 виміри

ПАСПОРТ**картометричної операції визначення довжини дуги меридіана**

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва операції	Визначення довжини дуги меридіана
Ідентифікатор операції	Arc_length_longitude
Сфера застосування операції	Топографо-геодезичні та картографічні роботи; землевпорядна та містобудівна діяльність; для потреб Збройних Сил та інших військових формувань, утворених відповідно до законів України та у системах навігації транспортних засобів з використанням супутникових технологій у відповідності до постанови Кабінету Міністрів України № 2359 від 22.12.1999 «Про впровадження на території України Світової геодезичної системи координат WGS-84»); виконання науково-дослідних та дослідно-конструкторських робіт, спрямованих на збереження нерухомих пам'яток, традиційного характеру середовища та історичних ареалів населених місць; гідрологічні та геологічні дослідження; ведення державних кадастрів та реєстрів, державних електронних інформаційних ресурсів.
Примітки до операції	Використовується для векторних форматів даних з лінійним типом просторової локалізації. За умови, що різниця довгот дорівнює 0.
Ім'я вихідної системи координат	Референц-еліпсоїд Красовського
Ідентифікатор вихідної системи координат	7024
Просторове охоплення дії координат	Уся територія Землі
Посилання на джерело операції	Kin, D. (2024). Toolbox of geodetic and cartometric methods (1.1). Zenodo. https://doi.org/10.5281/zenodo.10801557 .
Ідентифікатор джерела цитування операції	https://doi.org/10.5281/zenodo.10801557
Версія операції	v 1.1
Точність операції	$13 \cdot 10^{-8}$ м
Назва методу операції	Аналітичний метод за допомогою визначеного інтегралу
Ідентифікатор методу операції	integral_length_longitude

ПАСПОРТ

методу картометричної операції визначення довжини дуги меридіана

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва методу координатної операції	Аналітичний метод за допомогою визначеного інтегралу
Ідентифікатор методу координатної операції	integral_length_longitude
Посилання на джерело методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Ідентифікатор посилання на джерело методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Назва параметра координатної операції	Значення геодезичної широти початкової точки
Ідентифікатор параметра координатної операції	<i>Lat1</i>
Назва параметра координатної операції	Значення геодезичної широти кінцевої точки
Ідентифікатор параметра координатної операції	<i>Lat2</i>
Назва параметра координатної операції	Значення великої півосі еліпсоїда
Ідентифікатор параметра координатної операції	<i>a</i>
Назва параметра координатної операції	Значення першого ексцентриситету еліпсоїда
Ідентифікатор параметра координатної операції	<i>e</i>
Посилання на формулу методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Ідентифікатор формули методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160 Формули (3)
Цитування формули методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Ідентифікатор цитування формули методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Розмір вихідної системи координат	2 виміри
Розмір цільової системи координат	2 виміри

ПАСПОРТ

картометричної операції визначення довжини дуги паралелі

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва операції	Визначення довжини дуги паралелі
Ідентифікатор операції	Arc_length_latitude
Сфера застосування операції	Топографо-геодезичні та картографічні роботи; землевпорядна та містобудівна діяльність; для потреб Збройних Сил та інших військових формувань, утворених відповідно до законів України та у системах навігації транспортних засобів з використанням супутникових технологій у відповідності до постанови Кабінету Міністрів України № 2359 від 22.12.1999 «Про впровадження на території України Світової геодезичної системи координат WGS-84»); виконання науково-дослідних та дослідно-конструкторських робіт, спрямованих на збереження нерухомих пам'яток, традиційного характеру середовища та історичних ареалів населених місць; гідрологічні та геологічні дослідження; ведення державних кадастрів та реєстрів, державних електронних інформаційних ресурсів.
Примітки до операції	Використовується для векторних форматів даних з лінійним типом просторової локалізації.
Ім'я вихідної системи координат	Референц-еліпсоїд Красовського
Ідентифікатор вихідної системи координат	7024
Просторове охоплення дії координат	Уся територія Землі
Посилання на джерело операції	Kin, D. (2024). Toolbox of geodetic and cartometric methods (1.1). Zenodo. https://doi.org/10.5281/zenodo.10801557 .
Ідентифікатор джерела цитування операції	https://doi.org/10.5281/zenodo.10801557
Версія операції	v 1.1
Точність операції	$3,2 \cdot 10^{-3}$ м
Назва методу операції	Аналітичний метод за допомогою визначеного інтегралу
Ідентифікатор методу операції	integral_length_latitude

