

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ**

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Павленко Василь Михайлович

УДК 539.3

**ДИСЕРТАЦІЯ
«РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРОСТОРОВОЇ НЕЛІНІЙНОЇ ЗАДАЧІ СТІЙКОСТІ
ОСНОВ БУДІВЕЛЬ І СПОРУД НА ЗСУВОНЕБЕЗПЕЧНИХ
ТЕРИТОРІЯХ»**

Спеціальність: 131 – Прикладна механіка

Галузь знань: 13 – Механічна інженерія

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

_____ В. М. Павленко

Науковий керівник: Солодей Іван Іванович,
доктор технічних наук, професор

Київ 2025

АНОТАЦІЯ

Павленко В. М. Розв'язання просторової нелінійної задачі стійкості основ будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 131 «Прикладна механіка». – Київський національний університет будівництва і архітектури, Міністерство освіти і науки України, Київ, 2025.

Залучення зсувних і зсувонебезпечних територій в господарську діяльність та їх забудова пов'язана зі складною інженерною задачею, що має бути вирішена на етапі розробки проектних рішень майбутніх будівельних об'єктів. Вона полягає в необхідності проведення оцінки стійкості ґрунтового масиву, що планується використовувати в якості основи для будівель і споруд, адже виникнення або активізація зсувних процесів може мати негативні наслідки не лише в економічному плані, а також нести безпосередню загрозу для життя і здоров'я людей. Розроблена значна кількість різноманітних методів для вирішення означеної задачі, використання яких зумовлюється переважно необхідною точністю отриманих результатів розрахунків та обмеженнями і недоліками тих чи інших методів. При цьому створення нових підходів і методів, які б базувалися на сучасних чисельних методах, з метою нівелювання недоліків інших методів залишається актуальною проблемою.

При цьому на даний час одним із найбільш розповсюджених і універсальних чисельних методів розрахунків задач з механічної інженерії загалом і в будівельній галузі зокрема, являється метод скінченних елементів (МСЕ). Його значне розповсюдження пов'язане з можливістю розв'язку різних видів задач, у тому числі: просторових, з урахуванням різних типів нелінійності, тих що залежать від часу, механіки руйнування, стійкості, теплопровідності, повзучості та багатьох інших. Підвищити ефективність МСЕ можливо за допомогою введення додаткових гіпотез, які певною мірою звужують коло задач, при цьому дозволяючи значною мірою зменшити тривалість розрахункового процесу. Одним з таких методів являється напіваналітичний метод скінченних елементів

(НМСЕ). Розвиток НМСЕ пов'язаний з такими видатними науковцями як: В.А. Баженов, О. Зенкевич, О.С. Сахаров, О.І. Гуляр, Ю.М. Шевченко, М.М. Шапошніков та іншими.

У представленій роботі пропонується новий підхід до розв'язання задач стійкості основ будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях, який дозволить використовувати переваги МСЕ при визначенні напружено-деформованого стану схилу, в тому числі з можливістю застосування НМСЕ для зменшення обчислювальних витрат при розв'язанні просторових задач, комбінуючи ці методи з алгоритмами, створеними на основі теорії графів для проведення оцінки стійкості ґрунтового масиву, даючи змогу при цьому вирішувати такі задачі як: визначення коефіцієнта стійкості, побудова потенційної поверхні ковзання, побудова епюри зсувного тиску.

В першому розділі наведено огляд теорії і методів дослідження стійкості основ будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях, а саме: існуючі класифікації зсувних процесів, потенційні природні і техногенні фактори впливу, методи оцінки стійкості та їх особливості.

Складна природа зсувів спонукала до створення широкого кола різноманітних класифікацій, в яких основними критеріями поділу являються такі ознаки як: глибина захоплення, ступінь активності, масштаб прояву, швидкість руху та механізм зміщення зсувних мас, структура та інші. При цьому одними з найбільш корисних при розв'язанні такого класу задач є поділ саме за механізмом зміщення ґрунтових мас, що підтверджується розповсюдженням даних класифікацій в науковій літературі.

Враховуючи відсутність уніфікованої класифікації зсувів, що пояснюється значним різноманіттям особливостей схилів, важливим є виділення і аналіз ключових чинників, що можуть впливати на стійкість конкретного схилу, які обов'язково мають враховуватися при оцінці їх стійкості. В роботі виділені основні природні та техногенні чинники, які додатково розподілені на підгрупи відповідно до їх першочергового впливу на схил.

Розглянуті найбільш розповсюджені методи оцінки стійкості схилів, виділені основні їх переваги і недоліки. Значна увага була приділена методам граничної рівноваги та методу зниження міцності через широке використання даних методів в спеціалізованих розрахункових комплексах, що мають функціонал для проведення оцінки стійкості схилів і укосів.

На основі проведеного аналізу існуючих методів, їх переваг і недоліків, було прийнято рішення про створення нового комплексного підходу, що поєднує застосування методу скінченних елементів та підходи теорії графів для створення інструментарію розв'язання задач стійкості схилів та наведено основні його положення. Залучення методу скінченних елементів дозволяє використовувати сучасні ґрунтові моделі, що дає змогу більш точно моделювати властиву ґрунтам нелінійну поведінку під дією навантажень.

В другому розділі основна увага приділяється створенню умов для залучення НМСЕ до розв'язку означеного класу задач, що дозволить підвищити ефективність чисельного розв'язку просторових нелінійних задач стійкості основ будівель і споруд на зсвонебезпечних територіях. Розглянуто основні математичні співвідношення пружно-пластичної дилатансійної моделі ґрунтового середовища. Для зменшення трудоемкості розв'язку пропонується використання моментної схеми скінченного елемента (МССЕ), яка дозволяє уникнути інтегрування по площині СЕ, зберігаючи при цьому високу ефективність дискретизації об'єкта. Для моделювання неоднорідної структури схилу розроблені спеціальні ґрунтові неоднорідні призматичні СЕ НМСЕ з довільними граничними умовами на їх торцях, в яких переміщення у напрямку твірної апроксимуються розкладанням за системою координатних функцій поліномами Лагранжа і Міхліна. Для перевірки ефективності запропонованих підходів розглянуто ряд тестових прикладів.

У третьому розділі висвітлено розроблений алгоритм розв'язання задач стійкості основ будівель і споруд на базі теорії графів, в якому відображені основні кроки для реалізації запропонованого комплексного підходу. Використання даного підходу починається з визначення напружено-

деформованого стану схилу за допомогою МСЕ, вихідними даними для якого являються результати інженерно-геологічних вишукувань. В подальшому використовуються підходи та алгоритми теорії графів для вирішення задач стійкості ґрунтового масиву схилу. Для цього, базуючись на скінченно-елементній моделі, будується зважений граф, вага ребер якого визначається на основі отриманих результатів оцінки НДС схилу. Використовуючи алгоритми пошуку найкоротшого шляху для зважених графів, стає можливою локалізація потенційної поверхні ковзання, відповідно до якої можна визначити коефіцієнт стійкості та побудувати епюру зсувного тиску. Отримані результати дають змогу не лише оцінити стійкість схилу, але і отримати дані, необхідні для розробки заходів інженерного захисту та проектування утримуючих споруд. Також розглянуто можливість вирішення просторових задач за допомогою запропонованого підходу.

Використовуючи розроблений підхід розв'язано ряд тестових прикладів, при розв'язку яких оцінювалась збіжність отриманих результатів у порівнянні з іншими методами оцінки стійкості схилів. Також досліджувався вплив на результати в залежності від зміни наступних чинників: розміру та типу скінченних елементів, геометричних параметрів схилу, фізико-механічних характеристик ґрунтів.

В четвертому розділі розв'язано прикладні задачі з оцінки стійкості схилів, а саме: проаналізовано НДС схилів, проведено оцінку стійкості за рядом потенційних поверхонь ковзання при різних постановках задач (від природного стану до найбільш несприятливих умов), побудовано епюру зсувного тиску для визначення навантажень на утримуючі споруди, запропоновано заходи інженерного захисту, проаналізовано вплив цих заходів на НДС схилу. Отримані результати підтвердили можливість використання запропонованого підходу при вирішенні складних прикладних задач з оцінки стійкості основ будівель і споруд на територіях з потенційним розвитком зсувних процесів та зсувних територіях.

В результаті проведених досліджень запропоновано новий комплексний підхід для вирішення задач оцінки стійкості основ будівель і споруд на

зсувонебезпечних територіях на базі метода скінченних елементів та з використанням алгоритмів та підходів теорії графів. Розв'язання просторових нелінійних задач пропонується виконувати з залученням напіваналітичного методу скінченних елементів. Для моделювання неоднорідної структури схилу пропонується застосовувати розроблені спеціальні неоднорідні ґрунтові призматичні СЕ НМСЕ. Розроблено нову ефективну методику і алгоритми для її реалізації, ключовою особливістю яких являється можливість використання скінченно-елементної моделі при побудові графу, що значно спрощує обмін інформацією між нею і побудованим графом. Проведено аналіз збіжності та достовірності отриманих результатів у порівнянні з іншими методами на основі значної кількості тестових задач. Отримано результати оцінки стійкості реальних об'єктів з використанням запропонованого підходу, що дало змогу порівняти їх не лише з іншими методами, але і з натурними спостереженнями за розвитком зсувних деформацій.

Ключові слова: зсуви, зсувні і зсувонебезпечні території, основа, поверхня ковзання, коефіцієнт стійкості, стійкість схилу, числове моделювання, метод скінченних елементів (МСЕ), напіваналітичний метод скінченних елементів (НМСЕ), моментна схема скінченного елемента (МССЕ), напружено-деформований стан, нелінійний розрахунок, моделювання схилів, теорія графів.

SUMMARY

Pavlenko V. M. Solving the spatial nonlinear problem of stability of the bases of buildings and structures in landslide-prone areas. – Qualifying scientific work on manuscript rights.

Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy in specialty 131 "Applied Mechanics". – Kyiv National University of Civil Engineering and Architecture, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2025.

The involvement of landslide and landslide-prone areas in economic activity and their development is associated with a complex engineering problem that must be solved at the stage of developing design solutions for future construction projects. It consists of the need to assess the stability of the soil massif that is planned to be used as a base for buildings and structures because the occurrence or intensification of landslide processes can have negative consequences not only in economic terms, but also pose a direct threat to human life and health. A significant number of various methods have been developed to solve the specified problem, the use of which is mainly due to the required accuracy of the obtained calculation results and the limitations and shortcomings of certain methods. At the same time, the development of new approaches and methods that would be based on modern numerical methods to eliminate the shortcomings of other methods remains an insistent problem.

At the same time, one of the most widespread and universal numerical methods for calculating problems in mechanical engineering in general and in the construction industry in particular is the finite element method (FEM). Its significant spread is associated with the possibility of solving various types of problems including: spatial, various types of nonlinearity, depend on time, fracture mechanics, stability, thermal conductivity, creep and many others. It is possible to increase the efficiency of FEM by introducing additional hypotheses that to some extent narrow the range of problems, while allowing to significantly reduce the duration of the calculation process. One of these methods is the semi-analytical finite element method (SAFEM). The development of SAFEM is associated with such prominent scientists as: V.A.

Bazhenov, O. Zenkevych, O.S. Sakharov, O.I. Gulyar, Yu.M. Shevchenko, M.M. Shaposhnikov and others.

The presented work proposes a new approach to solving the stability problems of the bases of buildings and structures in landslide-prone areas, which will allow using the advantages of FEM in determining the stress-strain state of the slope, including the possibility of using SAFEM to reduce computational costs when solving spatial problems, combining these methods with algorithms developed based on graph theory for assessing the stability of the soil massif, while allowing solving such problems as: determining the stability coefficient, indicate location a potential slip surface, constructing a shear pressure diagram.

The first chapter provides an overview of the theory and methods of studying the stability of the bases of buildings and structures in landslide-prone areas, namely: existing classifications of landslide processes, potential natural and technogenic factors of influence, and methods for assessing stability and their features.

The complex nature of landslides has prompted the development of a wide range of various classifications, in which the main criteria for division are such features as: depth of capture, degree of activity, scale of manifestation, speed of movement and mechanism of displacement of landslide masses, structure, and others. At the same time, one of the most useful in solving this class of problems is the division according to the mechanism of displacement of soil masses, which is confirmed by the distribution of these classifications in the scientific literature.

Given the lack of a unified classification of landslides, which is explained by the significant diversity of slope features, it is important to identify and analyze key factors that can affect the stability of a particular slope, which must be taken into account when assessing their stability. The paper highlights the main natural and technogenic factors, which are further divided into subgroups according to their primary impact on the slope.

The most common methods for assessing slope stability are considered, and their main advantages and disadvantages are highlighted. Considerable attention was paid to the methods of limit equilibrium and the method of strength reduction due to the

widespread use of these methods in specialized computational complexes that have functionality for assessing the stability of slopes.

Based on the analysis of existing methods, their advantages and disadvantages, it was decided to develop a new comprehensive approach that combines the application of the finite element method and graph theory approaches to create a toolkit for solving slope stability problems, and its main provisions are given. The use of the finite element method allows the use of modern soil models, which allows for more accurate modelling of the nonlinear behaviour inherent in soils under the action of loads.

In the second chapter, the main attention is paid to creating conditions for involving SAFEM in the solution of the specified class of problems, which will allow to increase efficiency of the numerical solution of spatial nonlinear problems of stability of bases of buildings and structures in landslide-prone areas. The main mathematical relations of the elastic-plastic dilatancy model of the soil environment are considered. To reduce the complexity of the solution, the use of a moment scheme of the finite element (MSFE) is proposed, which allows to avoid integration over the FE plane, while maintaining high efficiency of object discretization. To model the inhomogeneous structure of the slope, special soil inhomogeneous prismatic FE SAFEM with arbitrary boundary conditions at their ends have been developed, in which the displacements in the direction of the generator are approximated by expansion in the system of coordinate functions by Lagrange and Michlin polynomials. To verify the efficiency of the proposed approaches, several test examples are considered.

The third chapter highlights the developed algorithm for solving problems of stability of bases of buildings and structures based on graph theory, which reflects the main steps for implementing the proposed comprehensive approach. The use of this approach begins with determining the stress-strain state (SSS) of the slope using the FEM, the initial data for which are the results of engineering and geological surveys. Further, graph theory approaches and algorithms are used to solve problems of stability of the soil mass of the slope. For this, based on the finite element model, a weighted graph is constructed, the weight of the edges of which is determined based on the

obtained results of assessing the slope's SSS. Using algorithms for finding the shortest path for weighted graphs, it becomes possible to localize the potential sliding surface, according to which the stability coefficient can be determined and a shear pressure diagram can be constructed. The results obtained make it possible not only to assess the stability of the slope, but also to obtain the data necessary for developing engineering protection measures and designing retaining structures. The possibility of solving spatial problems using the proposed approach was also considered.

Using the developed approach, a number of test cases were solved, during the solution of which the convergence of the obtained results was assessed in comparison with other methods of assessing slope stability. The influence on the results depending on the change in the following factors was also studied: the size and type of finite elements, the geometric parameters of the slope, the physical and mechanical characteristics of the soils.

In the fourth chapter, applied problems on assessing slope stability were solved, namely: the slope stability was analyzed, the stability was assessed for several potential sliding surfaces under different problem statements (from the natural state to the most unfavourable conditions), a shear pressure diagram was constructed to determine the loads on the retaining structures, engineering protection measures were proposed, and the influence of these measures on the slope stability was analyzed. The results obtained confirmed the possibility of using the proposed approach in solving complex applied problems of assessing the stability of the bases of buildings and structures in areas with potential development of landslide processes and landslide areas.

As a result of the conducted research, a new comprehensive approach was proposed for solving problems of assessing the stability of building and structure foundations in landslide-prone areas based on the finite element method and using algorithms and approaches of graph theory. It is proposed to solve spatial nonlinear problems using the semi-analytical finite element method. For modelling the inhomogeneous structure of the slope, it is proposed to use the developed special inhomogeneous soil prismatic FE SAFEM. A new effective methodology and algorithms for its implementation have been developed, the key feature of which is the

possibility of using a finite element model when constructing a graph, which significantly simplifies the exchange of information between it and the constructed graph. An analysis of the convergence and reliability of the obtained results in comparison with other methods was carried out based on a significant number of test problems. The results of assessing the stability of real objects using the proposed approach were obtained, which made it possible to compare them not only with other methods but also with field observations of the development of shear deformations.

Keywords: landslides, landslide and landslide-prone areas, bases, sliding surface, stability coefficient, slope stability, numerical modelling, finite element method (FEM), semi-analytical finite element method (SAFEM), moment scheme of the finite element (MSFE), stress-strain state, nonlinear calculation, slope modelling, graph theory.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

а) статті у наукових виданнях, включених до переліку наукових фахових видань України категорії «А»:

1. Солодей І.І., Петренко Е.Ю., Павленко В.М. Класифікація і причини виникнення зсувних процесів та методи розрахунку схилів. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2022. Вип. 109. С. 184-202. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2022.109.184-202> (Видання індексується в міжнародній наукометричній базі *Web of Science*).

Особистий внесок автора: оформлення графічних матеріалів, висновків, текстова частина, що стосується методів граничної рівноваги.

2. Солодей І.І., Петренко Е.Ю., Павленко В.М. Постановка задачі моделювання зсувних процесів в пластичних ґрунтах. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2023. Вип. 110. С. 47-62. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.110.47-62> (Видання індексується в міжнародній наукометричній базі *Web of Science*).

Особистий внесок автора: текстова частина про можливість використання методу скінченних елементів для вирішення поставленої задачі з можливістю використання комплексних моделей.

3. Солодей І.І., Петренко Е.Ю., Павленко В.М. Особливості методів оцінки стійкості зсувних та зсувонебезпечних схилів. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2023. Вип. 111. С. 25-38. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.111.25-38> (Видання індексується в міжнародній наукометричній базі *Web of Science*).

Особистий внесок автора: оформлення графічних матеріалів, проведені розрахунки тестових задач, текстова частина про порівняння результатів розрахунків, отриманих за допомогою різних методів.

4. Солодей І.І., Павленко В.М. Використання теорії графів для оцінки стійкості зсувних і зсувонебезпечних схилів. *Опір матеріалів і теорія споруд*.

2024. Вип. 112. С. 19-27. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2024.112.19-27> (Видання індексується в міжнародній наукометричній базі Web of Science).

Особистий внесок автора: оформлення графічних матеріалів, текстова частина про застосування теорії графів у задачах стійкості будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях шляхом перетворення моделі методу скінченних елементів в граф.

5. Солодей І.І., Павленко В.М., Куліков О.П. Один із підходів до оцінки стійкості ґрунтового масиву у рамках сіткових методів. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2024. Вип. 113. С. 29-36. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2024.113.29-36> (Видання індексується в міжнародній наукометричній базі Web of Science).

Особистий внесок автора: оформлення графічних матеріалів, текстова частина, що містить запропонований алгоритм розв'язку задач з оцінки стійкості ґрунтових масивів з описом основних його етапів.

б) статті у наукових виданнях, включених до переліку наукових фахових видань України категорії «Б»:

6. Павленко В.М. Поєднання чисельних методів з підходом на основі теорії графів при оцінці стійкості схилів. *Управління розвитком складних систем*. Київ, 2025. №61. С. 202 – 209. <https://doi.org/10.32347/2412-9933.2025.61.202-209>

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

7. Павленко В. М., Солодей І. І. Аналіз класифікацій і причин виникнення зсувних процесів та методів розрахунку схилів. *Modern research in world science: матеріали X Міжнар. наук.-практ. конф.* Львів: SPC “Sci-conf.com.ua”, 2022. С. 446-450.

Особистий внесок автора: аналіз методів розрахунків, оформлення висновків.

8. Солодей І., Павленко В. Особливості моделювання зсувних процесів у малозв'язних пластичних ґрунтах. *Проблеми будівельного та транспортного комплексів: зб. матеріалів Міжнар. наук.-техн. on-line конф.* Кропивницький: ЦНТУ, 2023. С.145-147.

Особистий внесок автора: проаналізовано взаємозв'язок результатів розрахунків, отриманих за допомогою інтегральних методів, від прийнятих математичних моделей.

9. Солодей І.І, Павленко В.М. Оцінка стійкості ґрунтового масиву з використанням сіткових методів. *Актуальні проблеми розрахунків будівельних конструкцій: науково-технічний симпозіум, тези доповідей.* Київ: SCAD SOFT, 2024. С. 16-22.

Особистий внесок автора: оформлення графічних матеріалів, проведені розрахунки тестових задач, текстова частина, порівняння результатів, отриманих запропонованим підходом, з результатами, отриманими іншими методами.

10. Павленко В. М., Солодей І. І. Використання напіваналітичного методу скінченних елементів в задачах деформування ґрунтових основ. *Global trends in science and education: матеріали II Міжнар. наук.-практ. конф.* Київ: SPC “Sci-conf.com.ua”, 2025. С. 239-245.

Особистий внесок автора: текстова частина з описом напіваналітичного методу скінченних елементів.

ЗМІСТ

ВСТУП	17
РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД ТЕОРІЇ І МЕТОДІВ ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ОСНОВ БУДІВЕЛЬ І СПОРУД НА ЗСУВОНЕБЕЗПЕЧНИХ ТЕРИТОРІЯХ....	22
1.1. Зсувні процеси, їх класифікація та причини виникнення.....	23
1.2. Огляд існуючих методів розрахунку стійкості схилів і укосів.	28
1.3. Комплексний підхід до розв’язання задач стійкості основ будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях.....	45
РОЗДІЛ 2. ПРОБЛЕМНО-ОРІЄНТОВАНІ СКІНЧЕННІ ЕЛЕМЕНТИ ДЛЯ ЧИСЛОВОГО МОДЕЛЮВАННЯ СТІЙКОСТІ ЗСУВОНЕБЕЗПЕЧНИХ ТЕРИТОРІЙ	49
2.1. Основні математичні співвідношення пружно-пластичної моделі деформування ґрунтових масивів схилів.....	50
2.2. Моментна схема скінченних елементів для напіваналітичного методу скінченних елементів	60
2.3. Неоднорідний призматичний скінченний елемент із довільними граничними умовами на торцях.....	70
2.4. Дослідження ефективності скінченних елементів.....	76
РОЗДІЛ 3. АЛГОРИТМИ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ СТІЙКОСТІ ОСНОВ БУДІВЕЛЬ І СПОРУД НА БАЗІ ТЕОРІЇ ГРАФІВ	82
3.1. Оцінка стійкості схилів на основі теорії графів.....	82
3.2. Вибір параметру для мінімізації значення коефіцієнту стійкості схилів	93
3.3. Оцінка стійкості основ будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях в просторовій постановці з використанням запропонованого підходу.....	99
3.4. Дослідження достовірності результатів розрахунків, отриманих запропонованим підходом.....	102

РОЗДІЛ 4. РЕЗУЛЬТАТИ АНАЛІЗУ СТІЙКОСТІ СХИЛУ З УРАХУВАННЯМ ПЛАСТИЧНОСТІ ҐРУНТІВ.....	113
4.1. Проведення оцінки стійкості схилу за умови активізації зсувних процесів, зумовлених впливом техногенних факторів.....	113
4.2. Оцінка стійкості схилу з використанням запропонованого методу та аналіз змін напружено-деформованого стану з урахуванням заходів інженерного захисту територій	129
ВИСНОВКИ.....	142
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	144
ДОДАТКИ.....	157

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми досліджень. Розвиток міст і громад зачасти вимагає освоєння нових ділянок зі складними інженерно-геологічними умовами, в тому числі і зсувонебезпечних територій, використання яких у господарській діяльності потребує проведення оцінки ризиків розвитку зсувних процесів в ході їх експлуатації, що являє собою складну інженерну задачу. Розробкою методів для вирішення даної задачі займаються вже досить довгий час, проте найбільш широко апробовані і розповсюджені методи мають ряд недоліків. Постійний розвиток обчислювальної техніки спонукає до використання методів, залучення яких в розрахунковий процес сприятиме підвищенню точності отриманих результатів, проте їх застосування значною мірою підвищує витрати часу для розв'язку таких задач. Тому пошук можливостей оптимізації розрахункового процесу шляхом залучення ефективних чисельних методів та нових підходів завжди залишається актуальною темою досліджень. Розглядаючи можливість вирішення просторової нелінійної задачі стійкості основ будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях, одним з розповсюджених чисельних методів являється метод скінченних елементів, що дозволяє визначати і аналізувати напружено-деформований стан схилу. Проте при розгляді саме задач в просторовій постановці раціональним буде використання напіваналітичного варіанту методу скінченних елементів, залучення якого дозволить зменшити витрати часу на розрахунковий процес при вирішенні такого роду задач. При цьому необхідним є також створення підходів і методів, які дозволять спростити їх використання для вирішення задач з оцінки стійкості основ будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях.

Мета і завдання дослідження. Мета роботи полягає в розробці теоретичних основ та нових методів аналізу стійкості основ будівель і споруд в рамках просторової задачі з урахуванням нелінійної поведінки ґрунтів та вирішенні на цій основі актуальних задач оцінки надійності, міцності і довговічності будівельних об'єктів.

Завдання, на вирішення яких спрямовано дисертаційне дослідження:

- проведення аналізу існуючих підходів оцінки стійкості будівель і споруд на зсувних і зсувонебезпечних територіях;
- створення комплексного підходу до розв’язку задач стійкості схилів на базі методу скінченних елементів та теорії графів;
- розробка проблемо-орієнтованих скінченних елементів напіваналітичного методу скінченних елементів для апроксимації масивів ґрунтів;
- розробка алгоритму використання комплексного підходу до оцінки стійкості схилів з використанням теорії графів;
- проведення аналізу збіжності та достовірності результатів шляхом розв’язання значної кількості тестових прикладів;
- використання запропонованого комплексного підходу при розв’язку складних практичних задач.

Об’єктом дослідження є стійкість основ будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях.

Предметом дослідження є чисельні методи розв’язку задач стійкості основ будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях в просторовій постановці.

Методи дослідження. Визначення і оцінка напружено-деформованого стану проводиться на основі класичного методу скінченних елементів та його напіваналітичного варіанту. Для оцінки стійкості зсувонебезпечних схилів, що використовуються в якості основ будівель і споруд, та побудови поверхонь ковзання застосовуються підходи на основі теорії графів.

Наукова новизна одержаних результатів полягає у створенні ефективних методів розрахунку стійкості основ будівель і споруд, що знаходяться на зсувонебезпечних територіях в просторовій постановці задачі з врахуванням нелінійної поведінки ґрунтів схилу. При цьому:

- створено новий комплексний підхід та методику його реалізації для оцінки стійкості зсувних і зсувонебезпечних схилів з використанням методу скінченних елементів та теорії графів;

- вперше розроблено спеціальний проблемо-орієнтований скінченний елемент НМСЕ для апроксимації масивів ґрунтів із змінними геометричними і фізико-механічними параметрами та виконанням довільних граничних умов;
- побудовано новий ефективний алгоритм оцінки стійкості схилів на базі скінченно-елементного аналізу напружено-деформованого стану ґрунтів схилу та теорії графів;
- проведено аналіз збіжності та достовірності розв’язків, що базуються на результатах значної кількості тестових прикладів;
- отримано розв’язки складних інженерних задач аналізу та оцінки стійкості основ будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях.

Практичне значення одержаних результатів полягає в розробці нових підходів до використання чисельних методів при розв’язку задач стійкості основ будівель і споруд на зсувних та зсувонебезпечних територіях на базі методу скінченних елементів та теорії графів.

В процесі виконання роботи розроблено методику для створеного комплексного підходу на базі сформованих теоретичних засад, на основі яких розроблено прикладну програму для використання теорії графів в означеному класі задач. Реалізація даних підходів може розширити межі використання чисельних методів при проведенні оцінки стійкості основ будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях. Проведена оцінка збіжності результатів у порівнянні з іншими традиційними методами підтверджує працездатність запропонованого підходу, впровадження якого сприятиме розвитку методів обчислювальної механіки. Використання результатів роботи дозволить створити новий інструментарій для інженерних розрахунків, пов’язаних з аналізом стійкості основ будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях, з використанням розповсюджених програмних засобів розрахунку будівельних конструкцій, які базуються на методі скінченних елементів. Таким чином, стає можливим отримання більш точних результатів аналізу стійкості схилів в інженерній практиці, що не потребуватиме складних ручних розрахунків чи додаткового дороговартісного програмного забезпечення. В такому разі

використання результатів роботи сприятиме оптимізації проектних рішень інженерного захисту даних територій, що обумовлює економічний ефект, а також забезпечуватиме підвищення рівня безпеки експлуатації будівель і споруд на таких територіях.

Особистий внесок здобувача. Наведені наукові та практичні результати досліджень в рамках дисертаційної роботи є самостійною науковою працею, у якій висвітлені власні ідеї та розробки. Особистий внесок здобувача в публікаціях, що висвітлюють основні наукові результати за темою дисертації та опубліковані в співавторстві з іншими науковцями, зазначений в анотації до даної роботи та додатках.

Апробація результатів дисертації. Основні положення та результати дисертаційної роботи представлені та обговорені на наступних наукових конференціях (конгресах, симпозіумах, семінарах тощо):

– X Міжнародна науково-практична конференція «MODERN RESEARCH IN WORLD SCIENCE» (Україна, м. Львів 25-27.12.2022 р.);

– Міжнародна науково-технічна on-line конференція «ПРОБЛЕМИ БУДІВЕЛЬНОГО ТА ТРАНСПОРТНОГО КОМПЛЕКСІВ» (Україна, м. Кропивницький, 23-24.05.2023 р.)

– Міжнародний науково-технічний симпозіум «Актуальні проблеми розрахунків будівельних конструкцій» (Україна, м. Київ, 12.12.2024 р.)

– II Міжнародна науково-практична конференція «GLOBAL TRENDS IN SCIENCE AND EDUCATION» (Україна, м. Київ 10-12.03.2025 р.);

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається із вступу, чотирьох розділів, загальних висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг роботи становить 162 сторінки, у тому числі, основна частина складає 127 сторінок. Основна частина, крім тексту, включає таблиці, рисунки, формули.

Робота виконана на кафедрі будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури під керівництвом доктора технічних наук, професора Солодея І.І.

Зв'язок з науковими програмами, планами, темами. Дослідження, результати яких наведені в дисертаційній роботі, виконані відповідно до плану наукової роботи кафедри будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури (КНУБА) та Науково-дослідного інституту будівельної механіки КНУБА, за участі в наступних дослідженнях:

- держбюджетної науково-дослідницької роботи Міністерства освіти і науки України 2ДБ-2021 «Створення теорії і методів дослідження нелінійного деформування і руйнування конструкцій машин і споруд при їх контактній взаємодії із пружнопластичним середовищем» (наказ МОНУ № 278 від 03.03.2021 р., наказ КНУБА № 84 від 11.03.2021 р., номер державної реєстрації 0121U001005);

- держбюджетної науково-дослідницької роботи Міністерства освіти і науки України 4ДБ-2025 «Розробка математичних моделей та методів дослідження процесів розповсюдження інтенсивних та вибухових динамічних навантажень в межах суцільних середовищ» (наказ МОНУ № 369 від 25.02.2025 р., № 389 від 28.02.2025 р., наказ КНУБА № 49/39/25 від 11.03.2025 р., номер державної реєстрації 0125U001871).

Подяка. Хотів би виразити щиру подяку науковому керівнику – доктору технічних наук, професору Солодею Івану Івановичу за неоціненну допомогу при написанні дисертаційного дослідження. Окрім цього, також хочу виразити подяку завідувачу кафедри будівельної механіки КНУБА, директору НДІБМ КНУБА, доктору технічних наук, професору Лізунову Петру Петровичу, вченому секретарю кафедри будівельної механіки, доктору технічних наук, професору Максим'юку Юрію Всеволодовичу та всьому колективу кафедри будівельної механіки та НДІБМ за різнобічну підтримку при написанні дисертаційної роботи.

РОЗДІЛ 1

ОГЛЯД ТЕОРІЇ І МЕТОДІВ ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ОСНОВ БУДІВЕЛЬ І СПОРУД НА ЗСУВОНЕБЕЗПЕЧНИХ ТЕРИТОРІЯХ

Оцінка стійкості основ будівель і споруд на зсувних і зсувонебезпечних територіях у будівельній практиці часто є саме задачею з визначення стійкості природного схилу чи укосу під дією додаткових навантажень і впливів, що виникають у процесі будівництва і експлуатації зведених на них будівель і споруд. При вирішенні цієї технічно складної задачі варто ретельно підходити до ключових моментів, що можуть мати значний вплив на результати розрахунку. Детальний аналіз стану схилу і різноманітних факторів впливу на конкретний схил, а також вірна класифікація зсувних процесів являють собою основу для будь-якої оцінки стійкості схилу чи укосу, а також зумовлюють вибір доцільного і раціонального методу для безпосереднього її проведення.

Різноманітна природа виникнення зсувів та велика кількість факторів впливу у поєднанні з природними чинниками утворення схилів зумовили виникнення значної кількості методів і підходів до оцінки стійкості схилів. Вибір методу визначення стійкості потрібно проводити з урахуванням природи виникнення зсувних процесів, форми схилу, складності комбінації діючих чинників, обширності зібраної інформації, наявних засобів та необхідної точності результатів розрахунку. Важливим аспектом також є безпосередні можливості методу і умови, при яких можливе його застосування. Можна виділити кілька груп методів, таких як аналітичні, графаналітичні та чисельні методи.

Пластична поведінка ґрунтів зумовлює також необхідність ретельного підбору моделей ґрунту, що описують його поведінку під дією додаткових навантажень. Врахування пластичності ґрунту у такому разі призводить до збільшення точності отриманих результатів, проте використання складних моделей часто потребує значної кількості вхідних параметрів і збільшує трудомісткість розрахунку, що безпосередньо впливає на час його проведення.

Тож підбір оптимальної моделі ґрунту також є важливим етапом при розв'язку задач стійкості схилів.

1.1. Зсувні процеси, їх класифікація та причини виникнення

Зсувні та зсувонебезпечні території характеризуються наявністю процесів зміщення ґрунтових масивів чи ризиком їх виникнення. Вони можуть мати різноманітний характер, а їх поява зумовлюватись певними причинами чи складною їх комбінацією. Залучення таких територій у господарську діяльність є можливим лише за умови виконання вимог з їх безпечної експлуатації. Це потребує організації комплексу заходів із їхнього інженерного захисту, основою для розробки якого є визначення причин виникнення, оцінка стійкості, розробка заходів з підвищення стійкості схилів та укосів, захист від негативних впливів, що можуть бути спричинені зсувними процесами.

Зсув – це руйнування схилу, що відбувається у результаті зміщення ґрунтового масиву вздовж певної поверхні чи певної комбінації поверхонь [117]. Слід зазначити, що дане визначення не охоплює усі небезпечні схилі процеси, проте є досить простим для розуміння.

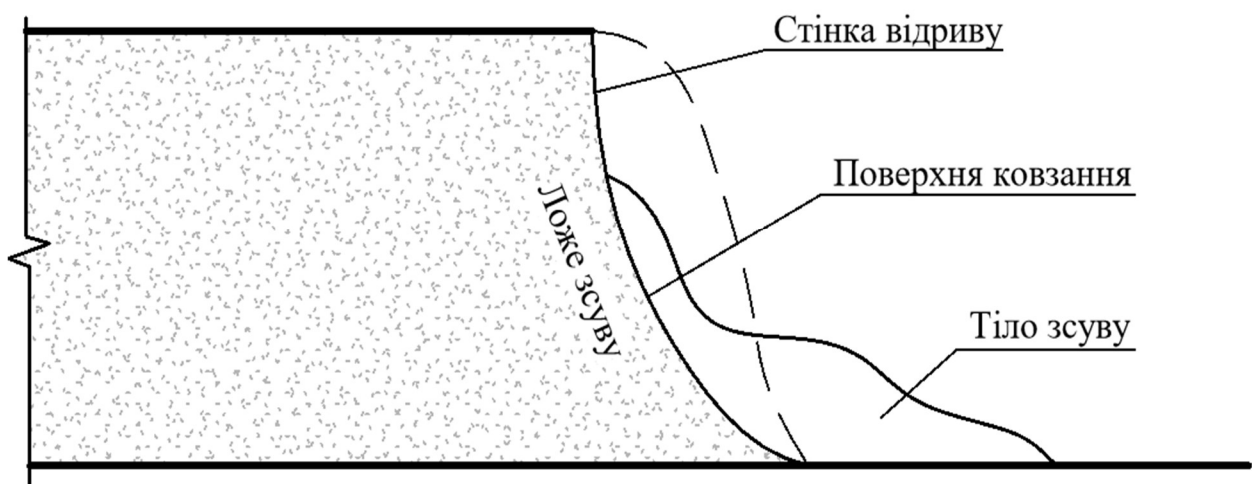


Рис. 1.1. Складові частини зсуву

Поверхню, по якій відбувається зміщення ґрунтового масиву, прийнято називати поверхнею ковзання. При цьому вона може набувати різних геометричних форм, таких як: площина, ламана поверхня, еліпсоїд, сфера чи будь-яка їх комбінація, в залежності від особливостей схилу. Прийнято вважати, що процес зсуву ґрунту протікає при взаємодії двох частин, а саме рухомої частини – тіла зсуву, та нерухомої, по якій безпосередньо відбувається зміщення з утворенням стінки відриву (рис. 1.1). Вже зміщені масиви ґрунту, що формували тіло зсуву, часто також називають зсувом.

Розглядаючи особливості та класифікацію зсувів слід зазначити, що у літературі часто під загальним поняттям «зсув» описуються схилкові процеси, які мають різну природу і причини виникнення, що значною мірою ускладнює створення універсальної системи класифікації зсувних процесів [77]. Через це розроблена велика кількість класифікацій зсувів, характер яких значною мірою залежить від превалюючої ознаки, згідно з якою розроблялася класифікація. При цьому можуть використовуватися наступні ознаки, що часто являються і критерієм для класифікації даних процесів: вид руху, швидкість руху, вік, ступінь активності, масштаб прояву, глибина захоплення та інші.

У публікації [29] автор класифікував зсуви за глибиною залягання поверхні ковзання на: поверхневі (до 1м), дрібні (до 5м), глибокі (до 20м), дуже глибокі (більше 20м). Автор [23] у свою чергу класифікував зсуви за такими трьома ознаками: характер зміщення ґрунтового масиву, глибина охоплення схилу зсувними деформаціями, особливості форми і будови схилу. При цьому зсуви були об'єднані у дві основні групи: поверхневі (виникнення яких спричиняють сезонні зміни кліматичних умов) і глибинні. Поверхневими у такому випадку називаються зсуви, що виникають у результаті перезволоження верхніх шарів ґрунту, наприклад, внаслідок значних опадів, що супроводжується зниженням опору ґрунту на зсув. До глибоких відносяться зсуви, що зумовлюються іншими геологічними процесами, такими як: переміщення ґрунтових мас по поверхні ковзання, процеси, пов'язані з суфозією ґрунтів, видавлювання та інше.

У [32] зсувні процеси розділені на ті, що викликають мікродеформації і ті, що викликають макродеформації. До першої групи відносять об'ємну і контактну повзучість, до другої - ковзання і текучість. Мікродеформації протікають без видимого порушення цілісності ґрутового масиву, а їх межа визначається критичним значенням деформації, після якої руйнується початкова структура ґрунту і швидкість переміщення перевищує 0,3 мм/добу.

Незважаючи на значну різноманітність ознак, за якими класифікуються зсувні процеси, одними з найкорисніших для прогнозування стійкості схилів є класифікації, які будуються за механізмом зміщення ґрунтових мас на схилі [68]. Проаналізувавши відомі класифікації, автором [68] було розроблено схему типізації зсувних процесів за їх механізмом. Вони були розділені на такі типи: зсуви зрушення або ковзання, в'язкопластичні, гідродинамічного руйнування, раптового розрідження, комбіновані. Кожному типу за даною методикою типізації відповідали специфічні особливості оцінки стійкості і прогнозу зсувних процесів.

У відчизняній і зарубіжній літературі також розповсюджені класифікації за видами руху ґрунтового масиву [22, 98, 121, 127]. Розрізняють наступні види схилових процесів за данною ознакою: обвали, перекидання масивів ґрунту, зсуви ковзання (з обертанням, консекветні), зсуви видавлювання, зсуви потоки, комбіновані зсуви.

Шкала швидкості зсувів (Cruden and Varnes 1996 [126]) Таблиця 1.1

Клас швидкості	Опис	Швидкість, мм/с	Типова швидкість
1	2	3	4
7	Надзвичайно швидкі	5×10^3	5 м/с
6	Дуже швидкі	5×10^1	3 м/хв
5	Швидкі	5×10^{-1}	1.8 м/год
4	Помірні	5×10^{-3}	13 м/місяць
3	Повільні	5×10^{-5}	1.6 м/рік
2	Дуже повільні	5×10^{-7}	16 мм/рік
1	Надзвичайно повільні	$< 5 \times 10^{-7}$	<16 мм/рік

У публікації [101] автори розширили класифікацію, що була запропонована в [127] та на основі неї класифікували і описали 32 типи зсувів, для опису швидкості запропонованих типів зсувних процесів використовувалася запропонована у [126] шкала швидкості зсувів, наведена в табл. 1.1. За цією шкалою відповідно до швидкості протікання зсувних процесів їх поділяють на 7 класів, для яких також наведені типові швидкості протікання даних процесів, що дають уявлення про можливий їх перебіг у відповідності до класу.

У праці [48] автором запропоновано класифікувати схили не стільки за якимись конкретними ознаками зсувних процесів чи за їх утворенням, а за структурними особливостями. Так, зсуви поділяються на: прості і складні. Виділяються такі структурні елементи зсувів: блоки, яруси, поверхи. При цьому блок являється найнижчим рівнем структурної організації зсувної системи і характеризується однаковим типом руху і деформаційної поведінки всіх його точок. Кожен наступний рівень може складатися з одного або декількох складових меншого рівня. При цьому зсувний ярус характеризується загальними стінкою відриву і язиком зсуву. Відповідно до даної класифікації прості зсуви являють собою одноблочні утворення, яким відповідає простий механізм зсуву. У той час як складні представляють собою поєднання простих зсувів або є багатокомпонентними системами вищих рівнів структурної організації. Слід зазначити, що дана класифікація використовує поділ саме за структурною складністю зсувних процесів, а не масштабами прояву цих явищ. Детальніше такий підхід висвітлений в публікаціях [42, 64]

Враховуючи значну кількість і різноманітність класифікацій, досить складно описати всю багатогранність зсувних процесів, використовуючи ту чи іншу класифікацію. Важливим видається окремий розгляд причин виникнення або розвитку зсувних процесів.

У праці [1] автором представлено фактори, якими зумовлюється вплив на напружено-деформований стан ґрунтового масиву. Вони розподілені на такі групи: природні, техногенні, технологічні, антропогенні, спеціальні. Слід зазначити, що лише природні та спеціальні фактори у даному випадку не

спричинені діяльністю людини, при цьому до спеціальних віднесено такі фактори як суфозія, кольматація, тиксотропія, гідродинамічна сила, які також можна віднести до природних особливостей деяких ґрунтів чи схилів. Проаналізувавши науково-технічну літературу з метою виявлення чинників або факторів, що мають значний вплив на зсувні деформації схилів, було вибрано основні з них. Результати зображено у вигляді схем та продемонстровано на рисунках 1.2 і 1.3.



Рис.1.2. Природні чинники зсувних деформацій

Обрані фактори розподілені на дві загальні групи: природні і антропогенні, які у подальшому умовно поділені на підгрупи, відповідно до превалюючої дії на схил. Слід зазначити, що даний поділ є умовним, оскільки певні чинники можуть бути віднесені до кількох підгруп або змінювати свій вплив у залежності від конкретних обставин. Також до факторів, що мають загальний вплив, включено ті, які неможливо віднести до конкретної підгрупи, адже вони є

складними процесами, що мають обширний вплив на всі аспекти формування схилів із плином часу.

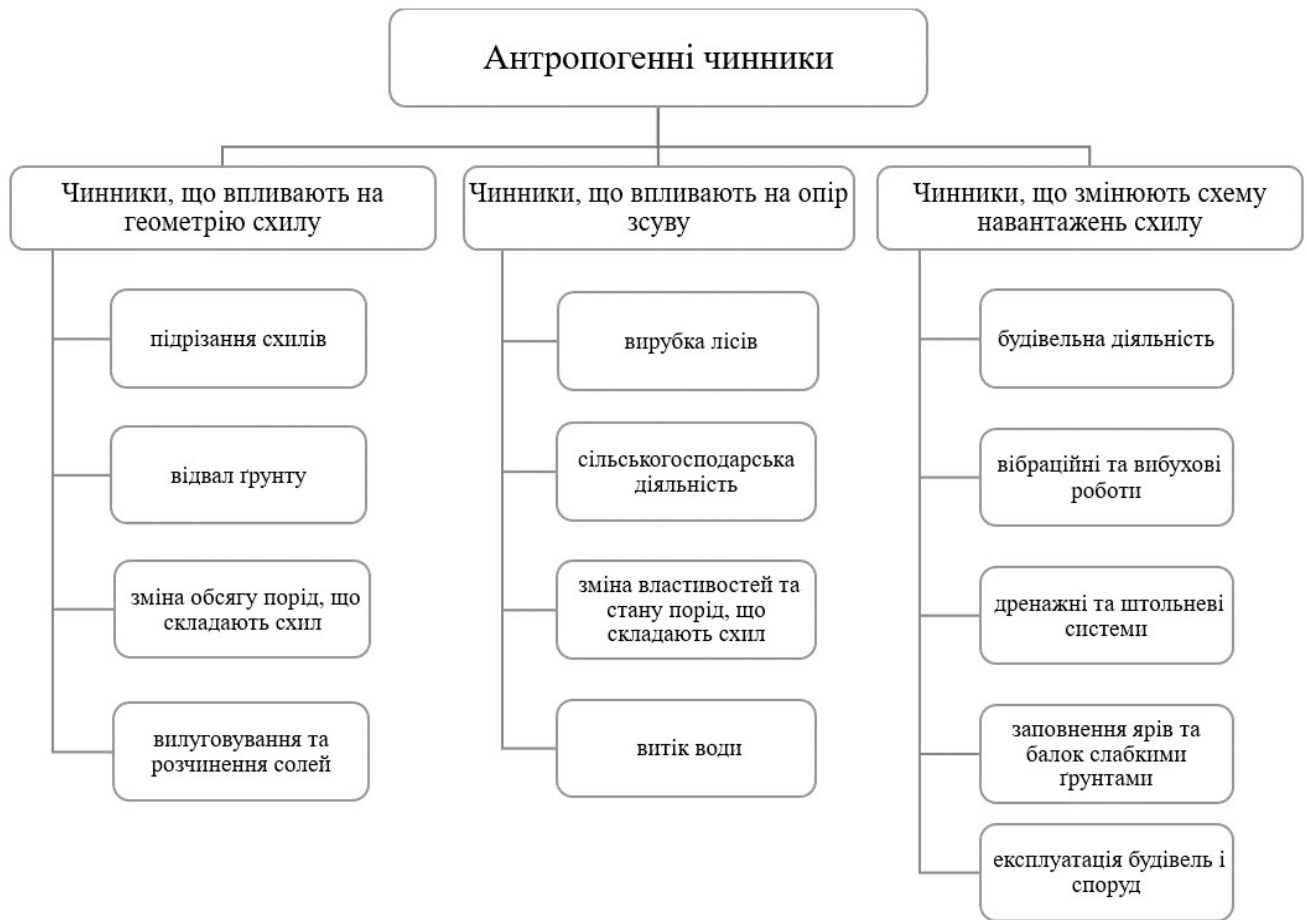


Рис.1.3. Антропогенні чинники зсувних деформацій

1.2. Огляд існуючих методів розрахунку стійкості схилів і укосів

Проектування фундаментів будівель і споруд, розташованих на зсувних або зсувонебезпечних територіях, необхідно виконувати з урахуванням можливої дії зсувних процесів [22], з розробкою заходів інженерного захисту таких об'єктів.

Підготовчий етап розрахунку дуже важливий для забезпечення його точності. Під час нього необхідно зібрати різноманітну інформацію про схил, оскільки без надійних вхідних даних застосування математичних моделей будь-якої складності не надасть достовірних результатів розрахунку.

Потрібно розглядати усі можливі природні чи антропогенні фактори впливу на стійкість ґрунтових масивів у зоні, що аналізується. Також необхідно враховувати можливі зміни міцнісних характеристик ґрунтів та величини навантажень, що можуть мати місце для даних факторів.

При проведенні інженерно-геологічних вишукувань визначення фізико-механічних характеристик ґрунтів слід проводити окремо для зсувної товщі, підстеляючих шарів і прилеглих ділянок.

Враховуючи значний вплив дії води у зсувних процесах важливим стає проведення гідрогеологічних досліджень для встановлення усіх факторів впливу на зсувну товщу, таких як фільтраційний тиск, вплив водної ерозії та абразії, величини водозабірних басейнів, коливання рівня підземних вод та інших.

Окремої уваги заслуговують також сейсмічні впливи, що зумовлюють зміни напружено-деформованого стану і міцнісних властивостей ґрунтів схилу під дією сейсмічних хвиль та провокують додаткові навантаження від будівель і споруд та прилеглих масивів ґрунту.

Метою проведення розрахунків стійкості може бути: визначення коефіцієнта стійкості, побудова та визначення положення поверхні ковзання, визначення зсувного тиску. Розрахункові схеми при цьому мають враховувати усі можливі впливи і найбільш точно описувати реальний стан схилу, з урахуванням прогнозованої зміни тих чи інших факторів впливу.

Методи розрахунків строго не регламентовані нормативною літературою, проте методи мають врахувати і підбиратися відповідно до інженерно-геологічних умов майданчику та типу зсувних деформацій.

Загалом існує значна кількість різноманітних методів оцінки стійкості схилів. Дослідженнями, що мали на меті створення інструментарію, який би допоміг оцінювати стійкість схилів, активно займалися безліч науковців, ще починаючи з 30-х років XX ст. Із їх розробкою пов'язані такі видатні вчені як: Fellenius W., Taylor D. W., Price V. E., Bishop A. W., Morgenster N. R., Janbu N., Varnes, D. J., Spencer. E., Duncan, J. M., Hungr O., Dawson E. M., Маслов Н. Н.,

Соколовський В. В., Шахунянц Г. М., Гольдштейн М. Н., Бойко І. П., Петренко Е. Ю., Арешкович О. О., Білеуш А. І. та багато інших.

Методи граничної рівноваги - одна з найбільш розповсюджених груп методів, що представлена великою кількістю робіт і розроблених методів для оцінки стійкості схилів. Дані методи переважно не є універсальними і базуються на ряді спрощень і припущень при побудові розрахункових схем та у процесі розрахунку. Проте вони являються широко апробованими, простішими для розуміння і використання, а також деякі з них підходять для реалізації ручних розрахунків, що може бути корисним для інженерної практики. Саме тому вони потребують уваги і розгляду.

До даної групи методів відносяться також методи **круглоциліндричних поверхонь ковзання**, які відомі під різними назвами, такими як: метод Феленіуса, метод Бішопа, метод Петерсона, метод Терцагі, Шведський метод, метод корпусу інженерів, метод моментів та інші [34, 70, 71, 80, 93]. Спільним для цих методів є припущення, що зміщення ґрунтового масиву схилу може відбуватися лише по поверхні ковзання, що представляє собою дугу кола з певним радіусом і центром. Характерним також є припущення, що сповзаючий масив представляється деяким твердим блоком і усі його точки приймають участь у загальному русі. Метод моментів розглядався у статті [65].