ПАСПОРТ

методу визначення довжини дуги меридіана

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва методу координатної операції	Аналітичний метод за допомогою визначеного інтегралу
Ідентифікатор методу координатної операції	integral_length_latitude
Посилання на джерело методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Ідентифікатор посилання на джерело методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Назва параметра координатної операції	Значення геодезичної широти початкової точки
Ідентифікатор параметра координатної операції	<i>Lat1</i>
Назва параметра координатної операції	Значення геодезичної довготи початкової точки
Ідентифікатор параметра координатної операції	<i>Lon1</i>
Назва параметра координатної операції	Значення геодезичної довготи кінцевої точки
Ідентифікатор параметра координатної операції	<i>Lon2</i>
Назва параметра координатної операції	Значення великої півосі еліпсоїда
Ідентифікатор параметра координатної операції	<i>a</i>
Назва параметра координатної операції	Значення першого ексцентриситету еліпсоїда
Ідентифікатор параметра координатної операції	<i>e</i>
Посилання на формулу методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Ідентифікатор формули методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160 Формули (3)
Цитування формули методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Ідентифікатор цитування формули методу координатної операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Розмір вихідної системи координат	2 виміри
Розмір цільової системи координат	2 виміри

ПАСПОРТ
операції визначення площі знімальних трапецій
номенклатурних аркушів топографічних карт

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва операції	Визначення площі знімальних трапецій (для номенклатурних аркушів топографічних карт у масштабі М 1:10 000 – 1:100 000)
Ідентифікатор операції	Area_mapsheet
Сфера застосування операції	Топографо-геодезичні та картографічні роботи; землевпорядна та містобудівна діяльність; для потреб Збройних Сил та інших військових формувань, утворених відповідно до законів України та у системах навігації транспортних засобів з використанням супутникових технологій у відповідності до постанови Кабінету Міністрів України № 2359 від 22.12.1999 «Про впровадження на території України Світової геодезичної системи координат WGS-84»); виконання науково-дослідних та дослідно-конструкторських робіт, спрямованих на збереження нерухомих пам'яток, традиційного характеру середовища та історичних ареалів населених місць; гідрологічні та геологічні дослідження; ведення державних кадастрів та реєстрів, державних електронних інформаційних ресурсів.
Примітки до операції	Використовується для векторних форматів даних.
Ім'я вихідної системи координат	Референц-еліпсоїд Красовського
Ідентифікатор вихідної системи координат	7024
Просторове охоплення дії координат	Уся територія Землі
Посилання на джерело операції	Kin, D. (2024). Toolbox of geodetic and cartometric methods (1.1). Zenodo. https://doi.org/10.5281/zenodo.10801557 .
Ідентифікатор джерела цитування операції	https://doi.org/10.5281/zenodo.10801557
Версія операції	v 1.1
Точність операції	$5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$ на 1 км^2
Назва методу операції	Аналітичний метод за допомогою визначеного інтегралу
Ідентифікатор методу операції	integral_area_mapsheet

ПАСПОРТ

методу визначення площі знімальних трапецій номенклатурних аркушів топографічних карт

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва методу операції	Аналітичний метод за допомогою визначеного інтегралу
Ідентифікатор методу операції	<code>integral_area_mapsheet</code>
Посилання на джерело методу операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Ідентифікатор посилання на джерело методу операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Назва параметра операції	Масив значень геодезичної широти точок
Ідентифікатор параметра операції	<i>Lat</i>
Назва параметра операції	Масив значень геодезичної довготи точок
Ідентифікатор параметра операції	<i>Lon</i>
Назва параметра операції	Значення великої півосі еліпсоїда
Ідентифікатор параметра операції	<i>a</i>
Назва параметра операції	Значення першого ексцентриситету еліпсоїда
Ідентифікатор параметра операції	<i>e</i>
Посилання на формулу методу операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Ідентифікатор формули методу операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160 Формули (3)

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Цитування формули методу операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Ідентифікатор цитування формули методу операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Розмір вихідної системи координат	2 виміри
Розмір цільової системи координат	2 виміри

ПАСПОРТ
картометричної операції визначення геодезичної площі
геопросторового об'єкта

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва операції	Визначення геодезичної площі об'єкта
Ідентифікатор операції	Area_geodetic
Сфера застосування операції	Топографо-геодезичні та картографічні роботи; землевпорядна та містобудівна діяльність; для потреб Збройних Сил та інших військових формувань, утворених відповідно до законів України та у системах навігації транспортних засобів з використанням супутникових технологій у відповідності до постанови Кабінету Міністрів України № 2359 від 22.12.1999 «Про впровадження на території України Світової геодезичної системи координат WGS-84»); виконання науково-дослідних та дослідно-конструкторських робіт, спрямованих на збереження нерухомих пам'яток, традиційного характеру середовища та історичних ареалів населених місць; гідрологічні та геологічні дослідження; ведення державних кадастрів та реєстрів, державних електронних інформаційних ресурсів.
Примітки до операції	Використовується для векторних форматів даних з полігональним типом просторової локалізації.
Ім'я вихідної системи координат	Референц-еліпсоїд Красовського
Ідентифікатор вихідної системи координат	7024
Просторове охоплення дії координат	Уся територія Землі
Посилання на джерело операції	Kin, D. (2024). Toolbox of geodetic and cartometric methods (1.1). Zenodo. https://doi.org/10.5281/zenodo.10801557
Ідентифікатор джерела цитування операції	https://doi.org/10.5281/zenodo.10801557
Версія операції	v 1.1
Назва методу операції	Метод Karney за допомогою еквівалентної сфери та визначенню сферичного надлишку
Ідентифікатор методу операції	https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/50605-geographiclib

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Точність операції	$5,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2$ на 1 м^2
Назва методу операції	Інтегрування по контуру, заданому відрізками методом Сімпсона
Ідентифікатор методу операції	area_geodetic_Simpson
Точність операції	$5,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2$ на 1 м^2

Таблиця Д.16

ПАСПОРТ

методу картометричної операції визначення геодезичної площі геопросторового об'єкта методом Karney

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва методу операції	Метод Karney за допомогою еквівалентної сфери та визначенню сферичного надлишку
Ідентифікатор методу операції	https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/50605-geographiclib
Посилання на джерело методу операції	https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/50605-geographiclib
Ідентифікатор посилання на джерело методу операції	https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/50605-geographiclib
Назва параметра операції	Масив значень геодезичної широти точок
Ідентифікатор параметра операції	<i>Lat</i>
Назва параметра операції	Масив значень геодезичної довготи точок
Ідентифікатор параметра операції	<i>Lon</i>
Назва параметра операції	Значення великої півосі еліпсоїда
Ідентифікатор параметра операції	<i>a</i>

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва параметра операції	Значення першого ексцентриситету еліпсоїда
Ідентифікатор параметра операції	e
Посилання на формулу методу операції	Karney, C. F. (2013). Algorithms for geodesics. <i>Journal of Geodesy</i> . Vol. 87, 43–55. DOI: https://doi.org/10.1007/s00190-012-0578-z
Ідентифікатор формули методу операції	Формули (58) – (62) с.8 – 9
Цитування формули методу операції	Karney, C. F. (2013). Algorithms for geodesics. <i>Journal of Geodesy</i> . Vol. 87, 43–55. DOI: https://doi.org/10.1007/s00190-012-0578-z
Ідентифікатор цитування формули методу операції	https://doi.org/10.1007/s00190-012-0578-z
Розмір вихідної системи координат	2 виміри
Розмір цільової системи координат	2 виміри

ПАСПОРТ

**методу картометричної операції визначення геодезичної площі
геопросторового об'єкта методом Сімпсона**

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва методу операції	Інтегрування по контуру, заданому відрізками методом Сімпсона
Ідентифікатор методу операції	Area_geodetic_Simpsona
Посилання на джерело методу операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Ідентифікатор посилання на джерело методу операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Назва параметра операції	Масив значень геодезичної широти точок
Ідентифікатор параметра операції	<i>Lat</i>
Назва параметра операції	Масив значень геодезичної довготи точок
Ідентифікатор параметра операції	<i>Lon</i>
Назва параметра операції	Значення великої півосі еліпсоїда
Ідентифікатор параметра операції	<i>a</i>
Назва параметра операції	Значення стиснення еліпсоїда
Ідентифікатор параметра операції	<i>f</i>
Посилання на формулу методу операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Ідентифікатор формули методу операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Цитування формули методу операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Ідентифікатор цитування формули методу операції	Кінь, Д. (2024). Щодо підвищення точності аналітичних та чисельних методів геодезичних та картометричних операцій. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Вип. I (47), 2024. С. 149-160. DOI: www.doi.org/10.33841/1819-1339-1-47-149-160
Розмір вихідної системи координат	2 виміри
Розмір цільової системи координат	2 виміри

Таблиця Д.18

ПАСПОРТ

картометричної операції рішення прямої геодезичної задачі на еліпсоїді

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва операції	Рішення прямої геодезичної задачі на еліпсоїді
Ідентифікатор операції	Forward_geodetic_method
Сфера застосування операції	Топографо-геодезичні та картографічні роботи; землевпорядна та містобудівна діяльність; для потреб Збройних Сил та інших військових формувань, утворених відповідно до законів України та у системах навігації транспортних засобів з використанням супутникових технологій у відповідності до постанови Кабінету Міністрів України № 2359 від 22.12.1999 «Про впровадження на території України Світової геодезичної системи координат WGS-84»); виконання науково-дослідних та дослідно-конструкторських робіт, спрямованих на збереження нерухомих пам'яток, традиційного характеру середовища та історичних ареалів населених місць; гідрологічні та геологічні дослідження; ведення державних кадастрів та реєстрів, державних електронних інформаційних ресурсів.