Детальніше розглянемо метод Бішопа [9, 80]. Поверхня ковзання у даному методі являє собою дугу кола з центром O та радіусом R . При цьому зсувний ґрунтовий масив розбивається на ряд однорідних блоків або відсіків таким чином, щоб при апроксимації фрагменту дуги кола у межах відсіку прямою лінією, похибка була незначною. Типова розрахункова схема за методом Бішопа наведена на рис. 1.4.

При цьому Бішопом запропоновано два підходи для визначення стійкості ґрунтових масивів, які були сформовані у [9]. За спрощеною методикою при визначенні коефіцієнта стійкості нехтують вертикальними силами, а саме: вважається, що їхня дія на відсік рівнозначна ($X_n - X_{n+1} = 0$), що певною мірою

спрощує процедуру розрахунку. Такий підхід і носить назву спрощеного методу Бішопа, а коефіцієнт стійкості визначається за формулою:

$$k_{st} = \frac{1}{\sum_i W_i \sin \alpha_i} \sum_i \frac{c_i b_i + (W_i - u_i b_i) \tan \varphi_i}{\cos \alpha_i + \frac{\tan \varphi_i \sin \alpha_i}{k_{st}}}, \quad (1.1)$$

де W_i – вага відсіку, c_i та φ_i – параметри міцності ґрунту, b_i – ширина відсіку, u_i – поровий тиск, α_i – кут нахилу відсіку, k_{st} – коефіцієнт стійкості.

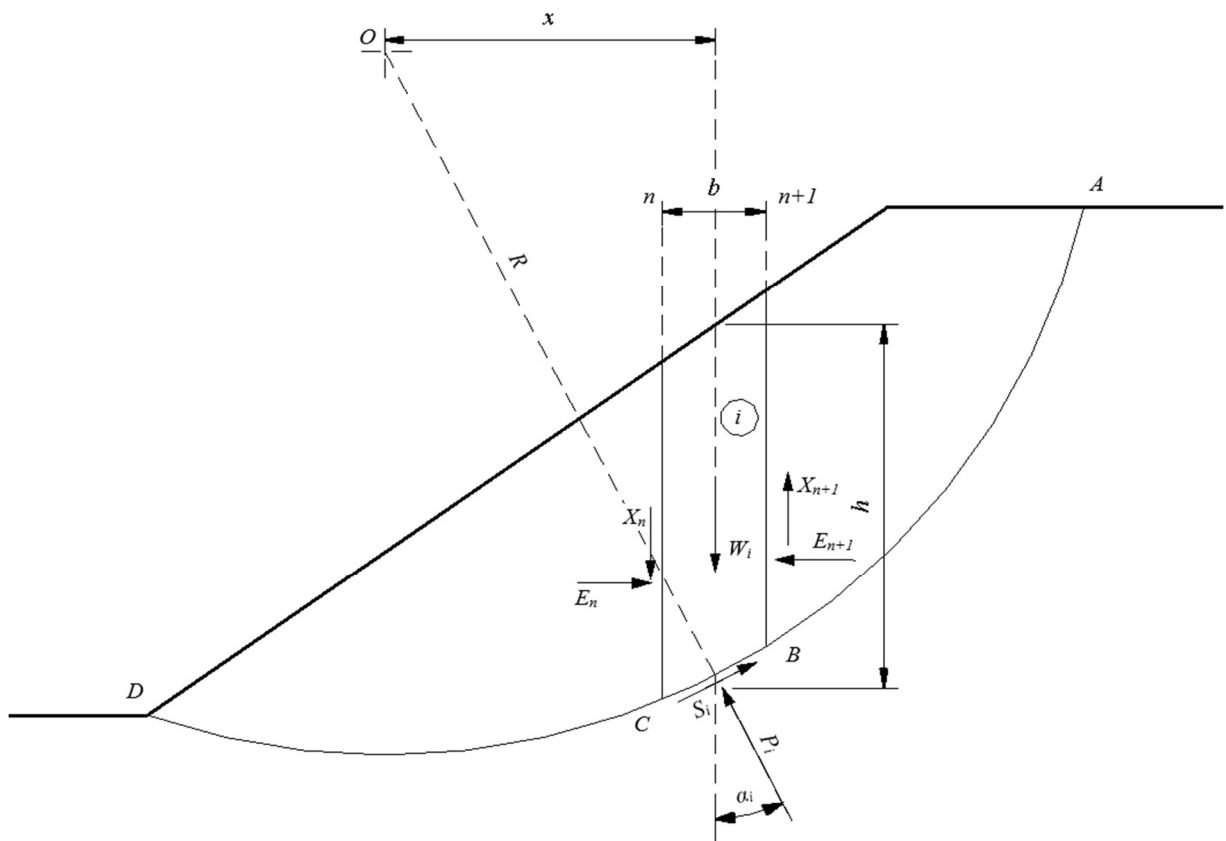


Рис. 1.4. Розрахункова схема до методу Бішопа

Для пошуку більш точних результатів розв'язку використовується процедура узгодження вертикальних сил, при цьому розрахунок, отриманий за спрощеною методикою, вважається початковим значенням. Після цього підбираються такі значення X_n та X_{n+1} , щоб задовольнялася рівновага для

кожного відсіку. При цьому формула визначення стійкості набуває наступного вигляду:

$$k_{st} = \frac{1}{\sum_i W_i \sin \alpha_i} \sum_i \frac{c_i b_i + ((W_i - u_i b_i) + (X_n - X_{n+1})) \tan \varphi_i}{\cos \alpha_i + \frac{\tan \varphi_i \sin \alpha_i}{k_{st}}} \quad (1.2)$$

Використання методу Бішопа у практичних розрахунках, так само як і інших методів, заснованих на круглоциліндричних поверхнях ковзання, ускладнюється необхідністю проводити серію розрахунків для визначення найбільш небезпечної поверхні ковзання. Іншим важливим недоліком є неможливість визначення величини зсувного тиску на утримуючі конструкції, що значною мірою зменшує коло застосування даних методів.

Метод горизонтальних сил [34, 70] доцільно використовувати тоді, коли геологічний склад схилу представлений різними шарами ґрунту, а зсув відбувається по вже відомій, або частково відомій, поверхні ковзання. У процесі розрахунку зсувний масив поділяється на відсіки, виходячи з умови збереження максимальної однорідності умов у їх межах. При цьому лінія ковзання у межах окремого відсіку як і в попередньому методі апроксимується прямою.

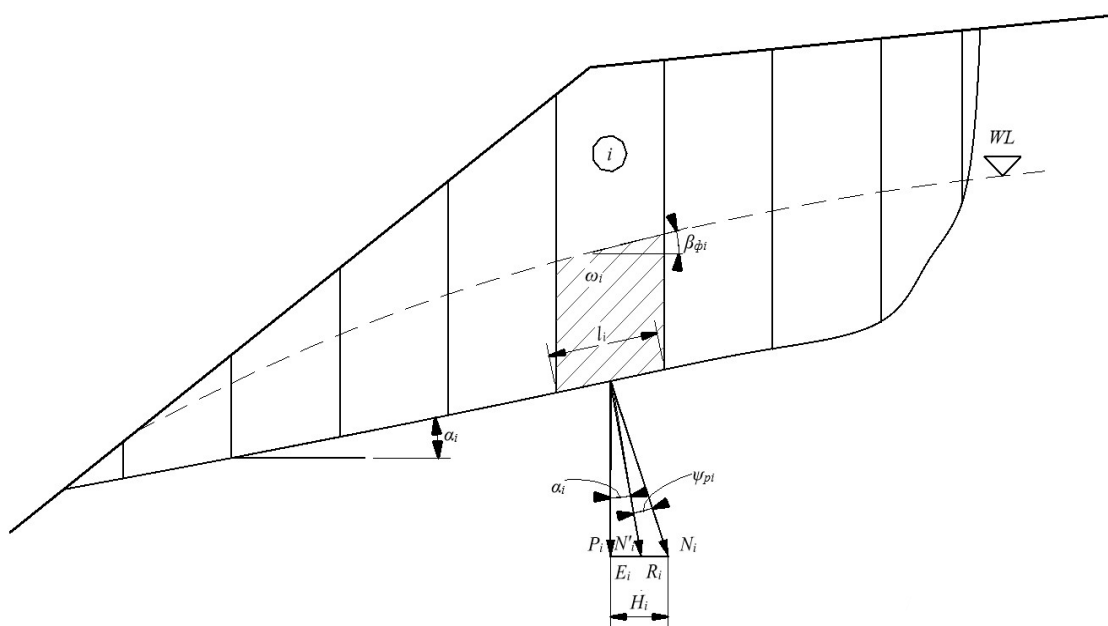


Рис. 1.5. Розрахункова схема до методу горизонтальних сил

На рисунку 1.5. P_i - реакція ваги відсіку на поверхні ковзання, N_i , N' - складові реакції P_i за відсутності тертя по поверхні ковзання і зчеплення ґрунту та за їх наявності відповідно. Напрямок сили N'_i у загальному випадку визначається кутом опору зсуву ψ_{pi} , який в свою чергу можна визначити за формулою $\psi_p = \arctg F_p$, де F_p - коефіцієнт опору зсуву. H_i - представляє проекцію сили N_i на горизонтальну вісь, при цьому H_i складається з двох складових: R_i - частина, що сприймається тертям і зчепленням; E_i - непогашена частина сили H_i .

Виражаючи всі ці сили через P_i отримуємо:

$$\left. \begin{aligned} H_i &= P_i \operatorname{tg} \alpha_i; \\ E_i &= P_i \operatorname{tg}(\alpha_i - \psi_{pi}); \\ R_i &= H_i - E_i = P_i (\operatorname{tg} \alpha_i - \operatorname{tg}(\alpha_i - \psi_p)) \end{aligned} \right\}, \quad (1.3)$$

Коефіцієнт стійкості у даному методі визначається:

$$k_{st} = \frac{\sum R_i}{\sum H_i + \sum j_i \cos \beta_{\phi i} + \sum Q_{ci}}, \quad (1.4)$$

де $\sum j_i \cos \beta_{\phi i}$ - складова фільтраційного тиску, $\sum Q_{ci}$ - складова сейсмічного впливу.

Замінивши відповідні складові у (1.4) з використанням формул (1.3) отримуємо розгорнуту формулу для обчислення коефіцієнта стійкості:

$$k_{st} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} P_i (\operatorname{tg} \alpha_i - \operatorname{tg}(\alpha_i - \psi_{pi}))}{\sum_{i=1}^{i=n} (P_i \operatorname{tg} \alpha_i + j_i \cos \beta_{\phi i} + Q_{ci})} \quad (1.5)$$

Також можна обрахувати горизонтальний тиск на розташовані нижче по

схилу відсіки від i -го відсіку (E_i) та сумарний зсувний тиск (E_{zc}). Використавши формули (1.3-1.5) отримуємо наступні формули для їх визначення:

$$E_i = k_{st}(H_i + j_i \cos \beta_{\phi i} + Q_{ci}) - R_i \quad (1.6)$$

$$E_{zc} = \sum_{i=1}^{i=n} ((k_{sn} - 1)P_i \operatorname{tg} \alpha_i + k_{sn} Q_{ci} + k_{sn} \sum j_i \cos \beta_{\phi i} + P_i \operatorname{tg}(\alpha_i - \psi_{pi})) \quad (1.7)$$

При цьому у формулі (1.7) зрушуючі сили повинні були домножатися на k_{st} , проте враховуючи, що зсувний тиск, як правило, розраховується для проектування утримуючих констукцій, тобто для нестійких схилів, доцільним є використання саме k_{sn} - нормованого коефіцієнту стійкості, що визначається за ДБН В.1.1-46:2017. Такий підхід дає змогу визначати не фактичний зсувний тиск, а розрахункове його значення. Визначення зсувного тиску проводиться починаючи з верхнього відсіку.

Даний метод дозволяє визначати не лише коефіцієнт стійкості схилу, а і зсувний тиск у випадках, коли поверхня ковзання визначена не зовсім чітко, або не на всій протяжності схилу, проте у такому разі на невідомій частині вона визначається методом підбору.

Методи дотичних сил. Для використання даної групи методів поверхня ковзання має бути уже чітко визначеною і при застосуванні цих методів її представляють ламаною лінією. Детальніше наведено широко відомий аналітичний метод Шахунянца [34, 71, 72, 73], як представника даної групи методів. Як і в інших методах зсувний масив розділяється на відсіки за аналогічними принципами. Розрахункова схема для даного методу наведена на рис. 1.6. Зовнішні сили, що діють на відсік, зводяться до певної рівнодіючої сили P_i , при цьому вона може відхилятися на певний кут в загальному випадку, проте тут розглядатимемо ситуацію за умови її вертикального напрямку. Сила P_i розкладається на нормальну складову N_i і тангенціальну складову Q_i по напрямку до поверхні ковзання для i -го відсіку. Відповідно виражаються:

$$N_i = P_i \cos \alpha_i; \quad Q_i = P_i \sin \alpha_i \quad (1.8)$$

Тиск від сусідніх відсіків вводиться силами E_i та E_{i-1} , що відповідають впливу нижче та вище розташованого відсіків на i -й відсік відповідно. У випадку, якщо утримуюча контрукція буде взаємодіяти з ґрунтовим масивом під певним кутом, дані сили доцільно розглядати також відхиленими від горизонталі на певний кут, в іншому разі допустимим буде приймати їх горизонтальними. Тоді опір зсуву i -го відсіку по поверхні ковзання, нахилений під кутом α_i до горизонту, складатиметься з двох складових: $c_i l_i$ - сили зчеплення, що діє по підшві i -го відсіку, і сили тертя $S_i^n \operatorname{tg} \varphi_i$, при цьому S_i^n - це нормальна реакція основи.

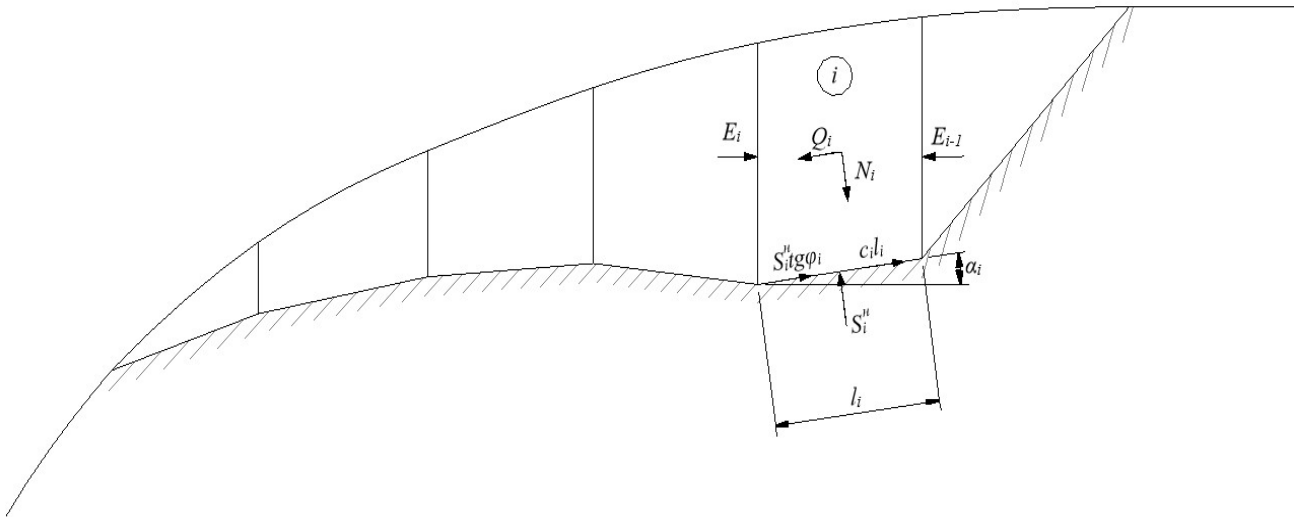


Рис. 1.6. Розрахункова схема до аналітичного методу Г. М. Шахунянца

Проводити розрахунок починають від верхнього відсіку до нижнього, значення E_{i-1} стає відомим із попереднього відсіку, тоді невідомими будуть лише S_i^n та E_i . Розглядаючи проекцію на напрям основи і на його нормаль виражаємо невідомі і отримуємо:

$$S_i^n = N_i + (E_i \sin \alpha_i - E_{i-1} \sin \alpha_i); \quad (1.9)$$

$$Q_i = c_i l_i + S_i^n \operatorname{tg} \varphi_i + (E_i \cos \alpha_i - E_{i-1} \cos \alpha_i) \quad (1.10)$$

Отримане значення S_i^H підставляємо у вираз (1.10) та отримуємо рівняння для E_i . Як і у методі горизонтальних сил можна домножити Q_i на значення k_{sn} , щоб отримати розрахункове значення зсувного тиску. Після підстановки і необхідних математичних перетворень отримаємо наступну формулу:

$$E_i = \frac{(k_{sn}Q_i - N_i \operatorname{tg} \varphi_i - c_i l_i) \cos \varphi_i}{\cos(\alpha_i - \varphi_i)} + E_{i-1} \quad (1.11)$$

У даному випадку Q_i у формулі (1.11) наведено за умови, що ця сила є зрушуючою, у разі, якщо вона буде утримуючою, її слід приймати з від'ємним значенням та не домножати на коефіцієнт запасу стійкості.

Сумарний зсувний тиск для схилу може бути визначений за формулою:

$$E_{zc} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{(k_{sn}Q_i - N_i \operatorname{tg} \varphi_i - c_i l_i) \cos \varphi_i}{\cos(\alpha_i - \varphi_i)} \quad (1.12)$$

Якщо припустити, що розраглядається схил без утримуючих споруд, то $E_{zc}=0$ та можна отримати формулу для визначення коефіцієнта стійкості:

$$k_{st} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (N_i \operatorname{tg} \varphi_i + c_i l_i) \frac{\cos \varphi_i}{\cos(\alpha_i - \varphi_i)}}{\sum_{i=1}^{i=n} Q_i \frac{\cos \varphi_i}{\cos(\alpha_i - \varphi_i)}} \quad (1.13)$$

Повернувшись до формул (1.8) можна k_{st} і E_{zc} виразити за допомогою рівнодійної сили P_i , отримавши остаточні формули для їх визначення, при наявності фільтраційної складової j і сейсмічних впливів Q_c вони набудуть наступного вигляду:

$$k_{st} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (P_{\epsilon i} \cos \alpha_i \operatorname{tg} \varphi_{\epsilon i} + c_{\epsilon i} l_i) \frac{\cos \varphi_{\epsilon i}}{\cos(\alpha_i - \varphi_{\epsilon i})}}{\sum_{i=1}^{i=n} (P_{\epsilon i} \sin \alpha_i + Q_{ci} + j_i) \frac{\cos \varphi_{\epsilon i}}{\cos(\alpha_i - \varphi_{\epsilon i})}} \quad (1.14)$$

$$E_{zc} = \sum_{i=1}^{i=n} k_{sn} ((P_{\epsilon i} \sin \alpha_i + Q_{ci} + j_i) - (P_{\epsilon i} \cos \alpha_i \operatorname{tg} \varphi_{\epsilon i} + c_{\epsilon i} l_i)) \frac{\cos \varphi_{\epsilon i}}{\cos(\alpha_i - \varphi_{\epsilon i})} \quad (1.15)$$

Наведений метод Шахунянца дає змогу отримати достатньо достовірні значення коефіцієнта стійкості та зсувного тиску, проте ключовим недоліком залишається потреба у наявності уже визначеної поверхні ковзання.

Метод Моргенштерна та Прайса [110], Метод Спенсера [123]. Дані методи також відносяться до методів відсіків, проте дозволяють розглядати поверхні ковзання будь-якої форми. Ці методи досить схожі між собою у плані реалізації процесу розрахунку, а їх головною перевагою є те, що вони розглядають рівновагу сил і моментів та відносяться до точних методів граничної рівноваги, а також реалізовані у багатьох спеціалізованих програмних комплексах, де представлена дана група методів.

Тривимірні методи граничної рівноваги. Окрім методів, розроблених для вирішення задач стійкості у плоскій постановці, розроблялися методи і для просторових задач. Переважно ці методи являли собою розширення вже відомих і апробованих методів. До даної групи методів відносяться: Метод Анагності (Anagnosti) [76], Метод Ховланда (Hovland) [99], метод Chen and Chameau [82, 83], Метод Хунга (Hungar) [100] та інші [79, 94, 124]. Дані методи переважно дають більші значення коефіцієнту запасу стійкості у порівнянні з плоскими задачами через урахування просторового ефекту, проте зберігають головні їх недоліки та потребують введення додаткових припущень.

Загалом різноманітні методи граничної рівноваги дають змогу визначати коефіцієнт стійкості з достатньою точністю для інженерних розрахунків і залишаються досить простими і зрозумілими. Також деякі з них підходять для виконання ручних розрахунків, в той час як є і ті, що орієнтовані переважно на

використання комп'ютерної техніки. І ті і інші реалізовані у складі ряду спеціальних програм і широко розповсюджені в геотехнічній практиці. Проте головними недоліками таких методів залишається неможливість аналізу напружено-деформованого стану схилу і ряд припущень, що приймаються для можливості розв'язку означених задач.

Метод скінченних елементів (МСЕ). Хоча традиційний МСЕ без додаткових обрахунків не дає змоги визначити коефіцієнт стійкості, його використання дозволяє:

1. Проаналізувати переміщення і напруження, які виникають у ґрунтовому масиві, що особливо важливо у випадку наявності вже існуючих будівель і споруд.

2. За допомогою МСЕ також можливо проаналізувати характер переміщень, що може бути корисним для виявлення критичних потенційних поверхонь ковзання. При складній геологічній структурі ґрунтового масиву чи вже наявних утримуючих конструкціях визначення потенційного характеру руйнування стає нетривіальною задачею, а коефіцієнт стійкості значною мірою буде залежати саме від визначення положення поверхні ковзання. Визначивши положення поверхні стає можливим обрахунок стійкості схилу за допомогою методів граничної рівноваги чи провівши додаткові обрахунки, спираючись на МСЕ.

3. МСЕ може бути корисним для визначення локальних зон, у яких є ймовірність виникнення концентрації напруг, а також у задачах сумісної деформації, коли матеріали мають значну різницю у міцності та деформативності.

4. Можливість сумісного розгляду в одній розрахунковій моделі ґрунтового масиву і утримуючих конструкцій дозволить використовувати при їх проектуванні отримані значення напружень.

Хоча традиційний метод скінченних елементів і не дає змоги визначити коефіцієнт стійкості схилу, можна провести додаткові розрахунки за наведеною процедурою для його визначення:

1. Визначення напружено-деформованого стану ґрунтового масиву схилу;

2. Обрання ймовірної поверхні ковзання;
3. Розбиття поверхні на певну кількість сегментів;
4. Обчислення нормальних та зсувних напружень уздовж передбачуваної поверхні ковзання;
5. Визначення міцності на зсув уздовж передбачуваної поверхні ковзання, використовуючи обчислені нормальні напруження;
6. Обчислення загального коефіцієнту стійкості за наступною формулою:

$$k_{st} = \frac{\sum s_i \Delta l}{\sum \tau_i \Delta l}, \quad (1.16)$$

де s_i – утримуючі зусилля, τ_i – зсувні зусилля, Δl – довжина кожного окремого сегмента. У випадку використання ґрунтових моделей, що засновані на критерії міцності Кулона-Мора, формула (1.16) набуває вигляду:

$$k_{st} = \frac{\sum (\sigma_i \operatorname{tg} \varphi_i + c_i) \Delta l}{\sum \tau_i \Delta l} \quad (1.17)$$

Використовуючи дану процедуру визначення коефіцієнту стійкості можна досить точно знайти його значення при достатньому рівні дискретизації зони зсувних деформацій схилу. При цьому локальні руйнування ґрунту не завжди вказують на втрату стійкості, лише при переході значної частини схилу у граничний стан це відповідатиме загальній втраті стійкості. Схожі підходи реалізовані у роботі [30].

Використання методу скінченних елементів дає змогу вирішити ряд наведених вище завдань, проте його застосування для визначення саме коефіцієнту стійкості пов'язане з досить трудомістким процесом додаткових обрахунків, що значною мірою ускладнює його використання. До переваг цього методу можна віднести можливість визначення НДС, у тому числі комплексно розглядаючи систему, що

включатиме будівлю чи споруду, ґрунтовий масив та у разі необхідності утримуючі конструкції. Ще однією перевагою є можливість моделювання схилу складної геометричної форми і будь-яких розмірів із достатнім рівнем апроксимації, який забезпечить необхідну точність отриманих результатів та виконання розрахунків в нелінійній постановці, що дозволяє враховувати фізичну чи геометричну нелінійність, історію завантажень тощо.

Метод зниження міцності. Методу зниження міцності (strength reduction method) присвячено значну кількість робіт [89, 90, 95, 109]. Процедура зниження міцності ґрунту для вирішення питань стійкості була використана ще у 1975 р. [134], проте певний час не була широко розповсюджена у геотехнічних розрахунках, переважно через значну трудомісткість обчислень. Лише із часом з розвитком комп'ютерної техніки і поширенням методу скінченних елементів даний підхід стало доцільно використовувати для розв'язання задач стійкості схилів. Комбінація МСЕ з процедурою зниження міцності дає змогу визначати НДС, коефіцієнт стійкості ґрунтових схилів і укосів та механізм їх руйнування без необхідності підбору поверхні ковзання, як у методах граничної рівноваги.

Визначення стійкості виконується шляхом поетапного зменшення міцності ґрунту на певний коефіцієнт k_r , цей коефіцієнт приймається однаковим для усіх шарів ґрунту. При цьому знижуються значення лише параметрів міцності, інші значення залишаються незмінними. Розрахунок проводиться до моменту, поки схил не втрачає стійкість. Фактично, значення коефіцієнта зниження міцності, що передуює руйнуванню схила, дорівнюватиме коефіцієнту стійкості для нього. У такому випадку його можна представити у наступному вигляді:

$$k_{st} = \frac{S_{\max}}{S_n}, \quad (1.18)$$

де $S_{\max}$ – максимальний доступний опір зрушенню, S_n – необхідний опір зрушенню, що забезпечує стійкість схилу.

Використовуючи критерії міцності Кулона-Мора, формулу (1.17) можна представити у вигляді:

$$k_{st} = \frac{c + \sigma_n \operatorname{tg} \varphi}{c_r + \sigma_n \operatorname{tg} \varphi_r}, \quad (1.19)$$

де c і φ – початкові параметри міцності, а σ_n – компонент, що відповідає діючій нормальній напрузі, c_r і φ_r – отримані параметри міцності, що достатні для забезпечення стану граничної рівноваги схилу.

Саме параметри міцності c_r і φ_r поетапно знижуються, і їх можна виразити наступним чином:

$$c_r = \frac{c}{k_r}, \quad (1.20)$$

$$\varphi_r = \frac{\varphi}{k_r}, \quad (1.21)$$

де k_r відповідає коефіцієнту зниження міцності.

Даний принцип може бути реалізований і для моделей, що використовують інші критерії міцності, проте у такому разі змінними будуть параметри міцності, що характерні саме для них.

Поєднання методу зниження міцності з МСЕ при розв’язанні задач стійкості дозволяє прибрати головні недоліки методів граничної рівноваги та розширити можливості для використання МСЕ при вирішенні задач стійкості ґрунтових схилів. Однак такий підхід потребує виконання великої кількості ітераційних розрахунків для визначення коефіцієнта стійкості, що призводить до значної трудомісткості процесу розрахунку.

Інші методи. Наведені вище методи вважаються найбільш апробованими і розповсюдженими, проте значний інтерес до питань стійкості схилів стимулював розвиток і інших методів.

Лінійне програмування. Лінійне програмування – це математичний метод, використання якого робить можливим розв’язання великої кількості складних математичних і технічних задач. Даний метод дозволяє визначати екстремум лінійних функцій з областю визначення, що обмежується певною кількістю лінійних рівностей і нерівностей. G. B. Dantzig запропонував для вирішення даної задачі симплекс-метод [19], що забезпечує скерований перебір кутових точок таким чином, що рішення знаходиться на найкоротшому шляху [26, 75]. Використання лінійного програмування в задачах геотехніки вперше було запропоновано у роботі [50]. Дані дослідження присвячувалися саме вирішенню задач стійкості природних схилів та штучних укосів та полягали у визначенні розподілу напруг, що відповідало мінімальному їх відхиленню від граничного значення.

Чисельні методи. Існує велика кількість чисельних методів, що дозволяють оцінювати поведінку ґрунтів та використовуються в геотехнічних задачах. У загальному дані методи можна розділити на дві групи: континуальні, або методи, засновані на механіці суцільного середовища, та дисконтинуальні, або методи, засновані на механіці дискретного середовища [105, 106].

До континуальних методів, які застосовуються у задачах геомеханіки можна віднести: метод скінченних елементів, метод скінченних різниць (FDM – Finite Difference Method) та метод граничних елементів (BEM – Boundary Element Method). Метод скінченних елементів уже був розглянутий, тому зупинимося на інших методах. Метод кінцевих різниць є одним із найстаріших чисельних методів. З його допомогою система диференціальних рівнянь зводиться до системи лінійних рівнянь, яка може бути розв’язана будь-яким із класичних методів. Метод граничних елементів також використовується в задачах геотехніки. У ньому дискретизується лише границя середовища. Перевагою необхідності дискретизації лише границь є зменшення складності математичних розрахунків. Суть даного методу полягає у перетворенні диференціальних рівнянь, що застосовуються для

всього середовища, в інтегральні рівняння, що враховують лише граничні значення. Усі наведені континуальні методи у тому чи іншому вигляді можуть використовуватися при вирішенні задач стійкості [113, 133].

До дисконтинуальних методів відносяться: метод окремих елементів (DEM – Distinct Element Method), аналіз розривних деформацій (DDA – Discontinuous Deformation Analysis) та метод пов'язаних частинок (BPM – Bonded Particle Method).

Розвиток даних методів розпочався з роботи [84], в якій був представлений метод окремих елементів. Пізніше він був використаний і для ґрунтів, які змодельовані як диски [112], а згодом метод було адаптовано для багатогранних блоків і сферичних елементів [85, 86, 87, 88, 97, 114]. Цей метод широко використовується в геотехнічних розрахунках та вже добре перевірений та апробований. Метод аналізу розривних деформацій було сформовано у працях [118, 119] та згодом розширено до просторових задач [104, 120]. Метод пов'язаних частинок [114] походить із концепцій використання методу окремих елементів при моделюванні частин ґрунту у вигляді дисків чи сфер.

Дисконтинуальні методи дозволяють вирішувати такі питання як кінцеві переміщення елементів розрахункових моделей, що включають такі види рухів окремих елементів як обертання, або від'єднання, також автоматично розпізнавати нові контакти між частинами, що виникають під час обчислення. Використання цих методів може бути особливо корисним при моделюванні і розрахунках, пов'язаних з такими небезпечними схиловими явищами, як обвали, перекидання масивів гірських порід, комбіновані та складні зсуви та інші.

При моделюванні саме зсувів інтерес представляє метод пов'язаних частинок, ключова ідея якого полягає в апроксимації геологічних елементів у вигляді агломератів - зцементованих зерен ґрунтів, які мають круглу або сферичну форму. Частинки взаємодіють через поверхні контакту таким чином, що деформації виникають на поверхнях контакту, або через зміщення частинок відносно одна одної. Виникнення тріщин можливе тоді, коли досягається межа міцності між

частинками на розтяг або зсув. Використання цього методу при розгляді питань стійкості схилів наведено в роботі [129].

Метод штучних нейронних мереж. Це дещо незвичний метод для аналізу стійкості з точки зору того, що він значною мірою відрізняється від інших наведених методів самим підходом до вирішення проблем стійкості схилів. Дослідження цього методу продовжуються і зважаючи на розвиток технологій, пов'язаних зі штучним інтелектом, його коротко буде розглянуто і у цій роботі. На відміну від інших методів, він заснований не на механічних аспектах вирішення даної проблеми, а на створенні нейронної мережі для обробки інформації, яка базується на біологічних моделях, таких як людський мозок. Даний підхід застосовує методи обробки інформації, що базуються на встановленні асоціацій між параметрами. При цьому штучна нейронна мережа складається з ряду взаємопов'язаних одиниць, які називаються нейронами; кожен нейрон отримує інформацію, обробляє її та надсилає результати іншим нейронам мережі. Можливість отримання достовірних результатів тісно пов'язана з процесами проектування цих мереж і навчання. Цей підхід може бути корисним при вирішенні задач, в яких неможливо використовувати методи, засновані на механічних підходах, у зв'язку з неточністю визначення, або неможливістю визначення певних вхідних параметрів для розрахунків. Проте неможливість контролю процесу розрахунку, складність чи в деяких випадках неможливість процесу навчання, можливість розрахунку задач лише в межах завдань, під які здійснювалося навчання мережі, певний відсоток хибних результатів робить даний метод не дуже привабливим при виконанні інженерних розрахунків. Однак існує значна кількість публікацій, де цей метод використовується для вирішення різноманітних задач і дозволяє отримати задовільні результати, у тому числі і задач стійкості схилів [91, 116].

1.3. Комплексний підхід до розв'язання задач стійкості основ будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях

Проведений аналіз методів оцінки стійкості схилів спонукав до розробки нового підходу, який би дав змогу усунути недоліки популярних і поширених методів, а також спростити використання програмних комплексів, що базуються на МСЕ для даного класу задач. Також такий підхід має давати змогу вирішувати більшість видів задач, що виникають при оцінці стійкості зсувних і зсувонебезпечних територій.

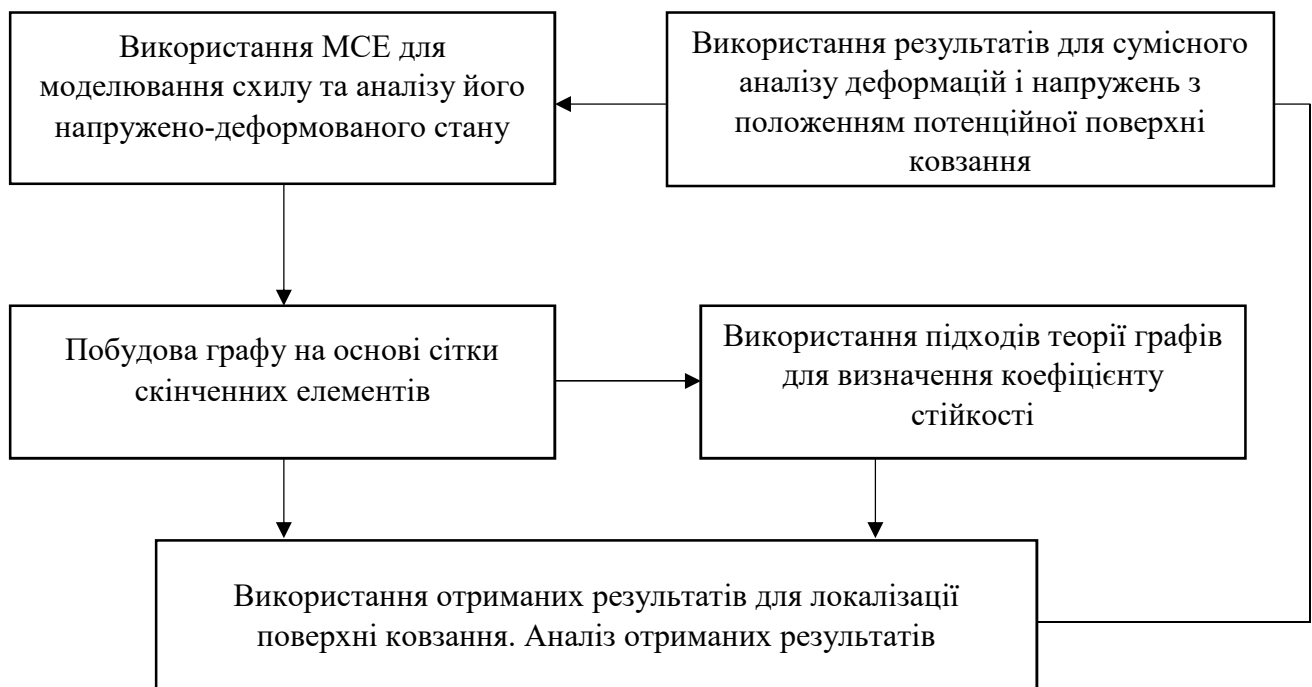


Рис.1.7. Блок-схема комплексного підходу при використанні МСЕ та підходів теорії графів

Для вирішення даних завдань було розроблено новий комплексний підхід, який з одного боку базується на методі скінченних елементів, що широко використовується в інженерних розрахунках у багатьох галузях, в тому числі при розрахунку будівельних конструкцій, з іншого боку дає змогу розв'язувати задачі стійкості ґрунтових масивів схилів на зсувонебезпечних територіях, що дозволяє використовувати їх в якості основ для будівель і споруд. Основна його

ідея наведена на рис. 1.7. Даний підхід використовує результати розрахунків, отриманих МСЕ, та саму сітку скінченних елементів для побудови графу і використовує алгоритми теорії графів для знаходження положення поверхні ковзання та визначення коефіцієнту стійкості. Реалізація такого підходу дозволить створити новий інструментарій для оцінки стійкості схилів і укосів, що можна використовувати окремо чи, за потреби, поєднувати з іншими підходами.

Поєднання підходів теорії графів з МСЕ зумовлює орієнтацію даного підходу на використання комп'ютерної техніки. В такому разі складова, заснована на теорії графів, для цього підходу може бути інтегрована безпосередньо у програмний комплекс на основі МСЕ або у вигляді додаткових чи окремих прикладних програм, що може дозволити її використання з будь-яким програмним забезпеченням, яке дозволяє розраховувати НДС ґрунтових масивів і базується на методі скінченних елементів.

Розглядаючи можливість використання запропонованого комплексного підходу з іншими методами слід зазначити, що таке використання найбільш імовірне у рамках спеціалізованого програмного забезпечення. Існує значна кількість комерційних програмних комплексів для вирішення задач оцінки стійкості схилів. Проте широкий функціонал, що дає змогу розв'язувати такі задачі, переважно надають лише спеціалізовані геотехнічні програмні комплекси, які пропонуються у різних пакетах програм з можливістю розв'язку лише двовимірних задач або також трьохвимірних задач. До таких можна віднести наступні програмні продукти: MIDAS GTS NX, PLAXIS 2D, PLAXIS 3D, PLAXIS LE, Slide2, Slide3, RS2, RS3, GEO5 та інші. При цьому розробники програмного забезпечення часто реалізують і підходи, що базуються на методах граничної рівноваги, і підхід на основі методу зниження міцності в одному програмному продукті, чи в різних програмах, що входять до комплексу програм даного розробника в залежності від прийнятої комерційної стратегії.

Враховуючи спільну основу, яка використовується у запропонованому підході та в методі зниження міцності, це поєднання видається найбільш

реалістичним (рис. 1.8), така комбінація дала б змогу одразу отримати для порівняння результати, засновані на різних підходах, окрім цього можна використати результати, що отримані запропонованим підходом для обмеження числового інтервалу коефіцієнта стійкості, що дозволить зменшити кількість ітераційних розрахунків і таким чином вирішити один з найбільших недоліків методу зниження міцності – значну трудомісткість розрахункового процесу.

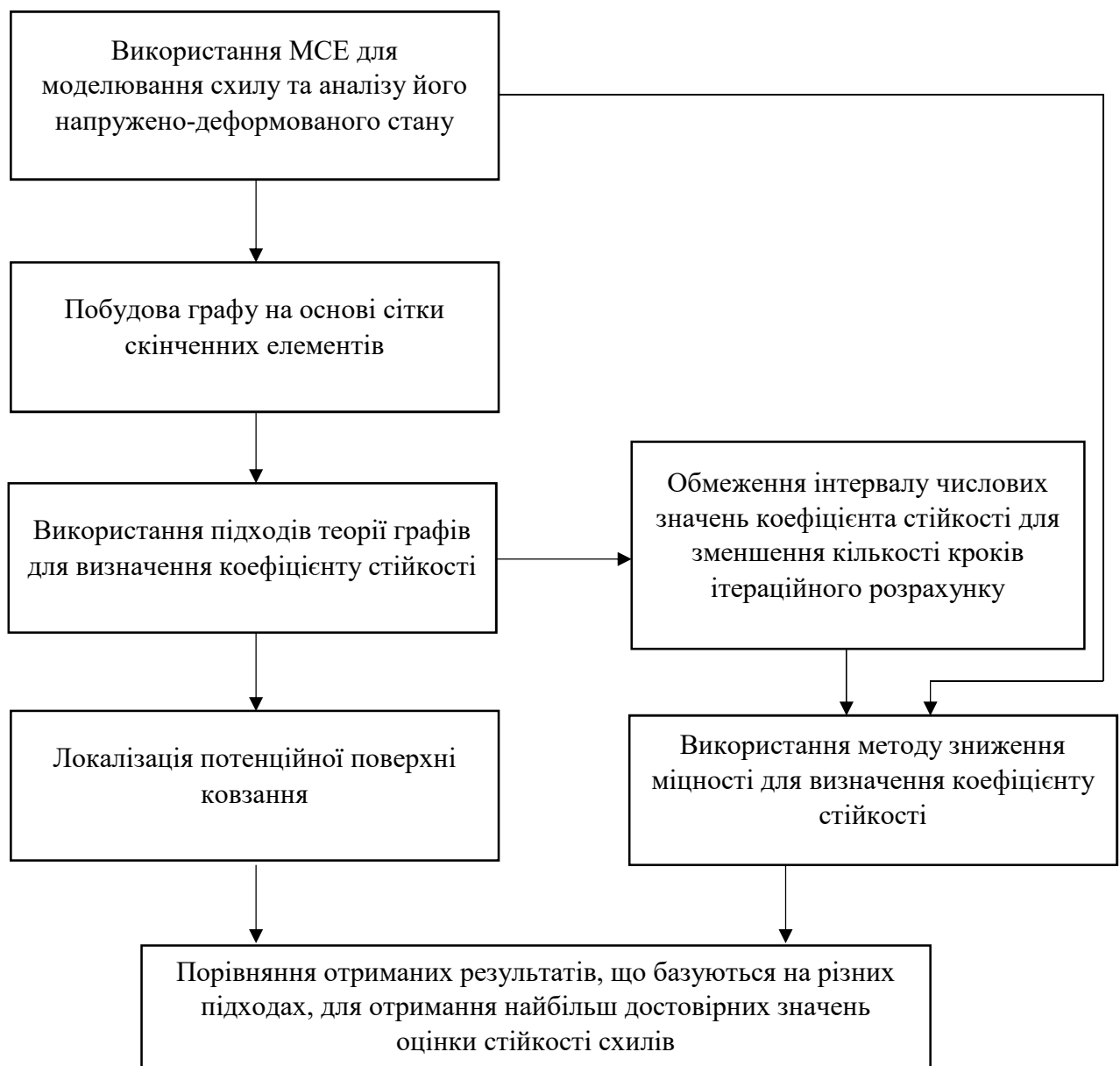


Рис.1.8. Блок-схема комплексного підходу при використанні МСЕ, теорії графів та методу зниження міцності

Таким чином можлива реалізація запропонованого комплексного підходу як окремого інструменту для оцінки стійкості ґрунтових масивів, а також основ будівель і споруд, на базі МСЕ та теорії графів, а також подальшого створення і розробки комплексних підходів з використанням також інших методів. У даній роботі увага зосереджувалась на створенні алгоритмів і методики використання комплексного підходу на основі лише теорії графів та методу скінченних елементів. Слід зазначити, що цей підхід може бути реалізований як на базі традиційного методу скінченних елементів, так і напіваналітичного методу скінченних елементів, що дозволяє додатково зменшити трудоемкість розрахунків в просторовій постановці задач.

РОЗДІЛ 2

ПРОБЛЕМНО-ОРІЄНТОВАНІ СКІНЧЕННІ ЕЛЕМЕНТИ ДЛЯ ЧИСЛОВОГО МОДЕЛЮВАННЯ СТІЙКОСТІ ЗСУВОНЕБЕЗПЕЧНИХ ТЕРИТОРІЙ

Одним з найбільш універсальних чисельних методів при вирішенні задач механіки, в тому числі розрахунку будівельних конструкцій, є метод скінченних елементів. Однак розгляд просторових моделей значних розмірів з необхідністю детальної дискретизації окремих елементів та збереженням достатньої регулярності сітки СЕ, на ряду з потребою врахування різного роду нелінійностей, приводить до значного збільшення витрат часу, необхідних для проведення відповідних розрахунків та веде до розрахунку задач з використанням розрахункових схем з певним ступенем наближеності [33, 44, 78].

В такому разі шляхом підвищення ефективності МСЕ може бути поєднання його з методом розподілу невідомих, який отримав назву напіваналітичний метод скінченних елементів. Даний підхід був запропонований в роботі [25] у якості ефективного методу розв'язання просторових задач пружності для неосесиметричного навантаження, розвиток метода було продовжено в роботах [3, 5, 6, 7, 58]. Також цей метод відомий під назвою дискретно-континуальний метод скінченних елементів. Підвищення ефективності в порівнянні з традиційним МСЕ пояснюється у загальному випадку зведенням тривимірної задачі до ряду двохвимірних. При цьому досліджуваними об'єктами прийнято вважати просторові тіла та їх системи, що утворюються рухом певної геометричної фігури складної форми вздовж твірної. В рамках методу розроблені спеціальні СЕ для ефективної апроксимації реальних неоднорідних об'єктів у вигляді тіл обертання та призматичних тіл.

Окрім цього для забезпечення високої швидкості збіжності до точного рішення та мінімізації необхідного обчислювального часу, при цьому не зменшуючи рівень апроксимації та зберігаючи високу точність оцінки

напружено-деформованого стану досліджуваного об'єкта, доцільним є використання моментної схеми скінченного елемента (МССЕ) [2, 10, 16, 55, 56] застосування якої дає змогу додатково зменшити трудоємкість розрахункового процесу, уникаючи необхідності проведення процедури інтегрування по площині перерізу. Розрахунковий апарат НМСЕ та МССЕ використовується при розв'язанні широкого кола задач [43, 49, 108, 125].

2.1. Основні математичні співвідношення пружно-пластичної моделі деформування ґрунтових масивів схилів

Ґрунти мають складну багатофазну структуру, яка об'єднує тверду, рідку і газоподібну фази. Основні фізико-механічні характеристики ґрунтів залежатимуть від генезису, ступеня взаємодії цих фаз та дисперсності твердих частинок. Зсувні процеси, що виникають під дією власної ваги схилу або під дією додаткових навантажень, призводять до порушення контактних зв'язків ґрунтових частинок. При цьому має місце нелінійна залежність між напруженнями та деформаціями, що пов'язано саме з порушенням структури ґрунту, через значно вищу міцність твердих частинок ґрунту за структурну міцність, вони практично не стискаються. Дане явище приводить до додаткового розрихлення ґрунтів (дилатансія) чи ущільнення рихлих ґрунтів (контрактансія). Тому для опису поведінки ґрунтового масиву необхідно використовувати ґрунтові моделі, що враховують явища дилатансії при оцінці стійкості схилів. В публікаціях [62, 66] розглядалося використання пружно-пластичних моделей ґрунтів та можливості використання взаємопов'язаних моделей на базі МСЕ.

В процесі навантаження приріст повних деформацій ґрунтового масиву схилу при використанні дилатансійної моделі ґрунтів складатиметься з пружної $d\varepsilon^e$ та пластичної $d\varepsilon^p$ складових:

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (2.1)$$

При цьому приріст пружних деформацій $d\varepsilon^e$ пов'язаний законом Гука з приростом напружень $d\sigma$ відповідно до формули:

$$d\sigma = C d\varepsilon^e \quad (2.2)$$

При цьому компоненти тензора пружних констант C знаходяться за допомогою формули:

$$C^{ijkl} = \frac{E}{1+\nu} \left[\frac{\nu}{1-\nu} q^{ij} q^{kl} + 0,5 (q^{ik} q^{jl} + q^{il} q^{jk}) \right], \quad (2.3)$$

де ν - коефіцієнт Пуассона, E - модуль пружності, q^{ij} - компоненти метричного тензора.

Використовуючи неасоційований закон пластичної течії можна визначити приріст пластичних деформацій $d\varepsilon^p$ через функцію пластичного потенціалу F :

$$d\varepsilon^p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma}, \quad (2.4)$$

де $d\lambda$ - малий скалярний множник, який характеризує абсолютну величину приросту пластичних деформацій $d\varepsilon^p$. При цьому має виконуватися умова $F \neq f$ де f - функція, яка визначає умови пластичності, при $f = 0$.

Відповідно до формули (2.4) F визначає тільки напрямок вектору, тензору $d\varepsilon^p$ в просторі головних деформацій, в такому разі для функції пластичного потенціалу необхідна умова, яка визначатиме орієнтацію $d\varepsilon^p$ в заміні конкретного виразу. Це можна зробити використовуючи наступне співвідношення:

$$d \varepsilon_{uu}^p = \lambda(x) d\gamma^p \quad (2.5)$$

де $d \varepsilon_{uu}^p$ і $d\gamma^p$ – перший інваріант тензора $d\varepsilon^p$ і другий інваріант девіатора відповідно, x – параметр зміцнення, λ – коефіцієнт дилатансії.

Модифікована умова Мізеса-Шлейхера-Боткіна може бути використана як критерій граничного стану:

$$\begin{cases} f = T + \sigma_m \operatorname{tg} \psi - \tau_s & \text{при } \sigma_m \leq p_o; \\ f = T + p_o \operatorname{tg} \psi - \tau_s & \text{при } \sigma_m > p_o; \end{cases} \quad (2.6)$$

де σ_m являється середнім гідростатичним тиском, що визначається за формулою:

$$\sigma_m = \frac{1}{3} \sigma^{ij} q_{ij}, \quad (2.7)$$

в свою чергу інтенсивність дотичних напружень T , що є другим інваріантом девіатора напружень та визначається за формулою:

$$T = \sqrt{\frac{1}{2} S^{ij} S_{ij}}, \quad S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_m q_{ij}, \quad (2.8)$$

ψ – кут тертя на октаедричному майданчику, $H = \frac{\tau_s}{\operatorname{tg} \psi}$ – граничний опір всебічному розтягу, p_o – параметр ґрунтового середовища. В просторі головних напружень умова (2.6) набуває вигляду комбінованої граничної поверхні, яка складається з конічної та циліндричної частин (рис. 2.1).

При наявності великих значень всебічного обтискання, ґрунти набувають поведінки, яка характерна суцільним тілам, через що навіть при наявності зсувних деформацій не відбувається розриву, отже явище дилатансії не

проявлятиметься, зсувне навантаження в такому разі не залежатиме від рівня обтискання. Така поведінка ґрунтів і призводить до необхідності прийняття умови (2.6). Відповідно до роботи [57], в якій представлені результати експериментів, величину переходу з конічної частини до циліндричної для умови (2.6) прийнято $p_0 = -2,0$ МПа.

Ще однією важливою особливістю критерію (2.6) є те, що узгоджуються умови Мізеса-Шлейхера-Боткіна та Кулона-Мора, що дає змогу отримати мінімальну розбіжність для різних видів напруженого стану по граничному значенню T .