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Примітки до операції	Використовується для векторних форматів даних з точковим типом просторової локалізації.
Ім'я вихідної системи координат	Референц-еліпсоїд Красовського
Ідентифікатор вихідної системи координат	7024
Просторове охоплення дії координат	Уся територія Землі
Посилання на джерело операції	https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/50605-geographiclib
Ідентифікатор джерела цитування операції	https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/50605-geographiclib
Версія операції	Version 2.0 2022-04-21
Точність операції	$6,3 \cdot 10^{-5}$ с
Назва методу операції	Метод Karney за допомогою методу Ньютона
Ідентифікатор методу операції	https://github.com/geographiclib/geographiclib/tree/main/doc

Таблиця Д.19

ПАСПОРТ

методу рішення прямої геодезичної задачі на еліпсоїді

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва методу координатної операції	Метод Karney за допомогою методу Ньютона
Ідентифікатор методу координатної операції	https://github.com/geographiclib/geographiclib/tree/main/doc
Посилання на джерело методу координатної операції	https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/50605-geographiclib
Ідентифікатор посилання на джерело методу координатної операції	https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/50605-geographiclib
Назва параметра координатної операції	Геодезична широта початкової точки
Ідентифікатор параметра координатної операції	Lat_1

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва параметра координатної операції	Геодезична довгота початкової точки
Ідентифікатор параметра координатної операції	Lon_1
Назва параметра координатної операції	Відстань між двома точками на еліпсоїді
Ідентифікатор параметра координатної операції	s_{12}
Назва параметра координатної операції	Азимут між двома точками на еліпсоїді
Ідентифікатор параметра координатної операції	Az_1
Назва параметра координатної операції	Значення великої півосі еліпсоїда
Ідентифікатор параметра координатної операції	a
Назва параметра координатної операції	Значення першого ексцентриситету еліпсоїда
Ідентифікатор параметра координатної операції	e
Посилання на формулу методу координатної операції	Karney, C. F. (2013). Algorithms for geodesics. <i>Journal of Geodesy</i> . Vol. 87, 43–55. DOI: https://doi.org/10.1007/s00190-012-0578-z
Ідентифікатор формули методу координатної операції	Формули (6), (8), (23), (24)
Цитування формули методу координатної операції	Karney, C. F. (2013). Algorithms for geodesics. <i>Journal of Geodesy</i> . Vol. 87, 43–55. DOI: https://doi.org/10.1007/s00190-012-0578-z
Ідентифікатор цитування формули методу координатної операції	https://doi.org/10.1007/s00190-012-0578-z
Розмір вихідної системи координат	2 виміри
Розмір цільової системи координат	2 виміри

ПАСПОРТ
картометричної операції рішення оберненої
геодезичної задачі на еліпсоїді

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва операції	Визначення геодезичної площі об'єкта
Ідентифікатор операції	Inverse_geodetic_method
Сфера застосування операції	Топографо-геодезичні та картографічні роботи; землевпорядна та містобудівна діяльність; для потреб Збройних Сил та інших військових формувань, утворених відповідно до законів України та у системах навігації транспортних засобів з використанням супутникових технологій у відповідності до постанови Кабінету Міністрів України № 2359 від 22.12.1999 «Про впровадження на території України Світової геодезичної системи координат WGS-84»); виконання науково-дослідних та дослідно-конструкторських робіт, спрямованих на збереження нерухомих пам'яток, традиційного характеру середовища та історичних ареалів населених місць; гідрологічні та геологічні дослідження; ведення державних кадастрів та реєстрів, державних електронних інформаційних ресурсів.
Примітки до операції	Використовується для векторних форматів даних з полігональним типом просторової локалізації.
Ім'я вихідної системи координат	Референц-еліпсоїд Красовського
Ідентифікатор вихідної системи координат	7024
Просторове охоплення дії координат	Уся територія Землі
Посилання на джерело операції	https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/50605-geographiclib
Ідентифікатор джерела цитування операції	https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/50605-geographiclib
Версія операції	Version 2.0 2022-04-21
Точність операції	$25 \cdot 10^{-9} - 30 \cdot 10^{-9}$ м

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва методу операції	Метод Karney за допомогою методу Ньютона
Ідентифікатор методу операції	https://github.com/geographiclib/geographiclib/tree/main/doc

Таблиця Д.21

ПАСПОРТ

методу рішення оберненої геодезичної задачі на еліпсоїді

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Назва методу координатної операції	Метод Karney за допомогою методу Ньютона
Ідентифікатор методу координатної операції	https://github.com/geographiclib/geographiclib/tree/main/doc
Посилання на джерело методу координатної операції	https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/50605-geographiclib
Ідентифікатор посилання на джерело методу координатної операції	https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/50605-geographiclib
Назва параметра координатної операції	Геодезична широта початкової точки
Ідентифікатор параметра координатної операції	Lat_1
Назва параметра координатної операції	Геодезична довгота початкової точки
Ідентифікатор параметра координатної операції	Lon_1
Назва параметра координатної операції	Геодезична широта кінцевої точки
Ідентифікатор параметра координатної операції	Lat_2
Назва параметра координатної операції	Геодезична довгота кінцевої точки
Ідентифікатор параметра координатної операції	Lon_2
Назва параметра координатної операції	Значення великої півосі еліпсоїда
Ідентифікатор параметра координатної операції	a
Назва параметра координатної операції	Значення першого ексцентриситету еліпсоїда

Назва атрибуту	Значення атрибуту
Ідентифікатор параметра координатної операції	e
Посилання на формулу методу координатної операції	Karney, C. F. (2013). Algorithms for geodesics. Journal of Geodesy. Vol. 87, 43–55. DOI: https://doi.org/10.1007/s00190-012-0578-z .
Ідентифікатор формули методу координатної операції	Karney, C. F. (2013). Algorithms for geodesics. Journal of Geodesy. Vol. 87, 43–55. DOI: https://doi.org/10.1007/s00190-012-0578-z .
Цитування формули методу координатної операції	Формули (6) – (8), (10) – (12)
Ідентифікатор цитування формули методу координатної операції	https://doi.org/10.1007/s00190-012-0578-z
Розмір вихідної системи координат	2 виміри
Розмір цільової системи координат	2 виміри

Перетворення координат x, y Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу:

```
function [y2, x2, Y] = tranzone_gk(lat0, n, x, y, a, e)

p = 57.29577951308; % градусів в 1 радіані

q = round(y,-6)/1000000;

yi = q * 1000000 + 500000 - y; %195390.3068;

L01 = 6 * q - 3;

[B, L1] = tranmerc_inv(lat0, L01, -yi, x, [a,e]);

if q > n
    L02 = round(L01 - 6 * (q - n));
else
    L02 = round(L01 + 6 * (n - q));
end

[y2, x2] = tranmerc_fwd(lat0, L02, B, L1, [a,e]);

Y = (n * 1000000 + 500000) + y2;
end
```