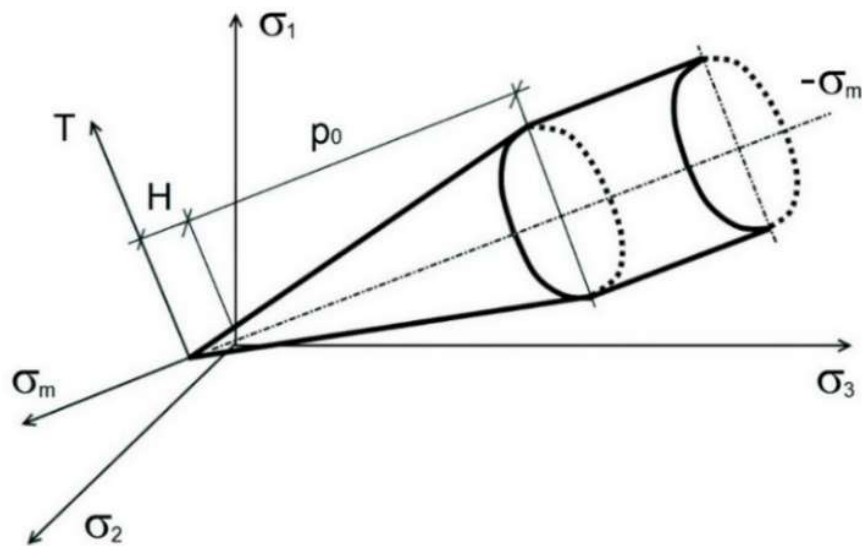


Рис.2.1. Геометричне представлення в просторі головних напружень поверхні навантаження

Також у роботі [11] описана методика, за допомогою якої τ_s і $tg\psi$ можуть бути виражені через нормовані параметри питомого зчеплення – c та кута внутрішнього тертя – φ :

$$\tau_s = \frac{6\sqrt{3}C \cos \varphi}{9 - \sin^2 \varphi},$$

$$tg\psi = \frac{6\sqrt{3} \sin \varphi}{9 - \sin^2 \varphi} \quad (2.9)$$

Вираз $\frac{dF}{d\sigma^{ij}}$, який отримується прямим диференціюванням пластичного потенціалу, аналогічний до того, що отриманий в роботі [14] у наступному вигляді:

$$F = T + \sigma \lambda(x) + const \quad (2.10)$$

В роботі [67] автор також наголошує на необхідності прийняття пластичного потенціалу саме у вигляді (2.10), проте його побудови здійснювалися на основі деформаційної теорії. Окремо наголошуючи, що значення λ у всіх випадках залишатиметься меншим за $tg\psi$, а отже і умова $\lambda = tg\psi$ не буде виконуватись.

Авторами роботи [128] також пропонується використовувати функцію (2.10) у вигляді пластичного потенціалу, але вони розглядали додатково бетон та гірські породи в якості середовища.

Відмінності між пластичним потенціалом та функцією текучості досліджувались також авторами праці [111]. Ними розглядалася аналогічна поверхня, проте різниця між F та f враховувалась лише в куті нахилу σ_m до осі їх меридіальних перерізів площиною (σ_m, T) .

В роботі [36] автор демонструє залежність характеру функції пластичного потенціалу від знаку та значення коефіцієнту дилатансії λ , а сам пластичний потенціал визначається за формулою:

$$F = T^2 - \lambda tg\psi \left(\sigma + H \right) \quad (2.11)$$

При значеннях $\lambda < 0$, $\lambda = 0$, $\lambda > 0$ поверхня функції F матиме вигляд дуги еліпса, відрізка прямої чи дуги гіперболи відповідно.

В роботах [38, 39] автором пропонується використовувати об'ємну пластичну деформацію [38] та щільність [39] у співвідношеннях $\lambda = \lambda(x)$. Також в праці [38] для коефіцієнта дилатансії запропоновані наступні формули:

$$\lambda = -\sqrt{1 - \left(\frac{\rho}{\rho^{kp}}\right)^2} \text{ при } \rho < \rho^{kp}, \quad \lambda = \sqrt{1 - \left(\frac{\rho^{kp}}{\rho}\right)^2} \text{ при } \rho > \rho^{kp}, \quad (2.12)$$

де ρ , ρ^{kp} – поточна та критична щільність відповідно. При цьому приймається, що значення кута внутрішнього тертя також є змінною величиною та може бути визначене за формулою:

$$\varphi = \varphi_0 + \arcsin \lambda, \quad (2.13)$$

де φ_0 – відповідає значенню кута внутрішнього тертя при критичній щільності ґрунту.

Використовуючи дані експериментальних досліджень в роботі [39] для визначення λ та φ також запропоновані наступні формули:

$$\lambda = \cos \varphi - \sqrt{1 + 2 \cos \varphi_0 (\sin \varphi_0 - \sin \varphi) - \sin \varphi \sin \varphi_0}, \quad (2.14)$$

$$\sin \varphi = \sin \varphi_n + (\sin \varphi_o - \sin \varphi_n) \frac{e^p}{e_{kp}^p}, \quad (2.15)$$

де φ_n відповідає початковому куту внутрішнього тертя, e^p та e_{kp}^p – відповідно значення поточного та критичного рівня пластичних деформацій.

Зміцнення дилатансійної пружно-пластичної моделі характеризуватиметься зміною саме величини кута внутрішнього тертя, відповідно поверхні навантажень на площині середнього гідростатичного тиску та інтенсивності

розвитку пластичних деформацій (σ_m, T) набуватимуть вигляду певної сукупності прямих ліній (рис. 2.2).

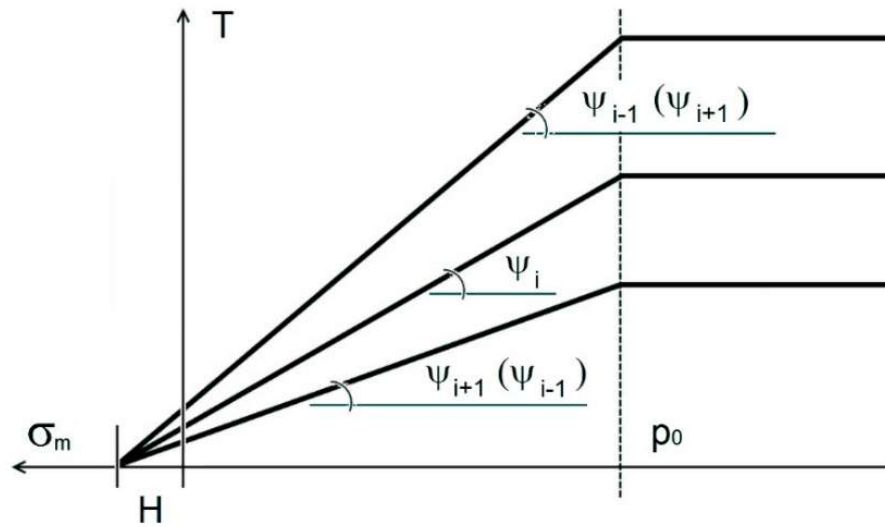


Рис. 2.2. Меридіальні перерізи поверхонь навантажень

В статті [35] пропонуються інші формули для визначення швидкості зміни об'єму, що фактично є коефіцієнтом дилатансії:

$$\lambda = \alpha \left(\frac{\rho}{\rho^{kp}} - 1 \right)^n, \quad (2.16)$$

та:

$$\lambda = \alpha \sin \left(\frac{\rho}{\rho^{kp}} - 1 \right) \quad (2.17)$$

У даних формулах α – константа та n – непарне ціле число.

В наведених формулах (2.16) та (2.17) аналогічно до (2.12) параметром зміцнення виступає щільність ρ , для всіх з них виконуються умови, отримані з передумов моделі:

$$\begin{cases} \lambda > 0 & \text{при } \rho > \rho^{kp} \\ \lambda < 0 & \text{при } \rho < \rho^{kp} \\ \lambda = 0 & \text{при } \rho = \rho^{kp} \end{cases} \quad (2.18)$$

У формулах (2.13) і (2.15) при визначенні кута внутрішнього тертя φ фігурують дві складові, у випадку коли досягається критична щільність одна з них приймає нульове значення. Саме дана змінна величина є кутом дилатансії, тоді як інша не залежить від початкової щільності та залишається сталою в широкому діапазоні значень гідродинамічного тиску. Потребу в поділі міцності піщаних ґрунтів на ту, що зумовлюється тертям, та окремо на ту, що виникає внаслідок явища дилатансії, відмічали ще в 1950р. у роботі [122]. Пізніше, Б. Хансеном було введено поняття кута дилатансії у 1958р. На необхідності розгляду змінного характеру кута внутрішнього тертя наголошували в роботах [9, 52]. В. Н. Широков також використовував розподіл міцності на два складника у виразі функції текучості.

В роботі [74] В. Н. Широков також поділяє міцність ґрунтів на дві складові, при цьому відмічається, що безпосередньо коефіцієнт дилатансії залежатиме не тільки від співвідношення початкової та критичної щільностей, але також від форми, розміру та характеру укладання частинок ґрунту. Додатково ним було введено початковий коефіцієнт дилатансії, визначити який можливо на основі експериментальних досліджень зразків ґрунту в стабілометрі. Відповідно $\lambda = \lambda(\lambda_o, X)$ дану функцію можна використовувати для співвідношень (2.12, 2.14, 2.16, 2.17) використовуючи експериментальні дані, що в цілому не суперечитиме прийнятій дилатансійній моделі.

Розглядаючи поняття критичної щільності важливим аспектом являється вплив гідростатичного тиску на її значення. При дії незначних тисків значної зміни критичної щільності не спостерігається, з подальшим зростанням тиску σ_m при досягненні ним значень в межах 1.0 – 2.0 МПа, відбуватиметься її збільшення. При цьому коли значення гідростатичного тиску перевищує 2.0 МПа, стає майже неможливим досягнення дилатансійного розрихлення ґрунту. В такому разі необхідно враховувати дану залежність при визначенні критичної щільності, у роботі [13] пропонується наступний підхід:

$$\begin{aligned}
 \rho_{кр} &= \rho_{кр}^o, \text{ при } \sigma_m > 0 \\
 \rho_{кр} &= -\frac{2\rho_{кр}^m - \rho_{кр}^o}{P_o^3} \sigma_m^3 + \frac{3(\rho_{кр}^m - \rho_{кр}^o)}{P_o^2} \sigma_m + \rho_{кр}^o, \text{ при } \rho_o \leq \sigma_m \leq 0 \\
 \rho_{кр} &= \rho_{кр}^m, \text{ при } \sigma_m < \rho_o,
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

де $\rho_{кр}^o$, $\rho_{кр}^m$ – відповідно початкове, за відсутності тиску σ_m , та максимальне значення критичної щільності, P_o – параметр ґрунтового середовища. Зміна критичної щільності при прийнятті величини $P_o = -2,0$ відповідно до (2.19) наведено на рис. 2.3.

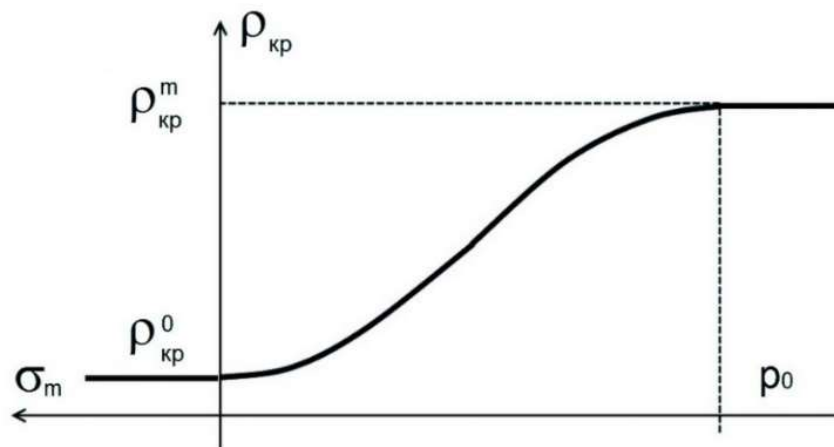


Рис. 2.3. Залежність критичної щільності від значення гідростатичного тиску

Для можливості моделювання для елементарного об'єму ґрунту дилатансії з різними знаками в дилатансійну модель необхідно введення залежності (2.19), тоді як вихідна модель дозволяє враховувати лише ущільнення або розрихлення ґрунту при зсуві.

Окремо варто відмітити, що для прийнятої дилатансійної моделі, за умови виконання $\lambda = \operatorname{tg} \psi = \operatorname{const} > 0$, асоційований закон пластичної течії, на якому базується модель Друккера-Прагера, являтиметься окремим випадком. Проте він не підтверджується експериментальними дослідженнями, відповідно яким

$\lambda < \text{tg}\psi$, в той час як при контратансії $\lambda < 0$. У праці [52] наводяться наступні значення кутів внутрішнього тертя і кутів дилатансії відповідно: 25-35° та 4-8° для пісків, що мають нормальну щільність, 30-40° та 15-36° для сильно ущільнених піщаних ґрунтів. Відповідно до даних, наведених в роботі [51], початкові значення для гірських порід: $\lambda = 0.2 - 0.4$; $\text{tg}\psi = 0.5 - 0.7$, при цьому у роботі [37] для граніту приведені наступні значення: $\lambda = 0.2 - 0.5$; $\text{tg}\psi = 0.5 - 1.0$. В такому разі наведена вище нерівність $\lambda < \text{tg}\psi$ виконується також для гірських порід та скельних ґрунтів, про її виконання свідчить і ряд інших експериментальних досліджень.

В такому випадку неможливо отримати достовірні результати деформування ґрунтового масиву при великому діапазоні значень, що підтверджується розрахунками [16, 53, 54], адже це призводить до завищеного кута дилатансії, через те, що прилеглий ґрунт отримує значне зміцнення внаслідок обтиснення, в результаті чого завищуються значення несучої здатності та отримуються менші значення осідань. Також вона не дає змоги моделювати зменшення міцності ґрунтового масиву при зсувних деформаціях через незмінне значення кута внутрішнього тертя.

Також використання умови пластичної нестисливості, тобто коли $\lambda = 0$, призводить до значної різниці в отриманих результатах, передусім при стадіях, в яких значення кута дилатансії буде максимальним. Таким чином розрахунки, проведені з використанням умови пластичної нестисливості чи моделі Друккера-Прагера, призводять до отримання недостовірних результатів, що підтверджують експериментальні дані [54].

В свою чергу використання прийнятої дилатансійної моделі дозволяє з більшою точністю описувати процеси деформування ґрунтових масивів, у тому числі при зсувних деформаціях, та отримувати більш достовірні значення напружено-деформованого стану схилу.

2.2. Моментна схема скінченних елементів для напіваналітичного методу скінченних елементів

Неоднорідна структура схилу може бути представлена за допомогою чотирикутних скінченних елементів довільного обрису (рис. 2.4). Перерізом яких в місцевій системі координат (МСК) являється квадрат, що має одиничні сторони. В геометричному центрі якого розміщується початок МСК x^i , при цьому осі x^1 і x^2 мають напрям паралельний сторонам СЕ.

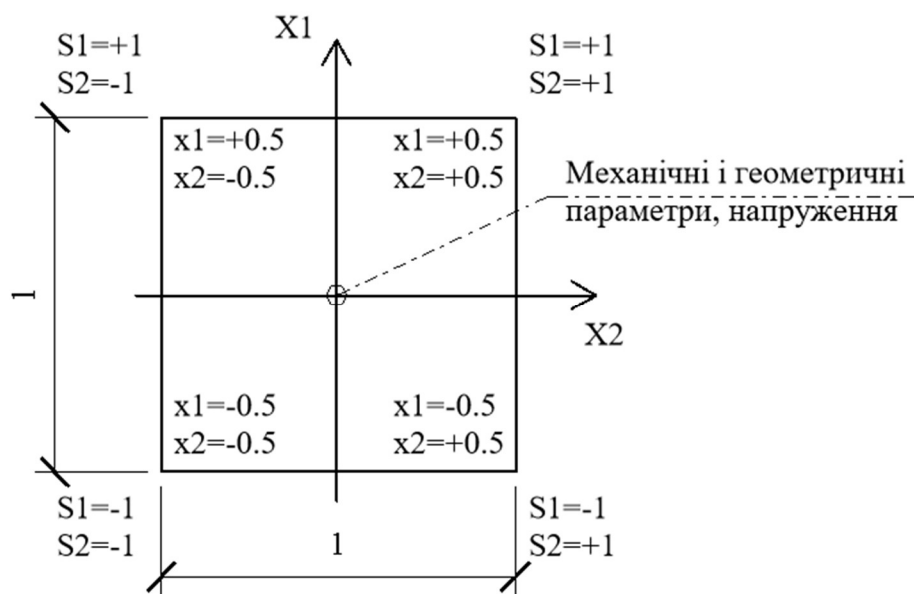


Рис. 2.4. Скінченний елемент загального виду

В роботах [3, 4, 5, 59] продемонстровано, що найефективнішою схемою являється підхід, що використовує усередненні значення в площині СЕ в поєднанні з МССЕ на базі компонентів тензора фізичних деформацій.

При цьому припускається, що в площині СЕ зміни визначника метричного тензора, фізичних параметрів моделі та компонентів тензора пружних сталих d^{ijkl} будуть незначними, що дозволяє приймати їх такими, що дорівнюють значенням в його центрі:

$$d^{ijkl} = d^{ijkl} \Big|_{x^\alpha=0}, \quad \sqrt{g} = \sqrt{g} \Big|_{x^\alpha=0}. \quad (2.20)$$

Невідомими під час розв'язання задачі являються компоненти переміщення вузлів в базисні системі координат (БСК) $u_{k'}$, де k' відповідає напрямку БСК.

$$u_{k'} = \sum_{S_1} \sum_{S_2} P_{(S_1, S_2)} u_{k'(S_1, S_2)} \quad (2.21)$$

Розподілення переміщень в площині скінченного елемента:

$$P_{(S_1, S_2)} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} S_1 x^1 + \frac{1}{2} S_2 x^2 + S_1 S_2 x^1 x^2, \quad (2.22)$$

де S_1 і S_2 визначають положення вузла та мають значення ± 1 (рис. 2.4).

Переміщення та його похідні в центрі скінченеого елемента можливо виразити у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} u_{k'} \Big|_{x^\alpha=0} &= \frac{1}{4} \sum_{S_1} \sum_{S_2} u_{k'(S_1, S_2)}, \\ u_{k', \beta} \Big|_{x^\alpha=0} &= \frac{1}{2} \sum_{S_1} \sum_{S_2} u_{k'(S_1, S_2)} S_\beta, \\ u_{k', 12} \Big|_{x^\alpha=0} &= \sum_{S_1} \sum_{S_2} u_{k'(S_1, S_2)} S_1 S_2. \end{aligned} \quad (2.23)$$

В роботах [3, 17, 18, 27, 55] продемонстровано, що використання МССЕ дозволяє значно покращити ефективність числового моделювання на базі МСЕ, окрім цього дозволяє досягнути відсутності деформацій при зміщенні тіла у вигляді жорсткого цілого.

Формулювання МССЕ у величинах компонент тезора фізичних деформацій являється особливістю наведених СЕ:

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij}}{\sqrt{g_{(ii)}g_{(jj)}}} \quad (2.24)$$

Компоненти тензора деформацій, що розкладені в ряд Маклорена можна представити у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}_{\alpha(\alpha)} &= \frac{1}{g_{(\alpha\alpha)}} \left\{ \overset{\circ}{\varepsilon}_{\alpha(\alpha)} + \left[\overset{\circ}{\varepsilon}_{\alpha(\alpha),(3-\alpha)} - \overset{\circ}{\varepsilon}_{\alpha(\alpha)} h_{(\alpha\alpha),(3-\alpha)} \right] x^{(3-\alpha)} \right\}; \\ \tilde{\varepsilon}_{12} &= \frac{1}{\sqrt{g_{11}g_{22}}} \overset{\circ}{\varepsilon}_{12}; \\ \tilde{\varepsilon}_{33} &= \frac{1}{g_{33}} \left\{ \overset{\circ}{\varepsilon}_{33} + \left[\overset{\circ}{\varepsilon}_{33,\alpha} - \overset{\circ}{\varepsilon}_{33} h_{33,\alpha} \right] x^\alpha \right\}; \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\text{де} \quad \overset{\circ}{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon_{ij} \Big|_{x^\alpha=0}, \quad \overset{\circ}{\varepsilon}_{ij,\alpha} = \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x^\alpha} \Big|_{x^\alpha=0}, \quad h_{(ii),\alpha} = \frac{g_{(ii),\alpha}}{g_{(ii)}}, \quad \alpha \neq i, j. \quad (2.27)$$

При цьому для тензора деформацій значною мірою спрощуються формули обрахунку коефіцієнтів ряду Маклорена:

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{\varepsilon}_{\alpha\beta} &= \frac{1}{4} \sum_{S_1} \sum_{S_2} (z'_\alpha S_\beta + z'_\beta S_\alpha) \mu_{\gamma'(S_1, S_2)} \\ \overset{\circ}{\varepsilon}_{33} &= \frac{1}{4} \sum_{S_1} \sum_{S_2} a u_{3'(S_1, S_2), 3} \\ \overset{\circ}{\varepsilon}_{\alpha\alpha, (3-\alpha)} &= \frac{1}{2} \sum_{S_1} \sum_{S_2} (2z'_\alpha S_1 S_2 + z'_{12} S_\alpha) \mu_{\gamma'(S_1, S_2)} \\ \overset{\circ}{\varepsilon}_{33,\alpha} &= \frac{1}{2} \sum_{S_1} \sum_{S_2} a S_\alpha u_{3'(S_1, S_2), 3}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Компоненти тензора напружень визначаються відповідно:

$$\tilde{\sigma}^{ij} = \sigma^{ij} \sqrt{g_{(ii)}g_{(jj)}} \quad (2.29)$$

Компоненти тензорів напружень і деформацій взаємопов'язуються узагальненим законом Гука:

$$\tilde{\sigma}^{ij} = \tilde{d}^{ijkl} \tilde{\varepsilon}_{ij}, \quad \tilde{d}^{ijkl} = d^{ijkl} \sqrt{g_{(ii)} g_{(jj)} g_{(kk)} g_{(ll)}}. \quad (2.30)$$

Відповідно аналогічним чином до компонентів тензору переміщень (2.25) відрізками ряду Маклорена представимо напруження:

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}^{\alpha(\alpha)} &= g_{(\alpha\alpha)} \left\{ \overset{\circ}{\sigma}^{\alpha(\alpha)} + \overset{\circ}{\sigma}'^{\alpha(\alpha)}_{(3-\alpha)} x^{(3-\alpha)} \right\}; \\ \tilde{\sigma}^{12} &= \sqrt{g_{11} g_{22}} \overset{\circ}{\sigma}^{12}; \\ \tilde{\sigma}^{33} &= g_{33} \left\{ \overset{\circ}{\sigma}^{33} + \overset{\circ}{\sigma}'^{33}_{\alpha} x^{\alpha} \right\}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Базуючись на узагальненому законі Гука взємозв'язок коефіцієнтів (2.25) та (2.31) у центрі скінченного елемента:

$$\overset{\circ}{\sigma}^{ij} = \overset{\circ}{d}^{ijkl} \overset{\circ}{\varepsilon}_{kl}. \quad (2.32)$$

Універсальність запропонованого СЕ забезпечується взаємозв'язком похідних напружень та деформацій:

$$\overset{\circ}{\sigma}'^{ij}_{,\alpha} = \overset{\circ}{d}^{ijkl}_{\alpha} \overset{\circ}{\varepsilon}'_{kl,\alpha}, \quad (2.33)$$

де

$$\overset{\circ}{d}^{ijkl}_{\alpha} = \overset{\circ}{d}^{ijkl} - \frac{\overset{\circ}{d}^{ij(\alpha)(\alpha)} \overset{\circ}{d}^{(\alpha)(\alpha)kl}}{\overset{\circ}{d}^{(\alpha)(\alpha)(\alpha)(\alpha)}}, \quad (2.34)$$

$$\overset{\circ}{\varepsilon}'_{ij,\beta} = \overset{\circ}{\varepsilon}_{ij,\beta} - \frac{\overset{\circ}{\varepsilon}_{ij}}{2} (h_{(ii),\beta} + h_{(jj),\beta}). \quad (2.35)$$

Варіацію енергії деформації, виразимо наступним чином:

$$\delta W = \sum_{e=1}^E \delta W^e, \quad (2.36)$$

де δW^e відповідає варіації енергії деформування елемента e .

Представивши варіацію енергії деформації скінченного елемента за допомогою компонентів тензорів деформацій і напружень у МСК:

У місцевій системі координат варіація енергії деформації СЕ записується через компоненти тензорів напружень та деформацій:

$$\delta W^e = \iiint_{x^1 x^2 x^3} \sigma^{ij} \delta \varepsilon_{ij} \sqrt{g} dx^1 dx^2 dx^3 \quad (2.37)$$

У відповідності до положень МССЕ (2.25) і (2.31) виразимо компоненти тензорів напружень та деформацій:

$$\delta W^e = \iiint_{x^1 x^2 x^3} \left(\overset{\circ}{\sigma}^{ij} + \overset{\circ}{\sigma}'^{ij}_{,\alpha} x^\alpha \right) \left(\delta \overset{\circ}{\varepsilon}_{ij} + \delta \overset{\circ}{\varepsilon}'_{ij,\beta} x^\beta \right) \sqrt{\overset{\circ}{g}} dx^1 dx^2 dx^3 \quad (2.38)$$

Проінтегрувавши за площиною СЕ з врахуванням:

$$\int \int_{x^1 x^2} dx^1 dx^2 = 1, \quad \int \int_{x^1 x^2} x^\alpha dx^1 dx^2 = 0, \quad \int \int_{x^1 x^2} x^\alpha x^\beta dx^1 dx^2 = \begin{cases} 0, & \alpha \neq \beta; \\ 1/12, & \alpha = \beta. \end{cases} \quad (2.39)$$

Отримаємо:

$$\delta W^e = \int_{x^3} \left(\overset{\circ}{\sigma}^{ij} \delta \overset{\circ}{\varepsilon}_{ij} + \frac{1}{12} \sum_{\alpha=1}^2 \overset{\circ}{\sigma}'^{ij}_{,\alpha} \delta \overset{\circ}{\varepsilon}'_{ij,\alpha} \right) \sqrt{\overset{\circ}{g}} dx^3 \quad (2.40)$$

відповідно в матричній формі:

$$\delta W^e = \int_{x^3} \left(\delta \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} + \frac{1}{12} \sum_{\alpha=1}^2 \delta \{\varepsilon\}_\alpha^T \{\sigma\}_\alpha \right) \sqrt{g} dx^3, \quad (2.41)$$

де

$$\begin{aligned} \{\varepsilon\}^T &= \left\{ \varepsilon_{11} \quad \varepsilon_{12} \quad \varepsilon_{22} \quad 2\varepsilon_{33} \right\}, \quad \{\varepsilon\}_\alpha^T = \left\{ \varepsilon_{(3-\alpha)(3-\alpha),\alpha} \quad \varepsilon_{33,\alpha} \right\}, \\ \{\sigma\}^T &= \left\{ \sigma^{11} \quad \sigma^{12} \quad \sigma^{22} \quad \sigma^{33} \right\}, \quad \{\sigma\}_\alpha^T = \left\{ \sigma_{,\alpha}^{(3-\alpha)(3-\alpha)} \quad \sigma_{,\alpha}^{33} \right\}, \end{aligned} \quad (2.42)$$

Взаємозв'язок коефіцієнтів розкладу переміщень і деформацій виразимо наступним чином:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{u\}, \quad \{\varepsilon\}_\alpha = [B]_\alpha \{u\}. \quad (2.43)$$

Варіацію енергії деформації з використанням (2.43) наведемо використовуючи значення вузлових реакцій і переміщень:

$$\delta W^e = \delta \{u\}^T \{r_\sigma\}, \quad (2.44)$$

де

$$\{r_\sigma\} = \left\{ [B]^T \{\sigma\} + \frac{1}{12} \sum_{\alpha=1}^2 [B]_\alpha^T \{\sigma\}_\alpha \right\} \sqrt{g}. \quad (2.45)$$

Зв'язок між напруженнями і деформаціями можна представити наступним чином:

$$\{\Delta\sigma\} = [D]\{\Delta\varepsilon\}, \quad (2.46)$$

де $[D]$ - матриця, в якій елементи обчислюються в залежності від характеристик матеріалу та розвитку пластичних деформацій [28, 69, 107].

Зв'язок коефіцієнтів розкладання напружень і деформацій на основі закону Гука:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}, \quad \{\sigma\}_\alpha = [D]_\alpha \{\varepsilon\}_\alpha. \quad (2.47)$$

В такому разі (2.41) набуває вигляду:

$$\delta W^e = \left(\delta \{\dot{\varepsilon}\}^T [\dot{D}] \{\dot{\varepsilon}\} + \frac{1}{12} \sum_{\alpha=1}^2 \delta \{\dot{\varepsilon}\}_{\alpha}^T [\dot{D}]_{\alpha} \{\dot{\varepsilon}\}_{\alpha} \right) \sqrt{\dot{g}} \quad (2.48)$$

Наведемо варіацію енергії деформації з використанням розкладу деформацій через переміщення.

$$\delta W^e = \delta \{u\}^T [\dot{k}] \{u\}, \quad (2.49)$$

де $[\dot{k}]$ - матриця жорсткості неоднорідного СЕ:

$$[\dot{k}] = \left\{ [\dot{B}]^T [\dot{D}] [\dot{B}] + \frac{1}{12} \sum_{\alpha=1}^2 [\dot{B}]_{\alpha}^T [\dot{D}]_{\alpha} [\dot{B}]_{\alpha} \right\} \sqrt{\dot{g}} \quad (2.50)$$

Для розв'язку нелінійних задач в рамках даної роботи використовуватиметься комбінований кроково-ітераційний алгоритм, на основі поєднання методу інтегрування за параметром навантаження та методу Ньютона-Кантровича [31]. Для реалізації якого розрахунок проводиться з дотриманням послідовності:

1. На початку вводяться вхідні дані, після чого організовується зовнішній цикл, починаючи зі збільшення навантаження (крок за параметром навантаження). У випадку коли на попередньому кроці задовольнялась гранична умова, у відповідності до математичної моделі відбувається перевизначення параметрів деформування матеріалу.

2. В обов'язковому порядку на першому кроці формується матриця жорсткості СЕ, при наступних кроках проводиться лише при необхідності, критерієм якої на наступних кроках можуть бути кількість ітерацій (на попередньому або кількох попередніх кроках), кількість СЕ, що досягли

граничного стану, кількість кроків проведених з останнього перевизначення та інші.

3. Проводиться організація внутрішнього циклу, тобто ітерування в межах кроку. Починаючи з обчислення вузлових реакцій $\{R_i\}^{IT}$ даної ітерації за напруженнями попереднього кроку $[\sigma_{ij}]^{IS-1}$ та з врахуванням приросту переміщень попередньої ітерації:

$$\{R_i\}^{IT} = \{R_i^{IT}(\sigma_{ij}^{IS-1}, \Delta u_i^{IT-1})\}, \quad (2.51)$$

де тут і в подальшому прийняті індекси IS і IT , що відповідають поточному кроку та поточні ітерарії відповідно, а також у разі векторної природи велечин, вони беруться у фігурні дужки. При цьому на першій ітерації поточного кроку прирости напруг, що відповідають $\{\Delta u_i\}^{IT-1}$ приймаються рівними нулю.

4. На наступному етапі перевіряється рівновага у вузлах, за допомогою обчислення вузлових неув'язок за обчисленими навантаженнями $\{P_i\}^{IT}$:

$$\{r\}^{IT} = \{P_i\}^{IT} - \{R_i\}^{IT}, \quad (2.52)$$

5. Використовуючи розрахованні неув'язки в якості вузлових навантажень визначаємо приріст переміщень для даної ітерації $\{\Delta u_i\}^{IT}$:

$$\{\Delta u_i\}^{IT} = \{\Delta u_i^{IT}(\{r_i\}^{IT})\}, \quad (2.53)$$

також накопичуємо їх окремо:

$$\{\Delta u_i\}^{IS} = \{\Delta u_i\}^{IS} + \{\Delta u_i\}^{IT}. \quad (2.54)$$

6. Проводимо перевірку виконання нерівності:

$$\sum_i r_i^2 \leq \sum_i p_i^2, \quad (2.55)$$

де ε – заздалегідь прийняте мале число, при цьому перевірка може відбуватися не лише за $\{p_i\}^{IT}$, а також і за іншими параметрами. У випадку якщо (2.55) не виконується, повторюються проведені операції, починаючи з пункту 3, в протилежному випадку переходимо до подальших дій.

7. Приріст напружень в центрах СЕ $[\Delta\sigma^{ij}]^{IS}$ визначається за формулою:

$$\{\Delta\sigma^{ij}\}^{IS} = [\Delta\sigma^{ij}(\{\Delta u_i\}^{IS})]^{IS}. \quad (2.56)$$

8. Накопичуємо прирости перемещень у окремих полях:

$$\{u_i\}^{IS} = \{u_i\}^{IS-1} + \{\Delta u_i\}^{IS}, \quad (2.57)$$

аналогічно прирости напружень:

$$[\sigma^{ij}]^{IS} = [\sigma^{ij}]^{IS-1} + [\Delta\sigma^{ij}]^{IS}. \quad (2.58)$$

Проводимо коригування координат вузлів сітки СЕ з урахуванням відповідних приростів переміщень:

$$\{z_i\}^{IS} = \{z_i\}^{IS-1} + \{\Delta u_i\}^{IS}. \quad (2.59)$$

9. У випадку якщо даний крок не останній за обраним параметром, повертаємося до п. 1. Якщо розрахунок може бути завершено, здійснюємо перехід до виводу необхідної результатів розрахунку.

10. Якщо поточний крок за параметром навантаження не останній, здійснюється перехід до пункту 1. В іншому випадку проводиться обробка та видача інформації в необхідному вигляді, після чого розрахунок припиняється та завдання вважається вирішеним.

Проведення процедури корекції тензора напружень, що отримується відповідно до припущення пружного деформування матеріалу на збільшення деформацій, що виникає на черговому кроці за параметром навантаження, являється особливістю прийнятого розв'язку нелінійної задачі (рис 2.5).

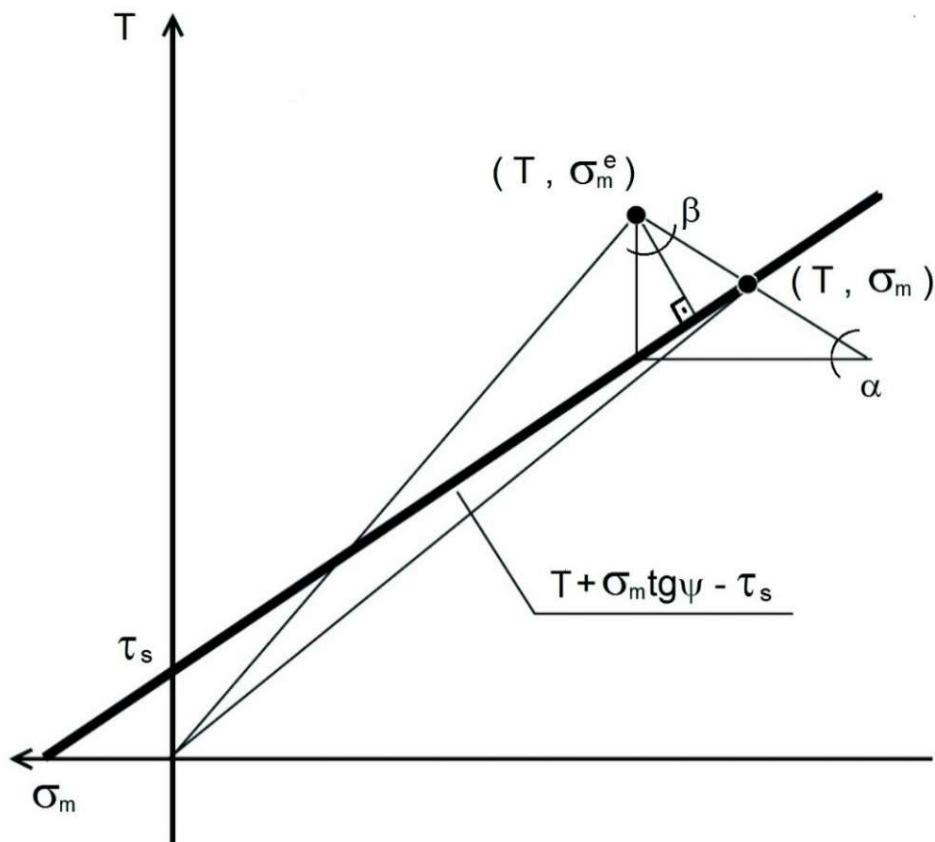


Рис. 2.5. Схема визначення коефіцієнта корекції тензора напружень

Такий підхід реалізується обчисленням дійсного тензора напружень σ з використанням корекції тензора σ_e , до приросту деформацій $\Delta \varepsilon$ у за формулою [12]:

$$\sigma^{ij} = S^{ij} + \sigma_{ue}^{ij} = q_1 S_e^{ij} + q_2 \sigma_{ue}^{ij} = q_1 \left(\sigma_e^{ij} - \sigma_{ue}^{ij} \right) + q_2 \sigma_{ue}^{ij}$$

або:

$$\sigma^{ij} = q_1 \sigma_e^{ij} (q_2 - q_1) + \sigma_{ue}^{ij} \quad (2.60)$$

де

$$\sigma_{ue}^{ij} = \sigma_{ue}^{ij} q^{ij};$$

$$q_1 = \frac{1}{T_e} \frac{-\operatorname{tg} \psi \left(\sigma_{me} - T_e \frac{K\lambda}{G} \right) + \tau_s}{\operatorname{tg} \psi \frac{K\lambda}{G} + 1}; \quad q_2 = \frac{1}{\sigma_{me}} \frac{\left(\sigma_{me} - T_e \frac{K\lambda}{G} \right) + \tau_s \frac{K\lambda}{G}}{\operatorname{tg} \psi \frac{K\lambda}{G} + 1} \quad (2.61)$$

2.3. Неоднорідний призматичний скінченний елемент із довільними граничними умовами на торцях

Для апроксимації ґрунтових масивів з використанням напіваналітичного методу скінченних елементів в рамках роботи розроблено новий неоднорідний призматичний СЕ із довільними граничними умовами на торцях (рис.2.6).

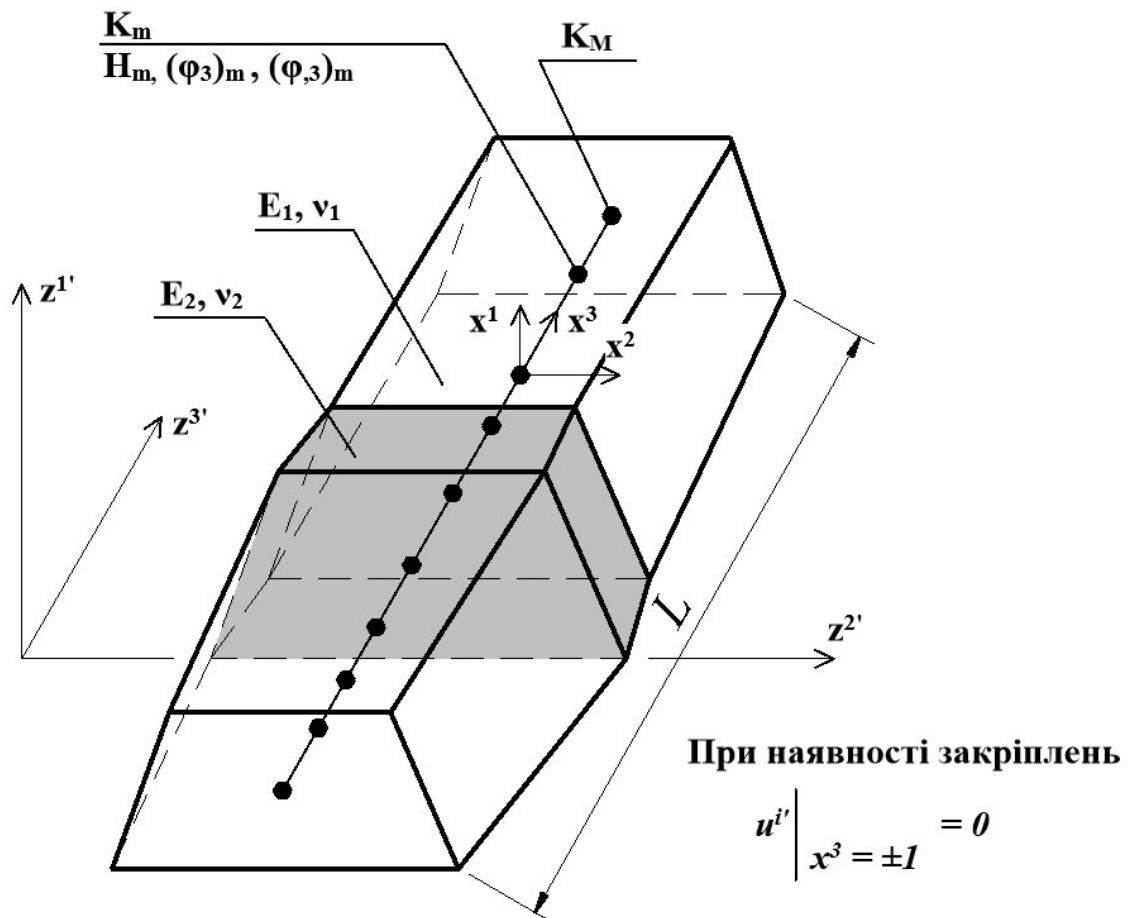


Рис. 2.6. Неоднорідний призматичний СЕ із довільними граничними умовами на торцях для апроксимації ґрунтового середовища

Він утворюється перміщенням вздовж твірної чотирикутником будь-якої форми. При цьому торці СЕ можуть бути закріплені в напрямках z^i довільним чином. При цьому вздовж твірної розміщуються точки інтегрування K_m , де $m=1,2 \dots, M$ [3, 5, 55].

Переміщення апроксимуються шляхом розкладу за системою координатних функцій φ^l – при $(l = 0, 1)$ та $(l = 2, \dots, L)$ поліномами Лагранджа та Міхліна відповідно:

$$u_{m'} = \sum_{l=0}^L \bar{u}_{m'}^l \varphi^{(l)}, \quad (2.62)$$

де
$$\varphi^{(0)} = \frac{1}{2}(1-x^3), \quad \varphi^{(1)} = \frac{1}{2}(1+x^3),$$

$$\varphi^{(l)} = f^{(l)} p^{(l)} - f^{(l-2)} p^{(l-2)}, \quad f^{(l)} = \sqrt{(4l^2 - 1)^{-1}},$$

$$p^{(l)} = \sqrt{\frac{2l+1}{2}} \sum_{k=0}^l \frac{(-1)^k (l+k)!}{(l-k)!(k!)^2 2^{k+1}} \left[(1-x^3)^k + (-1)^l (1+x^3)^k \right] - \text{поліноми Лагранжа.}$$

Наведена система функцій дає змогу задовольнити умови повноти і лінійної незалежності, а також формулювати граничні умови на торцях використовуючи традиційний підхід МСЕ, а саме виключенням відповідних рівнянь.

В напрямку твірної у відповідності до наведеного розкладу переміщень матимемо:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\alpha\beta} &= \frac{1}{4} \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} \left[\sum_{l=0}^L \bar{u}_{l'(S_1 S_2)}^l (S_\alpha z_{,\beta}^{l'} + S_\beta z_{,\alpha}^{l'}) \varphi^{(l)} \right]; \\ \varepsilon_{\alpha 3} &= \frac{1}{4} \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} \left[\sum_{p=0}^P \bar{u}_{l'(S_1 S_2)}^p \left\{ S_\alpha z_{,3}^{l'} \varphi^{(p)} + \frac{1}{2} z_{,\alpha}^{l'} \varphi_{,3}^{(p)} \right\} \right]; \\ \varepsilon_{33} &= \frac{1}{4} \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} \left[\sum_{p=0}^P \bar{u}_{l'(S_1 S_2)}^p \varphi_{,3}^{(p)} z_{,3}^{l'} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathring{\mathcal{E}}_{\alpha\alpha,(3-\alpha)} &= \frac{1}{2} \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} \left[\sum_{p=0}^P \bar{u}_{l'(S_1 S_2)}^p \left(2S_1 S_2 z_{,\alpha}^{l'} + S_{\alpha} z_{,12}^{l'} \right) \varphi^{(p)} \right]; \\
\mathring{\mathcal{E}}_{33,\alpha} &= \frac{1}{4} \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} \left[\sum_{p=0}^P \bar{u}_{l'(S_1 S_2)}^p \left(2S_{\alpha} z_{,3}^{l'} + z_{,3}^{l'} \right) \varphi_{,3}^{(p)} \right]; \\
\mathring{\mathcal{E}}_{\alpha 3,(3-\alpha)} &= \frac{1}{4} \sum_{S_1 \pm 1} \sum_{S_2 \pm 1} \left[\sum_{p=0}^P \bar{u}_{l'(S_1 S_2)}^{(p)} \left\{ \left(S_{3-\alpha} z_{,\alpha}^{l'} + \frac{1}{2} z_{,12}^{l'} \right) \varphi_{,3}^{(p)} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \left(2S_1 S_2 z_{,3}^{l'} + S_{\alpha} z_{,3(3-\alpha)}^{l'} \right) \varphi^{(p)} \right\} \right] \quad (2.63)
\end{aligned}$$

У матричні формі залежність між коефіцієнтами розкладу деформацій у ряд Маклорена та коефіцієнтами розкладення переміщень за поліномами, описуватиметься співвідношеннями, які виглядатимуть наступним чином:

$$\begin{aligned}
\left\{ \mathring{\mathcal{E}} \right\} &= \sum_{l=0}^L \left(\left[\mathring{B}_1 \right]_{\Pi} \varphi^{(l)} + \left[\mathring{B}_2 \right]_{\Pi} \varphi_{,3}^{(l)} \right) \{ \bar{u} \}_l, \\
\left\{ \mathring{\mathcal{E}}_{,\alpha} \right\} &= \sum_{l=0}^L \left(\left[\mathring{B}_{1,\alpha} \right]_{\Pi} \varphi^{(l)} + \left[\mathring{B}_{2,\alpha} \right]_{\Pi} \varphi_{,3}^{(l)} \right) \{ \bar{u} \}_l, \quad (2.64)
\end{aligned}$$

де $\{ \bar{u} \}_l^T = \{ \bar{u}_{i(-1;-1)}^l \quad \bar{u}_{i(1;-1)}^l \quad \bar{u}_{i(-1;1)}^l \quad \bar{u}_{i(1;1)}^l \};$

$$\begin{aligned}
\left[\mathring{\bar{B}}_{\alpha} \right]_{\Pi} &= \left[\left[\mathring{\bar{B}}_{\alpha} \right]_{\Pi}^{(S_1, S_2)} \right] = \left[\left[\mathring{\bar{B}}_{\alpha} \right]_{\Pi}^{(-1;-1)} \left[\mathring{\bar{B}}_{\alpha} \right]_{\Pi}^{(1;-1)} \left[\mathring{\bar{B}}_{\alpha} \right]_{\Pi}^{(-1;1)} \left[\mathring{\bar{B}}_{\alpha} \right]_{\Pi}^{(1;1)} \right]; \\
\left[\mathring{\bar{B}}_{\alpha,1} \right]_{\Pi} &= \left[\left[\mathring{\bar{B}}_{\alpha,1} \right]_{\Pi}^{(S_1, S_2)} \right] = \left[\left[\mathring{\bar{B}}_{\alpha,1} \right]_{\Pi}^{(-1;-1)} \left[\mathring{\bar{B}}_{\alpha,1} \right]_{\Pi}^{(1;-1)} \left[\mathring{\bar{B}}_{\alpha,1} \right]_{\Pi}^{(-1;1)} \left[\mathring{\bar{B}}_{\alpha,1} \right]_{\Pi}^{(1;1)} \right]; \\
\left[\mathring{\bar{B}}_{\alpha,2} \right]_{\Pi} &= \left[\left[\mathring{\bar{B}}_{\alpha,2} \right]_{\Pi}^{(S_1, S_2)} \right] = \left[\left[\mathring{\bar{B}}_{\alpha,2} \right]_{\Pi}^{(-1;-1)} \left[\mathring{\bar{B}}_{\alpha,2} \right]_{\Pi}^{(1;-1)} \left[\mathring{\bar{B}}_{\alpha,2} \right]_{\Pi}^{(-1;1)} \left[\mathring{\bar{B}}_{\alpha,2} \right]_{\Pi}^{(1;1)} \right] \quad (2.65)
\end{aligned}$$

Визначення для наведеного типу тіл значень компонентів підматриць

$\left[\overset{\circ}{\bar{B}}_{\alpha} \right]_{\Pi}^{(S_1, S_2)}$, $\left[\overset{\circ}{\bar{B}}_{\alpha, \beta} \right]_{\Pi}^{(S_1, S_2)}$, що наведені у формулах (2.65) проводиться у відповідності до виразів (2.63).

$$\left[\overset{\circ}{B}_1 \right]_{\Pi}^{(S_1, S_2)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} S_1 z_{,1}^{1'} & \frac{1}{2} S_1 z_{,1}^{2'} & 0 \\ \frac{1}{2} z_{,2}^1 S_2 & \frac{1}{2} z_{,2}^{2'} S_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ (B_1)_{\Pi 41} & (B_1)_{\Pi 42} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} S_1 z_{,3}^{3'} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} S_2 z_{,3}^{3'} \end{bmatrix}, \quad (2.66)$$

$$\text{де} \quad (B_1)_{\Pi 41} = \frac{1}{2} (S_2 z_{,1}^{1'} + S_1 z_{,2}^{1'}), \quad (B_1)_{\Pi 42} = \frac{1}{2} (S_2 z_{,1}^{2'} + S_1 z_{,2}^{2'}).$$

$$\left[\overset{\circ}{B}_2 \right]_{\Pi}^{(S_1, S_2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} z_{,3}^{3'} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} z_{,1}^{1'} & \frac{1}{4} z_{,1}^{2'} & 0 \\ \frac{1}{4} z_{,2}^{1'} & \frac{1}{4} z_{,2}^{2'} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\left[\overset{\circ}{B}_{1,\alpha} \right]_{\Pi}^{(S_1, S_2)} = \begin{bmatrix} (B_{1,\alpha})_{\Pi 11} & (B_{1,\alpha})_{\Pi 12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (B_{1,\alpha})_{\Pi 33} \end{bmatrix}, \quad (2.67)$$

$$\text{де} \quad (B_{1,\alpha})_{\Pi 11} = \frac{1}{2} (2 S_1 S_2 z_{,\alpha}^{1'} + S_{\alpha} z_{,12}^{1'}),$$

$$(B_{1,\alpha})_{\Pi 12} = \frac{1}{2} (2 S_1 S_2 z_{,\alpha}^{2'} + S_{\alpha} z_{,12}^{2'}),$$

$$(B_{1,\alpha})_{\Pi 33} = 2 S_1 S_2 z_{,3}^{1'} + S_{\alpha} z_{,3(3-\alpha)}^{1'}$$

$$\left[\overset{\circ}{B}_{2,\alpha} \right]_{\Pi}^{(S_1, S_2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} (2 S_{\alpha} z_{,3}^{3'} + z_{,3}^{3'}) \\ (B_{2,\alpha})_{\Pi 31} & (B_{2,\alpha})_{\Pi 32} & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.68)$$

де
$$(B_{2,\alpha})_{\Pi 31} = \frac{1}{2} (S_{(3-\alpha)} z'_{,(\alpha)} + z'_{,12}), \quad (B_{2,\alpha})_{\Pi 32} = \frac{1}{2} (S_{(3-\alpha)} z'^2_{,(\alpha)} + z'^2_{,12}). \quad (2.69)$$