Перетворення координат x, y Гаусса-Крюгера із однієї зони в іншу зону

проєкції UTM:

```
function [y2, x2, zone] = trangk_utm(lat0, n2, h, x, y, a1, e1,
a2, e2)
```

```
%Перетворення з ГК ху на УСК-2000 BL
```

```
q = round(y,-6)/1000000;
```

```
yi = q * 1000000 + 500000 - y; %195390.3068;
```

```
L01 = 6 * q - 3;
```

```
[B1, L1] = tranmerc_inv(lat0, L01, -yi, x, [a1,e1]);
```

```
p = 57.29577951308; % градусів в 1 радіані
```

```
%Перетворення з УСК-2000 BL в УСК-2000 XYZ
```

```
[X1, Y1, Z1] = geocent_fwd(B1, L1, h, [a1,e1]);
```

```
%Перетворення ITRF2000 - ITRF2014
```

```
%Параметри 7-параметричного перетворення Helmert
```

```
dx1 = -24.322; % Зсув по X (метри)
```

```
dy1 = 121.372; % Зсув по Y (метри)
```

```
dz1 = 75.847; % Зсув по Z (метри)
```

```
% Параметри обертання
```

```
theta_x1 = 0; % Обертання навколо X
```

```
theta_y1 = 0; % Обертання навколо Y
```

```
theta_z1 = 0; % Обертання навколо Z
```

```
% Масштабний параметр
```

```
scale1 = 0;
```

```
Input1 = [X1; Y1; Z1]; %УСК-2000 X;Y;Z
```

```
T1 = [dx1, dy1, dz1];
```

```
Q1 = [0, -theta_x1, theta_y1;
```

```
theta_z1, 0, -theta_x1;
```

```
-theta_y1, theta_x1, 0];
```

```
Tr1 = Input1 + T1 + Q1.*Input1 + scale1.*Input1;
```

```
Input2 = Tr1(1:3); %ITRF2000 X;Y;Z
```

```
%Перетворення ITRF2000 - ITRF2014 https://epsg.io/8078
```

```
%Параметри 7-параметричного перетворення Helmert
```

```
dx2 = -0.7/1000; % Зсув по X (метри)
```

```
dy2 = -1.2/1000; % Зсув по Y (метри)
```

```
dz2 = 26.1/1000; % Зсув по Z (метри)
```

```
% Параметри обертання
```

```
theta_x2 = 0; % Обертання навколо X
```

```
theta_y2 = 0; % Обертання навколо Y
```

```
theta_z2 = 0; % Обертання навколо Z
```

```
% Масштабний параметр
```

```
scale2 = -2.12 * 10^(-9);
```



```

% 7 Parameter Helmert Transformation
T2 = [dx2 , dy2, dz2];
Q2 = [0, -theta_x2, theta_y2;
      theta_z2, 0, -theta_x2;
      -theta_y2, theta_x2, 0];
Tr2 = Input2 + T2 + Q2.*Input2 + scale2.*Input2;

Input3 = Tr2(1,:); %ITRF2014 X;Y;Z
%Перетворення ITRF2014 - WGS84(G2139) https://epsg.io/9757
%Параметри 7-параметричного перетворення Helmert
dx3 = 0; % Зсув по X (метри)
dy3 = 0; % Зсув по Y (метри)
dz3 = 0; % Зсув по Z (метри)

% Параметри обертання
theta_x3 = 0; % Обертання навколо X
theta_y3 = 0; % Обертання навколо Y
theta_z3 = 0; % Обертання навколо Z

% Масштабний параметр
scale3 = 0;

% 7 Parameter Helmert Transformation
T3 = [dx3 , dy3, dz3];
Q3 = [0, -theta_x2, theta_y3;
      theta_z3, 0, -theta_x3;
      -theta_y3, theta_x3, 0];
Tr3 = Input3 + T3 + Q3.*Input3 + scale3.*Input3;

Input4 = Tr3(1,:); %WGS84(G2139) X;Y;Z

%Перетворення WGS84(G2139) XYZ - WGS84(G2139) BL
[B2, L2, h2] = geocent_inv(Input4(1), Input4(2), Input4(3),
[a2,e2]);

[y2, x2, zone] = utmups_fwd(B2, L2, n2);
end

```

Визначення довжини дуги меридіана:

```
function X = length_X(lat1, lat2, a, e)

b1_rad = deg2rad(lat1); % значення широти у радіанах
b2_rad = deg2rad(lat2); % значення широти у радіанах

length = @(B) (1-e^2*(sin(B)).^2).^(-3/2);
X = abs(a*(1-e^2)*integral(length, b1_rad, b2_rad, 'AbsTol',1e-
13));

end
```

Визначення довжини дуги паралелі:

```
function Y = length_Y(lat1, lon1, lon2, a, e)

b1_rad = deg2rad(lat1); % значення у радіанах
l1_rad = deg2rad(lon1); % значення у радіанах
l2_rad = deg2rad(lon2); % значення у радіанах
l_rad= l1_rad-l2_rad;

N = a/sqrt(1-e^2*sin(b1_rad)^2);

Y = abs(N* cos(b1_rad)*l_rad);

end
```

Визначення площі знімальних трапецій (для номенклатурних аркушів топографічних карт у масштабі М 1:10 000 – 1:100 000):

```
function [s, dL, b, B1, B2, i] = area_sheet_ellipsoid(B, L, a,e)

b = a*sqrt(1-e^2);% мала піввісь
B1 = B(1);
B2 = B(3);
b1_rad = deg2rad(B(1));
b2_rad = deg2rad(B(3));
dL = L(3) - L(1);
I = @(q) ((1-e^2.*sin(q).^2).^(-2)).*cos(q);
i = integral(I, b1_rad, b2_rad, 'AbsTol', 1e-13);
s = abs(b^2 * deg2rad(L(1) - L(3))*integral(I, b1_rad, b2_rad,
'AbsTol',1e-13));

end
```