Враховуючи формули (2.64) можемо подати варіацію енергії деформації СЕ у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \delta W &= \int_{x^3=-1}^{x^3=1} \left(\delta \{u_l\}^T \left(\left[\overset{\circ}{B}_1 \right]_{\Pi}^T \varphi^{(l)} + \left[\overset{\circ}{B}_2 \right]_{\Pi}^T \varphi_{,3}^{(l)} + \right) \left\{ \overset{\circ}{\sigma} \right\} + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{12} \sum_{\alpha=1}^2 \left(\delta \{u_l\}^T \left(\left[\overset{\circ}{B}_{1,\alpha} \right]_{\Pi}^T \varphi^{(l)} + \left[\overset{\circ}{B}_{2,\alpha} \right]_{\Pi}^T \varphi_{,3}^{(l)} \right) \left\{ \overset{\circ}{\sigma} \right\}_{,\alpha} \right) \right) \times \sqrt{\overset{\circ}{g}} dx^3 = \\ &= \sum_{l=0}^L \delta \{ \bar{u}_l \}^T \left\{ \bar{R}_l \right\}_{\Pi}, \end{aligned} \quad (2.70)$$

де $\left\{ \bar{R}_l \right\}_{\Pi}$ відповідає вектору вузлових реакцій СЕ:

$$\begin{aligned} \left\{ \bar{R}_l \right\}_{\Pi} &= \left[\int_{x^3=-1}^{x^3=1} \left\{ \left[\overset{\circ}{B}_1 \right]_{\Pi}^T \varphi^{(l)} + \left[\overset{\circ}{B}_2 \right]_{\Pi}^T \varphi_{,3}^{(l)} \right\} \left\{ \overset{\circ}{\sigma} \right\} dx^3 + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{12} \sum_{\alpha=1}^2 \left(\int_{x^3=-1}^{x^3=1} \left\{ \left[\overset{\circ}{B}_{1,\alpha} \right]_{\Pi}^T \varphi^{(l)} + \left[\overset{\circ}{B}_{2,\alpha} \right]_{\Pi}^T \varphi_{,3}^{(l)} \right\} \left\{ \overset{\circ}{\sigma}_{,\alpha} \right\} dx^3 \right) \right] \sqrt{\overset{\circ}{g}} = \\ &= \left[\left[\overset{\circ}{B}_1 \right]_{\Pi}^T \int_{x^3=-1}^{x^3=1} \left\{ \overset{\circ}{\sigma} \right\} \varphi^{(l)} dx^3 + \left[\overset{\circ}{B}_2 \right]_{\Pi}^T \int_{x^3=-1}^{x^3=1} \left\{ \overset{\circ}{\sigma} \right\} \varphi_{,3}^{(l)} dx^3 + \right. \\ &+ \frac{1}{12} \sum_{\alpha=1}^2 \left(\left[\overset{\circ}{B}_{1,\alpha} \right]_{\Pi}^T \int_{x^3=-1}^{x^3=1} \left\{ \overset{\circ}{\sigma}_{,\alpha} \right\} \varphi^{(l)} dx^3 + \right. \\ &+ \left. \left. \left[\overset{\circ}{B}_{2,\alpha} \right]_{\Pi}^T \int_{x^3=-1}^{x^3=1} \left\{ \overset{\circ}{\sigma}_{,\alpha} \right\} \varphi_{,3}^{(l)} dx^3 \right) \right] \sqrt{\overset{\circ}{g}}. \end{aligned} \quad (2.71)$$

Для обчислення компонент вектору $\left\{ \overset{\circ}{R}_l \right\}$ проінтегрувавши за напрямком

x^3 матимемо вираз:

$$\begin{aligned} \left\{ \overset{\circ}{R}_l \right\} = & \left\{ \left[\overset{\circ}{B}_1 \right]_{\Pi}^T \{ \sigma \}_l + \left[\overset{\circ}{B}_2 \right]_{\Pi}^T \{ \sigma \}_{l3} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{12} \sum_{m=1}^M \left(\left[\overset{\circ}{B}_{1,\alpha} \right]_{\Pi}^T \{ \sigma \}_{l\alpha} + \left[\overset{\circ}{B}_{2,\alpha} \right]_{\Pi}^T \{ \sigma \}_{l\alpha 3} \right) \right\} \sqrt{\overset{\circ}{g}}. \end{aligned} \quad (2.72)$$

З урахуванням зв'язку на базі закону Гука коефіцієнтів розкладання прирощень деформацій і коефіцієнтів прирощення напружень, застосовуючи при цьому залежності між коефіцієнтами подання переміщень і коефіцієнтами розкладання прирощень деформацій, матимемо наступний вираз для енергії скінченного елемента:

$$\sum_{l=0}^L \sum_{n=0}^L \left(\delta \{ \bar{u} \}_l^T \right) [K]_{ln \Pi} \{ \bar{u} \}_n, \quad (2.73)$$

де $[K]_{ln \Pi}$ – матриця жорсткості скінченного елемента:

$$\begin{aligned} [K]_{ln \Pi} = & \int_{x^3=-1}^{x^3=1} \left\{ \left(\left[\overset{\circ}{B}_1 \right]_{\Pi}^T \varphi^{(l)} + \left[\overset{\circ}{B}_2 \right]_{\Pi}^T \varphi_{,3}^{(l)} \right) \left[\overset{\circ}{D} \right] \times \right. \\ & \times \sum_{n=0}^L \left(\left[\overset{\circ}{B}_1 \right]_{\Pi} \varphi^{(n)} + \left[\overset{\circ}{B}_2 \right]_{\Pi} \varphi_{,3}^{(n)} \right) + \\ & + \frac{1}{12} \sum_{\alpha=1}^2 \left(\left(\left[\overset{\circ}{B}_{1,\alpha} \right]_{\Pi}^T \varphi^{(l)} + \left[\overset{\circ}{B}_{2,\alpha} \right]_{\Pi}^T \varphi_{,3}^{(l)} \right) \left[\overset{\circ}{D}_{\alpha} \right] \times \right. \\ & \left. \left. \times \sum_{n=0}^L \left(\left[\overset{\circ}{B}_{1,\alpha} \right]_{\Pi} \varphi^{(n)} + \left[\overset{\circ}{B}_{2,\alpha} \right]_{\Pi} \varphi_{,3}^{(n)} \right) \right) \right\} \sqrt{\overset{\circ}{g}} dx^3. \end{aligned} \quad (2.74)$$

Проінтегрувавши вираз $[K]_{ln \Pi}$ за напрямком x^3 враховуючи неоднорідність, матимемо наступний вираз:

$$\begin{aligned}
 [K]_{ln \Pi} = & \left\{ \begin{aligned} & \left[\begin{smallmatrix} \dot{\bar{B}}_1 \end{smallmatrix} \right]_{\Pi}^T [D]_{00}^{ln} \left[\begin{smallmatrix} \dot{\bar{B}}_1 \end{smallmatrix} \right]_{\Pi} + \left[\begin{smallmatrix} \dot{\bar{B}}_2 \end{smallmatrix} \right]_{\Pi}^T [D]_{30}^{ln} \left[\begin{smallmatrix} \dot{\bar{B}}_1 \end{smallmatrix} \right]_{\Pi} + \\ & + \left[\begin{smallmatrix} \dot{\bar{B}}_1 \end{smallmatrix} \right]_{\Pi}^T [D]_{03}^{ln} \left[\begin{smallmatrix} \dot{\bar{B}}_2 \end{smallmatrix} \right]_{\Pi} + \left[\begin{smallmatrix} \dot{\bar{B}}_2 \end{smallmatrix} \right]_{\Pi}^T [D]_{33}^{ln} \left[\begin{smallmatrix} \dot{\bar{B}}_2 \end{smallmatrix} \right]_{\Pi} + \\ & + \frac{1}{12} \sum_{\alpha=1}^2 \left(\left[\begin{smallmatrix} \dot{\bar{B}}_{1,\alpha} \end{smallmatrix} \right]_{\Pi}^T [D]_{00\alpha}^{ln} \left[\begin{smallmatrix} \dot{\bar{B}}_{1,\alpha} \end{smallmatrix} \right]_{\Pi} + \left[\begin{smallmatrix} \dot{\bar{B}}_{2,\alpha} \end{smallmatrix} \right]_{\Pi}^T [D]_{30\alpha}^{ln} \left[\begin{smallmatrix} \dot{\bar{B}}_{1,\alpha} \end{smallmatrix} \right]_{\Pi} \right. \\ & \left. + \left[\begin{smallmatrix} \dot{\bar{B}}_{1,\alpha} \end{smallmatrix} \right]_{\Pi}^T [D]_{03\alpha}^{ln} \left[\begin{smallmatrix} \dot{\bar{B}}_{2,\alpha} \end{smallmatrix} \right]_{\Pi} + \left[\begin{smallmatrix} \dot{\bar{B}}_{2,\alpha} \end{smallmatrix} \right]_{\Pi}^T [D]_{33\alpha}^{ln} \left[\begin{smallmatrix} \dot{\bar{B}}_{2,\alpha} \end{smallmatrix} \right]_{\Pi} \right) \end{aligned} \right\} \sqrt{\dot{g}}. \quad (2.75)
 \end{aligned}$$

Таким чином для неоднорідного призматичного скінченного елемента отримані вирази вектора вузлових реакцій та матриці жорсткості (2.72) та (2.75) відповідно. Використання даного СЕ елемента дає змогу використовуючи числове моделювання апроксимувати неоднорідні призматичні тіла з можливістю довільного закріплення на торцях.

2.4. Дослідження ефективності скінченних елементів

Для дослідження ефективності запропонованих підходів при оцінці напружено-деформованого стану схилів та можливості їх застосування для дискретизації ґрунтових масивів схилів розглядався ряд тестових прикладів.

Області максимальних напружень при розгляді масивних тіл, як правило, розташовані біля контура тіла. Саме тому особливу увагу слід приділити цим зонам. При визначенні контурних напружень застосування нерівномірної сітки для апроксимації досліджуваних тіл дозволяє підвищити точність результатів, у

випадку використання приграничного шару, товщина елементів якого може бути значно меншою відносно їх довжини.

Доцільність застосування такого приграничного шару підтверджується, з поміж іншого, й загальновідомою задачею Ляме (деформування порожнистого циліндричного об'єкту внаслідок дії внутрішніх навантажень). Було визначено, що результати, отримані при розрахунку з використанням згаданого вище приграничного шару (в цьому випадку товщиною $1/100$ до зовнішнього радіуса циліндра) давали кращу збіжність, ніж результати, отримані з застосуванням рівномірної сітки СЕ. При пошуку кільцевих напружень циліндра було відмічено, що при рівномірній сітці кількість необхідних скінченних елементів для отримання значення похибки у межах 2.5% складає 9 СЕ, тоді як при застосуванні приграничного шару ця кількість зменшується до 4 СЕ.

Наведені вище дані показують, що при розв'язку задач, пов'язаних з НДС конструкцій є доцільним застосування приграничного шару. Можна спрогнозувати, що при наявності різного роду концентраторів напружень ефективність застосування нерівномірної сітки скінченних елементів зростатиме. Прикладом такої ситуації може слугувати задача Кірша – розтяг послабленої отвором круглої форми площини (рис. 2.7).

При цьому апроксимація площини відбувалася з використанням сітки СЕ таким способом: навколо отвору побудовано пограничний шар радіусом $1,1$ см, подальше визначення розмірів СЕ в напрямку радіуса проводиться у

відповідності до арифметичної прогресії з $a_0 = 0.1$ см та $\sum_{m=1}^K = 10$ см залежно від

величини K . Радіальний поділ СЕ відбувається за допомогою променів від центру пластини з кроком φ° на N елементів. Таким чином при використанні МССЕ значення похибки становить близько 10% при дискретизації площини сіткою з кількістю вузлів до 28, тоді як використання СЕ ПК SCAD демонструє гіршу збіжність результатів навіть за умови згущення сітки.

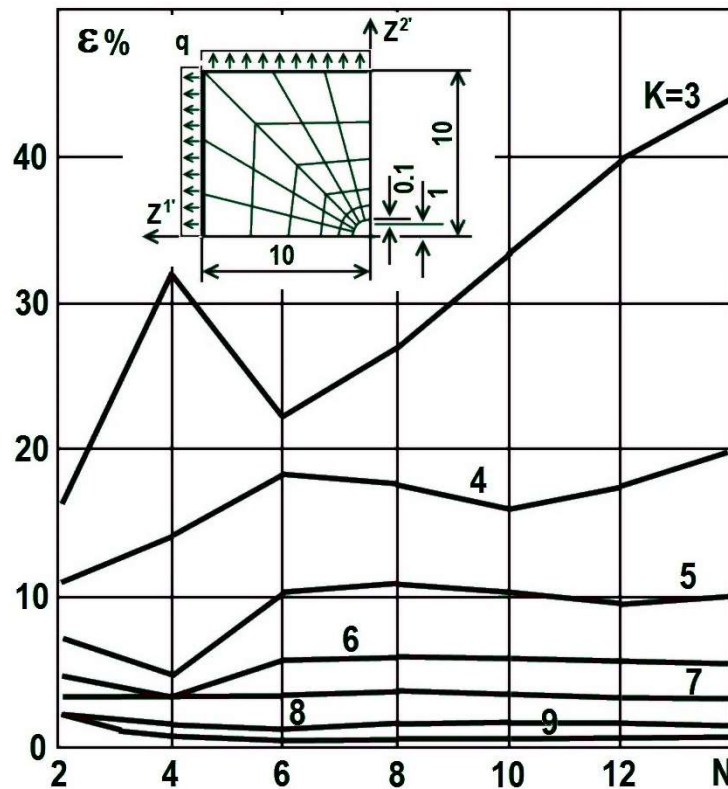


Рис. 2.7 Графік залежності відносної похибки від прийнятої сітки СЕ

Таким чином дослідження демонструють, що використання СЕ із визначенням механічних і геометричних параметрів в їх центрах базуючись на фізичних компонентах тензорів напружень і деформацій забезпечує високу збіжність результатів в порівнянні з використанням СЕ загального вигляду з чисельним інтегруванням, при цьому забезпечуючи зменшення часу необхідного для проведення розрахунків

Для дослідження збіжності результатів оцінки напружено-деформованого стану за допомогою призматичних скінченних елементів НМСЕ в порівнянні з традиційним МСЕ розглянемо тестові приклади при їх розтязі та згині. Розглядалися призматичні об'єкти зі змінним за лінійним законом поперечним перерізом.

При дослідженні випадку одновісного розтягу призматичного об'єкту, тобто в умовах плоскої деформації (площина $z^{1'} - z^{3'}$, рис. 2.8а), при умові що співвідношені площ на його торцях 2:1, приріст розміру поперечного перерізу по довжині складав 1/10, $E = 0.1$ МПа, $\nu = 0.3$.

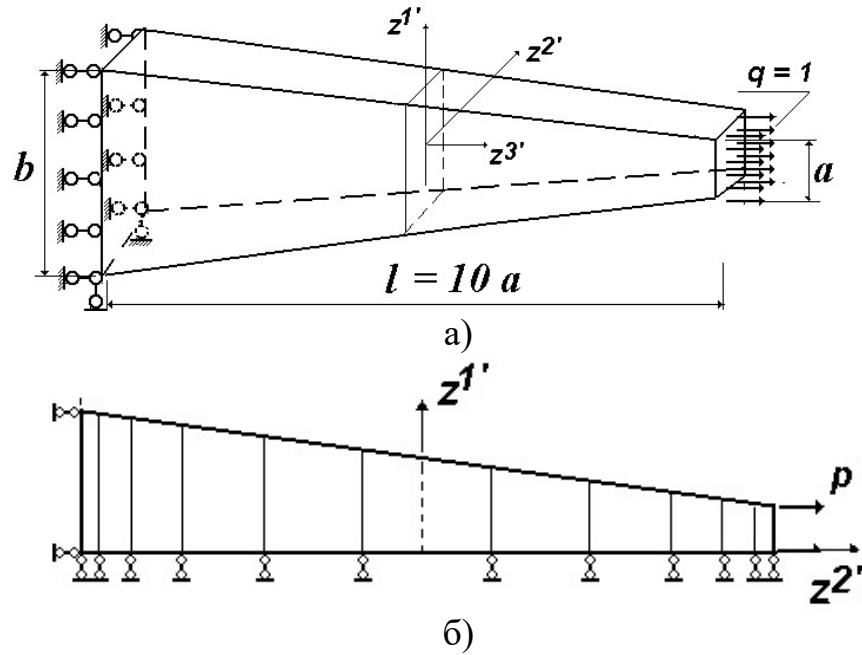


Рис. 2.8. Розрахункові схеми розтягу призматичного об'єкту: а – загальний вигляд; б – МСЕ

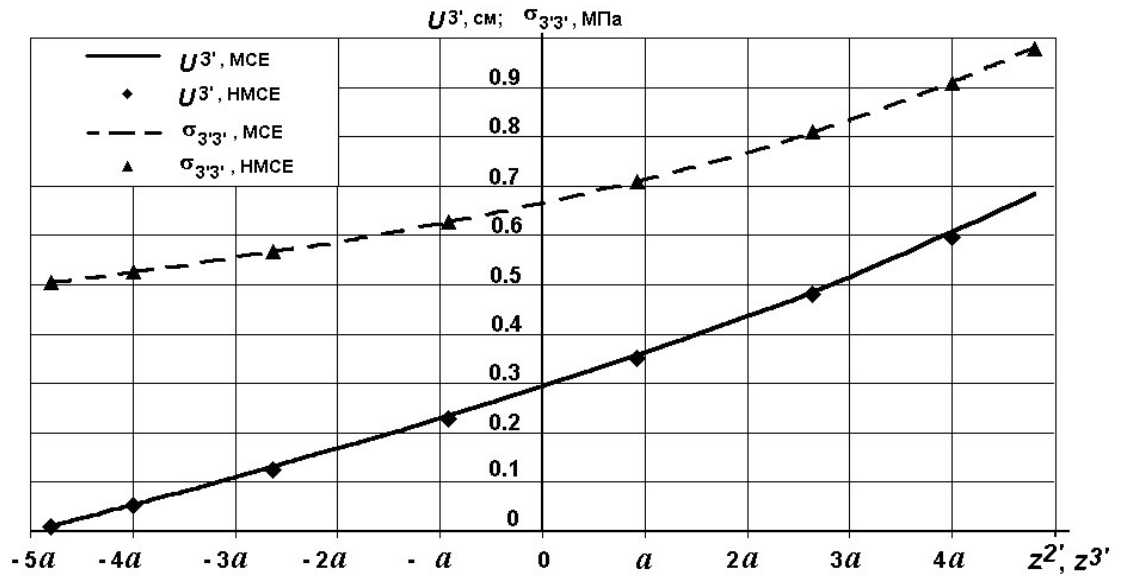


Рис. 2.9. Графік зміни напружень $\sigma_{33'}$ та переміщень U^3' вздовж вісей z^2' та z^3' для МСЕ та НМСЕ відповідно

При побудові дискретної моделі МСЕ (рис. 2.8б) центри скінченних елементів розташовуються таким чином, щоб вони збігалися з точками інтегрування у дискретній моделі НМСЕ, яка представляє собою один призматичний скінченний елемент зі змінною площею поперечного перерізу та за виглядом ідентичний розрахунковій схемі. З графіку рис. 2.9 видно, що

отримані результати розподілу напружень і переміщень вздовж повздовжньої вісі ($z^{3'}$ та $z^{2'}$ для НМСЕ та МСЕ відповідно) та $\sigma_{3'3'}$ та $U^{3'}$ відповідно, добре узгоджуються, а похибка знаходиться в межах 1%.

При дослідженні збіжності результатів у випадку згину шарнірно опертого призматичного об'єкту за умови прикладання рівномірного навантаження по довжині (рис. 2.10), розглядався випадок, коли співвідношення поперечних перерізів його торців складало 1,5:1, а приріст розміру перерізу до довжини становив 1/20. Побудова дискретних моделей НМСЕ і МСЕ проводилась аналогічно до попереднього прикладу. На рис. 2.11 та рис. 2.12 наведені результати розподілу згинальних напружень $\sigma_{2'2'}$ по висоті середнього перерізу даного об'єкту та переміщень $U^{1'}$ вздовж осей $z^{2'}$ для МСЕ $z^{3'}$ для НМСЕ, які демонструють достатньо високу збіжність.

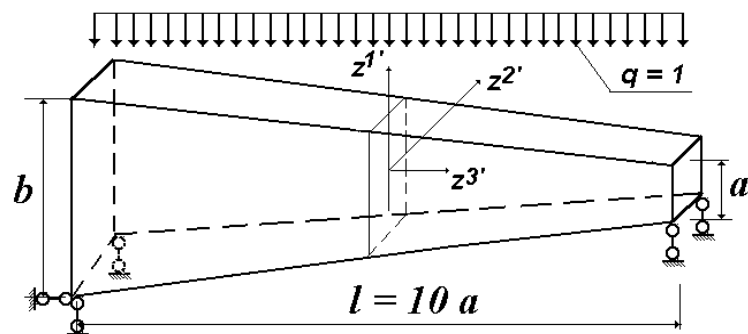


Рис. 2.10. Розрахункова схема згину призматичного шарнірно опертого об'єкта

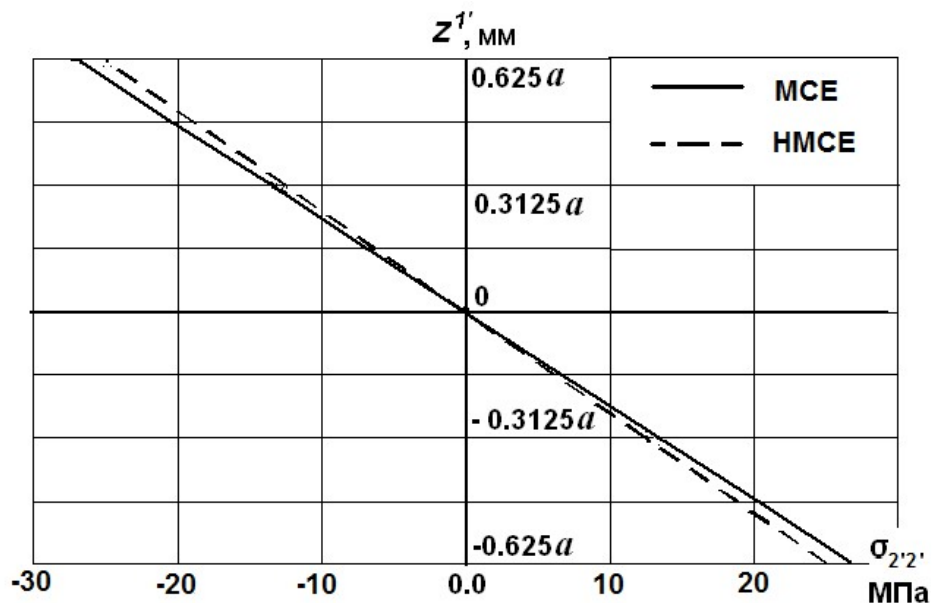


Рис. 2.11. Графік розподілу згинальних напружень $\sigma_{2'2'}$ по висоті середнього перерізу досліджуваного об'єкта

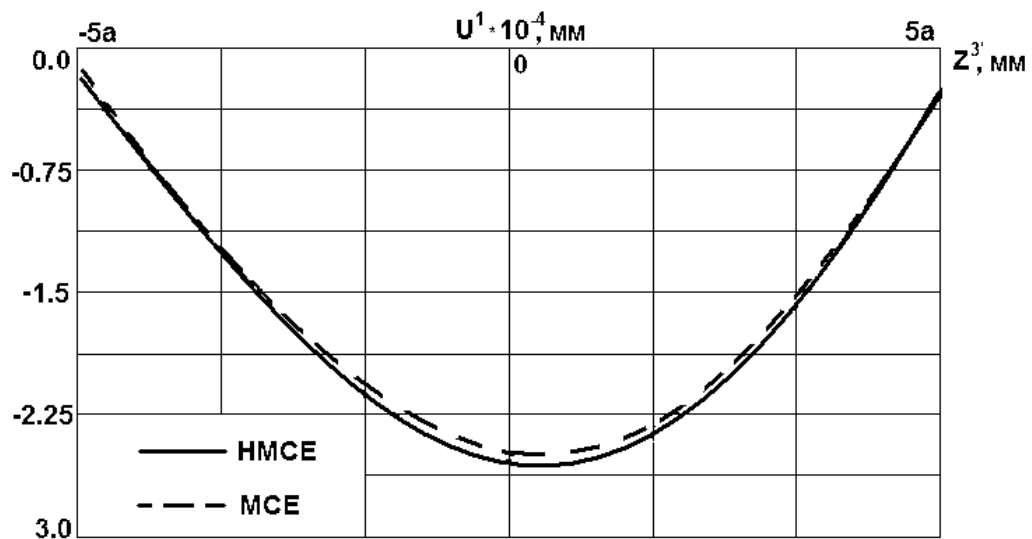


Рис.2.12. Графік розподілу переміщень U^1 вздовж вісей z^2 та z^3 для MCE та HMCE відповідно

Результати підтверджують можливість використання скінченних елементів зі змінною площиною поперечного перерізу в напрямку твірної, при умові різних видів напруженого стану, для оцінки напружено-деформованого стану призматичних тіл.

Розробленні СЕ, за умови використання оптимальної апроксимуючої сітки скінченних елементів, дозволять забезпечити високий рівень дискретизації реальних об'єктів з використанням мінімального числа невідомих.

РОЗДІЛ 3

АЛГОРИТМИ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ СТІЙКОСТІ ОСНОВ БУДІВЕЛЬ І СПОРУД НА БАЗІ ТЕОРІЇ ГРАФІВ

Широке застосування методу скінченних елементів при вирішенні різноманітних задач механіки, а також той факт, що він є одним із найбільш розповсюджених методів розрахунку саме будівельних конструкцій, стимулює до пошуку можливостей його використання в геотехнічних задачах, у тому числі і для задач стійкості схилів. Наявні методи, що базуються на МСЕ та наведені у першому розділі, мають свої недоліки, вирішення яких і має на меті створення нового підходу на основі теорії графів.

3.1. Оцінка стійкості схилів на основі теорії графів

Теорія графів – це один із розділів дискретної математики, що має надзвичайно обширну сферу застосування, і вивчає властивості самих графів. Вона широко використовується при вирішенні складних задач в різних галузях науки і техніки. Засновником даної теорії прийнято вважати одного з видатних вчених, математика та фізика Л. Ейлера, а перша робота відома під назвою «Задача про сім Кенігсберських мостів» та датована 1736 роком. Теорія графів здобула значного поширення і розвитку, а її теоретичні засади широко висвітлені у науковій літературі [81, 92, 130].

Граф представляє собою сукупність двох множин, а саме множину вершин V та множину ребер E . При цьому множина E складається з елементів, що являють собою пари елементів з множини V .

$$G = (V, E) \tag{3.1}$$

Існують різні способи задавання графів, використання яких значною мірою диктується потребами конкретної задачі. Першим є явний спосіб, коли граф задається безпосередньо множинами:

$$\begin{aligned}
 V &= \{a, b, c, d, e, f, g, h\}, \\
 E &= \{(a, b), (b, c), (c, d), (c, e), (d, f), (e, f), (g, e), (g, h), (f, a), (h, f)\}.
 \end{aligned}
 \quad (3.2)$$

Також можна задавати граф за допомогою його графічного представлення, що досить зручно при невеликих розмірах графів. Так, граф наведений вище у математичній формі можна задати за допомогою рис. 3.1.

При роботі з комп'ютерною технікою зручним є задавання графів в матричній формі. Цей спосіб також підходить і для графів, що складаються з великої кількості елементів. При цьому використовують матриці суміжності або матриці інцидентності. Матриці суміжності - це квадратні матриці, рядкам і стовпчикам в яких відповідають вершини графів. Матриця інцидентності - це $m \times n$ матриця, у якій стовпці відповідають вершинам графа, а рядки - ребрам. При цьому у даних матрицях значення елементів можуть бути «1» - якщо вершини суміжні, або якщо вершина і ребро інцидентні відповідно до виду матриць, та «0» – якщо відповідні елементи не пов'язані. Також в орієнтованих графах може використовуватися додатково «-1», тоді за допомогою значення «1» та «-1» можна вказувати напрям ребер. Можливі і інші варіанти задавання значень у разі такої потреби.

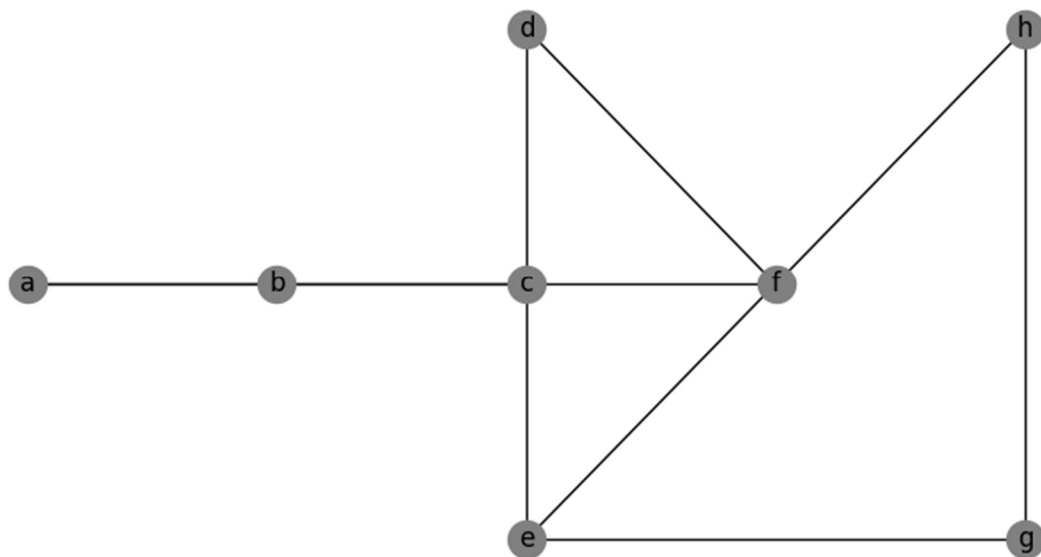


Рис. 3.1. Графічне зображення заданого графа

Значне різноманіття задач, які можна розв'язувати за допомогою графів, спонукало виникнення багатьох видів графів, що мають свої особливості і містять певні вимоги до множин елементів графів. У практичних задачах часто зустрічаються такі види графів, як: порожні графи, мультиграфи, псевдографи, гіперграфи, дводольні або багатодольні (багаточасткові) графи, повні графи. Дані види графів відрізняються умовами наповнення множин вершин або ребер.

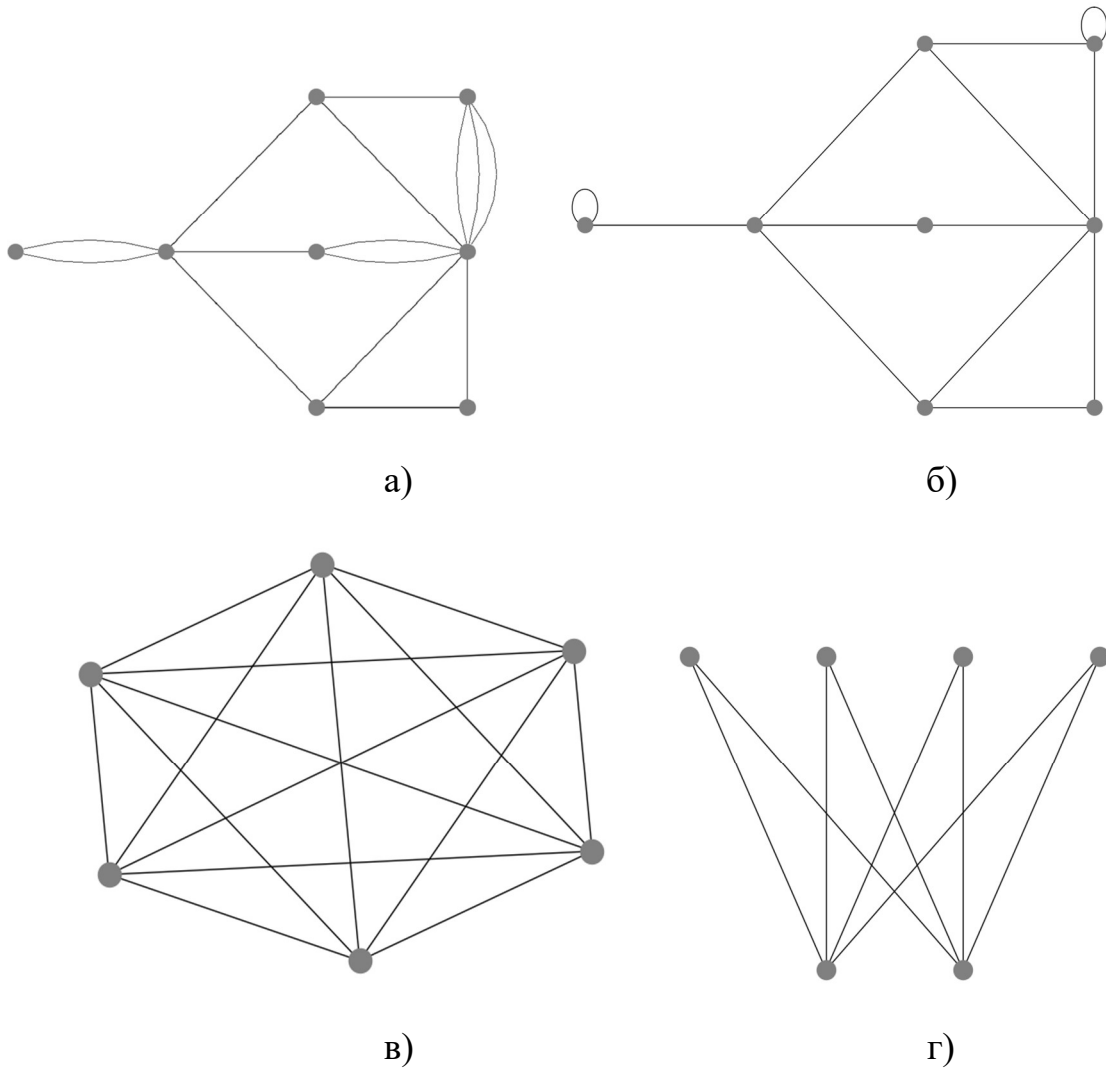


Рис. 3.2. Графічне представлення графів: а - мультиграф; б – псевдограф; в - повний звичайний граф; г – повний дводольний граф

Так, *порожній граф* складатиметься із двох порожніх множин $G = (\emptyset, \emptyset)$. Відмінність *мультиграфів* полягає у тому, що множина ребер може містити повторювані елементи, які будуть вважатися окремими елементами, отже вершини можуть сполучатися між собою більше ніж одним ребром. У

псевдографах допускається наявність ребер, що починаються і закінчуються в одній і тій самій вершині, ці ребра називаються петлями. Головною особливістю *гіперграфів* являються ребра, що можуть поєднувати одночасно більше ніж дві вершини. *Дводольні* та *багатодольні* графи відрізняються тим, що множина вершин у таких графах розбивається на дві або більше незалежних підмножин. Для *повних графів* характерним є те, що всі можливі пари вершин поєднуються між собою ребрами. Приклади графічного представлення деяких із цих видів графів зображено на рис. 3.2. Інші особливості графів також зумовлювали появу нових видів.

Деякі види графів, на відміну від згаданих раніше, характеризуються наявністю додаткової інформації, що присвоюється їх ребрам чи вершинам. Відповідно до наявності орієнтації або, іншими словами, спрямованості ребер виділяють *орієнтовані* та *неорієнтовані* графи. Рух між вершинами в орієнтованих графах може здійснюватися лише у відповідності до напрямку даного ребра (рис.3.3).

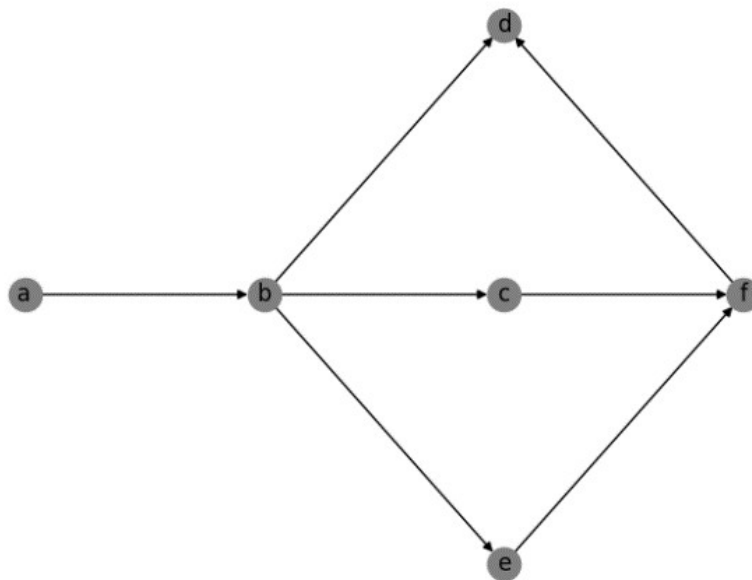


Рис. 3.3. Орієнтований граф

Окремої уваги заслуговують *зважені графи*. В залежності від того, яким із елементів приписується певна вага, бувають графи зі *зваженими ребрами* та

графи зі зваженими вершинами. Вага у таких графах може відображати певну реальну величину, таку як час, відстань, вартість і таке інше.

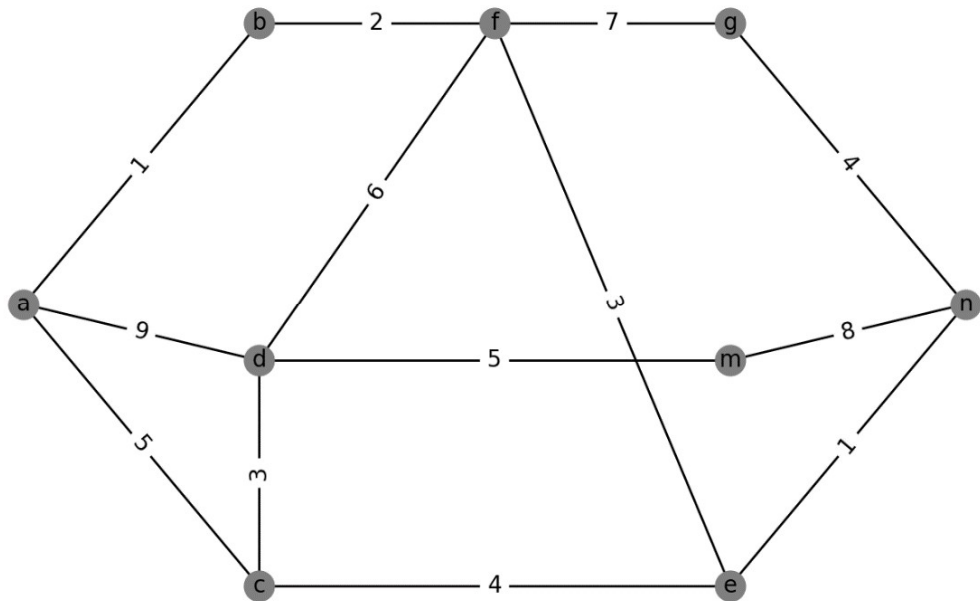


Рис. 3.4. Граф зі зваженими ребрами

Не варто розглядати наведені вище види графів як абсолютно окремі види, оскільки для розв’язку практичних задач часто доводиться створювати графи, які мають описувати складні процеси або взаємозв’язки між елементами. У такому разі можна розглядати майже будь-які комбінації наведених вище основних видів графів. Тому не буде помилковим використовувати, до прикладу, мультиграф із можливими петлями, ребра якого будуть мати певний напрямок і вагу.

Графічне зображення графів – це зручний для аналізу спосіб їх представлення, але варто пам’ятати що немає чітких правил для цього. Оскільки при зображенні графу часто головним чинником є зручність представлення, у такому випадку один і той самий граф може мати значну кількість різних графічних представлень (рис.3.5).

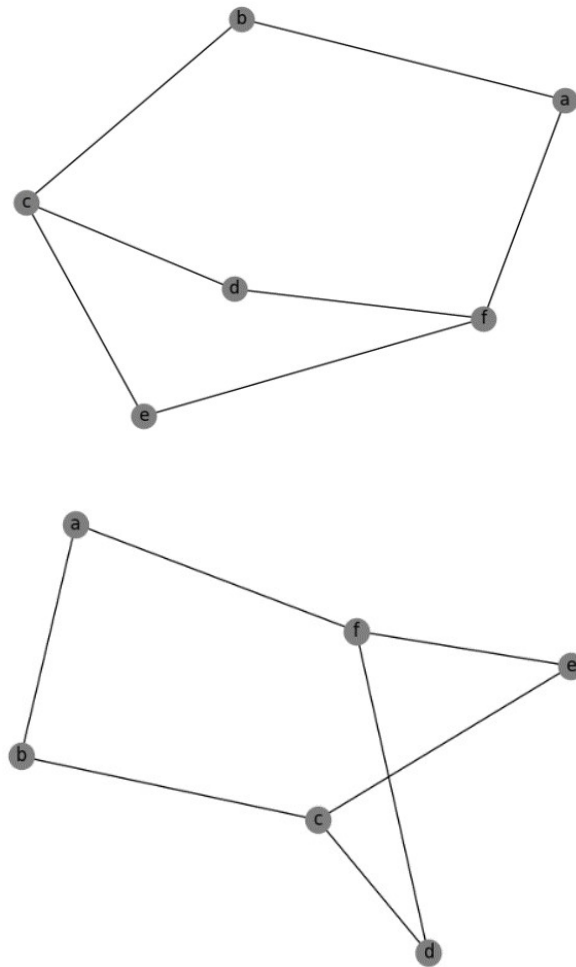


Рис. 3.5. Різні способи графічного представлення графу

Тому важливо пам'ятати про таку властивість графів як ізоморфність. Графи будуть ізоморфними у такому випадку, коли має місце взаємна відповідність між множинами вершин, а число інцидентних ребер до відповідних вершин в обох графах буде однаковою. У такому разі ізоморфні графи можуть мати однакове графічне представлення, але при цьому залишатися різними графами (рис.3.6). Дані особливості важливо враховувати при аналізі графів.

Значна кількість різновидів графів та їх особливостей, а також гнучкість теорії графів дають змогу використовувати їх для великої кількості найрізноманітніших задач, що і зумовило її застосування у багатьох галузях науки і техніки. У залежності від виду графу можна застосовувати певний набір методів та алгоритмів, що спрощують аналіз необхідних даних та допомагають вирішувати практичні задачі. Раціональний підбір виду графу і методу його

представлення можуть суттєво спростити розв'язок задачі за допомогою теорії графів.

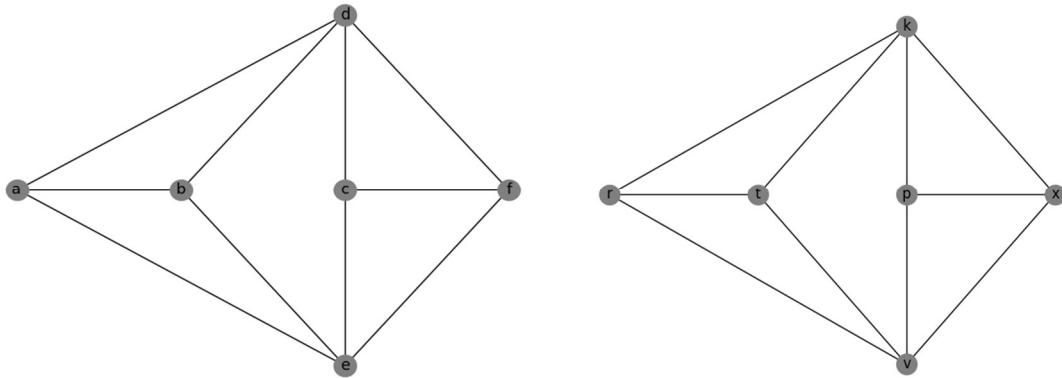


Рис. 3.6. Ізоморфні графи

Підхід до задач оцінки стійкості схилів із використанням теорії графів.

Головна ідея створення такого підходу полягає у використанні методу скінченних елементів для оцінки напружено-деформованого стану та в подальшому використанні теорії графів для визначення коефіцієнту стійкості, локалізації та побудови поверхні ковзання. Алгоритм проведення оцінки стійкості схилу за допомогою даного підходу (рис. 3.7) буде включати декілька ключових етапів. Схожі способи використання теорії графів для вирішення означеного класу задач розглядалися і іншими авторами [131, 132], проте ними пропонувалось використання таких підходів з іншими чисельними методами.

Першим, або підготовчим, етапом є проведення інженерно-геологічних вишукувань. Хоча даний етап не відноситься безпосередньо до процесу розрахунку, він є не менш важливим. Від якості виконаних вишукувань та точності наданих результатів значною мірою залежатимуть отримані результати розрахунку за допомогою МСЕ, а відповідно і подальші результати, отримані за допомогою теорії графів. Також для використання ґрунтових моделей, що точніше описують нелінійну поведінку ґрунтів, потрібні додаткові вхідні параметри.

Використання методу скінченних елементів потребує ретельного підходу до моделювання схилу, що досліджується. Для отримання достовірних результатів необхідно дотримуватися загальних рекомендацій для розв'язку геотехнічних

задач з використанням МСЕ. При створенні скінченно-елементної моделі потрібно ретельно підходити до моделювання реальної геометрії схилу. Також не зайвим буде згущувати сітку скінченних елементів у зоні потенційного зсуву ґрунтових мас, особливо у випадку значних розмірів розрахункових схем, коли немає змоги приймати невеликі розміри окремих скінченних елементів для усієї схеми. Окрім цього, створена сітка скінченних елементів буде використовуватися при створенні графу, тому цей аспект при застосуванні даного підходу також певною мірою бажано враховувати.



Рис.3.7. Схема алгоритму використання запропонованого підходу

Після етапу створення розрахункової схеми методу скінченних елементів або, іншими словами, моделювання схилу, проводиться його розрахунок. Проводити його бажано у програмних комплексах, які надають користувачеві змогу відтворити історію завантаження схилу, що в цілому є важливим не лише для задач стійкості схилів, але і для будь-яких геотехнічних задач.

Після виконання розрахунків необхідно проаналізувати отримані результати. Це важливий етап будь-яких інженерних розрахунків, оскільки навіть найбільш досконалий розрахунковий програмний комплекс (ПК) не може гарантувати відсутності помилок, адже навіть при точно виконаних

математичних операціях завжди можуть мати місце помилки при вводі даних, створенні розрахункових схем, можливі неточності, що характерні методу розрахунків та інші. Окрім цього, при виконанні розрахунків стійкості схилів, у випадках, коли коефіцієнт стійкості близький до 1 та за умови використання нелінійних моделей ґрунтової основи, завжди можливий випадок, коли зменшується відсоток збіжності отриманих результатів. У деяких випадках це також може бути викликано помилками моделювання та вводу вхідних характеристик ґрунтів.

Подальші етапи виконуються на основі отриманих результатів розрахунку методом скінченних елементів та на базі теорії графів. І першим з них є створення безпосередньо самого графу. Загалом розрахункова схема скінченних елементів має певну схожість із графом, адже її ключовими елементами є вузли, які певною мірою можна порівняти з вершинами графу. Незважаючи на те, що в загальному випадку вершини графу не обов'язково мають мати конкретну позицію при графічному зображенні, у даному підході пропонується розміщувати їх відповідно до координатної системи, використаної при моделюванні розрахункового схилу в ПК, за допомогою якого отримуються дані про НДС.

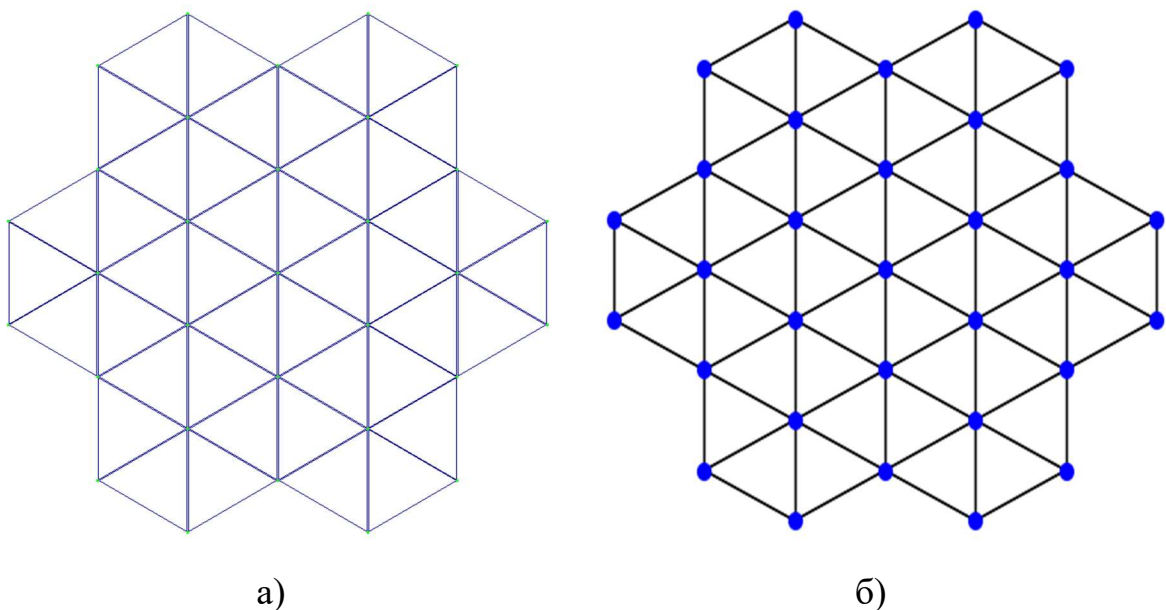


Рис. 3.8: а – сітка скінченних елементів, б – граф, отриманий за допомогою прямого перетворення

В роботі [60] було запропоновано два підходи до перетворення розрахункової схеми методу скінченних елементів у граф.

Перший варіант перетворення являє собою прямий підхід, а саме: вершини майбутнього графу будуть розташовуватися точно так само, як і вузли в розрахунковій схемі методу скінченних елементів (рис 3.8 а, б). Даний метод є більш наочним і дозволяє ще на етапі створення розрахункової моделі чітко уявити собі майбутній граф та при необхідності одразу його скоригувати.

Другим запропонованим варіантом є використання центру ваги скінченних елементів у якості вершин майбутнього графу. Цей підхід не такий прогнозований як перший, але має такі переваги, як відсутність необхідності додатково обраховувати вузлові сили. Також при використанні трьохвузлових скінченних елементів кількість елементів буде більшою за кількість вузлів у схемі, що дасть змогу отримати більш насичений вершинами граф.

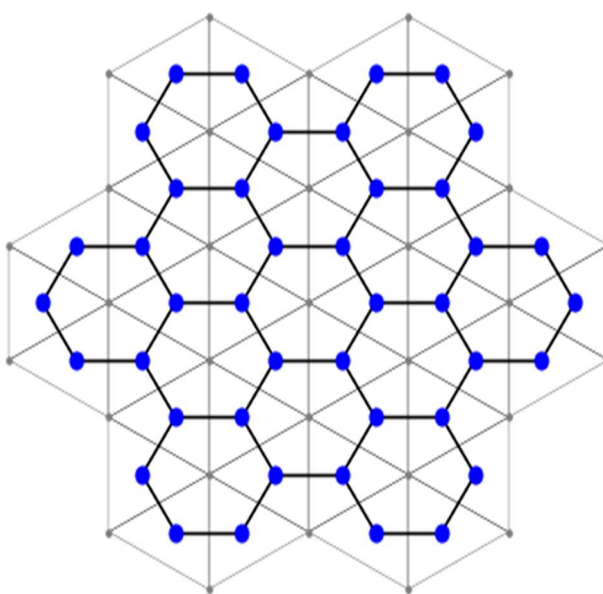


Рис. 3.9. Граф, отриманий за допомогою другого варіанту перетворення

Наступним етапом є побудова ребер графу. В загальному випадку ми можемо поєднувати будь-які вершини між собою. Теоретично можна створити повний граф, тоді кожен вузол буде поєднано з усіма іншими, і ми отримаємо максимальну кількість можливих зв'язків. Проте такий граф буде перевантажений, будь-який аналіз такого графу занадто обтяжений, а подальше

використання наведеного алгоритму не дасть достовірних результатів. Тому важливо використовувати таку кількість ребер, яка забезпечить достатню точність розрахунку при відносно невеликій кількості зв'язків.

Базуючись на наведених вище аргументах, доцільним підходом до побудови графу обрано другий варіант перетворення з вершинами графу в центрах ваги відповідних скінченних елементів, що поєднуються між собою ребрами у випадку, якщо відповідні елементи мають хоча б один спільний вузол в СЕ схемі. Таким чином отримуємо сформований граф.

Наступним кроком для розв'язку задачі є визначення ваги ребер на основі напружено-деформованого стану ґрунтового масиву схилу, отриманого за допомогою методу скінченних елементів. Проте для кращого розуміння засад, на основі яких обирався підхід до визначення ваги графу, спочатку розглянемо методику пошуку поверхні ковзання.

Положення поверхні ковзання можна локалізувати за допомогою алгоритмів пошуку найкоротшого шляху. Ця задача є природньою для зважених графів та має широке коло застосувань [92, 96]. Найпоширенішими алгоритмами можна назвати: алгоритми Дейкстри, Левіта, Беллмана-Форда, Флойда-Воршелла та інші. Частина з них може допускати додатні та від'ємні значення ваги ребер зваженого графу. У даному випадку пропонується використовувати алгоритм Дейкстри, що допускає лише додатні значення ребер та має простий принцип роботи. Цей алгоритм дозволяє знаходити найкоротший шлях від заданої цільової вершини до всіх інших вершин зваженого графу. Його принцип полягає у тому, що на кожному етапі вибирається найменше значення переходу від поточної вершини до наступної. Спочатку обирається цільова початкова вершина графу, від якої здійснюється перший крок. Рух відбувається по ребру, що має найменшу вагу на кожному кроці. Починається рух з цільової вершини, а потім переходять до вершин суміжних з даною вершиною, поетапно переглядаючи кожну з них. Поступово крок за кроком проходиться весь граф, у разі необхідності відстань між вершинами перераховується. Такий алгоритм ефективний лише для обмеженого кола задач і у деяких випадках не буде

забезпечувати необхідних результатів. Тому необхідною умовою його використання стає відповідність структури графу цьому алгоритму. Мається на увазі, що вага ребер графу має бути підібрана таким чином, щоб шуканий роз'язок задачі відповідав найкоротшому шляху, що буде знайдений даним алгоритмом пошуку. Це очевидна, але в той самий час і фундаментальна умова його застосування для означених задач.

Задавши відповідну вагу ребер графу і застосувавши алгоритм пошуку найкоротшого шляху отримується положення поверхні ковзання, що дає змогу провести процедуру обчислення коефіцієнта стійкості. Отже, значний вплив на отримані результати матиме саме підхід до визначення ваги графу. Проте в даному випадку існує потреба у вирішенні і ряду інших питань, саме тому вони поступово будуть розглянуті далі.

3.2. Вибір параметру для мінімізації значення коефіцієнту стійкості схилів

Розглядаючи питання пошуку параметру, що дозволить мінімізувати значення коефіцієнту стійкості, спочатку потрібно чітко окреслити підхід, що буде використовуватися для обрахунку безпосередньо цього коефіцієнту. Одним з них є підхід, що заснований на вивченні співвідношення утримуючих і зрушуючих сил, що діють вздовж певної поверхні ковзання. Фактично даний підхід реалізується і у методах граничної рівноваги, і використовується при застосуванні традиційного методу скінченних елементів. Інший підхід лежить в основі оцінки стійкості схилів на базі процедури зниження міцності та полягає у порівнянні максимально можливого опору зрушення зсуву до необхідного. При цьому, необхідним фактично вважатиметься опір зрушення, коли схил знаходиться у стані, що передує його руйнуванню. Підбір необхідного значення опору зрушення шляхом зменшення міцнісних характеристик являється основою реалізації даного методу.

На основі MSE можна використовувати обидва підходи до визначення коефіцієнта стійкості, проте другий підхід потребує поетапного зменшення міцнісних характеристик ґрунту, відповідно необхідним у такому разі є перерахунок усієї задачі на кожному етапі. Також для досягнення точного результату крок зменшення характеристик має бути досить незначним, що в свою чергу збільшує потрібну кількість ітераційних розрахунків. Таким чином, у випадку використання даного підходу трудомісткість розрахунку кратно збільшується.

У такому разі більш привабливим видається перший підхід, що дозволяє визначити коефіцієнт стійкості, дослідивши співвідношення зсуваючих і утримуючих сил. Однак реалізація даного підходу на практиці потребує визначення поверхні ковзання, положення якої, окрім випадків, коли воно уже визначено або зумовлено певними особливостями схилу, залишається невідомим. Після визначення поверхні ковзання коефіцієнт стійкості можна легко обчислити, не проводячи складних ітераційних розрахунків. Отже, у подальшому буде розглядатись саме цей підхід.

Локалізація поверхні ковзання, що буде відповідати мінімальному значенню коефіцієнта стійкості, буде головною умовою мінімізації самого коефіцієнта стійкості. Потрібно врахувати, що коефіцієнт стійкості визначається із співвідношення утримуючих і зсуваючих сил, що діють на зсувне тіло вздовж поверхні ковзання:

$$k_{st} = \frac{\sum F_{ym}}{\sum F_{zc}}, \quad (3.3)$$

де F_{ym} - утримуючі сили, F_{zc} - зсувні сили. Очевидним є той факт, що мінімальне його значення відповідатиме саме умові, коли значення утримуючих сил по відношенню до зрушуючих буде мінімальним. Необхідність врахування зміни напружено-деформованого стану та властивостей ґрунтів, особливостей

геометрії схилу та інших факторів зумовила поширення практики, коли поверхня ковзання поділяється на певну кількість фрагментів, отже потрібно досягати мінімального співвідношення сил для кожного із них. Окрім того, ця особливість буде гарантувати виконання умов для використання алгоритмів пошуку найкоротшого шляху. Таким чином, співвідношення значень даних сил можна розглядати як параметр мінімізації самого коефіцієнту стійкості.

Виходячи із засад, наведених вище, було сформовано підхід, висвітлений в публікації [61]. Слід зауважити, що усі формули наводяться для задачі в плоскій постановці. Тоді, для визначення ваги ребра графу, за умови використання критерію міцності ґрунтової моделі Кулона-Мора, застосовуватиметься наступна формула:

$$W_{(i,j)} = \frac{c - \sigma_{avg} \operatorname{tg} \varphi}{\tau_{avg}}, \quad (3.4)$$

де c та φ – відповідні параметри міцності ґрунту, σ_{avg} і τ_{avg} – середні значення напружень, що діятимуть на поверхні, яка представлена ребром. Тоді постає питання визначення усереднених значень нормальних та дотичних напружень. Використовуючи дані про напружено-деформований стан ґрунтового масиву, отримані за допомогою методу скінченних елементів, отримуємо значення напружень, що діють у вершинах графу.

Далі необхідно визначити значення нормальних і дотичних напружень, що діють на площині, яка має певний кут нахилу θ (рис 3.10), тобто нахилена як ребро графу, при цьому значення цього кута приймається додатним у разі повороту площини проти годинникової стрілки, і від'ємним – у випадку повороту за годинниковою стрілкою.

Напруження визначаються з використанням наступних формул:

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta, \quad (3.5)$$

$$\tau = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta. \quad (3.6)$$

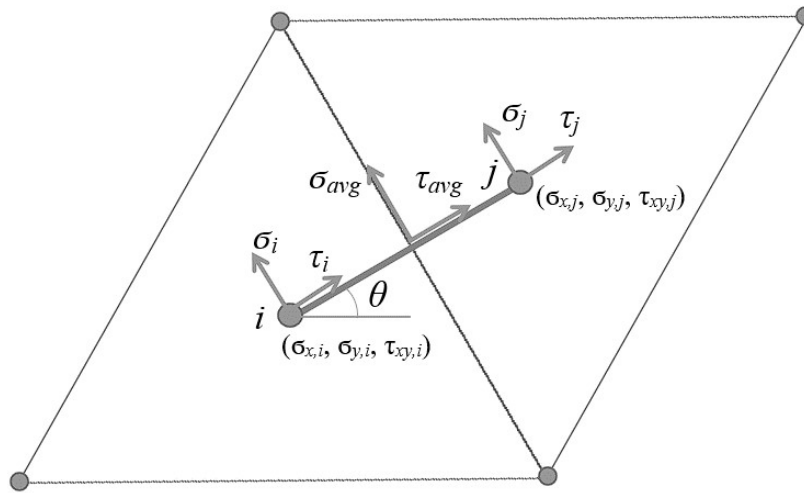


Рис. 3.10. Схема визначення усереднених значень напружень

Обрахувавши середні значення напружень і визначивши вагу графу за допомогою формули (3.4), використовується алгоритм пошуку найкоротшого шляху для визначення положення поверхні ковзання, після чого за допомогою наступної формули можна отримати значення коефіцієнта стійкості:

$$k_{st} = \frac{\sum_i (c - \sigma_{avg} \operatorname{tg} \varphi) \Delta L}{\sum_i \tau_{avg} \Delta L}, \quad (3.7)$$

де ΔL – довжина відповідних ребер графу.

Проте в такому разі, якщо використовувати в якості кута θ значення нахилу ребра графу, виникає проблема недостатньої апроксимації поверхні ковзання, навіть при досить густій сітці скінченних елементів (рис. 3.11).

Як наслідок, отримані значення коефіцієнту стійкості будуть завищеними. Окрім того, отримані результати значною мірою залежатимуть і від використаних розміру і форми скінченних елементів (рис. 3.12), що в такому випадку потребує розробки додаткових рекомендацій до побудови

розрахункової схеми МСЕ. Це значно обмежить можливість використання даного підходу, тому необхідним стало створення методики, яка б могла виправити таку ситуацію і покращити універсальність цього підходу.

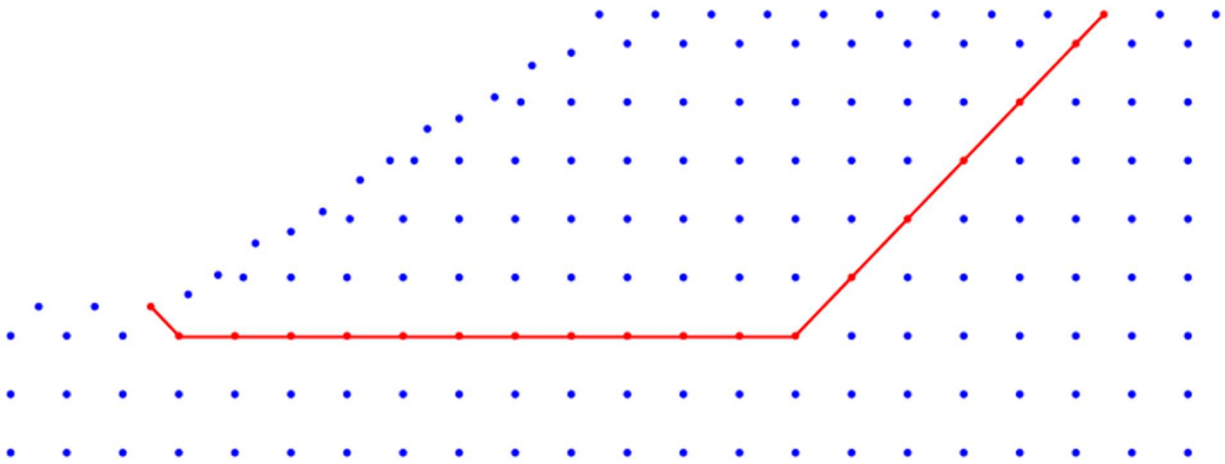


Рис. 3.11. Апроксимація поверхні ковзання без варіації кута θ

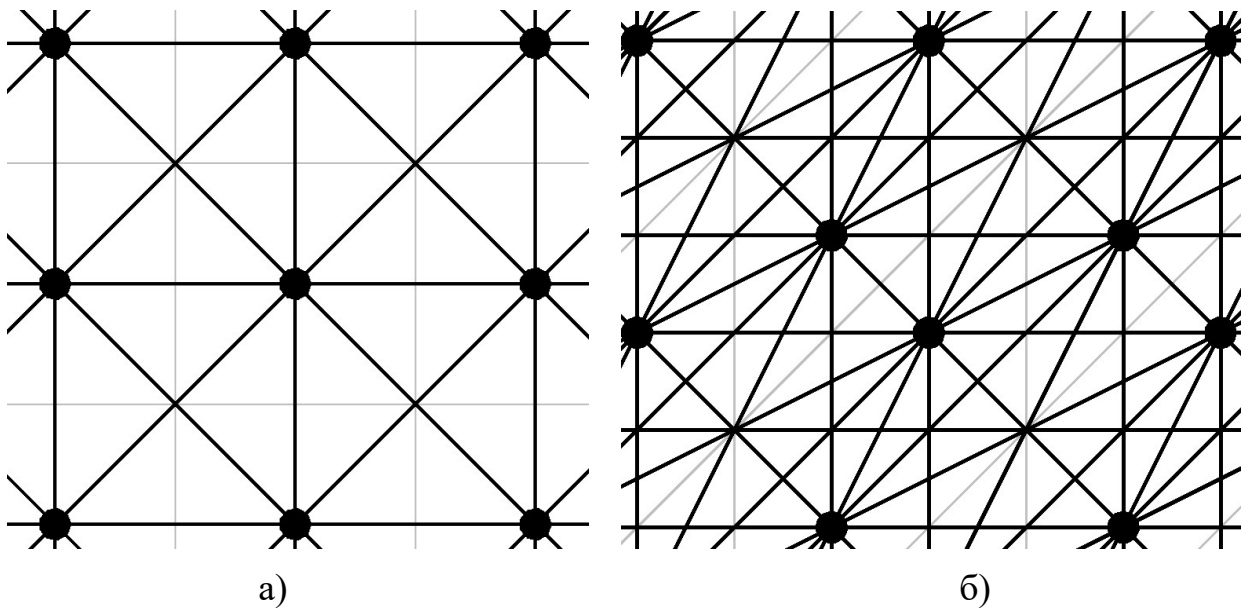


Рис.3.12. Приклади фрагментів графів в залежності від використаних скінченних елементів: а – при 4-вузлових прямокутних СЕ; б – при 3-вузлових СЕ

Проблематика даного питання полягає у необхідності врахування фізичних особливостей процесу зсуву ґрунтового масиву, при цьому зберігаючи певну взаємоспівставність сітки скінченних елементів з формою графу, що дозволяє спростити обмін даними, покращує контроль над процесом розрахунку та позбавляє необхідності виконувати додаткові розрахунки.

Розроблена методика для вирішення даної проблеми полягає у модифікації підходу до визначення кута нахилу площини у вершині графу, по якій відбувається зсув. Пропонується кут нахилу ребра графу приймати за базове значення кута θ та варіювати його значення в певних межах, для збереження логіки руху по графу. Для досягнення мінімальних значень співвідношення напружень, з яких отримується вага ребра, бажано, щоб для кожної вершини розглядалися усі можливі значення для гарантованого обрання найменшого із них. Тому пропонується варіювати значення кута в межах, що відповідають значенню половини від кута, що утворюється ребром, яке обраховується, та сусіднім з ним ребром, що виходить з цієї ж вершини та аналогічним кутом з іншого боку (рис 3.13). Остаточне значення кута θ , що використовуватиметься для визначення ваги ребра, у даному випадку обиратиметься при мінімальному значенні співвідношення утримуючих і зсуваючих напружень:

$$\min W(\theta), \text{ при } \theta \in [(\alpha_l - \alpha)/2, (\alpha_r - \alpha)/2] \quad (3.8)$$

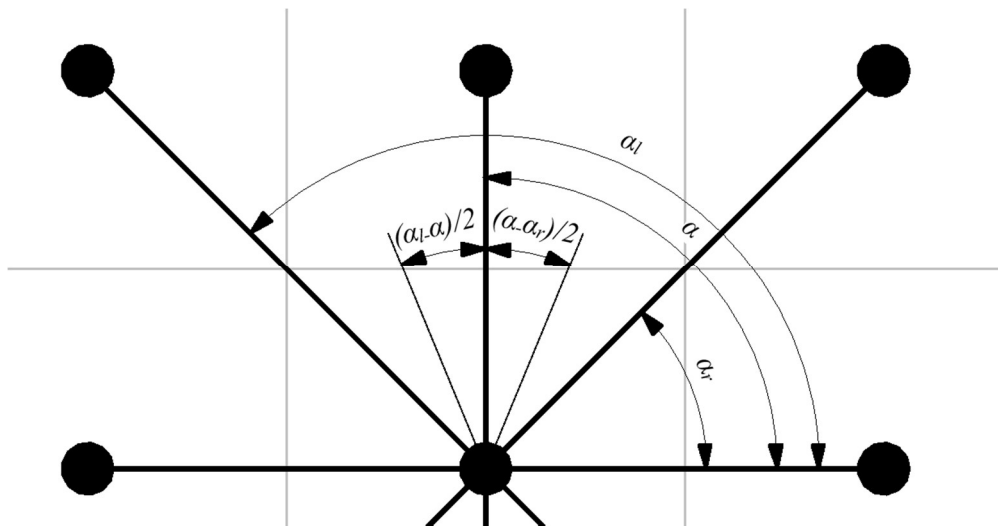


Рис. 3.13. Схема визначення меж зміни кута θ

Подальше обрахування усереднених значень напружень у такому разі вже може відбуватися з урахуванням різних значень кутів θ_i та θ_j . Потім всі обрахунки здійснюються за уже висвітленою методикою. Фактична мінімальна поверхня ковзання буде знаходитися в околі вершин графу, через які проходить найкоротший шлях. При цьому в якості даних для побудови більш реалістичної

криволінійної поверхні ковзання можна використати отримані напрями розрахункових площин у вершинах графу (рис. 3.14, 3.15).

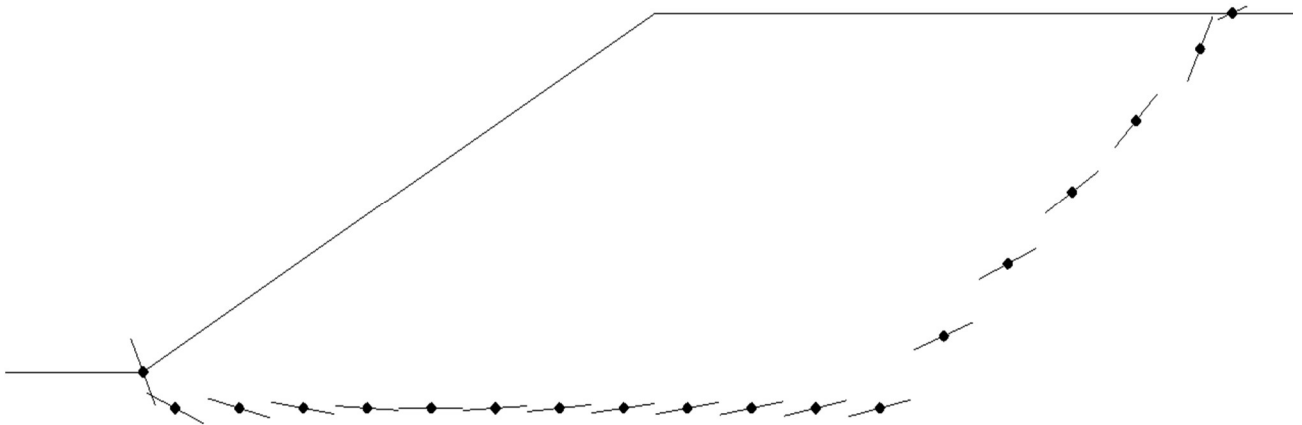


Рис. 3.14. Напрям розрахункових площин вздовж поверхні ковзання

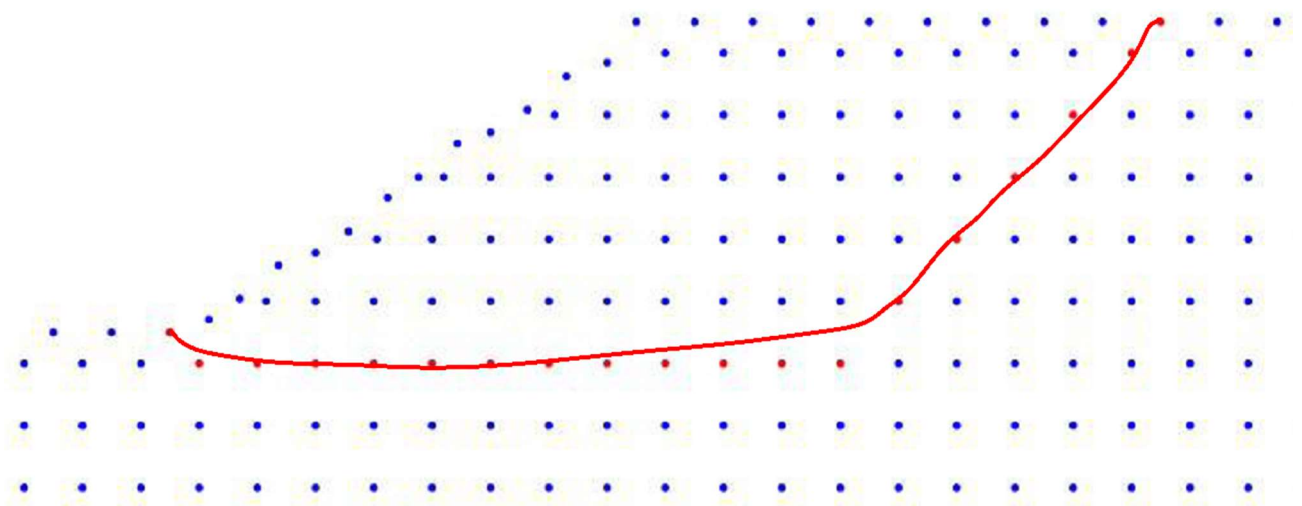


Рис. 3.15. Апроксимація поверхні ковзання з врахуванням варіації кута θ

3.3. Оцінка стійкості основ будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях в просторовій постановці з використанням запропонованого підходу

Запропонований підхід для визначення стійкості основ будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях можна використовувати і при розв'язанні трьохвимірних задач. При цьому такий підхід буде базуватися на використанні методу перерізів. В такому разі виконується моделювання і розрахунок схилу у

вигляді тривимірної моделі, а потім проводиться розрахунок за визначеними розрахунковими перерізами (рис.3.16), аналогічно до процедури, що висвітлена раніше. Таким чином можна аналізувати напружено-деформований стан схилу в просторовій постановці, а отримані результати використовувати для визначення положення поверхні ковзання, значення коефіцієнту стійкості та зсувного тиску за найбільш несприятливими перерізами, що дозволить зменшити затрати часу на створення ряду двохвимірних дискретних перерізів схилу та позбутися обмежень двохвимірних задач при оцінці напружено-деформованого стану схилу. Такий спосіб підходить для природніх схилів, що мають значну протяжність та не мають різких змін геологічних умов на обширних територіях, а зсувні процеси зумовлені переважно природніми чинниками, що призводить до масштабних зсувів. В такому разі зміни значень коефіцієнту стійкості при визначенні їх за плоскими перерізами не матимуть значного відхилення від значень, отриманих при побудові просторових поверхонь ковзання.

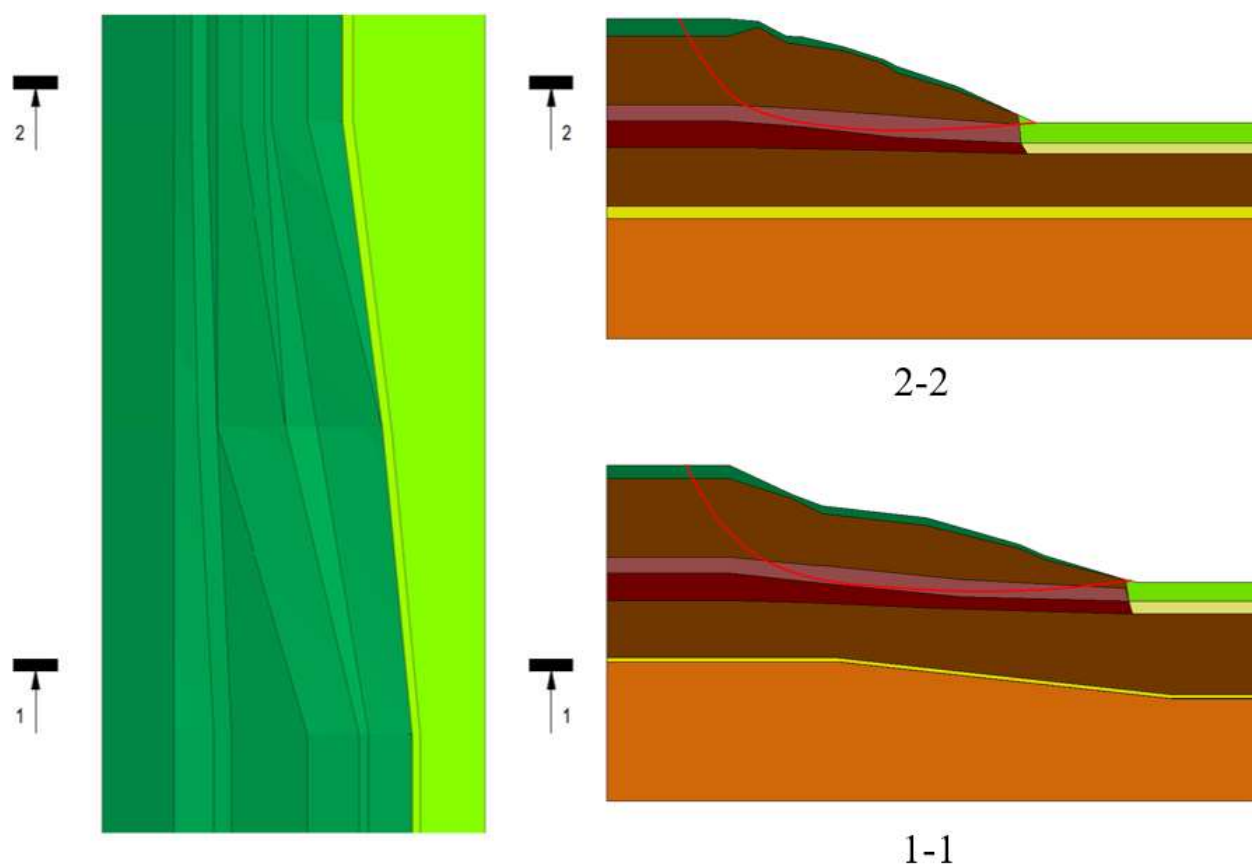


Рис. 3.16. Двовимірні розрахункові перерізи за умови використання просторової моделі схилу

Проте запропонований підхід потенційно може бути використаний і для побудови просторових поверхонь ковзання (рис 3.17). При цьому як і в іншому варіанті створюється просторова СЕ модель схилу, за якою проводиться розрахунок його напружено-деформованого стану, проводячи оцінку стійкості за рядом перерізів, для визначення найбільш небезпечного напрямку руху потенційного зсувного масиву.

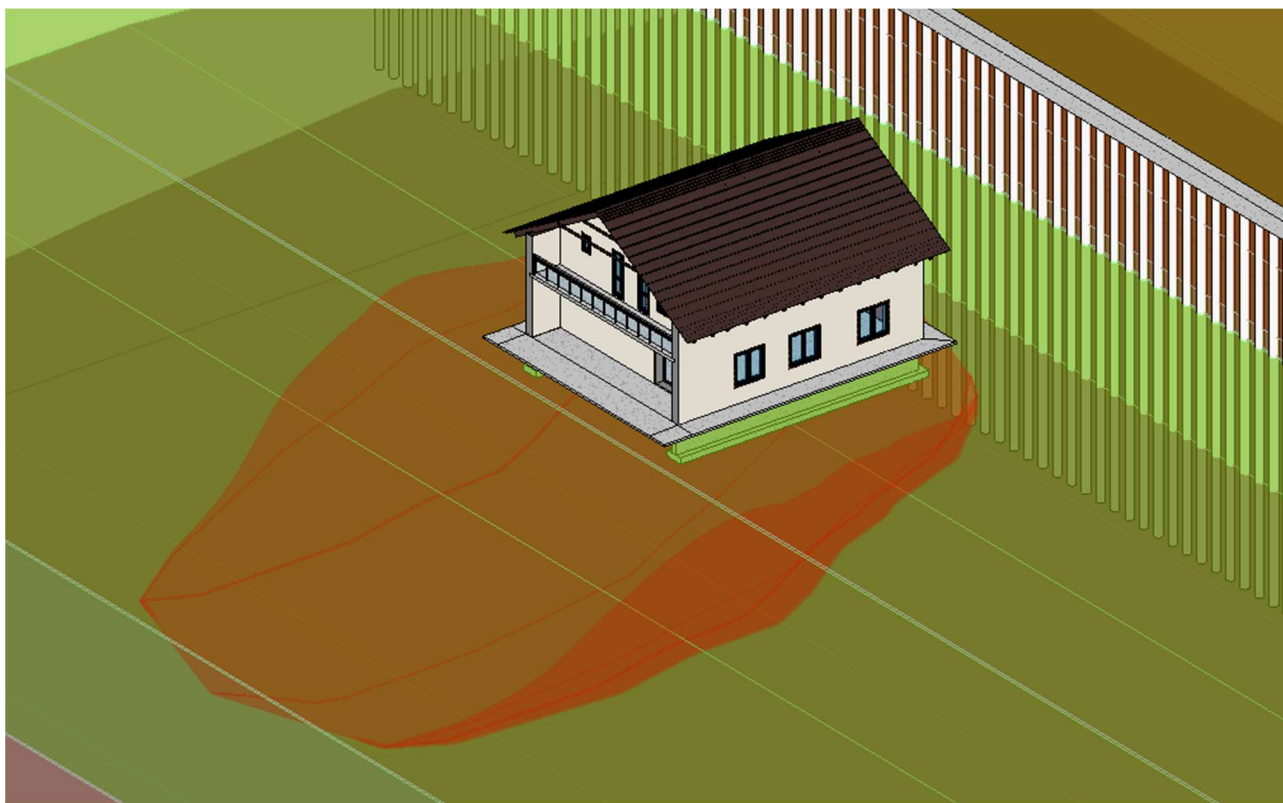


Рис. 3.17. Потенційна просторова поверхня ковзання

Отримавши запропонованим підходом плоску поверхню ковзання можна побудувати на її основі просторову поверхню ковзання. Для цього необхідно застосувати аналогічні кроки, як в описаному алгоритмі для набору перерізів, перпендикулярних до потенційної поверхні ковзання. При цьому, на відміну від випадку, коли початкова і кінцева вершини потенційної поверхні ковзання розміщувалися на поверхні ґрунтового масиву схилу, в даному випадку пошук найкоротшого шляху буде здійснюватися між вершиною, через яку проходить уже визначена поверхня ковзання і перпендикулярно розміщеним до неї вершинам на поверхні схилу. Виконавши такий пошук за рядом перерізів,

формується загальна просторова поверхня ковзання. Визначення коефіцієнта стійкості в такому разі буде відбуватися саме за просторовою поверхнею складної геометрії. Такий підхід актуальний при наявності різного роду різкої зміни геометрії схилу та геологічних умов, додаткових навантажень на незначній протяжності і т. д. Тобто для зсувів, які мають більш локальний характер зміщення ґрунтового масиву, у такому разі врахування просторового ефекту матиме значно більший вплив на значення коефіцієнту стійкості, а аналіз стійкості схилу за просторовою поверхнею ковзання дасть змогу отримати більш раціонально запроектовані заходи інженерного захисту територій.

3.4. Дослідження достовірності результатів розрахунків, отриманих запропонованим підходом

Запропонований підхід на базі теорії графів реалізований за допомогою авторського програмного комплексу SATER.LANDSLIDE. Його було написано за допомогою мови програмування “Python”. При створенні програми використовувалися популярні бібліотеки мови програмування, такі як: “Mathplotlib”, “CSV reader”, “Math”, “NetworkX”.

Ключовий функціонал програми реалізований за допомогою саме бібліотеки “NetworkX” – це Python-бібліотека, яка надає функціонал для створення, обробки та дослідження складних графів. Авторами бібліотеки є Aric Hagberg, Dan Schult, Pieter Swart.

Процес обрахунку за допомогою програми починається з передачі вхідних даних з програмного комплексу (ПК) методу скінченних елементів, в якому було проведено обрахунок напружено-деформованого стану схилу чи укусу. Для цього реалізовано передачу інформації про вузли і елементи СЕ-схеми, а також напруження, що виникають в елементах, у форматі csv-файлів.

У програмі автоматично виконуються процеси побудови графу, обрахунок ваги ребер графу, пошук найкоротшого шляху, обчислення коефіцієнта стійкості та виведення результатів у вигляді графічних матеріалів та аналітичних даних,

що зберігаються у відповідних форматах. В програмі реалізовано підхід, при якому зберігається інформація про 5 найменших значень коефіцієнтів стійкості та 5 форм поверхонь ковзання, що відповідають їм.

Процес створення чисельних моделей при розрахунку будь-яких будівельних конструкцій [8] потребує ретельного підходу до їх створення для отримання достовірних результатів. Для проведення розрахунків напружено-деформованого стану при виконанні тестових задач використовувався ПК «ЛІРА-САПР». При моделюванні тестових задач використовувалися нелінійні скінченні елементи на основі квазілінійної моделі Кулона-Мора. Використання даної моделі виправдане її реалізацією у доступному програмному забезпеченні, широким розповсюдженням для практичних розрахунків, використанням традиційних параметрів ґрунтів. Моделювання історії завантаження схилу проводилося за допомогою системи «Монтаж».

Порівняння отриманих коефіцієнтів стійкості проводилося з методами, що належать до групи методів граничної рівноваги. Розрахунки для цієї групи методів виконувалися у програмному комплексі «Укіс», що входить до складу прикладних програм «SCAD-Office», де реалізована можливість розв'язку цілим рядом методів граничної рівноваги. Для порівняння результатів використовувалися розповсюджені в геотехнічній практиці методи: метод Фелленіуса, метод Бішопа за спрощеною процедурою розрахунку, коригований метод Янбу та спрощений метод Янбу [102, 103].

На першому етапі проводилися перевірочні розрахунки для дослідження впливу структури скінченно-елементної моделі на значення коефіцієнта стійкості. Для цього розглядалась зміна максимального розміру скінченних елементів від 1 м до 0.25 м, також змінювався тип СЕ, за допомогою яких було змодельовано схил. Крім того перевірялась стабільність отримуваних значень з урахуванням звичайного і модифікованого підходу до визначення кута θ . Дані аспекти досліджувалися при розрахунку однорідного глиняного схилу з розрахунковою схемою, що зображена на рис. 3.18. Фізико-механічні характеристики інженерно-геологічного елемента наведені в таблиці 3.1.

Отримані результати проведених розрахунків зібрані у таблиці 3.2 та включають значення коефіцієнтів стійкості для усіх перелічених вище варіантів розрахунку.

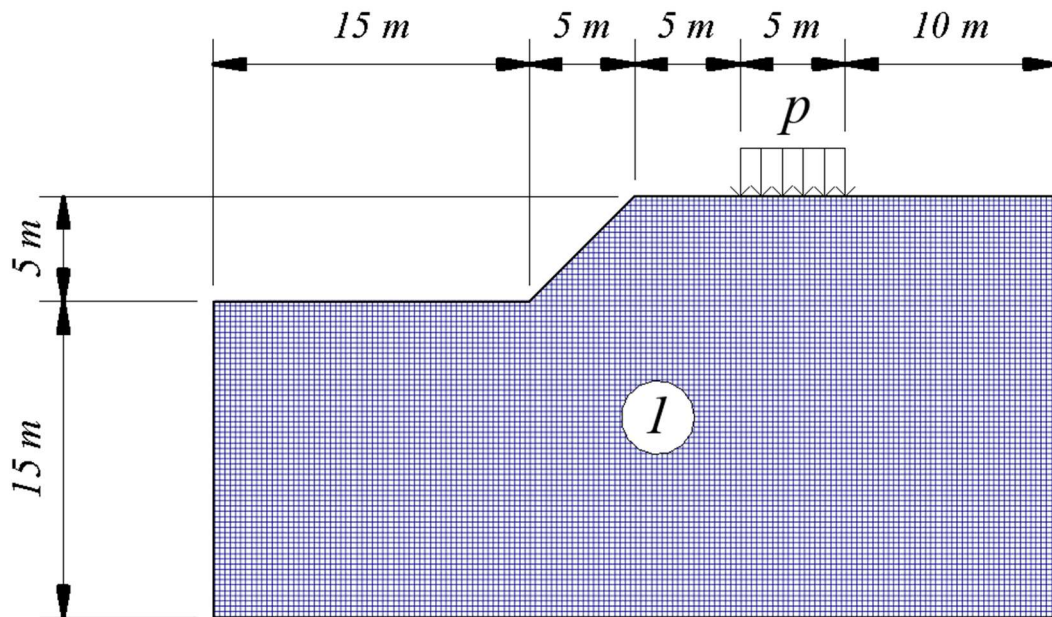


Рис. 3.18. Розрахункова схема задачі

Фізико-механічні характеристики ґрунтів

Таблиця 3.1

Номер шару	Ґрунт	Природня вологість	Щільність ґрунту	Питома вага ґрунту	Коефіцієнт пористості	Кут внутрішнього тертя	Питоме зчеплення	Модуль деформації
		Дол. од.	г/см ³	кН/м ³	Дол. од	Град.	кПа	МПа
		W	p	γ	e	φ	C	E
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Глина напівтверда	0,381	1,89	18,5	0,831	16	50	15

Постановка задачі	Підхід до визначення кута θ	Тип використаних скінченних елементів	Розмір скінченних елементів, м	Коефіцієнт стійкості				
				Запропонований підхід	Методи граничної рівноваги			
					Феленіус	Бішоп спрощений	Янбу спрощений	Янбу корегований
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Вільний схил без додаткового навантаження	Без варіації кута	Трьохвузлові SE	1	4.090	3,529	3,639	3,337	3,062
			0,5	4.043	3,529	3,639	3,337	3,062
			0,25	4.076	3,529	3,639	3,337	3,062
		Чотирихвузлові SE	1	4.755	3,529	3,639	3,337	3,062
			0,5	4.489	3,529	3,639	3,337	3,062
			0,25	4.425	3,529	3,639	3,337	3,062
	Модифікований підхід до визначення кута	Трьохвузлові SE	1	3.677	3,529	3,639	3,337	3,062
			0,5	3.718	3,529	3,639	3,337	3,062
			0,25	3.693	3,529	3,639	3,337	3,062
		Чотирихвузлові SE	1	3.540	3,529	3,639	3,337	3,062
			0,5	3.459	3,529	3,639	3,337	3,062
			0,25	3.456	3,529	3,639	3,337	3,062
Схил з додатковим навантаженням	Без варіації кута	Трьохвузлові SE	1	1.331	1,268	1,413	1,256	1,176
			0,5	1.326	1,268	1,413	1,256	1,176
			0,25	1.320	1,268	1,413	1,256	1,176
		Чотирихвузлові SE	1	1.507	1,268	1,413	1,256	1,176
			0,5	1,439	1,268	1,413	1,256	1,176
			0,25	1.384	1,268	1,413	1,256	1,176
	Модифікований підхід до визначення кута	Трьохвузлові SE	1	1.316	1,268	1,413	1,256	1,176
			0,5	1.298	1,268	1,413	1,256	1,176
			0,25	1.286	1,268	1,413	1,256	1,176
		Чотирихвузлові SE	1	1.349	1,268	1,413	1,256	1,176
			0,5	1.286	1,268	1,413	1,256	1,176
			0,25	1.268	1,268	1,413	1,256	1,176

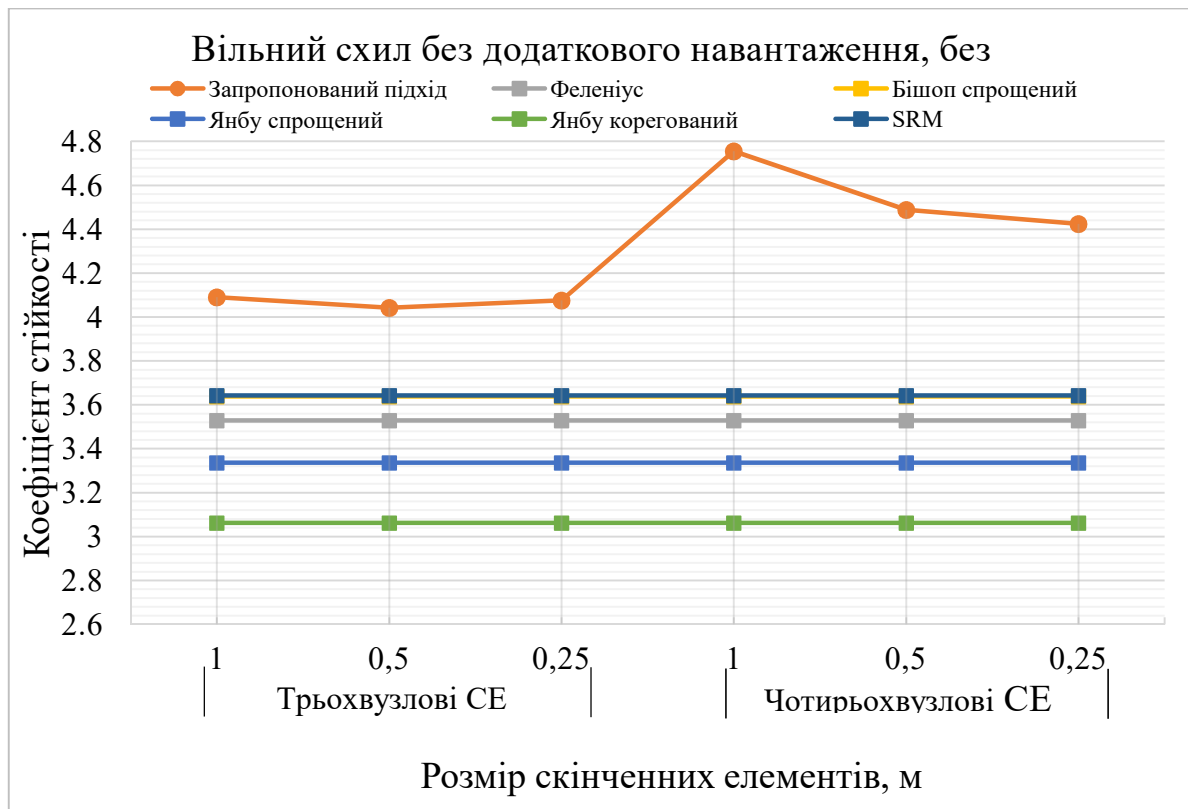


Рис. 3.17. Графік залежності отриманих значень коефіцієнта стійкості від розміру і типу скінченних елементів, при вільному схилі без варіації кута θ

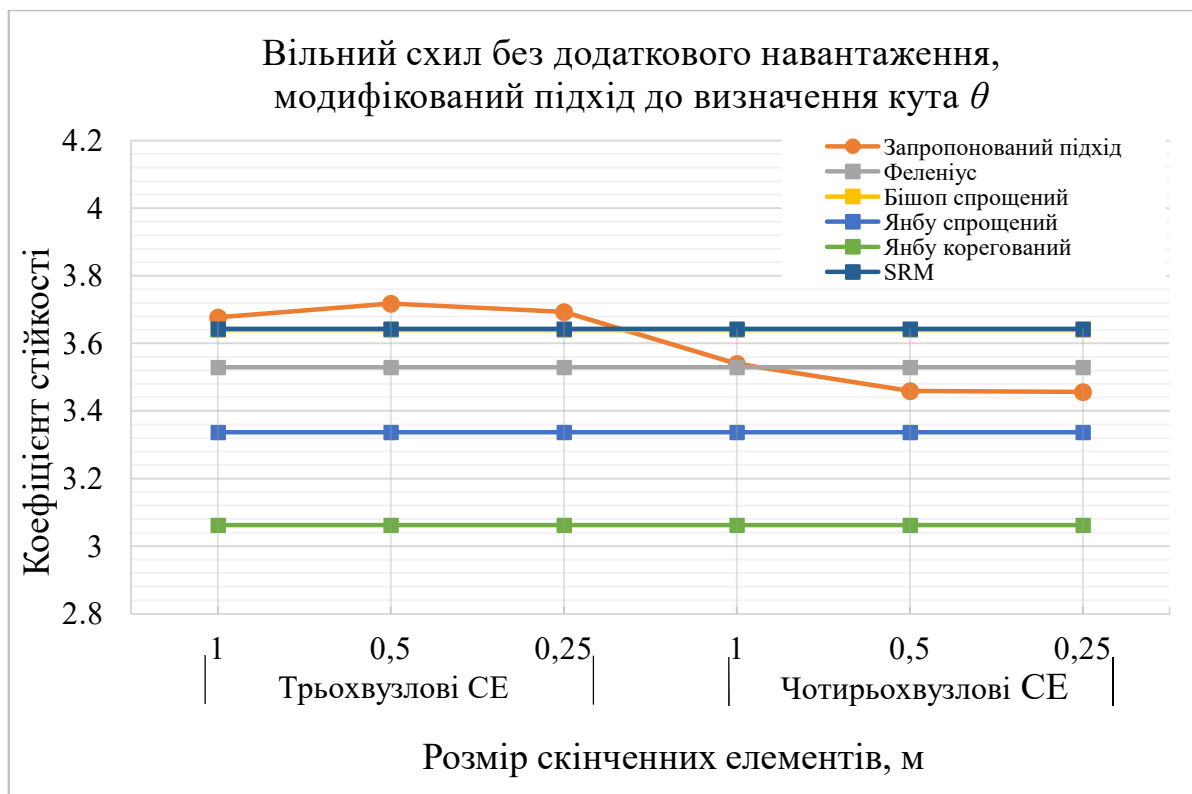


Рис. 3.18. Графік залежності отриманих значень коефіцієнта стійкості від розміру і типу скінченних елементів, при вільному схилі з використанням модифікованого підходу до кута θ

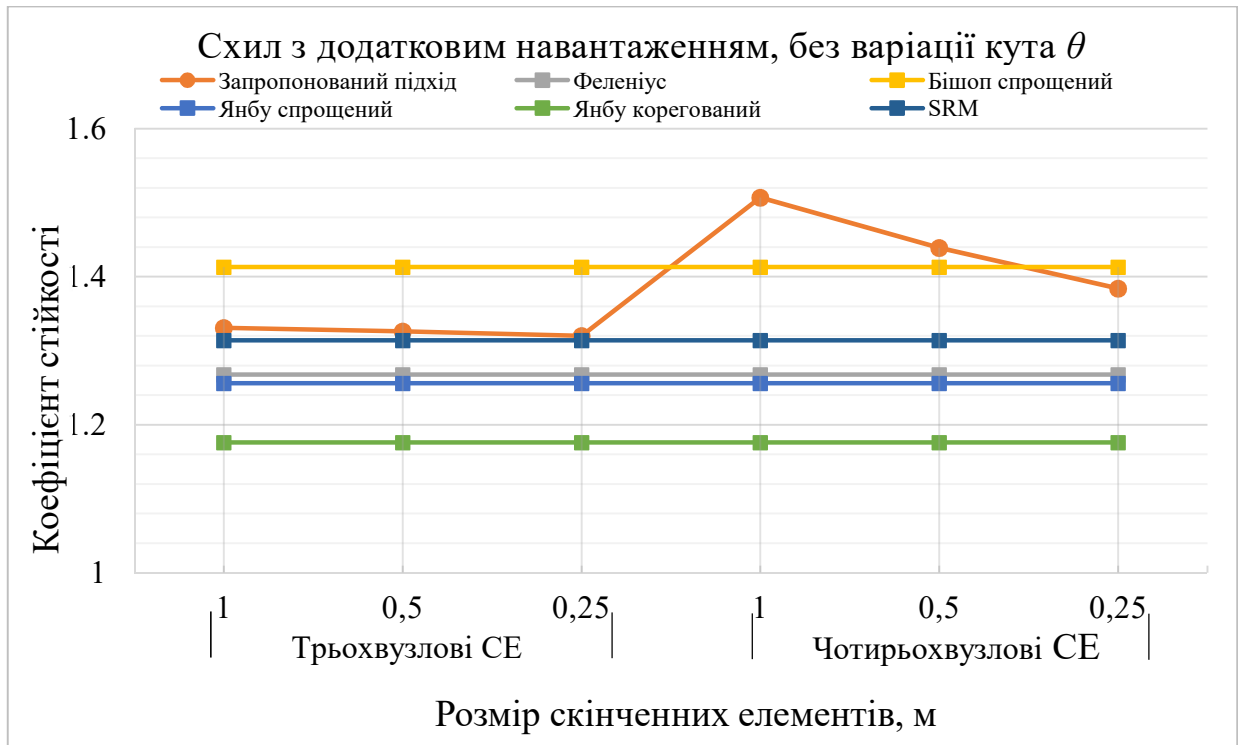


Рис. 3.19. Графік залежності отриманих значень коефіцієнта стійкості від розміру і типу скінченних елементів, при вільному схилі без варіації кута θ

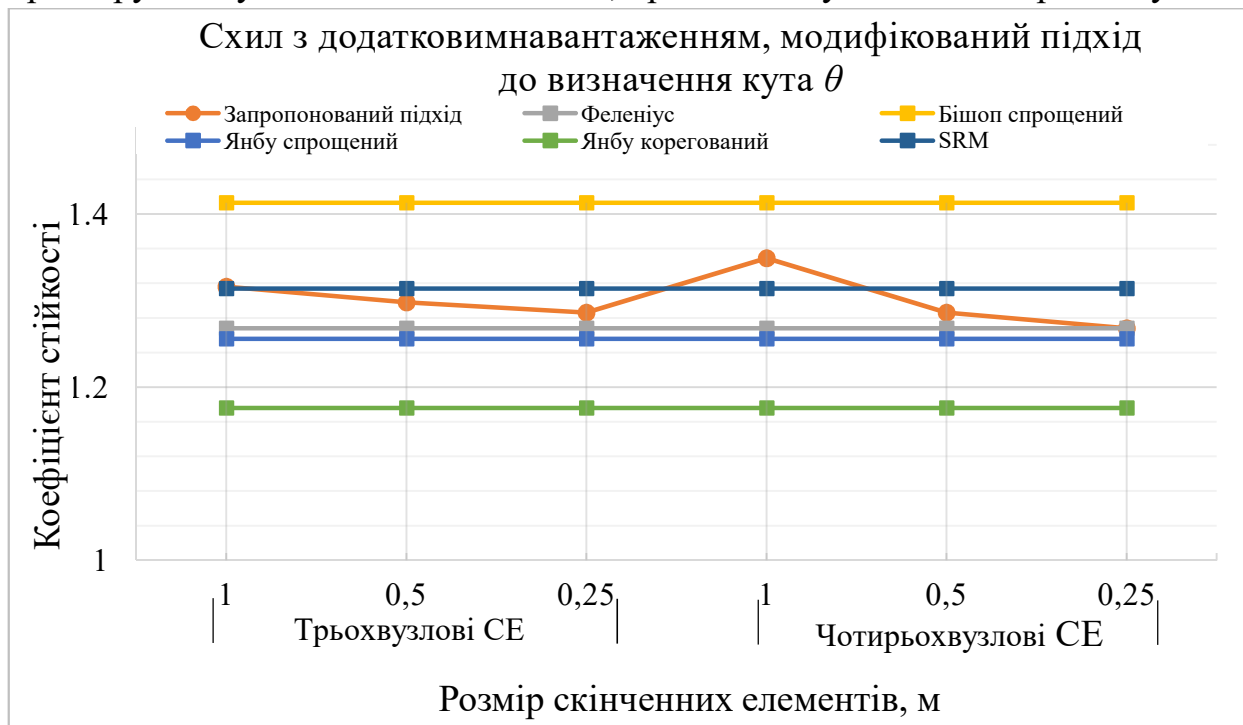


Рис. 3.20. Графік залежності отриманих значень коефіцієнта стійкості від розміру і типу скінченних елементів, при вільному схилі з використанням модифікованого підходу до кута θ

На основі результатів, занесених в таблицю 3.2, сформовано графіки залежності коефіцієнтів стійкості від розміру та форми скінченних елементів відповідно до завантаження схилу та підходу до кута θ (рис. 3.17 – 3.20), в які

додатково для порівняння включений «коефіцієнт безпеки» (factor of safety), що розрахований за методикою зниження міцності (SRM), яка наводилася в першому розділі та прийнятий у відповідності до роботи [61].