Визначення геодезичної площі об'єкта методом Сімпсона

```

function [result, a, e, f] = elliptical_area_simpson(B, L, a,
f)

    count = length(B);
    arB = B;
    arL = L;

    alfa = 1 / f;
    alfa_2 = alfa^2;
    e = 2 * alfa - alfa_2;
    S = 0;

    for i = 1:count
        if i == count
            S = S + elliptical_integral_simpson(arB(i), arL(i),
arB(1), arL(1), a, e);
        else
            S = S + elliptical_integral_simpson(arB(i), arL(i),
arB(i + 1), arL(i + 1), a, e);
        end
    end

    result = abs(S);
end

function result = elliptical_integral_simpson(B1, L1, B2, L2, a,
e)
    n = 1;
    index = 0;
    S_et = 0;
    S = 0;
    t = 0;
    dt = 1;
    diapazon = 0;
    delta = 0;
    temp1 = 0;
    temp2 = 0;

    F = elliptical_param_t(B1, L1, B2, L2, a, e, t);
    F(2) = elliptical_param_t(B1, L1, B2, L2, a, e, 1);
    S = (F(1) + F(2)) / 2;

    while true
        S_et = S;
        delta = dt / (6 * n);
        diapazon = dt / (2 * n);
        t_values = 0:diapazon:1;

        F = elliptical_param_t(B1, L1, B2, L2, a, e, t_values);
        S = 0;
    end
end

```

```

        for i = 1:(n + 1)
            index = 2 * i - 1;
            if index <= numel(F)
                S = S + delta * sum(F(index:min(index+2, end))
.* [1, 4, 1]);
            end
        end

        temp1 = abs(S - S_et);
        temp2 = abs(S) * 0.000000000001;

        if temp1 <= temp2
            break;
        end

        n = 2 * n;

        if n > 32768
            break;
        end
    end

    result = S;
end

function result = elliptical_param_t(B1, L1, B2, L2, a, e, t)
    dB = grad_2_rad(B2 - B1);
    dL = grad_2_rad(L2 - L1);
    nB = grad_2_rad(B1 + (B2 - B1) * t);
    nL = grad_2_rad(L1 + (L2 - L1) * t);

    etap1 = (1 - e) * a;
    etap2 = sin(nB).^2 * e;
    etap2 = 1 - etap2;
    etap2 = etap2.^3;
    etap2 = sqrt(etap2);

    result = etap1 ./ etap2 .* elliptical_N_radius(nB, a, e) .*
cos(nB) .* nL .* dB;
end

function result = grad_2_rad(grad)
    pi = 3.14159265358979323846;
    result = (grad * pi) / 180;
end

function result = elliptical_N_radius(B, a, e)
    etap1 = sin(B).^2 * e;
    etap1 = 1 - etap1;
    etap1 = sqrt(etap1);
    result = a ./ etap1;
end

```

Рішення оберненої геодезичної задачі на еліпсоїді:

```

function distance = ellipsoidal_distance(lat1, long1, lat2,
long2, a, e)

    e2 = e^2;
    f = e2 / (1 + sqrt(1 - e2));
    b = (1 - f) * a;
    tolerance = 1e-11; % to stop iteration
    phi1 = deg2rad(lat1);
    phi2 = deg2rad(lat2);
    U1 = atan((1 - f) * tan(phi1));
    U2 = atan((1 - f) * tan(phi2));
    L1 = long1;
    L2 = long2;
    L = deg2rad(L2 - L1);
    lambda_old = L + 0;
    while true
        t = (cos(U2) * sin(lambda_old))^2;
        t = t + (cos(U1) * sin(U2) - sin(U1) * cos(U2) *
cos(lambda_old))^2;
        sin_sigma = sqrt(t);
        cos_sigma = sin(U1) * sin(U2) + cos(U1) * cos(U2) *
cos(lambda_old);
        sigma = atan2(sin_sigma, cos_sigma);
        sin_alpha = cos(U1) * cos(U2) * sin(lambda_old) /
sin_sigma;
        cos_sq_alpha = 1 - sin_alpha^2;
        cos_2sigma_m = cos_sigma - 2 * sin(U1) * sin(U2) /
cos_sq_alpha;
        C = f * cos_sq_alpha * (4 + f * (4 - 3 * cos_sq_alpha))
/ 16;
        t = sigma + C * sin_sigma * (cos_2sigma_m + C *
cos_sigma * (-1 + 2 * cos_2sigma_m^2));
        lambda_new = L + (1 - C) * f * sin_alpha * t;
        if abs(lambda_new - lambda_old) <= tolerance
            break;
        else
            lambda_old = lambda_new;
        end
    end
    u2 = cos_sq_alpha * ((a^2 - b^2) / b^2);
    A = 1 + (u2 / 16384) * (4096 + u2 * (-768 + u2 * (320 - 175
* u2)));
    B = (u2 / 1024) * (256 + u2 * (-128 + u2 * (74 - 47 * u2)));
    t = cos_2sigma_m + 0.25 * B * (cos_sigma * (-1 + 2 *
cos_2sigma_m^2));
    t = t - (B / 6) * cos_2sigma_m * (-3 + 4 * sin_sigma^2) * (-
3 + 4 * cos_2sigma_m^2);
    delta_sigma = B * sin_sigma * t;
    s = b * A * (sigma - delta_sigma);
    distance = s;
end

```

Акт впровадження результатів дисертаційного дослідження



Вих. № 175 від «18» 04 2024 р.