Із наведених матеріалів видно, що використання підходу без варіації кута θ не дає змоги досягнути достовірних результатів. Незалежно від наявності навантаження, розмірів та типів скінченних елементів, результати мають значне відхилення як від методів граничної рівноваги, так і від методу зниження міцності. Процедура згущення сітки покращує результати, але відхилення значень від інших методів залишаються занадто великими, особливо у випадку вільного схилу. Ситуація дещо покращується для випадку з додатковим навантаженням, при якому відхилення від результатів, отриманих спрощеним методом Бішопа, не перевищує 7%. Отже, запропонований підхід без варіації кута не можна використовувати для практичних розрахунків через завищені результати коефіцієнту стійкості та значну залежність майбутнього результату від сітки скінченних елементів, що використовувалася для моделювання схилу.

Натомість запропонований підхід з процедурою модифікації кута θ (рис. 3.18, 3.20) дає змогу отримати більш стабільні результати незалежно від розміру і типу скінченних елементів. Результати залишаються достатньо близькими до інших методів (як для вільного схилу, так і для навантаженого схилу), при цьому різниця в результатах, отриманих для різних типів елементів та різних розмірів скінченних елементів між собою для запропонованого підходу не перевищує 7%, а різниця між коефіцієнтами стійкості, порівнюючи їх з коефіцієнтом, отриманим за методикою SRM, не перевищує 5%. Порівнюючи результати з методом Бішопа відхилення результатів, отриманих запропонованим методом, не перевищують 10%.

На основі наведених результатів прийнято рішення про проведення подальших розрахунків з використанням лише модифікованого підходу до визначення кута θ .

На наступному етапі проводилися розрахунки тестових задач при зміні геометричної форми та геологічного складу схилу та аналізувалася збіжність

отриманих значень коефіцієнтів стійкості з іншими методами. При цьому в якості розрахункового комплексу методу скінченних елементів використовувався прикладний програмний комплекс на базі напіваналітичного методу скінченних елементів, розроблений в Науково-дослідному інституті будівельної механіки SATER.SOIL.

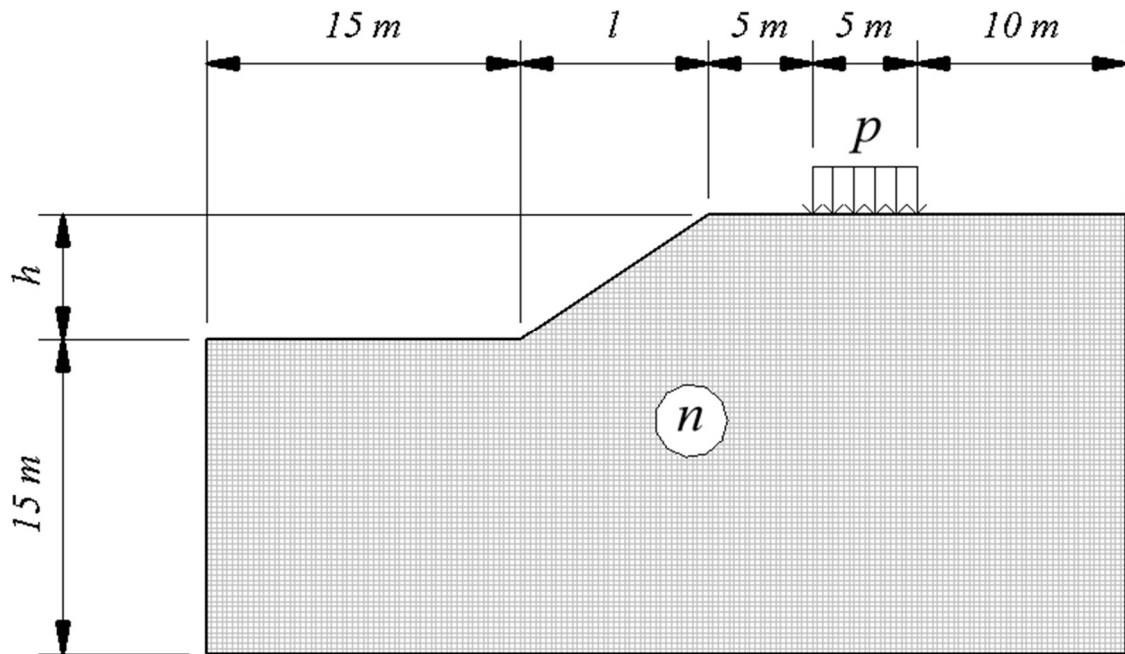


Рис.3.21. Типова розрахункова схема тестових задач

Постановки тестових задач

Таблиця 3.3

Постановка, № п/п	h, м	l, м	n	p, кН/м ²
1	2	3	4	5
1	6	6	1	200
2	6	9	1	200
3	6	12	1	200
4	6	6	2	200
5	6	9	2	200
6	6	12	2	200
7	6	6	3	150
8	6	9	3	200
9	6	12	3	200
10	6	9	4	200
11	6	12	4	200

Номер ІГЕ, n	Найменування ґрунту	Щільність ґрунту	Питома вага ґрунту	Коефіцієнт пористості	Кут внутрішнього тертя	Питоме зчеплення	Модуль деформації
		г/см ³	кН/м ³	Дол. од.	Град.	кПа	МПа
		ρ	γ	e	φ	C	E
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Глина тугопластична	1.95	19.13	0,9	18	40	20
2	Суглинок тугопластичний	1.87	18.35	0,73	21	23	14
3	Супісок пластичний	1.85	18.15	0,69	24	12	12
4	Пісок дрібний, сер. щільності	1.68	16.48	0,67	30	1	20

Відповідно до типової розрахункової схеми, зображеної на рис. 3.21, розглядалося 11 постановок зі зміною геометричних параметрів схилу h та l та 4-ма різними інженерно-геологічними елементами (ІГЕ). Відповідні постановки занесені до таблиці 3.3. Параметр n відповідає номеру ІГЕ з таблиці 3.4, в яку занесені фізико-механічні характеристики ґрунтів. Параметр додаткового навантаження p приймався переважно 200 кН/м², окрім постановки 7, що було зумовлено забезпеченням стійкості схилу. По тій самій причині для схилу, складеного піщаним ґрунтом, розглядалося лише 2 постановки (№ 10, 11).

Проведено розрахунок коефіцієнта стійкості для всіх 11 постановок за допомогою запропонованого методу, а також за допомогою методів граничної рівноваги. Для проведення порівняння результатів, як і раніше, використовувалися методи Феленіуса, Бішопа та Янбу, розрахунок даними

методами здійснювався ПК «Укіс» (частина SCAD-Office). Отримані результати розрахунків представлені у вигляді таблиці 3.5.

Отримані значення коефіцієнтів стійкості

Таблиця 3.5

Постановка № п/п	h/l	n	p	Коефіцієнт стійкості				
				Запропонований підхід	Методи граничної рівноваги			
					Феленіус	Бішоп спрощений	Янбу спрощений	Янбу корегований
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	6/6	1	200	1.357	1.354	1.48	1.227	1.302
2	6/9	1	200	1.58	1.513	1.669	1.388	1.489
3	6/12	1	200	1.679	1.674	1.854	1.498	1.574
4	6/6	2	200	1.125	1.122	1.248	1.086	1.134
5	6/9	2	200	1.277	1.253	1.407	1.209	1.28
6	6/12	2	200	1.463	1.392	1.569	1.312	1.403
7	6/6	3	150	1.166	1.121	1.233	1.063	1.093
8	6/9	3	200	1.174	1.123	1.27	1.106	1.168
9	6/12	3	200	1.277	1.25	1.418	1.241	1.317
10	6/9	4	200	1.073	1.072	1.114	1.055	1.107
11	6/12	4	200	1.181	1.217	1.384	1.205	1.27

На основі наведеної таблиці 3.5 побудовано графік, зображений на рис. 3.22. Як видно з наведеного графіку, незважаючи на зміну фізико-механічних характеристик ґрунтового масиву, з якого складено схил, результати, отримані запропонованим підходом, демонструють досить високу збіжність з іншими методами. При цьому зміна геометрії схилу також не погіршує збіжність результатів.

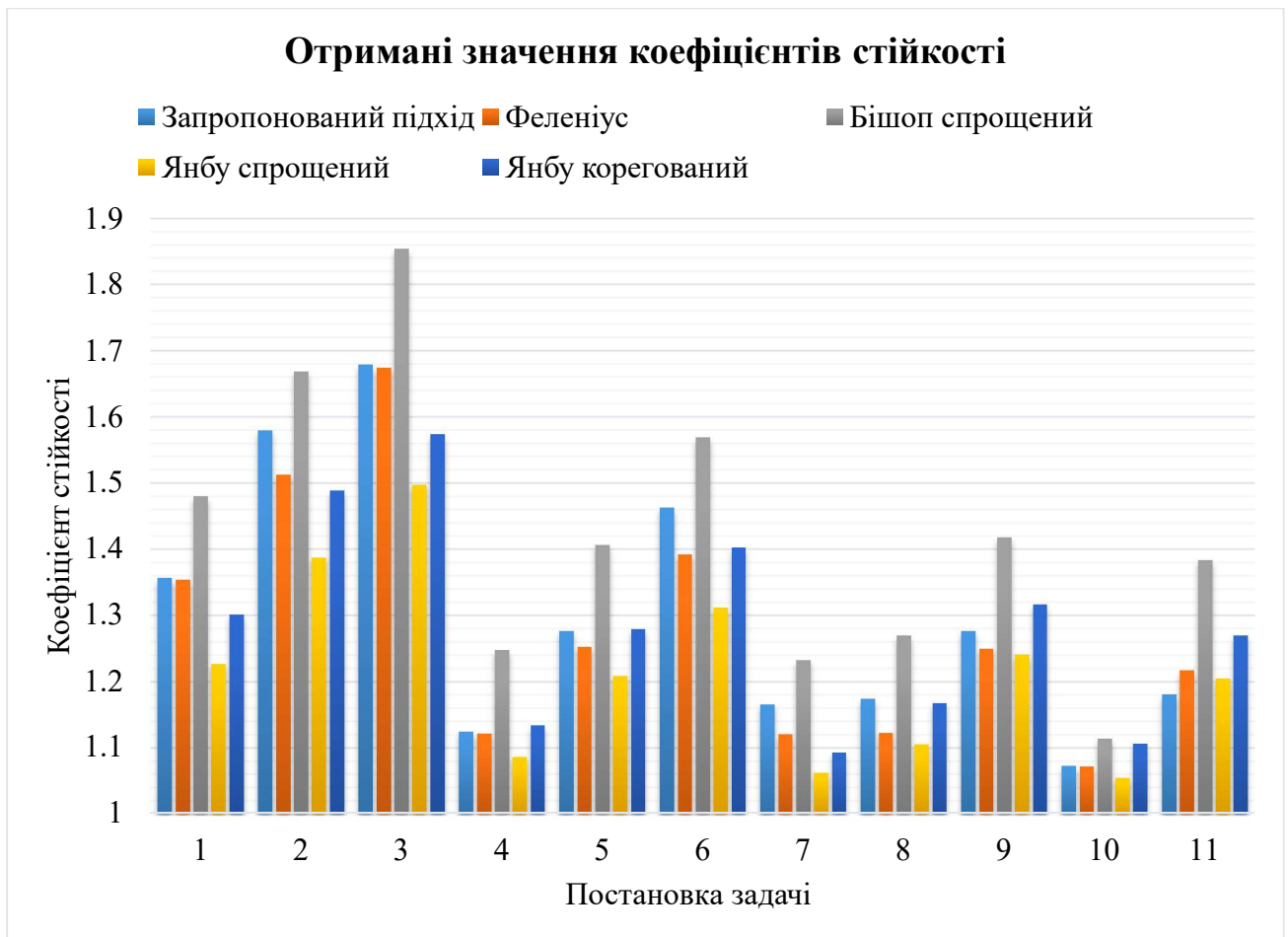


Рис.3.22. Гістограма порівняння значень коефіцієнтів стійкості відповідно до постановок задач

Окрім наведених вище тестових задач у рамках дисертаційного дослідження проводилися додаткові перевірки збіжності результатів методами граничної рівноваги і методом зниження міцності, результати яких наведено у роботі [65] схожі результати отримані і авторами у праці [40]. Також проводилося дослідження збіжності результатів, отриманих запропонованим підходом з іншими методами [61], у тому числі з розглядом багат шарового схилу [63].

РОЗДІЛ 4

РЕЗУЛЬТАТИ АНАЛІЗУ СТІЙКОСТІ СХИЛІВ З УРАХУВАННЯМ ПЛАСТИЧНОСТІ ҐРУНТІВ

4.1. Проведення оцінки стійкості схилів за умови активізації зсувних процесів, зумовлених впливом техногенних факторів

Розглядаючи питання рівноваги зсувонебезпечних територій необхідно звернути особливу увагу на вплив техногенних факторів на стійкість схилів. Хоча дія цих чинників може бути відносно короткочасною, наслідки, як правило, є прогресуючими у часі та незворотніми [15, 46, 47, 115]. Наочним прикладом порушення рівноваги таких територій внаслідок впливу техногенних факторів є схил, що знаходиться в Київській області на правому березі р. Дніпро (м. Ржищів, вул. Крутий вивіз 3...5). Ця місцевість потрапила під забудову ще 85 років назад, тут було зведено до 12 приватних будинків [41].

Будівництво трьох нових житлових будинків було виконано у 2006 році. Будинки №1 та №2 (середній) на момент початку спостережень знаходились на стадії незавершеного будівництва. Мають два надземних поверхи з підвальними приміщеннями та зводились за монолітною технологією. Фундаменти для будинку №1 було прийнято стрічкові неглибокого закладання, для №2 – пальові, з використанням паль $\varnothing = 150\text{мм}$ та їх довжиною до 5 метрів. Будинок №3 (одноповерховий дерев'яний з мансардою та підвалом) було введено в експлуатацію. При його зведенні використовувались монолітні стрічкові фундаменти неглибокого закладання.

Рис. 4.1 наочно демонструє порушення цілісності ґрунтового масиву. Поява тріщин у несучих конструкціях будинків, а також численні пошкодження ґрунтової основи підтверджували факт порушення рівноваги схилу та спонукали до проведення досліджень інженерно-геологічних умов ділянки з 2006 року. До грудня 2014 року виконувались також інструментальні спостереження за поведінкою поверхні схилу.



Рис. 4.1. Досліджуваний схил в районі м. Ржищів

Дана територія розташована на лесовому плато. Ерозійна діяльність р. Дніпро, а також врізання балок та ярів у долини річки, відіграли вирішальне значення у формуванні поверхні схилу. Ґрунти терас правого берега р. Дніпро представлені делювіально-алювіальними шлейфами значної потужності. При огляді майданчика спостерігаються характерні для цієї місцевості елементи і форми рельєфу, як от вали випирання, зсуви-потоки та зсувні цирки, що є наслідком зсувних процесів.

Геологічні умови ділянки наступні: ґрунти - дисперсні природні техногенні, підземні порожнини внаслідок карстових явищ відсутні. Територія будівництва спланована, а рельєф майданчика суттєво відрізняється від початкового природнього стану внаслідок господарської діяльності.

На момент початку досліджень ґрунтовий масив знаходився у нестійкому стані. Для верхньої частини схилу абсолютні позначки поверхні складали 155,3...160,3 м, для його підніжжя – 91,65...91,7 м. Перепад поверхні досліджуваної території становив близько 35-70 м у бік долини р. Дніпро. Рух підземних вод відбувається в напрямку до русла річки.

Стік поверхневих вод (як і підземних) орієнтований на північний схід. Оскільки в товщі ґрунтів майданчика, що розглядається, присутні насипні ґрунти, атмосферні опади, просочуючи їх, рухаються в напрямку пісків та

затримуються там на значних площах. На рис. 4.2 продемонстровано геологічну будову ділянки (інженерно-геологічний профіль I – I...III – III). Фізико-механічні характеристики інженерно-геологічних елементів (ІГЕ) схилу наведено в таблиці 4.1.

Фізико-механічні характеристики ґрунтів

Таблиця 4.1

№ ІГЕ	Номенклатурне найменування ґрунту	Щільність ґрунту, ρ , г/см ³	Питома вага ґрунту, γ , кН/м ³	Коеф. порист., e	Кут внутріш. н. тертя, φ , градус	Питоме зчеплення C, кПа	Модуль деформац. E, МПа
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Насипний ґрунт	<u>1,50</u> 1,79	<u>14,72</u> 17,56	0,77	10	7	5
2	Супісок лесовидний твердий	<u>1,6</u> 1,91	<u>15,7</u> 18,74	0,82	<u>22</u> 19	<u>22</u> 16	<u>22</u> 7
3	Суглинок лесовидний твердий	<u>1,78</u> 1,96	<u>17,46</u> 19,23	0,78	<u>19</u> 17	<u>18</u> 11	<u>14</u> 7,5
4	Суглинок твердий	<u>1,75</u> 1,98	<u>17,17</u> 19,42	0,73	<u>23</u> 18	<u>25</u> 20	<u>17</u> 12
5	Супісок пластичний з піском	<u>1,85</u> 1,99	<u>18,15</u> 19,52	0,69	24	12	<u>12</u> 9
6	Суглинок тугопластичний	1,87	18,34	0,73	21	23	14
7	Пісок дрібний, середньої щільності	<u>1,68</u> 1,98	<u>16,48</u> 19,42	0,67	30	1	20
8	Суглинок тугопластичний (наглинок)	1,91	18,74	0,78	20	24	15
9а	Глина тугопластична, спондилова	1,95	19,13	0,9	18	40	20
9	Глина тверда, спондилова	1,84	18,05	0,99	21	82	20
10	Пісок	2	19,62	32	32	2	26

Примітка: в чисельнику – дані для ґрунтів природньої вологості, в знаменнику – при водонасиченні.

Для майданчика є характерним нерівномірний розподіл підземних вод. Їхній горизонт відноситься до суглинків, супісків та пісків (ІГЕ-4...ІГЕ-7, глибини 0,25...12,8 м, абс. відм. 122,1..92,8 м). На глибині 3,2...5,65 м у межах забудови протікають ґрунтові води, що живляться інфільтрованими поверхневими водами. Зміна рівня ґрунтових вод, враховуючи сезонність, складала до 1,5 м. Дослідження 2006 року показало наявність підвишеного водоносного горизонту - "верховодки". Наявність штучних водойм, неорганізований полив прибудинкової території та істотні втрати з мережі водопостачання є джерелами живлення ґрунтових вод.

При візуальному огляді майданчика було виявлено вертикальні тріщини розкритістю до 10 мм. Також, в межах досліджуваної території, можна констатувати наявність просідань, суффозій та ерозій поверхні. Ці фактори є свідченням зсувних процесів та деформацій схилу.

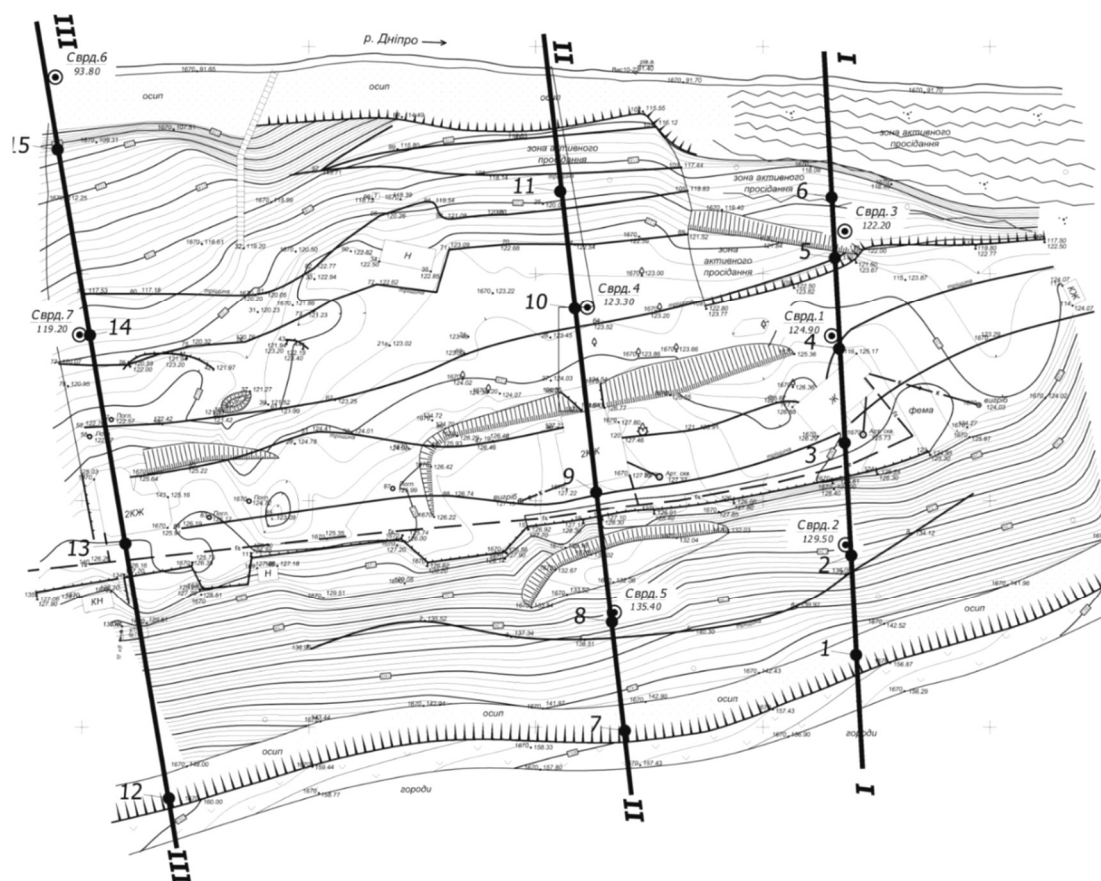


Рис. 4.2. Розміщення розрахункових профілів на досліджуваному схилі

Слабкі насипні ґрунти значної потужності, що знаходяться у верхній частині ґрунтового масиву майданчику, у випадку водонасичення можна вважати сильностискуваними. На момент проведення візуального оцінювання майданчик мав явні ознаки нестійкого стану. Зсувні рухи ґрунтової поверхні спричинили виникнення нерівномірних деформацій несучих конструкцій будівель значних масштабів. Можна виділити наступний перелік помилок під час виконання будівельних робіт та експлуатації будинку, внаслідок яких відбулась активізація зсувних деформацій:

- природні шляхи фільтрації і розвантаження підземних вод було перекрито при виконанні робіт з планування майданчика насипним ґрунтом, що викликало збільшення гідродинамічного та гідростатичного тиску. Як наслідок, відбулось підняття рівня ґрунтових вод (величиною до 1.5 м від поверхні), погіршилися показники міцності ґрунтів схилового масиву. Це призвело до порушення рівноваги між утримуючими і зсувними силами;

- зняття рослинного шару та цілковита вирубка дерев на прибудинковій території;

- недостатня герметизація водопроводів, створення штучних водойм та басейнів-водосховищ без улаштування належної гідроізоляції, часте зволоження ділянок, засаджених газонними травами;

- відсутність влаштування лотків при виконанні відповідного каналу за підпірною стінкою (будівлі №1...№3);

- для виходу підземних вод вище по схилу не було влаштовано каптажі.

Ґрунтовий масив, що розглядається, можна вважати зсувом-потокком, враховуючи появу та розвиток у часі серії тріщин, майже паралельних між собою. Експлуатація будинків, зведених без урахування реалій ґрунтових умов майданчику, а також перелічені раніше негативні фактори, спричинили прогресування зсувних деформацій схилової території.

Для уточнення геологічної будови схилового масиву та для визначення його стану, а також встановлення можливості подальшої експлуатації зведених раніше будівель, було виконано додаткові вишукування на майданчику за

розрахунковими профілями, що розташовувались під кожним з будинків (№1...№3).

З 2006 року (і далі мінімум 1 раз на рік) виконувалась візуально-інструментальна оцінка території, під час якої відбувалась її фотозйомка, а також з використанням технічних засобів проводився моніторинг зміщення поверхні ґрунтового масиву та визначення розкриття тріщин. Такого роду обстеження необхідно проводити з дотриманням вимог нормативних документів [20, 24].

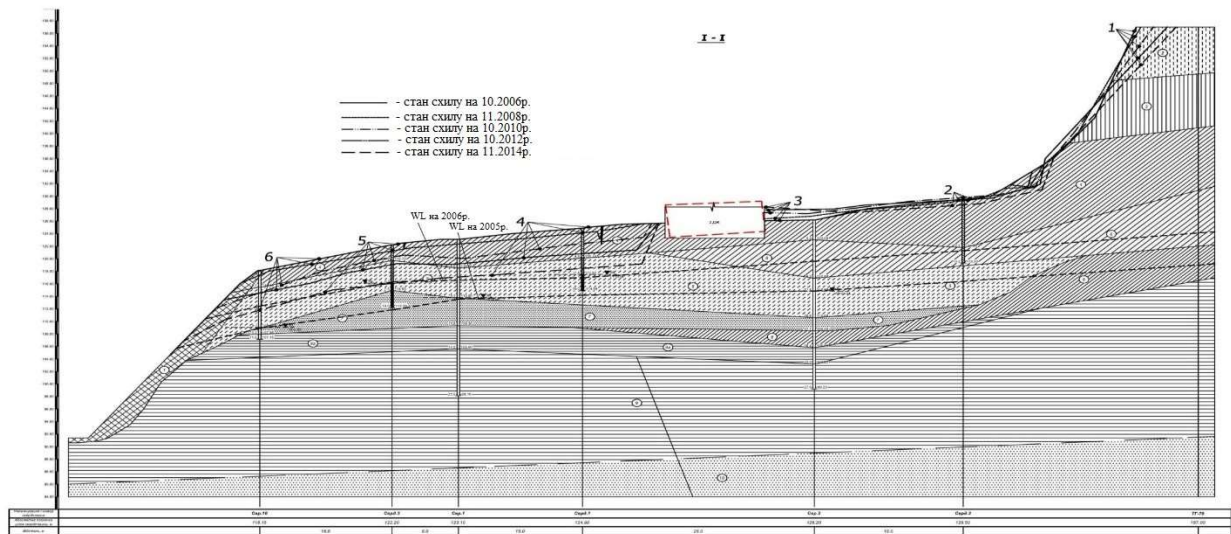


Рис. 4.3. Інженерно-геологічний розріз I – I

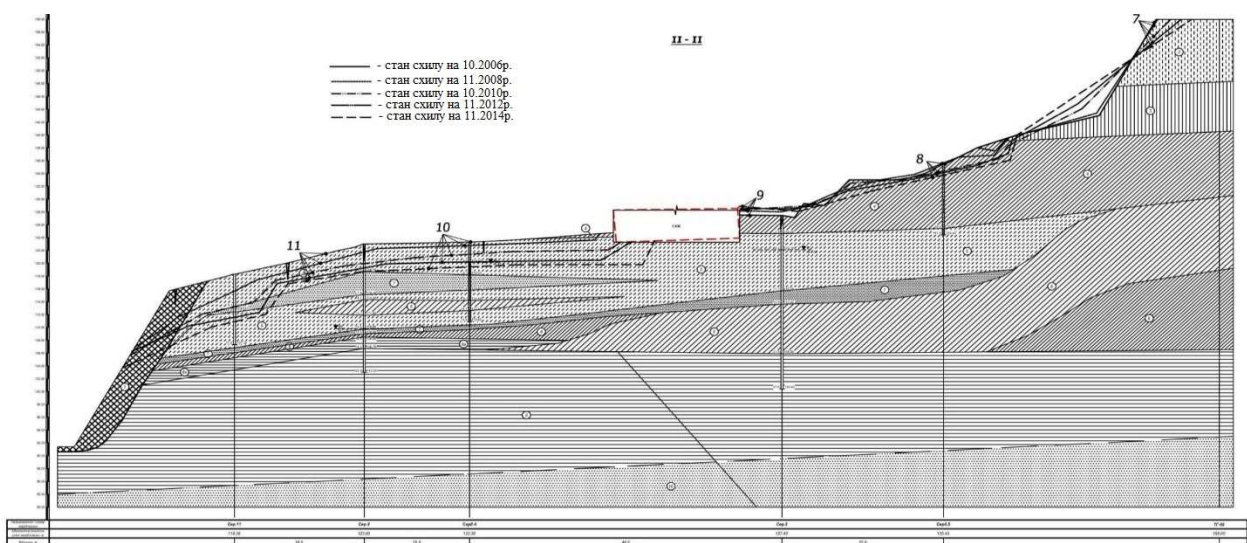


Рис. 4.4. Інженерно-геологічний розріз II – II

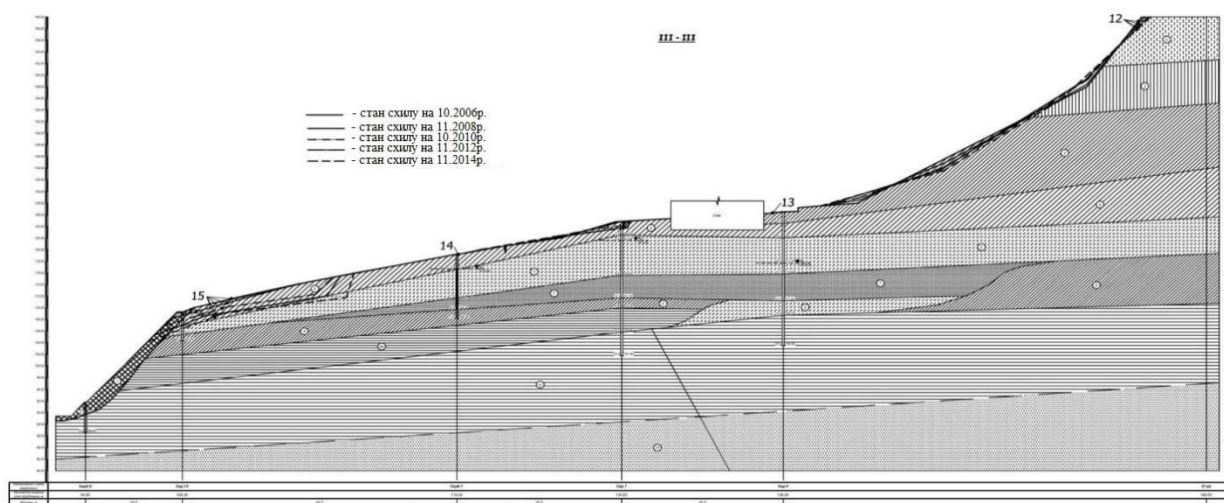


Рис. 4.5. Інженерно-геологічний розріз III – III

Для встановлення переміщення поверхні ґрунтового масиву було влаштовано 16 реперів (рис. 4.2 – 4.5). Три профілі, що являють собою пункти спостережень, збігаються з інженерно-геологічними розрізами ІГР I – I, ІГР 2 – 2, ІГР 3 – 3 та розміщені у напрямку по довжині схилу, довжина кожного з них складала приблизно 115 м. Схилова поверня, що досліджувалась, мала довжину по горизонталі близько 286 м. У процесі вимірювань переміщення реперів було використано електронний тахеометр Sokkia SET 230RK3. Результати спостереження за переміщеннями зведено в таблицю 4.2.

Ґрунтові репери було виконано з металевої труби довжиною 800 мм та $d = 30$ мм. У верхній частині було приварено металеву марку зі сферичною кінцевою частиною. Її центр виступав на 12 мм від площини марки. Встановлена поза межами зсувної території марка – №16 – була закріплена на будівлі, що знаходилась в статичному стані. Ця марка була виконана з використанням спеціальної сталі у вигляді Г-подібного стержня та мала кульову кінцеву частину для монтажу рейки.

Вважатимемо профіль I – I базовим, оскільки для даної схилової території він є найбільш типовим з точки зору інженерно-геологічних умов. Спостереження за переміщеннями поверхні ґрунту схилу відбувались з використанням раніше встановлених реперів №1...6.

Розглядаючи часовий проміжок 2006 – 2008 рр. моніторинг за профілем І – І (рис. 4.3) показав, що на верхній його частині (репери №1...3) до початку фундаментних конструкцій переміщення поверхні ґрунту було найменшим. По вертикалі в середньому воно склало 300 мм, по горизонталі – 280 мм. Активізація зсувних процесів спостерігалася нижче ділянки забудови (репери №4...6), на цій ділянці вертикальні переміщення досягали 950 мм, горизонтальні – 700 мм. Подальші дослідження протягом 2008 – 2010 рр. показали ріст переміщень ґрунту у напрямку від верхньої частини і по усій довжині схилу. Нижче будинку вертикальні переміщення складала 3342 мм, а горизонтальні переміщення досягли 5208 мм. Слід зазначити, що попереду будинку вище за схилом було помічено випір ґрунтових мас, масштаби якого з плином часу збільшувались. На схилувій поверхні, що розглядалась, протягом 2010 – 2014 рр. зберігалась аналогічні порушення стійкості ґрунтового масиву.

Переміщення реперних точок на досліджуваній території Таблиця 4.2

№ репера (марка)	Переміщення реперів по роках, горизонтальні / вертикальні, мм			
	2006 – 2008	2008 – 2010	2010 – 2012	2012 – 2014
1	2	3	4	5
1	+96/848	+476/1566	62/1860	+287/1087
2	291/259	577/432	506/390	758/903
3	535/+330	558/+883	257/+430	291/+488
4	675/945	5208/2625	1940/1440	3829/2779
5	677/1015	2211/1605	1370/1514	4565/3549
6	893/874	3622/3342	630/729	2042/3239
7	76/469	15/1710	149/957	238/571
8	365/+54	574/1352	220/306	595/523
9	217/679	267/230	+431/+140	920/340
10	875/558	1831/1514	1374/1081	1893/1000
11	729/1512	1162/1448	439/808	344/458
12	0/0	0/393	636/103	131/342
13	0/0	0/0	0/0	0/0
14	0/0	0/0	0/0	0/0
15	670/754	798/932	958/974	230/470
16	0/0	0/0	0/0	0/0

Примітка: знак «+» вказує на переміщення репера вправо або вгору у порівнянні до його попереднього положення.

Вертикальне переміщення найвищої точки схилу (№1) за час спостережень становило 5361 мм, горизонтальне – 797 мм. Репер №3 внаслідок випору ґрунтових мас змістився по довжині на 1641 мм, вертикальне його зміщення склало 2131 мм. Це явище мало безпосередній вплив на фундаментні конструкції будинку і викликало зміну їх положення у просторі. Найбільшими були показники переміщень на нижній ділянці схилу, для репера №4 по довжині схилу вони склали 11652 мм, у напрямку низу схилу – 7789 мм, для репера №5 – 8823 мм та 7683 мм відповідно, та для репера №6 уздовж схилового масиву вони дорівнювали 7187 мм, вниз – 8184 мм.

По профілю II – II зсувні процеси мали схожий характер з розглянутим раніше профілем I – I, проте було помічено зменшення кількості змитого насипного ґрунту у нижній частині ділянки. Найменший ефект від зсувних процесів спостерігався для профілю №3. У верхній частині зсувного масиву в напрямку дороги та забудови було відмічено незначні переміщення ґрунтових мас. На ділянці нижче будинку виявлено наявність двох тріщин, що мали тенденцію до збільшення з часом. При спостереженні за репером №15 у найнижчій частині схилу найбільше зміщення ґрунтів по вертикалі склало 3130 мм, по горизонталі воно досягло 2656 мм.



Рис. 4.6. Стан схилу станом на 2006 р. (ліворуч) та на 2013 р. (праворуч)

Отримані в ході спостережень дані чітко демонструють прискорення розвитку зсувних деформацій після забудови ділянки новими будинками. Однак

використовуючи лише дані проведених на майданчику вимірювань неможливо точно оцінити розвиток і перебіг зсувних процесів, в такому разі отримати більш точне уявлення про процеси, які відбуваються в масиві схилу, можна з використанням методів, що дають змогу провести оцінку його напружено-деформованого стану та стійкості. Окрім того, спираючись на дані, що вказують на зміну гідрогеологічних умов майданчика, доцільним також являється врахування техногенних факторів впливу, а саме надмірного зволоження ґрунтів в ході неправильної експлуатації майданчика, тому необхідно розглянути декілька постановок, починаючи від природних умов майданчика до найбільш несприятливих.

Для вирішення цих завдань використовувалися прикладні програмні комплекси SATER.SOIL та SATER.LANDSLIDE. ПК SATER.SOIL, створений в Науково-дослідному інституті будівельної механіки, дає змогу проводити оцінку напружено-деформованого стану схилу з використанням напіваналітичного методу скінченних елементів (НМСЕ), при цьому використовуючи моментну схему скінченних елементів (МССЕ). ПК SATER.LANDSLIDE фактично являється обчислювальним програмним засобом, створеним для вирішення задач стійкості ґрунтових масивів схилів, що заснований на алгоритмах, висвітлених в попередньому розділі даної роботи, який також додатково містить компоненти для вводу вхідних даних і виводу отриманих результатів.

Використовуючи дані інженерних вишукувань схил був представлений у вигляді дискретної скінченно-елементної моделі. Відповідно до запропонованих в даній роботі алгоритмів початковим етапом для оцінки стійкості схилу з використанням прикладної програми SATER.LANDSLIDE попередньо необхідно провести аналіз НДС схилу. Початково було розглянуто три постановки задачі, які дали б змогу провести оцінку зміни стійкості, починаючи від незабудованого схилу в природньому стані, потім забудованого схилу без зміни гідрогеологічних умов майданчика та забудованого схилу з урахуванням перезволоження ґрунтів. Для даних постановок було проведено оцінку напружено-деформованого стану, пластичних деформацій та стійкості схилу, з

обрахуванням коефіцієнтів стійкості відповідно до визначених потенційних поверхонь ковзання. Окрім цього, додатково для поверхонь ковзання А-А та Б-Б він був визначений за допомогою методики висвітленої в роботі [30]. Розрахункові профілі визначалися виходячи з інженерно-геологічних умов ділянки схилу. Представлені отримані результати за розрахунковим профілем І - І, послідовно для сформованих раніше трьох постановок задачі. Для першої постановки характерним являється стан схилу до забудови в природньому стані. Відповідні результати у вигляді ізоліній пластичних деформацій, доповнених потенційними поверхнями ковзання для даного профілю, представлено на рис. 4.7. Такий підхід до висвітлення результатів обрано через характер розподілу і накопичення пластичних деформацій при розвитку зсувних деформацій в масиві ґрунту, що може бути додатковим індикатором відповідності поверхонь ковзання, отриманих запропонованим у цій роботі підходом, до реального положення поверхні ковзання.

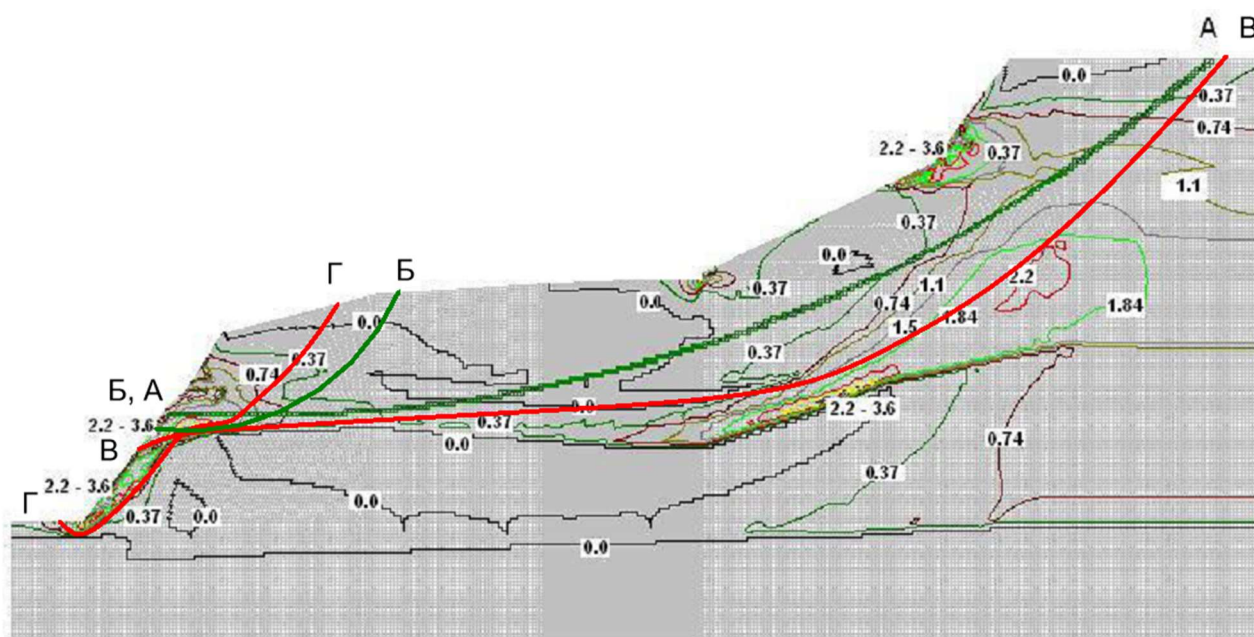


Рис. 4.7. Розрахунковий профіль І - І, поверхні зсуву А-А, Б-Б, В-В, Г-Г, ізолінії інтенсивності пластичних деформацій, %

У відповідності до отриманих результатів, можливим являється виділення потенційних поверхонь ковзання, що розміщуються у верхній та нижній

частинах схилу (поверхня Г-Г), при цьому можливим також є їх потенційне об'єднання в єдину зсувну систему, що відповідає поверхням А-А та В-В. В цілому така ситуація притаманна для правого берега р. Дніпро.

Отриманий коефіцієнт стійкості відповідно до поверхні ковзання Г-Г, яка розміщена в нижній частині схилу, при природній вологості менший та близький до 1, в такому разі вона уже знаходиться в нестійкому стані, в масиві ґрунту починають накопичуватися пластичні деформації, а локалізація самої поверхні добре узгоджується з місцями їх накопичення. Отже, нижня частина схилу розпочне рух з часом. Для поверхонь ковзання А-А та В-В коефіцієнт стійкості при цьому дорівнює 1,27 та 1,19 відповідно. З отриманих результатів видно, що ще до забудови та при природній вологості ґрунтів був потенційний ризик формування обширного зсувного масиву, який мав передумови до руху в сторону річки Дніпро.

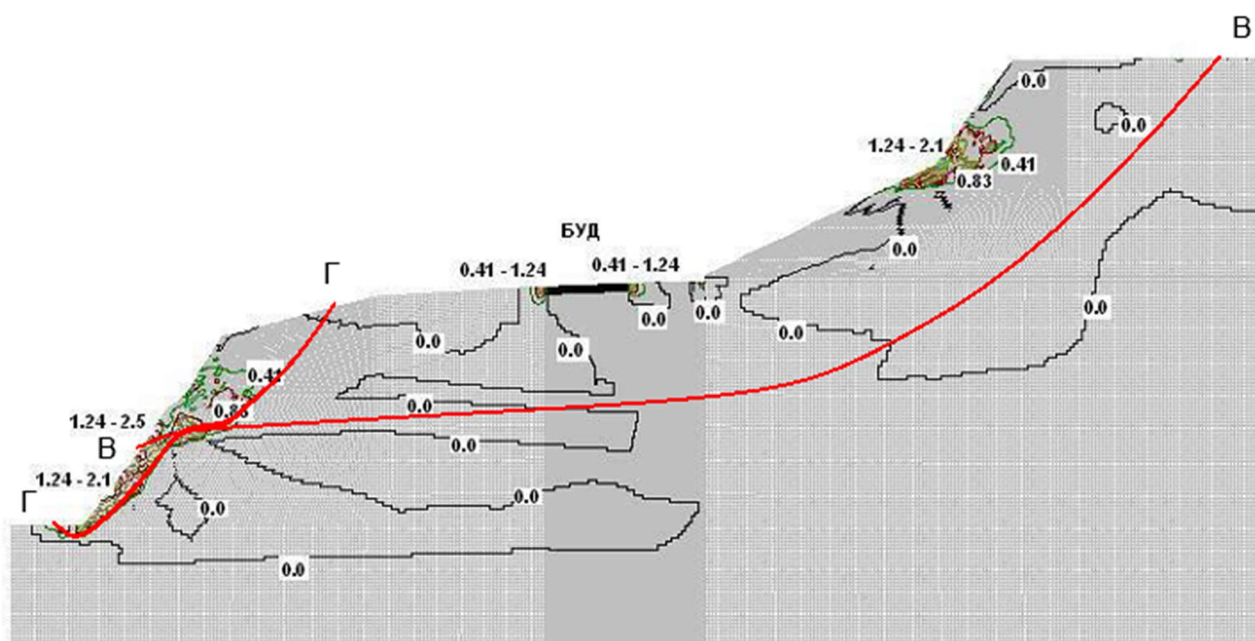


Рис. 4.8. Розрахунковий профіль I - I, поверхні зсуву В-В, Г-Г, ізолінії інтенсивності додаткових пластичних деформацій, %, при природній вологості ґрунтів

Наступною постановкою, яка розглядалася, був схил з урахуванням додаткового навантаження від зведеної будівлі за природної вологості ґрунтів

схилу. При цьому не спостерігалось значного впливу цього навантаження на значення коефіцієнтів стійкості відповідно до поверхонь ковзання В-В та Г-Г, загальна картина напружено-деформованого стану також не зазнала серйозних змін, окрім характерних локальних проявів, незначний приріст показали пластичні деформації (рис. 4.8), тому в середній частині схилу в ході будівництва не спостерігалось значних деформацій основи.

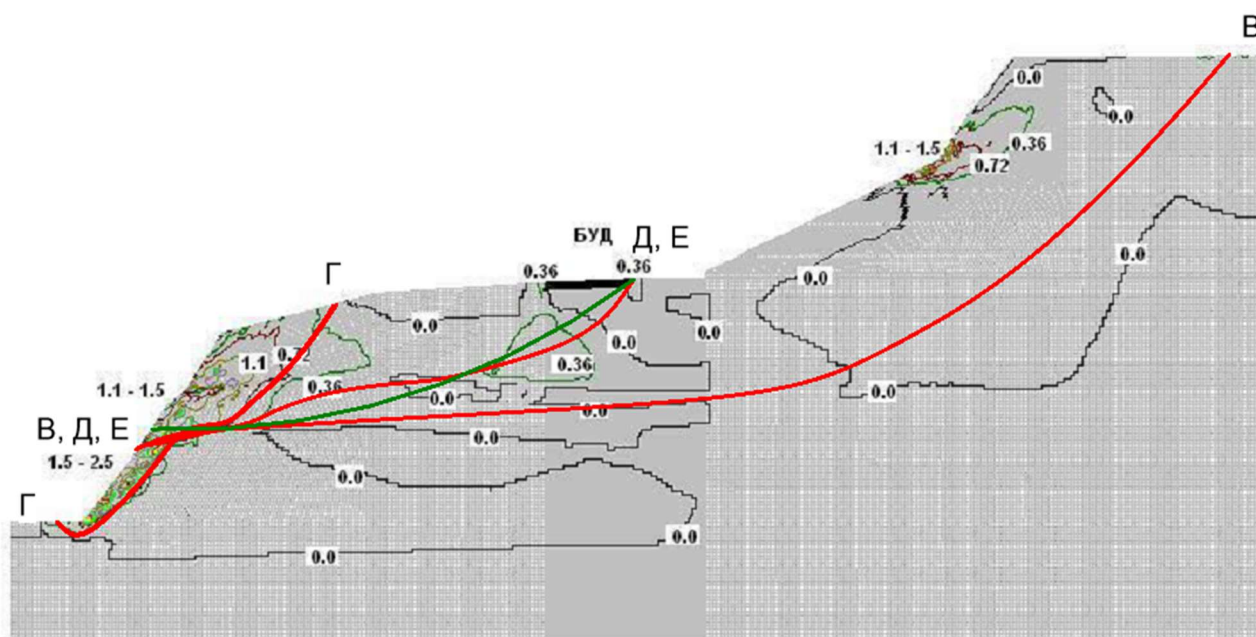


Рис. 4.9. Розрахунковий профіль І – І, поверхні зсуву В-В, Г-Г, Д-Д, Е-Е, ізолінії інтенсивності додаткових пластичних деформацій, %, при водонасиченому стані ґрунтів

При додатковому впливі техногенних факторів, тобто при водонасиченому стані ґрунтового масиву схилу через вплив техногенних вод (рис. 4.9), спостерігається приріст пластичних деформацій в середній частині схилу. Також доцільним стає розгляд додаткової потенційної поверхні ковзання Д-Д, при цьому k_{st} стає близьким до одиниці ще при забудові схилу, а додаткове зволоження ґрунту зменшує значення коефіцієнта стійкості ще більше, який набуває значення 0,99. Характерно також зменшуються значення коефіцієнтів стійкості і для поверхонь Г-Г та В-В, які дорівнюють 0,93 та 1,13 відповідно. Нестійка нижня частина схилу призведе до руху ґрунтового масиву схилу, що в

свою чергу сприятиме додатковій активізації зсуву за поверхнею Д-Д, в такому разі найбільші переміщення ґрунту спостерігатимуться в нижній і середній частині зсуву. Проведені розрахунки підтверджують результати спостережень.

Відповідно до проведеної оцінки безпечна експлуатація зведених на схилі будівельних об'єктів можлива лише за умови розробки і впровадження заходів з інженерного захисту, які повинні мати комплексний характер. При цьому проведена оцінка стійкості має слугувати вихідними даними для проектування захисних споруд. Окрім визначення положення потенційних поверхонь ковзання та визначених коефіцієнтів стійкості, не менш важливим при розробці рішень є побудова і аналіз епюри зсувного тиску.

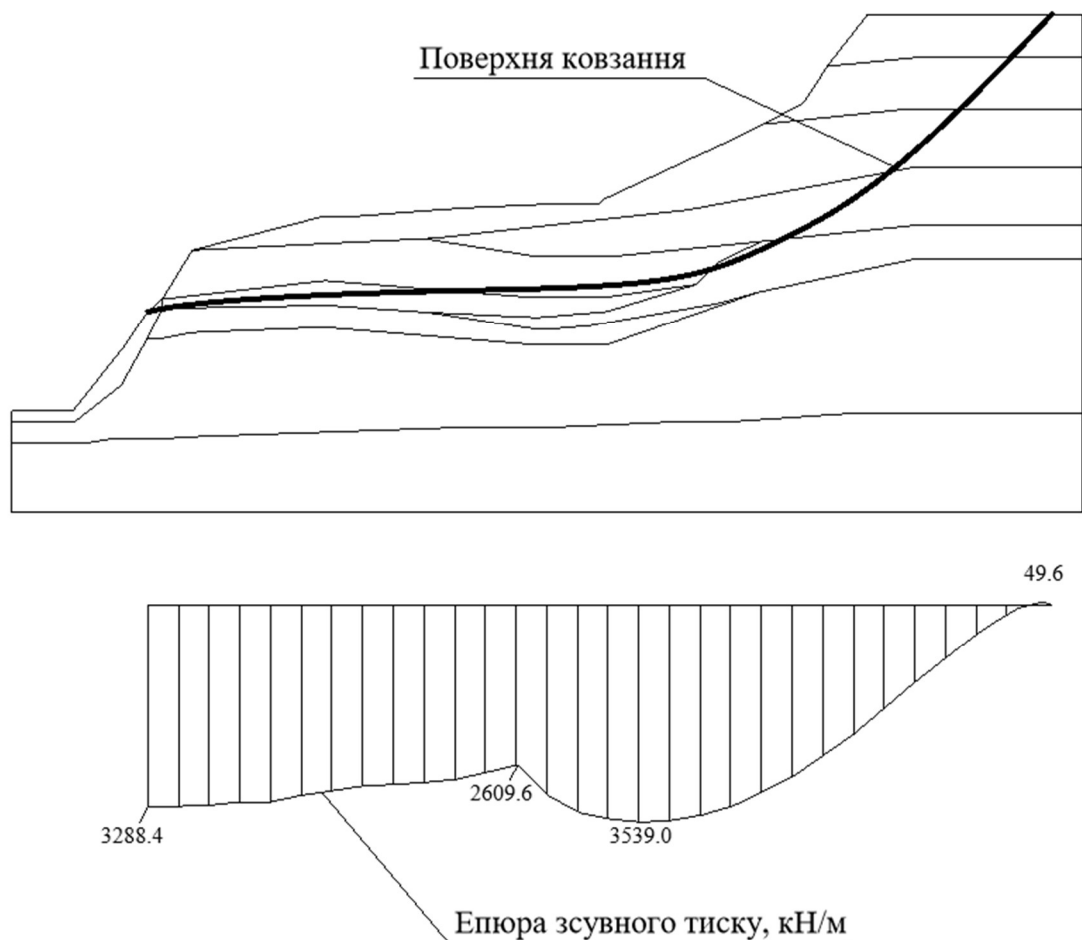


Рис. 4.10. Схема розрахункового профілю I - I з поверхнею ковзання та епюрою зсувного тиску

Було побудовано епюру зсувного тиску для поверхні ковзання В-В при найбільш несприятливих умовах (рис. 4.10), так як при зсуві саме за нею

відбуватиметься зміщення найбільшого об'єму ґрунту та зсувний тиск на конструкції утримуючих споруд буде досягати максимальних значень. Також було проведено розрахунки додаткових постановок з введенням до скінченно-елементної моделі протизсувних споруд для оцінки впливу запропонованого інженерного захисту на напружено-деформований стан схилу.

На першому етапі розробки інженерного захисту за розрахунковим профілем I-I було змодельовано роботу підпірної стіни №1 (ПС№1), що складалася з буронабивних паль $\varnothing 1200$ мм довжиною 25 м, яка розміщувалася нижче схилом від будинку (рис. 4.11). Відповідно до отриманих результатів зсувний тиск на підпірну стінку при найбільш несприятливих умовах, тобто у випадку водонасиченого стану ґрунтів, складатиме 2886,4 кН/м. Як видно з наведених результатів введення утримуючої конструкції не призводить до повної стабілізації середньої частини схилу. Окрім того, нижня частина схилу залишається нестійкою.

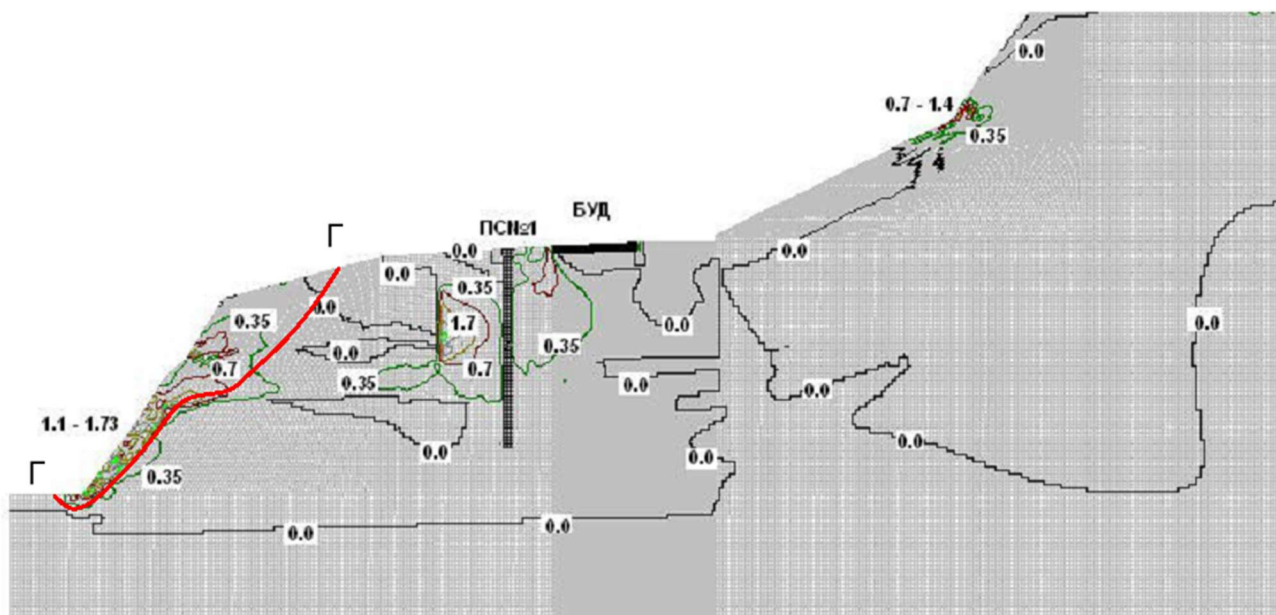


Рис. 4.11. Розрахунковий профіль I - I, поверхня зсуву Г-Г, ізолінії інтенсивності додаткових пластичних деформацій, %, при водонасиченому стані ґрунтів з ПС№1

Для забезпечення більшої надійності протисувної споруди розглянуто варіант влаштування поруч із ПС№1 додаткової підпірної стіни з утворенням

П-подібної рами за допомогою монолітного ростверку. Враховуючи, що об'єднати палі підпірних стін ПСН№1 та ПСН№2 можливо лише в межах торцевих стін будинку та беручи до уваги значний зсувний тиск, що складає 3497 кН/м при водонасиченому стані, пропонується виконувати підпірну стіну №2 з двох рядів буронабивних паль $\varnothing 1200$ мм та довжиною 25 м, об'єднаних монолітним ростверком (рис. 4.12). Результати розрахунків демонструють стабілізацію середньої частини схилу і часткове затухання пластичних деформацій у верхній частині схилу. Слід зазначити, що стійкість нижньої частини схилу при цьому залишається незмінною. При цьому значення коефіцієнтів стійкості за поверхнею ковзання Г-Г складає 0,93 при природній вологості та 0,89 при водонасиченому стані ґрунтів. Таким чином при збереженні стійкості основи будинку нижня частина залишатиметься нестійкою. В такому разі необхідним є додатковий захист нижньої частини від абразії, що додатково буде підсилювати зсувні процеси в нижній частині схилу до підпірної стінки. Для вирішення цієї задачі потрібно провести ряд додаткових заходів з інженерного захисту даної

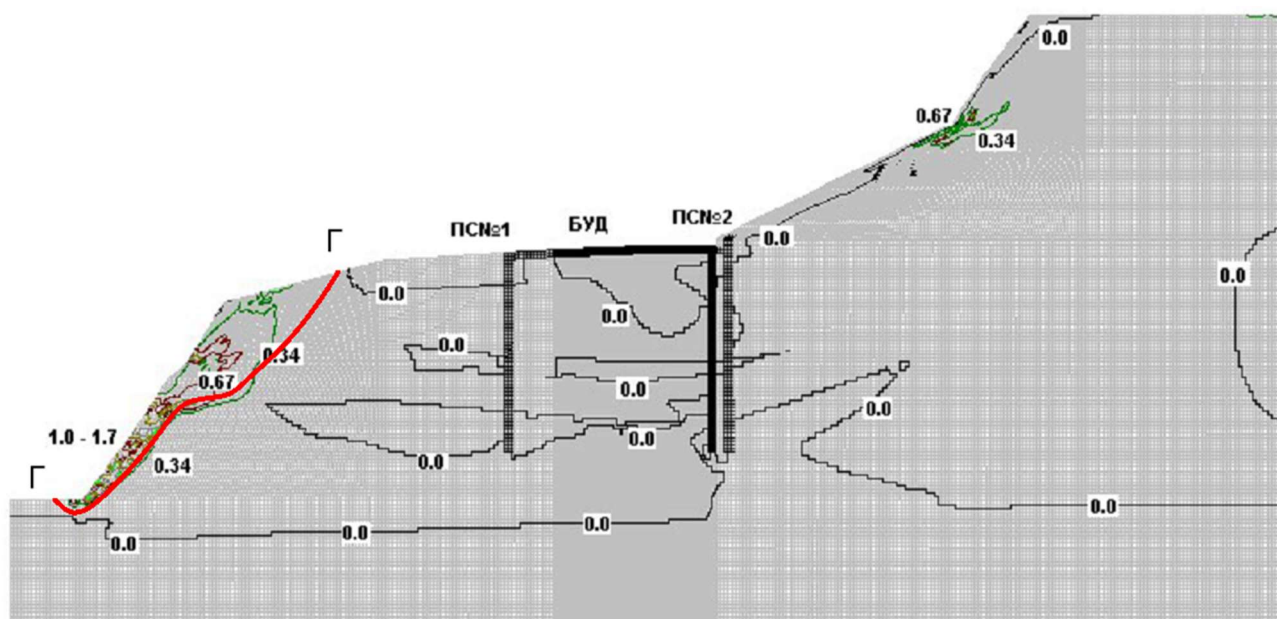


Рис. 4.12. Розрахунковий профіль I - I, поверхня зсуву Г-Г, ізолінії інтенсивності додаткових пластичних деформацій, %, при водонасиченому стані ґрунтів з ПСН№1 та ПСН№2

ділянки схилу, таких як: влаштування додаткової підпірної стіни №3 на 5 м вище підніжжя схилу, терасування території для зменшення зсувного тиску на ПС№3, влаштування системи дренажів, що дозволить відвести поверхневі і підземні води та зменшить вологість ґрунтів. Лише за умови виконання складного комплексу з інженерного захисту даної території можливо було гарантувати безпечну експлуатацію будинків, що розміщувались на цій ділянці, однак через відсутність фінансування такі заходи не були проведені, що призвело до руйнування існуючих на цьому схилі будівельних об'єктів.

4.2. Оцінка стійкості схилу з використанням запропонованого методу та аналіз змін напружено-деформованого стану з урахуванням заходів інженерного захисту територій

Окрім розглянутих в попередньому прикладі впливів техногенного характеру, а саме перезволоження ґрунтової основи схилу, важливим техногенним фактором, який потребує врахування, може стати зміна геометрії схилу. Даний аспект, окрім інших, додатково буде врахований при розгляді даної задачі.

Досліджувана ділянка схилу складається переважно з слабких глинистих ґрунтів, фізико-механічні характеристики яких наведено в таблиці 4.3. Окремо слід зазначити, що планується зміна геометрії схилу для зведення нової будівлі, що може мати суттєвий вплив на загальну його стійкість. Ілюстративне зображення геометрії схилу до забудови зображено на рис. 4.13. Геологічна будова даного схилу представлена на рис. 4.14 - 4.16 відповідно до 3-х інженерно-геологічних розрізів.

В процесі оцінки стійкості ґрунтового масиву, для використання його в якості основи для майбутньої будівлі, розглядалося 5 постановок для даної задачі (таблиця 4.4). Розгляд починався з природного стану схилу. Наступною постановкою прийнято забудований схил, з урахуванням додаткового навантаження від дорожнього покриття та транспорту (q_1), розміщеної у верхній

частині схилу ваги будівлі (q_2) при природньому стані ґрунтів схилу. В подальшому враховувалося можливе перезволоження ґрунтів без зміни інших параметрів. Четверта та п'ята постановки відповідають додатковому введенню в розрахункову схему почергово споруд інженерного захисту, а саме протизсувних підпірних стін ПС№1 та ПС№2.

Фізико-механічні характеристики ґрунтів

Таблиця 4.3

№ ПЕ	Найменування ґрунту	Щільність ґрунту, ρ , г/см ³	Питома вага ґрунту, γ , кН/м ³	Кут внутрішн. тертя, φ , градус	Питоме зчеплення C , кПа	Модуль деформац., E , МПа
1	2	3	4	5	6	7
1	Насипний ґрунт	$\frac{1,76}{1,96}$	$\frac{17,27}{19,23}$	$\frac{17}{10}$	$\frac{25,4}{11,7}$	6
2	Супісок	1,86	18,25	14	5	6
3	Супісок	1,83	17,95	16	6	8
4	Суглинок	$\frac{1,6}{1,95}$	$\frac{15,7}{19,13}$	$\frac{17}{8}$	$\frac{23,3}{9,9}$	$\frac{20}{9}$
4a	Суглинок	1,83	17,95	8	9,9	9
5	Суглинок	1,85	18,15	$\frac{13}{9}$	$\frac{17,7}{4,9}$	$\frac{7,4}{}$
6	Супісок	1,9	18,64	$\frac{18}{9}$	$\frac{7}{3,3}$	10
7	Пісок дрібний, ср. щільності	1,98	19,42	28	1	25
8	Глина	1,89	18,54	15	58	11

Примітка: в чисельнику – дані для ґрунтів природньої вологості, в знаменнику – при їх водонасичченні.

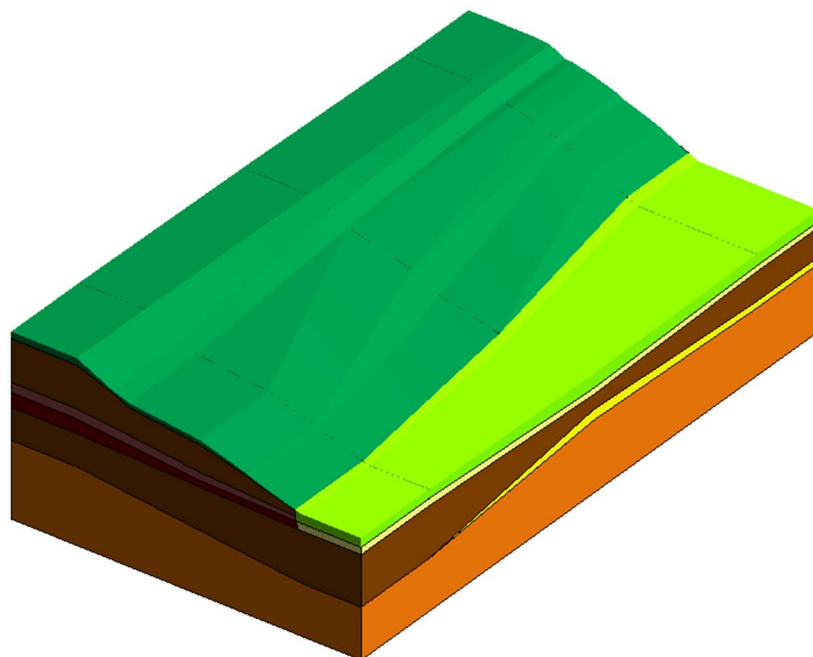


Рис. 4.13. Ілюстративне зображення схилу до забудови

Постановки задачі

Таблиця 4.4

№	Опис
1	2
1	Власна вага (q), природний стан ґрунтів
2	Власна вага + ПС№1 (3.5м) + вага споруди (q_2), природний стан ґрунтів
3	Власна вага + ПС№1 (3.5м) + вага споруди (q_2) + навантаження від дорожнього покриття та транспорту (q_1), водонасичені ґрунти
4	Власна вага + ПС№1 (16м) + вага споруди (q_2) + навантаження від дорожнього покриття та транспорту (q_1)
5	Власна вага + ПС№1 (16м) + вага споруди (q_2) + ПС№2 (17м) + навантаження від дорожнього покриття та транспорту (q_1)

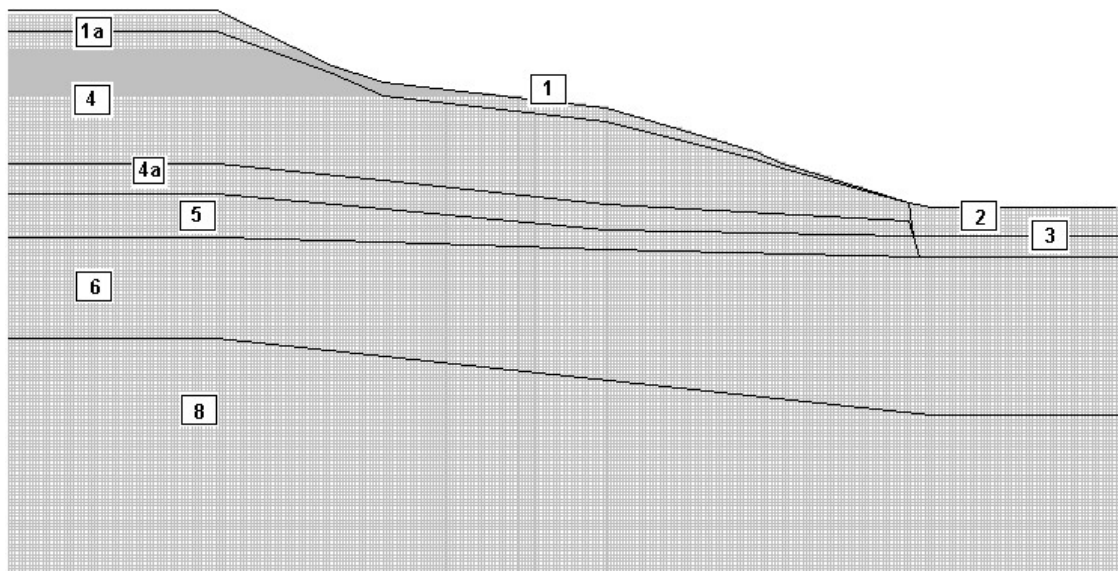


Рис. 4.14. Параметри ґрунтового середовища, ІГР 1 – 1

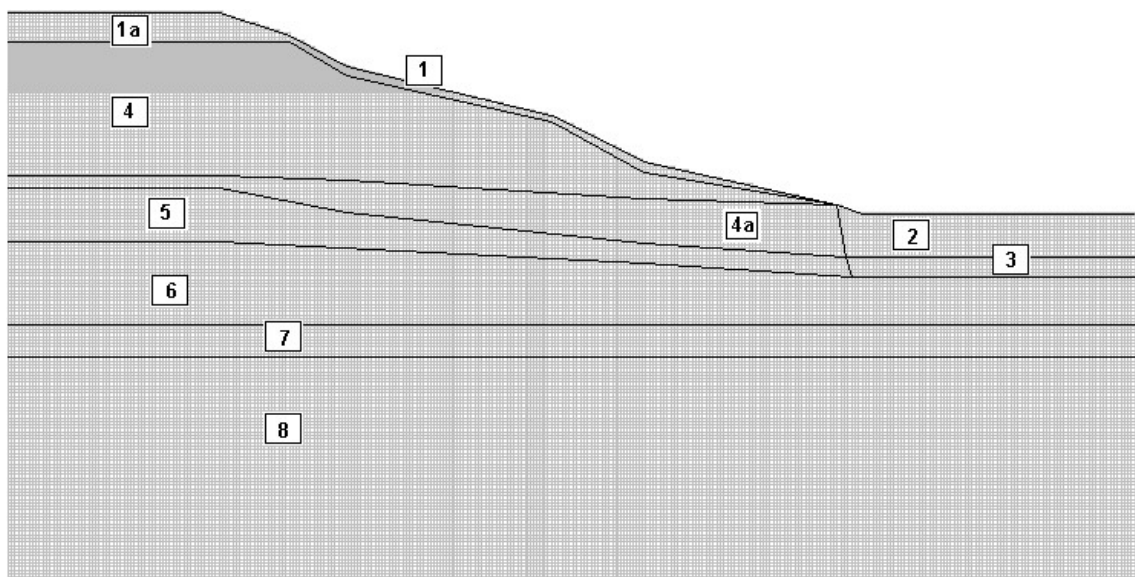


Рис. 4.15. Параметри ґрунтового середовища, ІГР 2 – 2

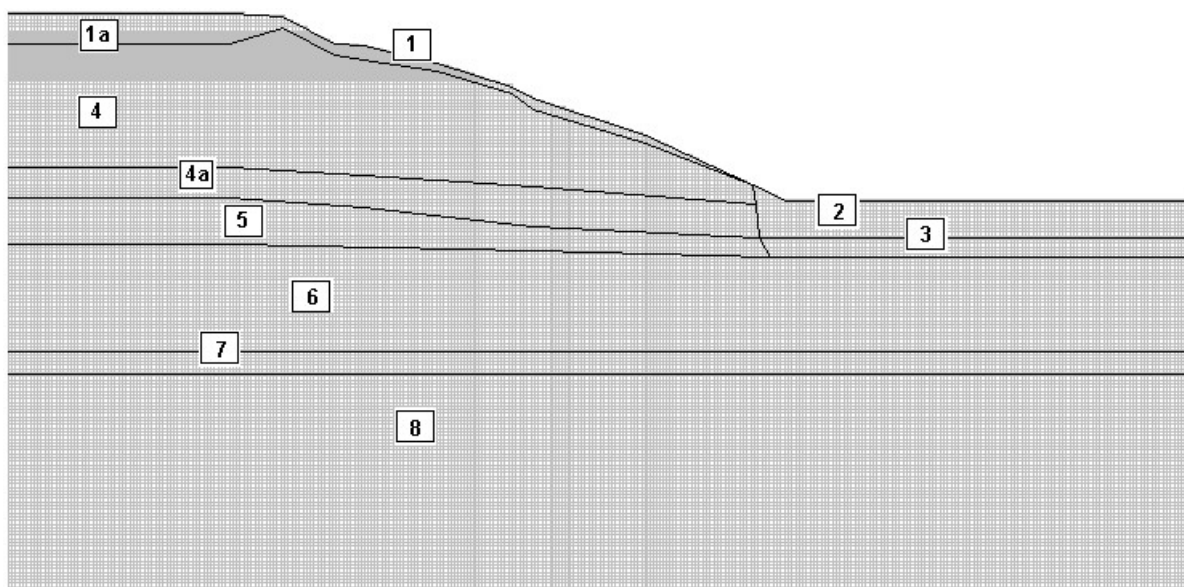


Рис. 4.16. Параметри ґрунтового середовища, ІГР 3 – 3

Для оцінки стійкості запропонованим підходом, як і у випадку задачі, продемонстрованої в пп. 4.1, використовувалися прикладні програмні комплекси SATER.SOIL для оцінки напружено-деформованого стану схилу та SATER.LANDSLIDE для вирішення задач стійкості.

У рамках першої постановки було проведено оцінку стійкості даного схилу з використанням запропонованого в даній роботі підходу з урахуванням природної вологості ґрунтів. При цьому значення коефіцієнтів стійкості для ІГР 1-1 становить 1,32, для ІГР 2-2 склав 1,20 та для ІГР 3-3 дорівнює 1,16. Дані результати підтвердили стійкість схилу в природньому стані, проте отримані значення коефіцієнтів стійкості вказують на можливість розвитку зсувних деформацій при появі додаткових негативних факторів впливу.

В подальшому проведено оцінку напружено-деформованого стану та стійкості схилу для постановок №2 та №3 для трьох інженерно-геологічних розрізів з використанням запропонованого підходу та додатково було проведено оцінку стійкості схилу з використанням методики, висвітленої в роботі [30], відповідно до поверхонь ковзання, що мають індекс 1 та зображені на рис. 4.18, 4.21, 4.24 для розрізів 1-1, 2-2, 3-3 відповідно.

Ілюстративне представлення просторової розрахункової моделі для даних постановок наведено на рис. 4.17.

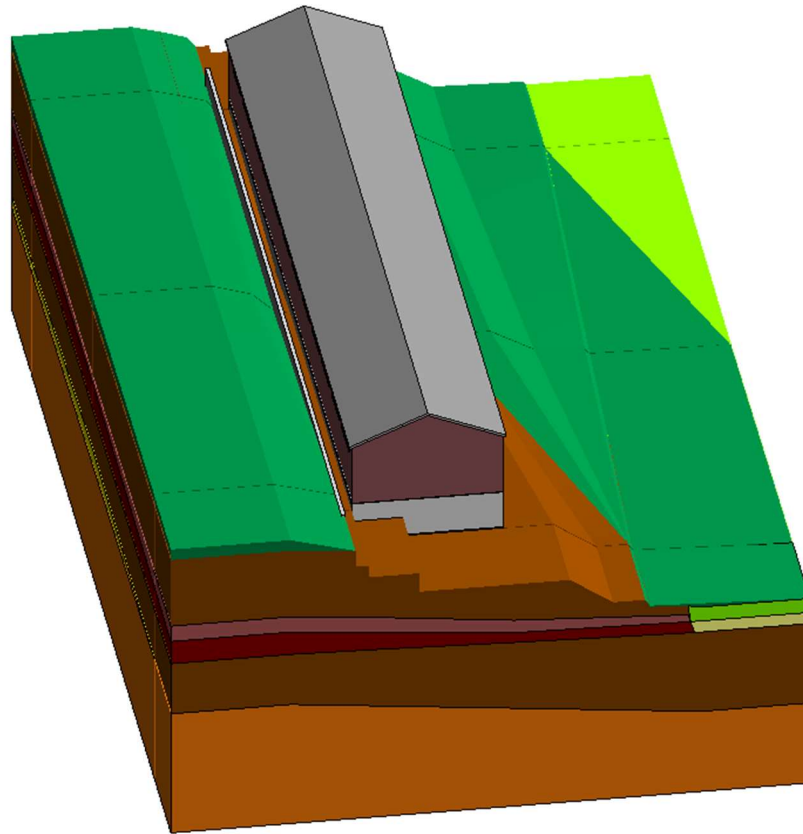


Рис. 4.17. Ілюстративне зображення розрахункової моделі забудованого схилу, постановки №2 та №3

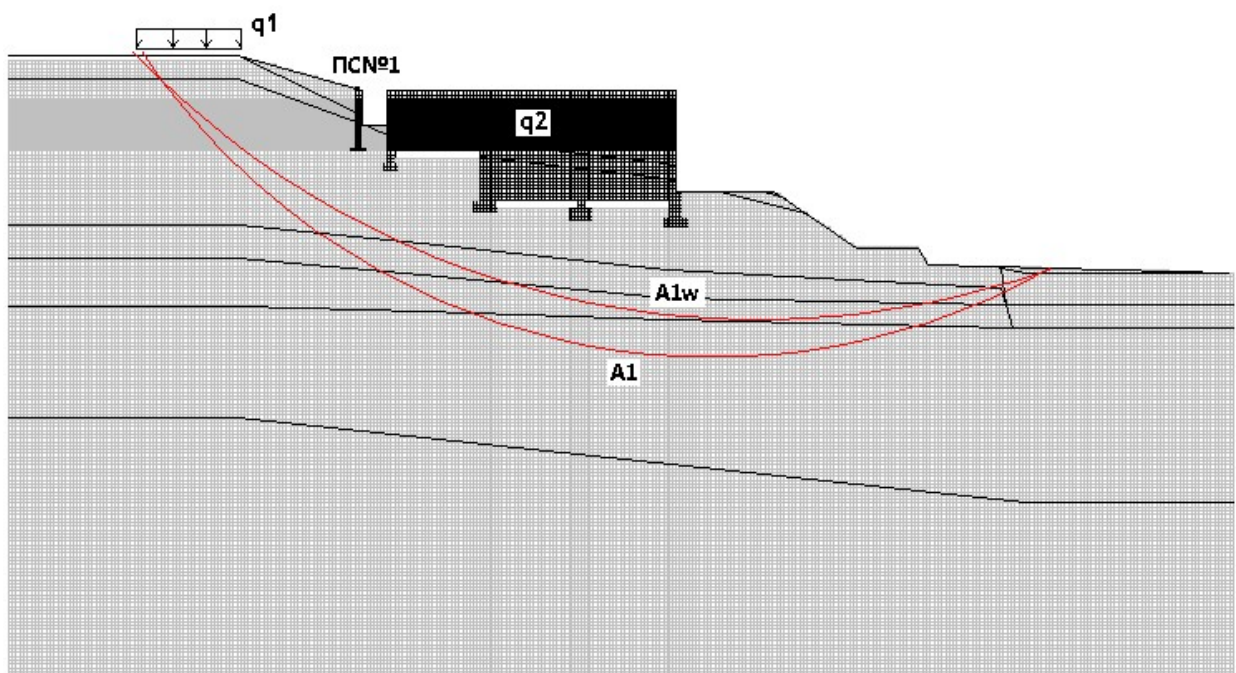


Рис. 4.18. Інженерно-геологічний розріз 1-1, поверхні ковзання $A1$, $A1w$ ($A1$ – природна вологість, $A1w$ – водонасичення ґрунтів)

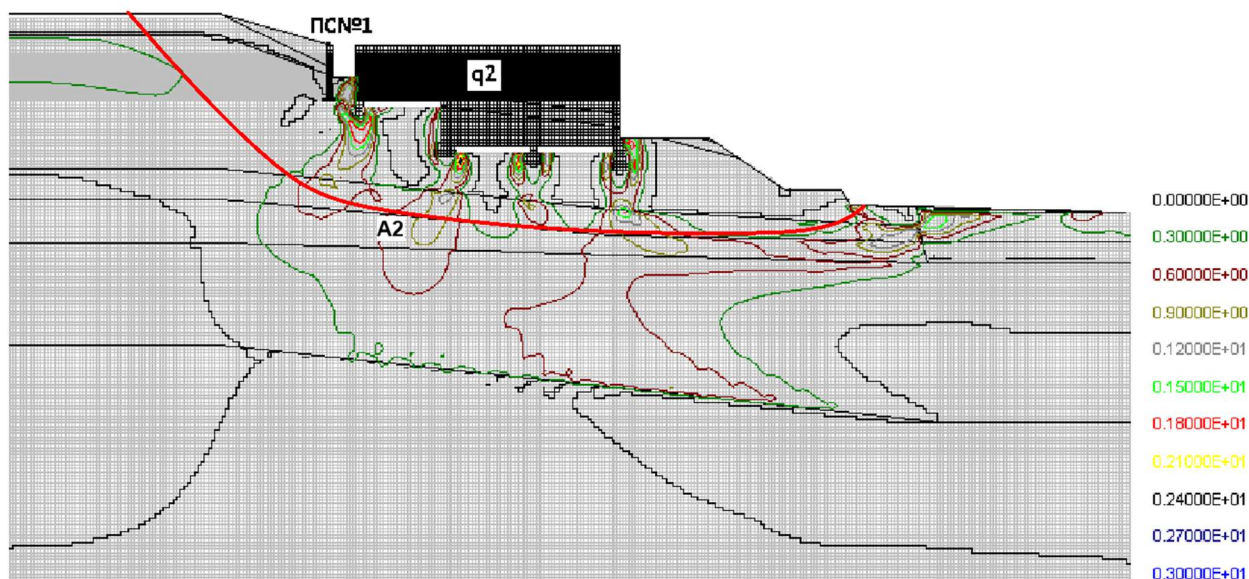


Рис. 4.19. Інженерно-геологічний розріз 1-1, ізолінії інтенсивності пластичних деформацій, %, природна вологість ґрунтів, поверхня ковзання A2

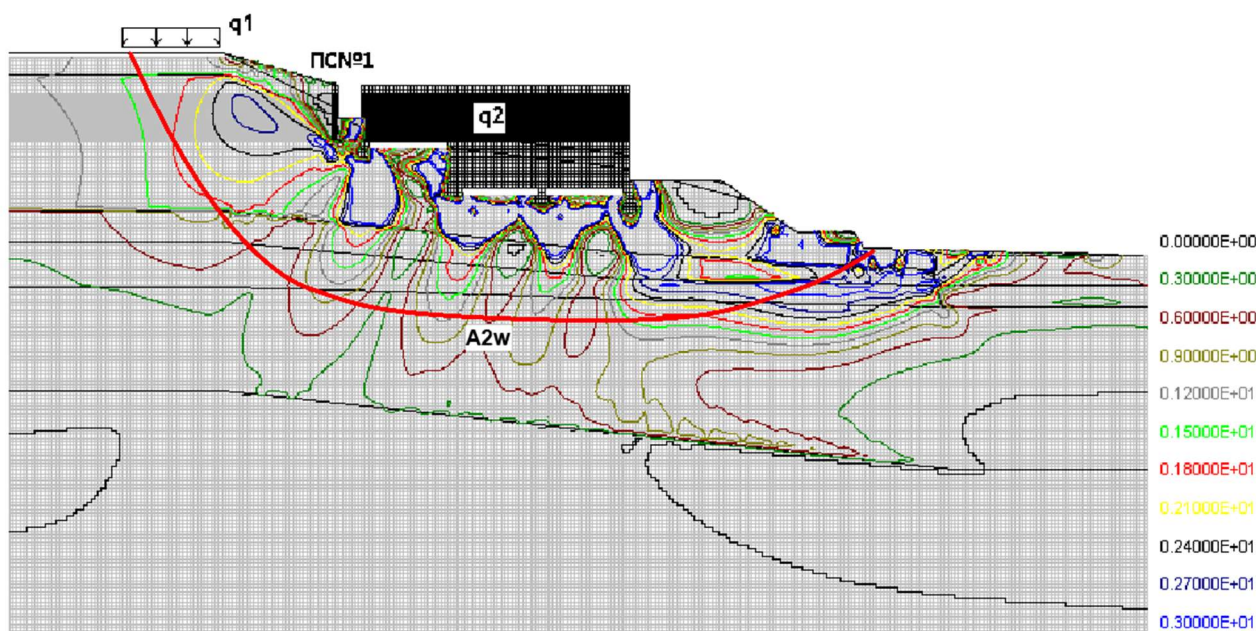


Рис. 4.20. Інженерно-геологічний розріз 1-1, ізолінії інтенсивності пластичних деформацій, %, водонасичені ґрунти, поверхня ковзання A2w

В результаті проведених розрахунків за ІГР 1-1 отримано коефіцієнти стійкості за круглоциліндричними поверхнями ковзання A1 та A1w (рис. 4.18) та за поверхнями, отриманими запропонованим підходом A2 (рис. 4.19) та A2w (рис. 4.20). При цьому слід зазначити, що літерою w позначаються поверхні

ковзання, що отримані для постановок з урахуванням водонасиченого стану ґрунтів. $k_{st,A1} = 1,08$ та $k_{st,A1w} = 0,84$ для поверхонь A1 та A1w відповідно. При цьому коефіцієнти стійкості, отримані запропонованим підходом за поверхнями A2 та A2w, дорівнюють 0.96 та 0.72. Слід відмітити, що значна різниця пояснюється в першу чергу різницею у формі отриманих поверхонь ковзання.

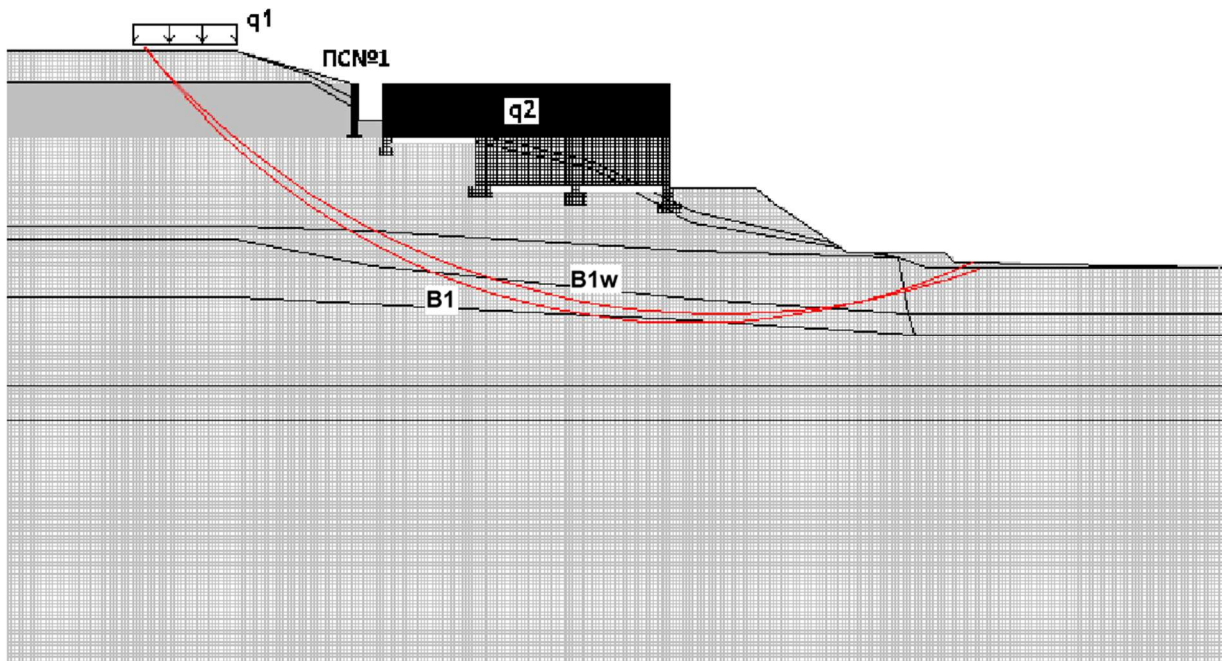


Рис. 4.21. Інженерно-геологічний розріз 2 – 2, поверхні ковзання B1, B1w (B1 – природна вологість, B1w – водонасичення ґрунтів)

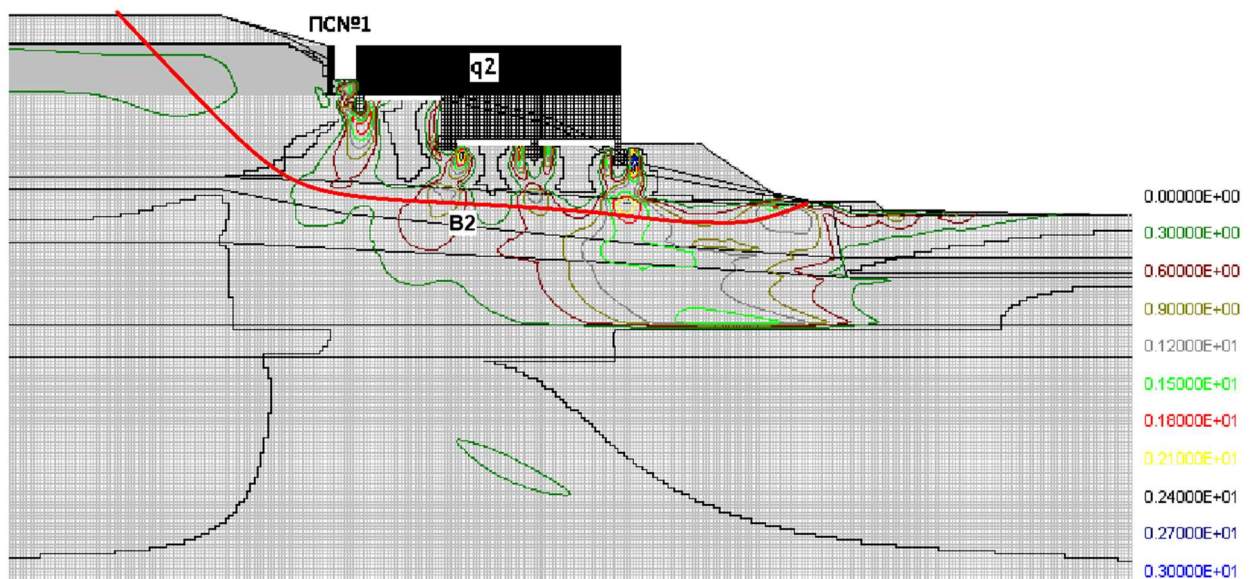


Рис. 4.22. Інженерно-геологічний розріз 2-2, ізолінії інтенсивності пластичних деформацій, %, природна вологість ґрунтів, поверхня ковзання B2

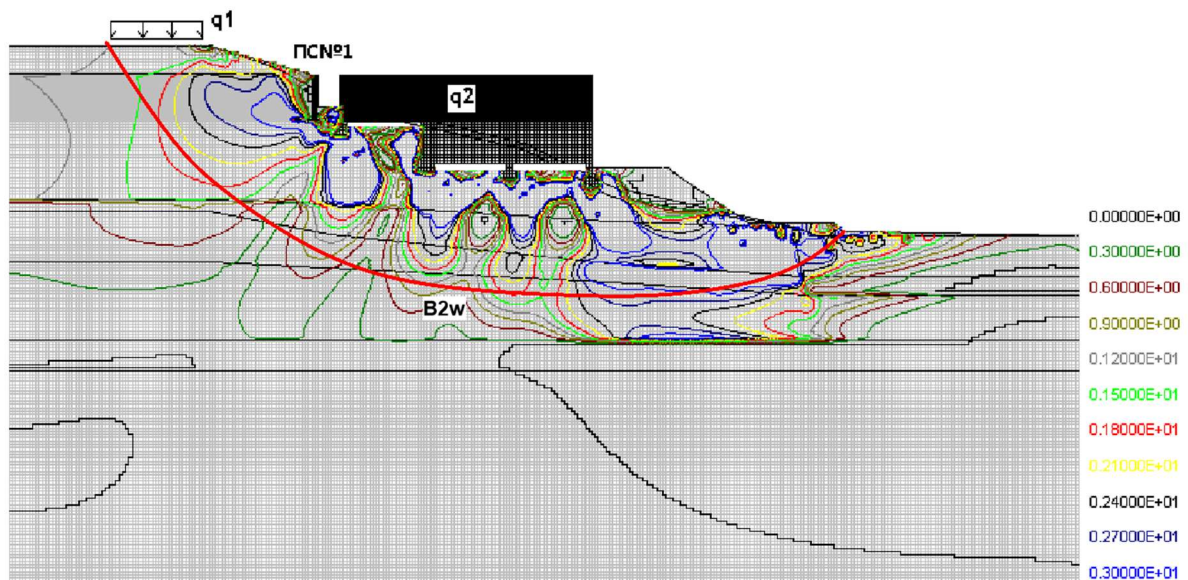


Рис. 4.23. Інженерно-геологічний розріз 2-2, ізолінії інтенсивності пластичних деформацій, %, водонасичені ґрунти, поверхня ковзання B2w

Отримані результати розрахунків для ІГР 2-2 демонструють схожу ситуацію, як і у випадку ІГР 1-1. Згідно проведених розрахунків коефіцієнти стійкості за поверхнями ковзання B1 та B1w становлять 1,08 та 0,81. При цьому форми поверхонь ковзання, отриманих запропонованим підходом B2 (рис. 4.22) та B2w (рис. 4.23), значною мірою відрізняються, k_{st} для них дорівнює 0,87 та 0,63 відповідно.

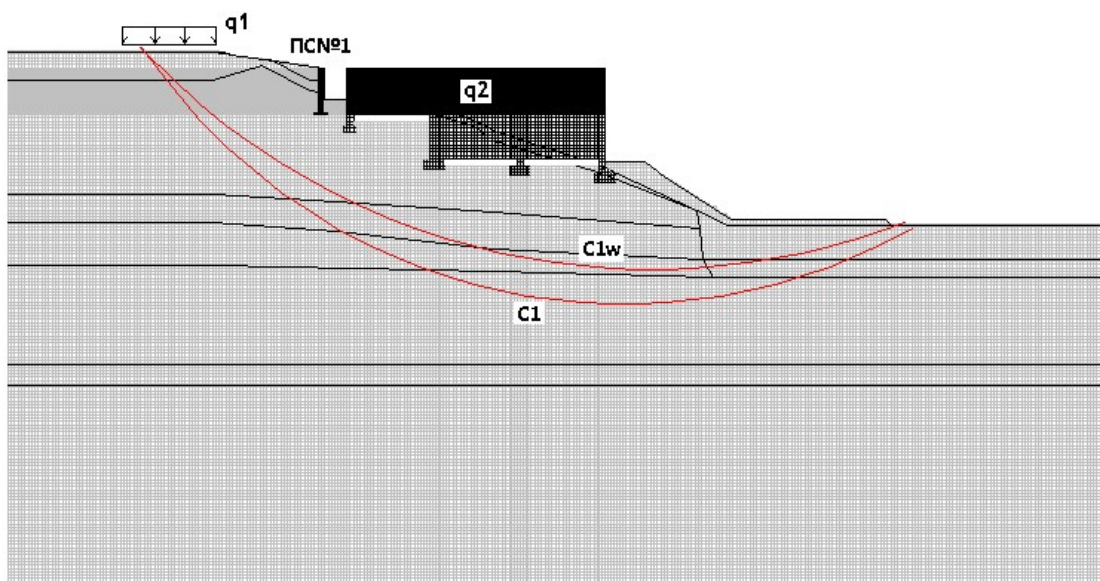


Рис. 4.24. Інженерно-геологічний розріз 3-3, поверхні ковзання C1, C1w (C1 – природна вологість, C1w – водонасичення ґрунтів)

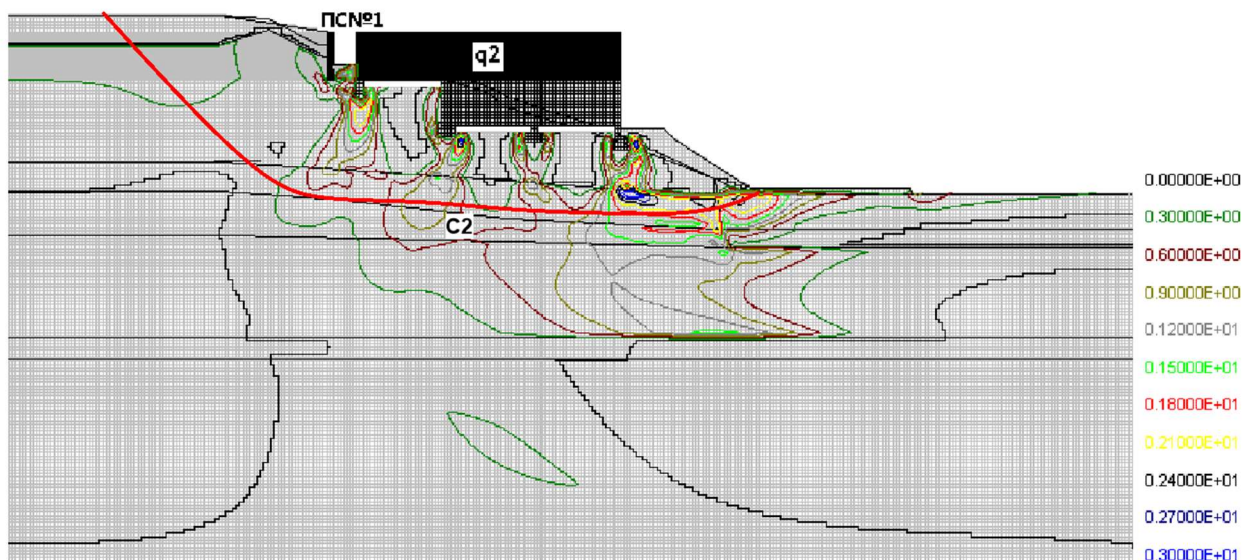


Рис. 4.25. Інженерно-геологічний розріз 3-3, ізолінії інтенсивності пластичних деформацій, %, природна вологість ґрунтів, поверхня ковзання C2

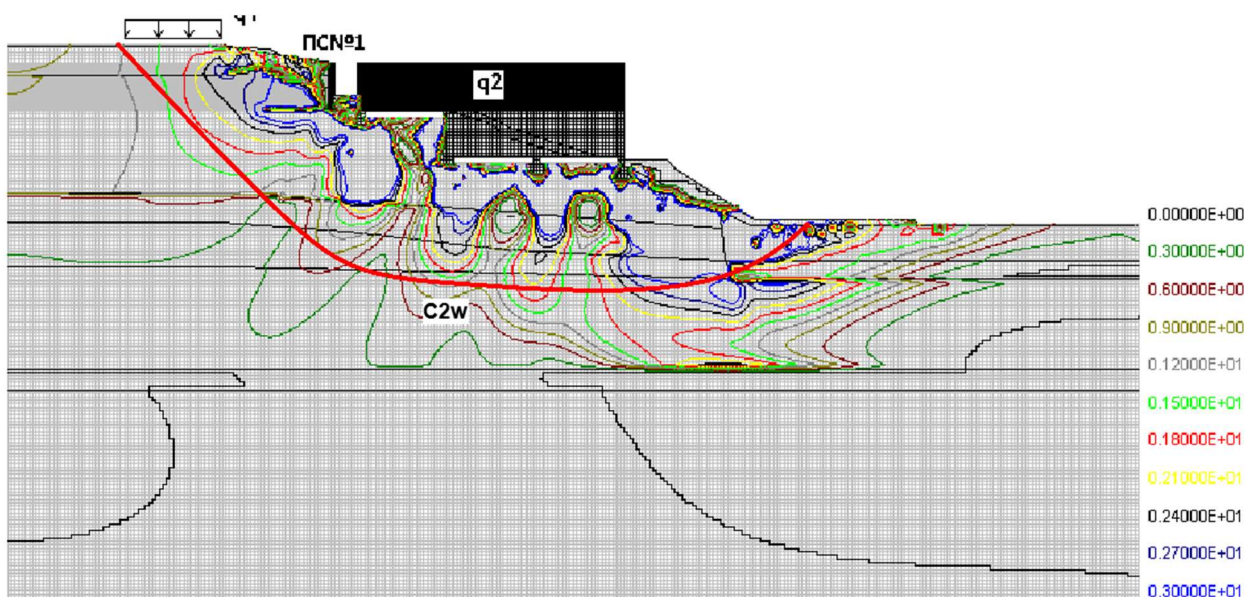


Рис. 4.26. Інженерно-геологічний розріз 3-3, ізолінії інтенсивності пластичних деформацій, %, водонасичені ґрунти, поверхня ковзання C2w

Внаслідок незначної різниці в геологічних умовах досліджуваного схилу, при оцінці стійкості схилу за ІГР 3-3 отримані схожі до попередньо розглянутих ІГР результати. Коефіцієнти стійкості, отримані за поверхнями C1 та C1w (рис. 4.24), становлять 1,06 та 0,8 відповідно. При цьому k_{st} для поверхонь C2

(рис.4.25) та C2w (рис.4.26) складає 0,78 та 0,62 відповідно. При аналізі результатів видно схожість між поверхнями ковзання для всіх ІГР, що пояснюється відсутністю різких змін в геологічних умовах майданчику та відсутністю факторів впливу, які мають локальний характер. У випадку, коли ґрунти схилу знаходяться у водонасиченому стані, положення потенційної поверхні ковзання зміщується на більшу глибину, при цьому залучаючи у зсувний процес більш заглиблені шари ґрунту, в той час коли при природній вологості для всіх ІГР спостерігається ситуація, коли зсув розвиватиметься по поверхні інженерно-геологічного елемента №5, тобто руйнування ґрунтового масиву відбуватиметься по слабкому прошарку ґрунту.