АКТ

про впровадження результатів дисертаційного дослідження

Коня Данила Олексійовича

на тему «Удосконалення методів геодезичних і картометричних обчислень у геоінформаційному середовищі»

Державне підприємство «Науково-дослідний інститут геодезії і картографії» в особі т.в.о. директора Дьоміна Станіслава Володимировича підтверджує, що результати дисертаційного дослідження Коня Данила Олексійовича на тему «Удосконалення методів геодезичних і картометричних обчислень у геоінформаційному середовищі» за спеціальністю 193 «Геодезія та землеустрій» були впроваджені у науковій та виробничій діяльності підприємства. Розроблені методи застосування строгих математичних методів геодезичних та картометричних обчислень були враховані під час розроблення сервісів перетворення та трансформування координат на геопорталі Державної геодезичної мережі, а також під час створення сервісів національного геопорталу Національної інфраструктури геопросторових даних.

Також під час реалізації українсько-норвезького проєкту «Карти для сприяння належному управлінню землями в Україні» було використано створену автором GRID-модель номенклатурних аркушів масштабу 1:50 000 для створення бази топографічних даних «Основна державна топографічна карта» та створення/оновлення цифрових топографічних карт у масштабі 1:50 000.

Результати дослідження також враховані у створених редакційно-технічних вказівках щодо створення (оновлення) цифрових топографічних карт масштабу 1:10 000 з уніфікованим змістом та формування бази топографічних даних «Базова державна топографічна карта».

ТВО директора



Станіслав ДЬОМІН

Акт впровадження результатів дисертаційного дослідження



ДСНС України


**ЦЕНТРАЛЬНА ГЕОФІЗИЧНА ОБСЕРВАТОРІЯ
імені БОРИСА СРЕЗНЕВСЬКОГО
(ЦГО)**

Проспект Науки, 39, корпус 2, м. Київ-28, 03028, факс: (044) 525-94-58, тел.: 525-69-69
<http://www.cgo-sreznnevskiy.kyiv.ua> код ЄДРПОУ 22864480 e-mail: aupcgo@meteo.gov.ua

17.04.2024 № 991-001-827/991-083 На № 12-1.9/225 від 21.03.24 р.

Проректору з наукової роботи та
інноваційного розвитку
Київського національного університету
будівництва і архітектури
Олександрю КОВАЛЬЧУКУ

Акт впровадження
дисертаційного дослідження

АКТ

про впровадження результатів дисертаційного дослідження
Коня Данила Олексійовича
на тему «Удосконалення методів геодезичних і картометричних обчислень у
геоінформаційному середовищі»

Центральна геофізична обсерваторія імені Бориса Срезневського в особі директора Куцого Андрія Володимировича засвідчує, що наукові та практичні результати дисертації Коня Данила Олексійовича на тему «Удосконалення методів геодезичних і картометричних обчислень у геоінформаційному середовищі» за спеціальністю 193 – «Геодезія та землеустрій» впроваджені та практично застосовуються Сектором гідрографії відділу гідрології та державного водного кадастру для розробки нормативного документа: «Настанова гідрометеорологічним станціям і постам. Гідрологічні річкові спостереження на станціях і постах. Визначення гідрографічних характеристик» (План наукової і науково-технічної діяльності Українського гідрометеорологічного інституту ДСНС України та НАН України на 2024 рік. Тема 5/24 «Розроблення стандартів та інших нормативних документів у сфері гідрометеорологічної діяльності»), а також проведення планових робіт з ведення та оновлення «Каталогових даних Державного водного кадастру» за розділом «Поверхневі води», а саме: «Каталог річок, каналів, озер і водосховищ», що містить основні параметри та відомості про річки, канали, озера та водосховища, гідрографічні і морфометричні характеристики (довжини та площі) цих водних об'єктів та їх водозборів.

Директор

Андрій КУЦІЙ

Завідувач сектору гідрографії В.С.ДВК
канд. техн. наук, стар. науч. співр.

С.А. Шевчук Сергій ШЕВЧУК

Сергій ШЕВЧУК 525 69 65, 050-199