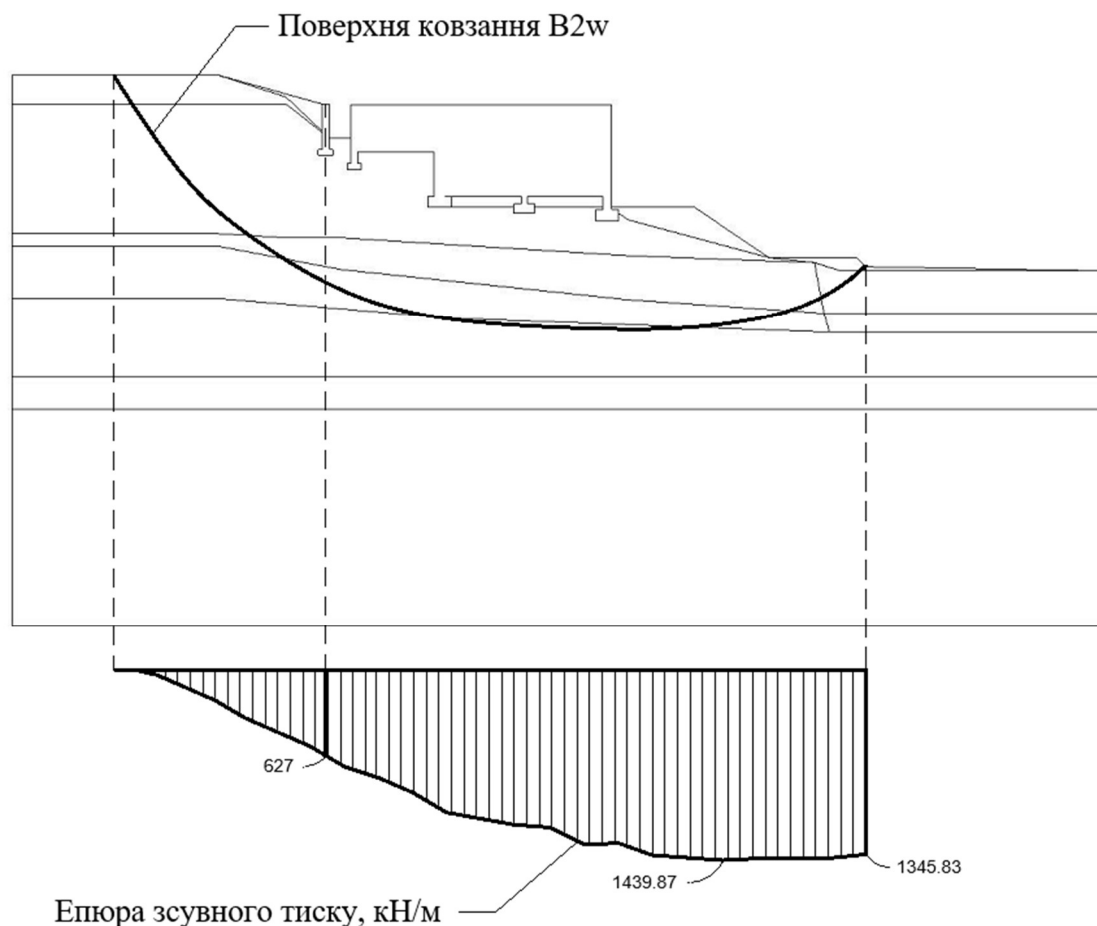


Рис. 4.27. Епюра зсувного тиску, що відповідає поверхні ковзання B2w, кН/м

Отримані результати вказують на необхідність впровадження заходів інженерного захисту даної території. Для розгляду впливу захисних споруд на НДС схилу було додатково розглянуто 2 постановки задач. Постановка №4

додатково включає заміну підпірної стіни ПС№1 на пальову стінку з довжиною паль 16 м, що забезпечує заглиблення п'яти паль нижче потенційної поверхні ковзання. Слід зазначити, що постановки №4 та №5 розглядалися одразу для двох випадків – при природньому стані ґрунтів та при їх водонасиченні. Для отримання вихідної інформації для можливого проектування захисних споруд було проведено визначення зсувного тиску за поверхнею ковзання В2w (рис. 4.27) для ІГР 2-2 та побудовано епіюру зсувного тиску. Відповідно до неї зсувний тиск, що діятиме на ПС№1, складатиме 627 кН/м. При цьому проектування утримуючих споруд має здійснюватися у відповідності до діючих будівельних норм [21, 22.]

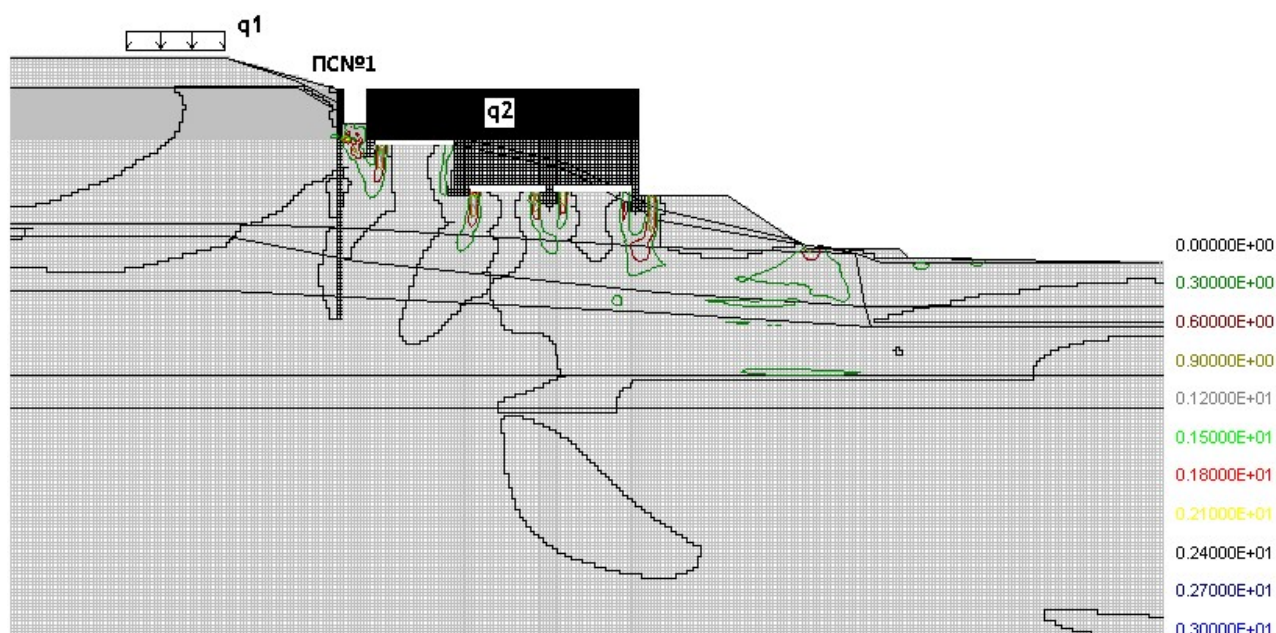


Рис. 4.28. Інженерно-геологічний розріз 2-2, ізолінії інтенсивності пластичних деформацій, %, природна вологість ґрунтів. ПС №1 (h = 16м)

Проте додавання лише однієї підпірної стінки не призводить до повної стабілізації схилу, лише сприймає частину навантаження від дорожнього покриття та транспорту та стабілізує частину ґрунтового масиву, що підтверджується додатково проведеними розрахунками. Навіть при наявності пальової підпірної стіни ПС№1 додаткове навантаження від будівлі призводить до формування поверхні ковзання, що бере початок від фундаментів будівлі і виходить на денну поверхню біля підніжжя схилу (рис. 4.29). В такому випадку

доцільно розмістити другу захисну пальову стінку (ПС№2) нижче по схилу від будівлі, довжину паль прийнято 17м.

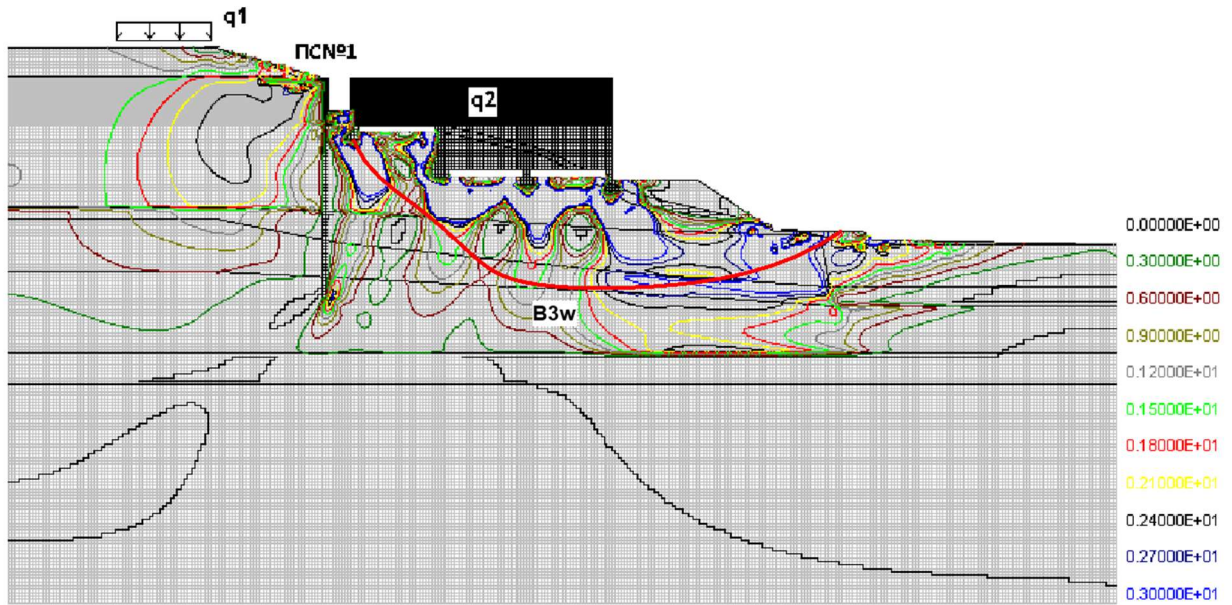


Рис. 4.29. Інженерно-геологічний розріз 2-2, ізолінії інтенсивності пластичних деформацій, %, водонасичені ґрунти. ПС №1 (h = 16м)

Відповідно до отриманої поверхні ковзання В3w (рис. 4.29) виконано побудову епюри зсувного тиску для визначення навантажень, що сприйматиме ПС№2.



Рис. 4.30. Епюра зсувного тиску, що відповідає поверхні ковзання В3w, кН/м

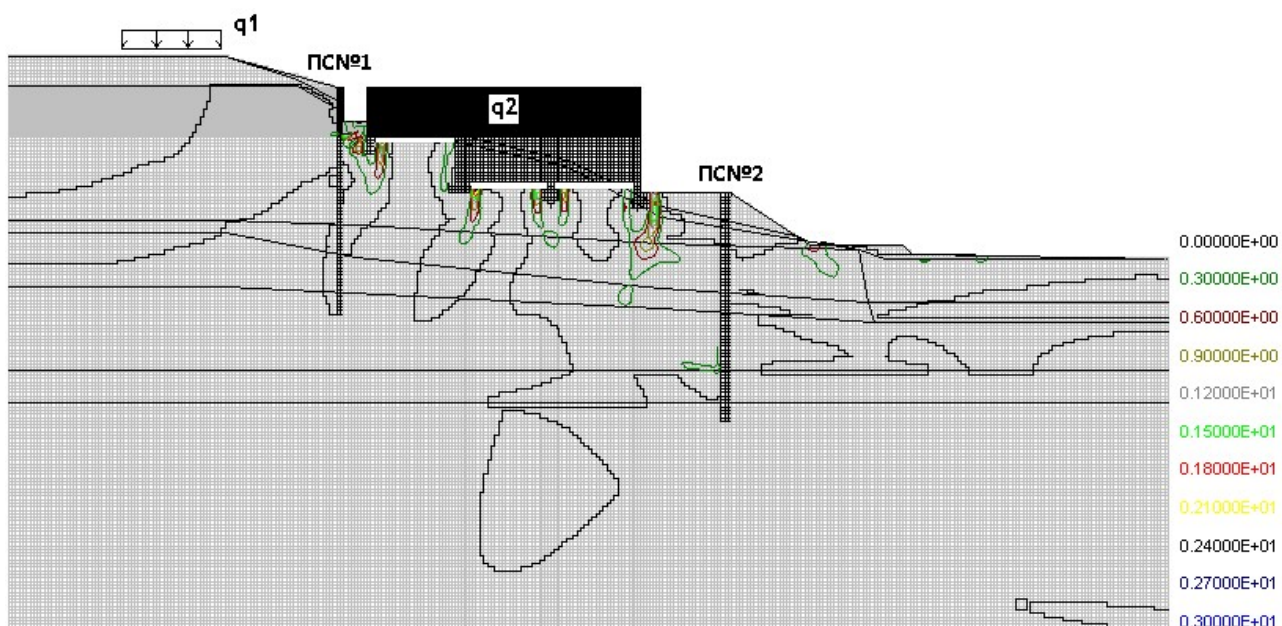


Рис. 4.31. Інженерно-геологічний розріз 2-2, ізолінії інтенсивності пластичних деформацій, %, природна вологість ґрунтів. ПС №1 (h = 16м), ПС №2 (h = 17м)

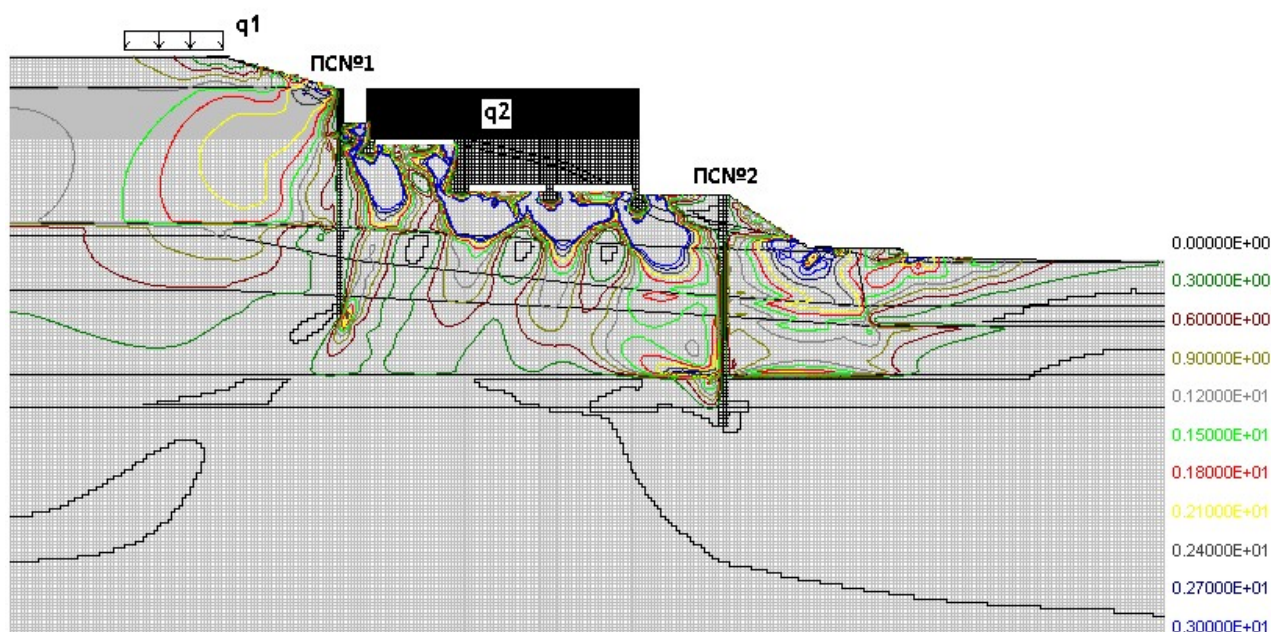


Рис. 4.32. Інженерно-геологічний розріз 2-2, ізолінії інтенсивності пластичних деформацій, %, водонасичені ґрунти. ПС №1 (h = 16м), ПС №2 (h = 17м)

Отримані результати демонструють, що навіть у випадку водонасиченого стану ґрунтів підпірні стіни перешкоджають утворенню суцільного зсувного масива, що заважає розвитку зсуву, при цьому переміщення фундаментів по вертикалі складають від 11.58 до 12.23 см та майже відсутні горизонтальні переміщення.

ВИСНОВКИ

1. Проведено аналіз видів зсувних процесів та їх поділ відповідно до поширених класифікацій. Виділені і проаналізовані можливі природні та антропогенні фактори впливу на схили, які можуть призводити до активізації зсувних процесів. На основі проведеного аналізу найбільш розповсюджених методів оцінки стійкості схилів, виділено як основні їх переваги, так і недоліки, що потребують вирішення.

2. Запропоновано новий комплексний підхід на основі методу скінченних елементів та теорії графів для вирішення задач оцінки стійкості зсувонебезпечних схилів та будівель і споруд, розміщених на них. Запропоновано концепції використання розробленого підходу як окремого інструментарію, який дає змогу вирішувати більшість задач оцінки стійкості схилів, а також варіанту, при якому даний метод може використовуватися для вирішення недоліків інших підходів.

3. Запропонована нова ефективна методика чисельного розрахунку параметрів стійкості схилу на основі пружно-пластичної моделі ґрунтового середовища. Розроблено спеціальні неоднорідні проблемно-орієнтовані скінченні елементи напіваналітичного методу скінченних елементів для апроксимації масивів ґрунтів зі змінними геометричними і фізико-механічними параметрами та реалізацією довільних граничних умов.

4. Розроблена нова ефективна методика і алгоритми, що передбачають використання результатів оцінки напружено-деформованого стану при розв'язку задач оцінки стійкості в поєднанні з підходами теорії графів.

5. Для практичної реалізації запропонованого підходу у відповідності до висвітлених у роботі алгоритмів та методики розроблено прикладний програмний комплекс SATER.LANDSLIDE.

6. Проведено аналіз збіжності та достовірності розв'язків, отриманих запропонованим підходом з іншими розповсюдженими методами оцінки стійкості схилів.

7. Проведено розрахунки реальних об'єктів з використанням запропонованої методики, що дозволило провести порівняння отриманих результатів не лише з іншими методами, а і з натурними спостереженнями за розвитком зсувних процесів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Арешкович О. О. Напружено-деформований стан ґрунтової основи зсувонебезпечної території: дис. ... канд. наук: 05.23.02. Київ, 2007. 179 с.
2. Баженов В. А., Гуляр А. И., Козак А. Л., Рутковский В. А., Сахаров А. С. Численное моделирование разрушения железобетонных конструкций по методу конечных элементов. Киев: Наукова думка, 1996. 360 с.
3. Баженов В. А., Гуляр А. И., Сахаров А. С., Топор А. Г. Полуаналитический метод конечных элементов в механике деформируемых тел. К.: Випол, 1993. 376 с.
4. Баженов В. А., Гуляр А. И., Топор А. Г., Солодей И. И. Развитие ПМКЭ применительно к задачам статики и динамики тел вращения при неосесимметричных нагрузках. *Прикладная механика*. 1998. №1. Том 34. С. 31-38.
5. Баженов В. А., Гуляр О. І., Пискунов С. О., Сахаров О. С. Напіваналітичний метод скінчених елементів в задачах руйнування просторових тіл. К.: КНУБА, 2005. 298 с.
6. Баженов В. А., Гуляр О. І., Сахаров О. С., Солодей І. І. Напіваналітичний метод скінченних елементів в задачах динаміки просторових тіл. Монографія. Київ, 2012. 248 с.
7. Баженов В. А., Гуляр О. І., Солодей І. І. Особливості реалізації НМСЕ в задачах динамічної взаємодії неоднорідних пружнопластичних тіл. *Опир матеріалів і теорія споруд*: Наук.-техн. збірник. К.:КНУБА, 2001. Вип.69. С.134-146.
8. Барабаш М. С., Кір'язєв П. М., Лапенко О. І., Ромашкіна М. А. Основы компьютерного моделирования: навч. посібник. 2-ге вид. стер. Київ: НАУ, 2019. 492 с.
9. Бишоп А. У. Параметры прочности при сдвиге ненарушенных и мятых образцов грунта. *Определяющие законы механики грунтов*. М.: Мир, 1975. С. 7-75.
10. Блох В. И. Теория упругости. Х: Изд-во Харьк. ун-та, 1964. 483 с.

11. Бойко И. П., Дельник А. Е., Козак А. Л., Сахаров А. С., Семенец И. А. Методика численного моделирования развития зон предельного состояния в грунтах оснований по МКЭ. Киев: Инж.-строит. Ин-т., 1983. 46 с.
12. Бойко И. П., Дельник А. Е., Сахаров А. С. Методика численного моделирования развития зон предельного состояния в грунтах оснований по МКЭ. К.: Инж.-строит. ин-т., 1983. 46 с.
13. Бойко И. П. Прогрессивные методы проектирования оснований фундаментов на ЭВМ. К.: Знание, 1986. 20 с.
14. Бугров А. К. О решении смешанной задачи теории упругости и теории пластичности грунтов. *Основания, фундаменты и механика грунтов*. 1974. № 6. С. 20-23.
15. Гараханлу М. М. Вплив будівництва на зсувонебезпечних територіях на формування глибинних зсувів. Наукова конференція молодих вчених, аспірантів і студентів КНУБА. К.: КНУБА, Ч. 1. 2011. С. 68.
16. Гольдин А. Л., Прокопович В. С., Сапегин Д. Д. Упругопластическое деформирование основания жестким штампом. *Основания, фундаменты и механика грунтов*. 1983. № 5. С. 25-26.
17. Гуляр А. И., Козак А. Л., Сахаров А. С., Чорный С. М. Применение МСКЭ к расчету круглых пластин и оболочек вращения. *Сопротивление материалов и теория сооружений*. 1978. Вып. 33. С. 81-85.
18. Гуляр А. И. Сахаров А. С., Чорный С. М. Сходимость моментной схемы метода конечных элементов в задачах упругого и пластического осесимметричного деформирования. *Сопротивление материалов и теория сооружений*. 1978. №32. С. 3-10.
19. Данциг Дж. Линейное программирование, его применение и обобщения М.: Прогресс, 1966. 600 с.
20. ДБН В.1.3-2:2010 Геодезичні роботи у будівництві. К.: Міністерство розвитку громад та територій України, 2018. 70 с.

21. ДБН В.1.1-24:2009 Захист від небезпечних геологічних процесів. Основні положення проектування. К.: Мінрегіонбуд України, 2010. 108 с.
22. ДБН В.1.1-46:2017 Інженерний захист територій, будівель і споруд від зсувів та обвалів. Основні положення. К.: Мінрегіонбуд України, 2017. 47 с.
23. Дранников А. М. Оползни. Типы, причины образования, меры борьбы. Киев: Укргидросельстрой, 1956. 102 с.
24. ДСТУ Б В.2.1-30:2014 Грунти. Методи вимірювання деформацій основ будинків і споруд. К.: Мінрегіонбуд України, 2015. 33 с.
25. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 539 с.
26. Зуховицкий С. И. Линейное и выпуклое программирование. М., 1964. 230 с.
27. Кислоокий В. Н., Сахаров А. С., Соловей Н. А. Моментная схема метода конечных элементов в геометрически нелинейных задачах прочности и устойчивости оболочек. *Проблемы прочности*. 1977. №7. С. 25-33.
28. Койтер В. Т. Общие теоремы теории упруго-пластических. М.: Изд-во иностр. лит., 1961. 79 с.
29. Кюнтцель В. В. Закономерности и прогноз оползневого процесса на Русской платформе и в прилегающей зоне Альпийской складчатости: автореф. дис. ... докт. геогр. наук: 25.00.36. М., 1979. 24 с.
30. Ломбардо В. Н., Грошев М. Е., Олимпиев Д. Н. Учет напряженно-деформированного состояния при расчетах устойчивости грунтовых плотин. *Гидротехническое строительство*. 1986. № 7. С. 16-18.
31. Ляшко И. И., Скопецкий В. В., Дейнека В. С., Рыбачишын С. И. Численное исследование напряженно-деформированного состояния грунтовых плотин с учетом фильтрации. *Прикл. механика*. Ин-т Механики АНУССР, 1986. Т. 22. №3. С. 47-52.
32. Маркарьян В. В. Исследование и прогноз оползневого процесса в майкопских отложениях (на примере оползневых районов Абхазии): дис. ... канд. геолого-минерал. наук: 04.00.07. Москва, 1984. 270 с.

33. Марчук Г. И., Агошков В. И. Введение в проекционно-сеточные методы. М.: Наука, 1981. 416 с.
34. Маслов Н. Н. Механика грунтов в практике строительства. М.: Стройиздат, 1977. 320 с.
35. Мруз З., Шиманский Ч. Неассоциированный закон течения в описании пластического течения гранулированных сред. В кн.: *Механика гранулированных сред*. М., Мир, вып. 36. 1985. С. 9-43.
36. Николаевский В. Н. Дилатансия и законы необратимого деформирования грунтов. *Основания, фундаменты и механика грунтов*. 1979. № 5. С. 29-32.
37. Николаевский В. Н. Механика пористых и трещиноватых сред. М.: Недра, 1984. 232 с.
38. Николаевский В. Н. Определяющие уравнения пластического деформирования сыпучей среды. ПММ, 1971. т. 35, № 6. С. 1070-1082.
39. Николаевский В. Н., Сырников Н. М., Шефтер Г. М. Динамика упруго-пластических дилатирующих сред. В кн.: *Успехи механики деформируемых сред*. М.: Наука, 1975. С. 397-413.
40. Носенко В., Скочко Л., Маламан А. Оцінка стійкості схилу з використанням різних розрахункових методів. *Основи та фундаменти: наук.-тех. збірник*. К.: КНУБА, 2021. Вип. 43. С.40-51.
41. Павленко В. М. Поєднання чисельних методів з підходом на основі теорії графів для оцінювання стійкості схилів. *Управління розвитком складних систем*. Київ, 2025. № 61. С. 202 – 209.
42. Павленко В. М., Солодей І. І. Аналіз класифікацій і причин виникнення зсувних процесів та методів розрахунку схилів. *Modern research in world science: матеріали X Міжнар. наук.-практ. конф.* Львів: SPC “Sci-conf.com.ua”, 2022. С. 446-450.
43. Павленко В. М., Солодей І. І. Використання напіваналітичного методу скінченних елементів в задачах деформування ґрунтових основ. *Global trends in*

science and education: матеріали II Міжнар. наук.-практ. конф. Київ: SPC “Sci-conf.com.ua”, 2025. С. 239-245.

44. Перельмутер А. В., Сливкер В. И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа (издание 4-е переработанное и дополненное). Москва: Изд-во СКАД СОФТ, Изд-во ДМК Пресс, Изд-во АСВ, 2011. 736 с.

45. Перельмутер А. В., Сливкер В. И. Устойчивость равновесия конструкций и родственные проблемы. т. 3. Москва: Изд-во СКАД СОФТ, 2011. 388 с.

46. Петренко Е. Ю., Гараханлу М. М. Дослідження активізації деформаційної основи на зсувонебезпечних схилах при техногенній дії. *Східно-Європейський журнал передових технологій*. Х., 2015. Вип. 3/7 (75). С. 14 – 22.

47. Петренко Е. Ю., Солодей І. І., Гараханлу М. М. Вплив гідродинамічної сили на стійкість зсувонебезпечного схилу. *Основи та фундаменти*. К., 2007/2008. Вип. 31. С. 80-87.

48. Петров Н. Ф. Оползневые системы. Простые оползни (аспекты классификации). Кишинев: Штиинца, 1987. С. 162.

49. Пискунов С. О., Мицюк С. В., Мицюк Д. В., Реп'ях Ю. М. Аналіз міцності та розподіл зусиль у металевому з'єднанні при розтязі. *Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірн.* К.: КНУБА, 2024. Вип. 112. С. 36-42.

50. Почтман Ю. М., Колесниченко А. Л. Методы математической оптимизации в механике грунтов. Киев-Донецк: Вища школа, 1977. 102 с.

51. Райс Дж. Механика очага землетрясения. М.: Мир, 1982. 217 с.

52. Роско К. Значение деформаций в механике грунтов. В кн.: *Механика*, М.: Мир, 1971. № 3 (127). С. 91-145.

53. Сахаров А. С., Бойко И. П., Козак А. Л., Дельник А. Е. Методика численного моделирования нелинейного деформирования основания на примере заглубленных штампов. В кн.: *Основания и фундаменты*. Вып. 19. К.: Будівельник, 1986. С. 57-59.

54. Сахаров А. С., Бойко И. П., Козак А. Л., Дельник А. Е. Различные соотношения теории пластического течения в задачах физически нелинейного деформирования грунтов оснований. В кн.: *Актуальные проблемы прочности. Тезисы докладов к X семинару по теме «Пластичность материалов и конструкций»*. Тарту, 1985. С. 107-108.

55. Сахаров А. С., Кислоокий В. Н., Киричевский В. В. Метод конечных элементов в механике твердых тел. К.: Вища школа, 1982. 479 с.

56. Сахаров А. С. Моментная схема конечных элементов МСКЭ с учетом жестких смещений. *Сопротивление материалов и теория сооружений*. 1974. Вып.24. С.147-156.

57. Сидоров Н. И., Спидин В. П. Современные методы определения характеристик механических свойств грунтов. Л.: Стройиздат, 1972. 136 с.

58. Солодей І. І., Вабіщевіч М. О., Гуляр О. І. Використання спеціальних скінченних елементів з тріщиною в задачах механіки руйнування при нестационарних динамічних навантаженнях. *Опір матеріалів і теорія споруд*: Наук.-техн. збірник. К.:КНУБА, 2009. Вип.84. С.49-64

59. Солодей І. І. Ефективність скінченноелементної бази напіваналітичного метода скінченних елементів для апроксимації тіл обертання та призматичних тіл в задачах динаміки. *Опір матеріалів і теорія споруд*: наук.-техн. Збірник. К.: КНУБА. Вип. 82. 2008. С. 154-163.

60. Солодей І. І., Павленко В. М. Використання теорії графів для оцінки стійкості зсувних і зсувонебезпечних схилів. *Опір матеріалів і теорія споруд*: наук.-техн. збірн. К.: КНУБА, 2024. Вип. 112. С. 19-27

61. Солодей І. І., Павленко В. М., Куліков О. П. Один із підходів до оцінки стійкості ґрунтового масиву у рамках сіткових методів. *Опір матеріалів і теорія споруд*: наук.-техн. збірн. К.: КНУБА, 2024. Вип. 113. С. 29-36.

62. Солодей І., Павленко В. Особливості моделювання зсувних процесів у малозв'язних пластичних ґрунтах. *Проблеми будівельного та транспортного комплексів*: зб. матеріалів Міжнар. наук.-техн. on-line конф. Кропивницький: ЦНТУ, 2023. С.145-147.

63. Солодей І.І, Павленко В.М. Оцінка стійкості ґрунтового масиву з використанням сіткових методів. *Актуальні проблеми розрахунків будівельних конструкцій*: науково-технічний симпозиум, тези доповідей. Київ: SCAD SOFT, 2024. С. 16-22.

64. Солодей І. І., Петренко Е. Ю., Павленко В. М. Класифікація і причини виникнення зсувних процесів та методи розрахунку схилів. *Опір матеріалів і теорія споруд*: наук.- тех. Збірник. К.: КНУБА, 2022. Вип. 109. С. 184-202.

65. Солодей І. І., Петренко Е. Ю., Павленко В. М. Особливості методів оцінки стійкості зсувних та зсувонебезпечних схилів. *Опір матеріалів і теорія споруд*: наук.- тех. збірник. К.: КНУБА, 2023. Вип. 111. С. 25-38.

66. Солодей І. І., Петренко Е. Ю., Павленко В. М. Постановка задачі моделювання зсувних процесів в пластичних ґрунтах. *Опір матеріалів і теорія споруд*: наук.- тех. збірник. К.: КНУБА, 2023. Вип. 110. С. 47-62.

67. Строганов А.С. Анализ плоской пластической деформации грунта. *Инженерный журнал*. 1965. Том 5, вып. 4. С. 734-742.

68. Тихвинский И. О. Оценка и прогноз устойчивости оползневых склонов. М.: Наука, 1988. 144 с.

69. Фадеев А. Б. Метод конечных элементов в геомеханике. М.: Недра, 1987. 221 с.

70. Федоров И. В. Методы расчета устойчивости склонов и откосов. М.: Госстройиздат, 1962. 204с.

71. Шахунянц Г. М. Железнодорожный путь. М.: Транспорт, 1969. 536с.

72. Шахунянц Г. М. К вопросу выбора рациональных методов расчета склонов. *Оползни и борьба с ними*: мат. Сев.-Кавказ. семинара. Ставрополь, 1964. С.34-46.

73. Шахунянц Г.М. Расчет устойчивости склонов и откосов против скольжения пород. *Материалы совещания по вопросам изучения оползней и мер борьбы с ними*. К.: Изд-во Киевского университета, 1964. С. 16-25.

74. Широков В.Н. Модель песчаного грунта. В кн.: *Современные проблемы нелинейной механики грунтов*. Челябинск: ЧПИ, 1985. С. 27-28.

75. Юдин Д. Б., Е. Г. Гольштейн. Линейное программирование. Теория, методы и приложения. М.: Наука, 1969.

76. Anagnosti P. Three-dimensional stability of fill dams. In: Proceeding of 7th international conference on soil mechanics and foundation engineering. Mexico, 1969. pp. 275–280

77. Andersen S. M. Material-Point Analysis of Large-Strain Problems: Modelling of Landslides. PhD thesis by December 2009. Aalborg: Aalborg University, 2009. 108 p.

78. Andersen S. M. Material-Point Analysis of Large-Strain Problems: Modelling of Landslides. PhD thesis by December 2009. Aalborg University.

79. Azzouz A. S., Baligh M. M. Loaded areas on cohesive slopes. *J. Geotech. Engrg. Div.*, ASCE, 1983. 109(5). pp. 724-729.

80 Bishop A. W. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. *Géotechnique*, 1955. vol.5. pp. 7-17.

81. Bondy J. A., Murty U. S. R. Graph theory with applications. New York: Elsevier Science Publishing Co., 1976. 270p.

82. Chen R. H., Chameau J. L. Three-dimensional limit equilibrium analysis of slopes. *Geotechnique*. London, 1983. 33(1), pp. 31-40.

83. Chen R. H. Three-dimensional slope stability analysis. Joint Highway Research Project. Eng. Experiment station Report JHRP–81–17. Purdue University, West Lafayette, Indiana, 1981. pp. 98-110.

84. Cundall P. A. A Computer Model for Simulating Progressive Large Scale Movements in Blocky Rock Systems. In: Proceedings of the Symposium of the International Society of Rock Mechanics. Nancy, France, 1971. 1. No. II-8.

85. Cundall P. A. Distinct Element Models of Rock and Soil Structure. Analytical and Computational Methods in Engineering Rock Mechanics, ed. E. T. Brown. London, England: Allen & Unwin, 1987. pp.129–163.

86. Cundall P. A. Formulation of a Three-Dimensional Distinct Element Model – Part I. A Scheme to Detect and Represent Contacts in a System Composed of Many

Polyhedral Blocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1988. 25(3). pp. 107–116.

87. Cundall P. A., Hart R. D. Numerical Modelling of Discontinua. *Engineering Computations*, 1992. 9. pp. 101–113.

88. Cundall P. A., Strack O. D. L. A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies. *Geotechnique*, 1979. 29(1), pp. 47–65.

89. Dawson E., Motamed F., Nesarajah S., Roth M. Geotechnical stability analysis by strength reduction. Slope Stability 2000: Proceedings of Sessions of Geo-Denver 2000. ASCE Geotechnical Special Publication, 2000. №101. pp. 99-113.

90. Dawson E. M., Roth W. H., Drescher A. Slope stability analysis by strength reduction. *Geotechnique*, 1999. vol. 49. №6. pp. 835-840.

91. Deng J. H., Lee C. F. Displacement Back Analysis for a Steep Slope at the Three Gorges Project Site. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2001. 38. pp. 259–268.

92. Diestel R. Graph Theory. Berlin: Springer, 2017. 429p.

93. Fellenius W. Calculation of the Stability of Earth Dams. 2nd Int. Congress on Large Dams, Int. Commission on Large Dams. Washington, DC., 1936. pp. 445-459.

94. Gens A., Hutchinson J. N., Cavounidis S. Three dimensional analyses of slides in cohesive soils. *Geotechnique*. London, 1988. 38(1), pp. 1-23.

95. Griffiths D. V., Lane P. A. Slope Stability Analysis by Finite Elements. *Geotechnique*, 1999. 49(3). pp. 387-403.

96. Guan Y., Liu X., Wang E., Wang S. The stability analysis method of the cohesive granular slope on the basis of graph theory. *Materials*, 2017. vol. 10(3). p. 240.

97. Hart R., Cundall P. A., Lemos J. Formulation of a Three-Dimensional Distinct Element Model – Part II. Mechanical Calculations for Motion and Interaction of a System Composed of Many Polyhedral Blocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1998. 25(3). pp. 117–125.

98. Hoek E., Bray J. W. Rock slope engineering. Revised 3rd ed. The Institution of Mining and Metallurgy. London: Maney Publishing, 1981. 358 p.

99. Hovland H. J. Three-dimensional slope stability analysis method. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*. ASCE, 1977. 103(9). pp.971-986.
100. Hungr O. An extension of Bishop's Simplified Method of slope stability analysis to three dimensions. *Geotechnique*. London, 1987. 37(1), pp. 113-117.
101. Hungr O., Lerouei S., Picarelli L. The Varnes classification of landslide types, an update. *Landslides*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013. Vol. 11. pp. 167-194.
102. Janbu N. Application of composite slip surface for stability analysis. Proc. Euro. conf. on stability of Earth slopes. Stockholm, Sweden, 1954. pp. 43-49.
103. Janbu N. Slope Stability Computations. Embankment- Dam Engineering: Casagrande Volume. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1973. pp. 47-86.
104. Jiang Q. H., Yeung M. R. A Model of Point-to-Face Contact for Three-Dimensional Discontinuous Deformation Analysis. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2004. 37(2). pp. 95–116.
105. Jing L. A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modeling for rock mechanics and rock engineering. *International journal of rock mechanics and mining sciences*. 2003. v. 40. pp. 283–353.
106. Jing L., Hudson J. A. Numerical methods in rock mechanics. *International journal of rock mechanics and mining sciences*. 2002. v. 39. pp. 409–427.
107. Koiter W. T. General theorems for elastic plastic solids. *Prog. Solid Mech*, 1960. pp. 165–221.
108. Maksimyuk Yu. V., Shkryl O.O., Martyniuk I. Yu., Kozak A. A., Maksimyuk O. V. Analysis of the stress-strain state of the rotary device fastening part by the semi-analytical finite element method. *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles: KNUBA*, 2024. Issue 112. P. 67-74.
109. Matsui T., San K. C. Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique. *Soils and Foundations*, 1992. vol. 32. pp. 59-70.
110. Morgenstern, N. R., and Price, V. E. The analysis of the stability of general slip surfaces. *Geotechnique*. London, 1965. vol. 15(1). pp. 79-93.

111. Negre M. R., Stuts P. Contribution a l'étude des foundations de revolution dand h'hypothese de la plasticite parfait. *Int. J. Solids and Struct.* 1970. № 1. pp. 53-68.
112. Pande G. N., Beer G., Williams J. R. Numerical Methods in Rock Mechanics. West Sussex, England: John Wiley and Sons, Ltd., 1990.
113. Pasculli A., Calista M., Sciarra N. Variability of local stress states resulting from the application of Monte Carlo and finite difference methods to the stability study of a selected slope. *Engineering Geology*. Elsevier, 2018. v. 245. pp. 370–389.
114. Potyondy D. O., Cundall P. A. A Bonded-Particle Model for Rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2004. 41. pp. 1329–1364.
115. Prance P. W., Parekh G. J., Taylor C. Numerical anylysis of free surface seepage problems. *Irrigation Drainage Div. ASGE* 97, 1971. pp. 165-179.
116. Sakellariou M. G., Ferentinou M. D. A Study of Slope Stability Prediction Using Neural Networks. *Geotechnical and Geological Engineering*, 2005. 23. pp. 419–445.
117. Schuster, R. L., Krizek, R. J. *Landslides, analysis and control*. Special Report 176. Washington, D.C.: National Academy of Sciences, 1978. 234 p.
118. Shi G. H., Goodman R. E. Discontinuous Deformation Analysis. In: *Proceedings of the 25th U.S. Symposium on Rock Mechanics*, 1984. pp. 269–277.
119. Shi G. H., Goodman R. E. Two Dimensional Discontinuous Deformation Analysis. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1985. 9. pp. 541–556.
120. Shi G. H. Three Dimensional Discontinuous Deformation Analysis. *Rock Mechanics in the National Interest*. Proceedings of the 38th U.S. Rock Mechanics Symposium, eds. D. Elsworth, J. P. Tinucci, and K. A. Heasley Editors, American Rock Mechanics Association. Washington DC, USA, 2001. pp. 1421–1428.
121. Singh B., Goel R. K. Types of Failures of Rock and Soil Slopes. *Engineering Rock Mass Classification*. Elsevier, 2011. 211-230 pp.

122. Skempton A. W., Bishop A. W. Measurement of shear strength of Soils. *Geotechnique*. 1950. v. 2, № 2. p. 113.
123. Spencer E. A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel interslice forces. *Géotechnique*, 1967. v. 17(1). pp.11-26.
124. Ugai K. Three dimensional slope stability analysis by slice methods. Proc. of the 6th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics. Rotterdam, The Netherlands, 1988. 2. pp. 1369-1374.
125. Vabishchevich M. O., Zatyliuk Gh. A. Analysis of the stressed-strained state of the foundation-shell at interaction with the elastic-plastic medium. *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles*. K.: KNUBA, 2021. Issue 106. P. 105-112.
126. Varnes D. J., Savage W. The Slumgullion earth flow: a large-scale natural laboratory. U.S. Geological Survey Bulletin 2130. Washington DC, USA, 1996. 95 p.
127. Varnes D. J. Slope movement types and processes. In: Schuster R. L., Krizek R. J. *Landslides, analysis and control*. Special Report 176. Washington, D.C.: National Academy of Sciences, 1978. pp. 11–33.
128. Vermeer P. A., De Borst R. Non-associated plasticity for soils, concrete and rock. *Heron*, 1984. v. 29. № 3. pp. 1-63.
129. Wang C., Tannant D. D., Lilly P. A. Numerical Analysis of the Stability of Heavily Jointed Rock Slopes Using PFC2D. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2003. 40. pp. 415–424.
130. Wilson R. J. Introduction to Graph Theory. Harlow: Longman, 1996. 179p.
131. Zheng W., Zhuang X., Tannant D. D., Cai Y, Nunoo S. Unified continuum/discontinuum modeling framework for slope stability assessment. *Eng. Geol.*, 2014. 179. pp. 90–101.
132. Guan, Y., Liu, X., Wang, E., Wang, S. The stability analysis method of the cohesive granular slope on the basis of graph theory. *Materials*. 2017. Vol. 10(3). 240 p.1-19.

133. Zhibao Niea, Zhihong Zhanga, Hong Zhenga, Shan Lina. Stability analysis of landslides using BEM and variational inequality based contact model. *Computers and Geotechnics*. Elsevier, 2020. №123. pp. 1-7.

134. Zienkiewicz O. C., Humpheson C., Lewis R. W. Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics. *Geotechnique*, 1975. 25. No. 4. pp.671-689.

ДОДАТКИ

Додаток А

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

а) статті у наукових виданнях, включених до переліку наукових фахових видань України категорії «А»:

1. Солодей І.І., Петренко Е.Ю., Павленко В.М. Класифікація і причини виникнення зсувних процесів та методи розрахунку схилів. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2022. Вип. 109. С. 184-202. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2022.109.184-202> (Видання індексується в міжнародній наукометричній базі *Web of Science*).

Особистий внесок автора: оформлення графічних матеріалів, висновків, текстова частина, що стосується методів граничної рівноваги.

2. Солодей І.І., Петренко Е.Ю., Павленко В.М. Постановка задачі моделювання зсувних процесів в пластичних ґрунтах. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2023. Вип. 110. С. 47-62. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.110.47-62> (Видання індексується в міжнародній наукометричній базі *Web of Science*).

Особистий внесок автора: текстова частина про можливість використання методу скінченних елементів для вирішення поставленої задачі з можливістю використання комплексних моделей.

3. Солодей І.І., Петренко Е.Ю., Павленко В.М. Особливості методів оцінки стійкості зсувних та зсувонебезпечних схилів. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2023. Вип. 111. С. 25-38. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.111.25-38> (Видання індексується в міжнародній наукометричній базі *Web of Science*).

Особистий внесок автора: оформлення графічних матеріалів, проведені розрахунки тестових задач, текстова частина про порівняння результатів розрахунків, отриманих за допомогою різних методів.

4. Солодей І.І., Павленко В.М. Використання теорії графів для оцінки стійкості зсувних і зсувонебезпечних схилів. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2024. Вип. 112. С. 19-27. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2024.112.19-27> (Видання індексується в міжнародній наукометричній базі *Web of Science*).

Особистий внесок автора: оформлення графічних матеріалів, текстова частина про застосування теорії графів у задачах стійкості будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях шляхом перетворення моделі методу скінченних елементів в граф.

5. Солодей І.І., Павленко В.М., Куліков О.П. Один із підходів до оцінки стійкості ґрунтового масиву у рамках сіткових методів. *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2024. Вип. 113. С. 29-36. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2024.113.29-36> (Видання індексується в міжнародній наукометричній базі *Web of Science*).

Особистий внесок автора: оформлення графічних матеріалів, текстова частина, що містить запропонований алгоритм розв'язку задач з оцінки стійкості ґрунтових масивів з описом основних його етапів.

б) статті у наукових виданнях, включених до переліку наукових фахових видань України категорії «Б»:

6. Павленко В.М. Поєднання чисельних методів з підходом на основі теорії графів при оцінці стійкості схилів. *Управління розвитком складних систем*. Київ, 2025. №61. С. 202 – 209. <https://doi.org/10.32347/2412-9933.2025.61.202-209>

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

7. Павленко В. М., Солодей І. І. Аналіз класифікацій і причин виникнення зсувних процесів та методів розрахунку схилів. *Modern research in world science: матеріали X Міжнар. наук.-практ. конф.* Львів: SPC “Sci-conf.com.ua”, 2022. С. 446-450.

Особистий внесок автора: аналіз методів розрахунків, оформлення висновків.

8. Солодей І., Павленко В. Особливості моделювання зсувних процесів у малозв'язних пластичних ґрунтах. *Проблеми будівельного та транспортного комплексів*: зб. матеріалів Міжнар. наук.-техн. on-line конф. Кропивницький: ЦНТУ, 2023. С.145-147.

Особистий внесок автора: проаналізовано взаємозв'язок результатів розрахунків, отриманих за допомогою інтегральних методів, від прийнятих математичних моделей.

9. Солодей І.І, Павленко В.М. Оцінка стійкості ґрунтового масиву з використанням сіткових методів. *Актуальні проблеми розрахунків будівельних конструкцій*: науково-технічний симпозіум, тези доповідей. Київ: SCAD SOFT, 2024. С. 16-22.

Особистий внесок автора: оформлення графічних матеріалів, проведені розрахунки тестових задач, текстова частина, порівняння результатів, отриманих запропонованим підходом, з результатами, отриманими іншими методами.

10. Павленко В. М., Солодей І. І. Використання напіваналітичного методу скінченних елементів в задачах деформування ґрунтових основ. *Global trends in science and education*: матеріали II Міжнар. наук.-практ. конф. Київ: SPC "Sci-conf.com.ua", 2025. С. 239-245.

Особистий внесок автора: текстова частина з описом напіваналітичного методу скінченних елементів.

Апробація результатів дисертації

– X Міжнародна науково-практична конференція «MODERN RESEARCH IN WORLD SCIENCE» (Україна, м. Львів 25-27.12.2022 р.);

– Міжнародна науково-технічна on-line конференція «ПРОБЛЕМИ БУДІВЕЛЬНОГО ТА ТРАНСПОРТНОГО КОМПЛЕКСІВ» (Україна, м. Кропивницький, 23-24.05.2023 р.)

– Міжнародний науково-технічний симпозіум «Актуальні проблеми розрахунків будівельних конструкцій» (Україна, м. Київ, 12.12.2024 р.)

– II Міжнародна науково-практична конференція «GLOBAL TRENDS IN SCIENCE AND EDUCATION» (Україна, м. Київ 10-12.03.2025 р.);

Довідка про впровадження результатів дисертаційної роботи



МОН
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

просп. Повітряних Сил, 31,
м. Київ, 03037
тел. (044)241-55-80,
e-mail: knuba@knuba.edu.ua,
web: http://www.knuba.edu.ua
код ЄДРПОУ 02070909

ДОВІДКА

про впровадження результатів дисертаційної роботи Павленко В.М.
на тему «Розв'язання просторової нелінійної задачі стійкості основ будівель
і споруд на зсувонебезпечних територіях» у навчальному процесі Київського
національного університету будівництва і архітектури

Результати дисертаційної роботи Павленка В.М. на тему «Розв'язання просторової нелінійної задачі стійкості основ будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях», використані у навчальному процесі на кафедрі будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури при розробці нових розділів спецкурсу «Сучасні підходи до розрахунку просторових конструкцій при статичних і динамічних впливах», який викладається для магістрів спеціальності 192 «Будівництво та цивільна інженерія», на будівельному факультеті КНУБА, освітня програма «Промислове та цивільне будівництво», а також навчальної дисципліни «Програмне забезпечення конструкторських розрахунків», що викладається для магістрів спеціальностей 131 «Прикладна механіка» та 192 «Будівництво та цивільна інженерія».

Науковий внесок Павленка В.М. полягає у створенні нової методики для аналізу стійкості основ будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях на базі методу скінченних елементів.

Довідка надана для представлення до спеціалізованої вченої ради за місцем захисту дисертації Павленка В.М. на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 131 «Прикладна механіка».

Завідувач кафедри будівельної механіки,
д.т.н., професор

Декан будівельного факультету,
д.т.н., професор

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Перший проректор
д.е.н., професор



Петро ЛІЗУНОВ

Григорій ІВАНЧЕНКО

Олексій ШКУРАТОВ

Довідка про впровадження результатів дисертаційної роботи



МОН
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

просп. Повітряних Сил, 31,
м. Київ, 03037
тел.: +38 (044) 241-55-80,
e-mail: knuba@knuba.edu.ua,
web: knuba.edu.ua
ЄДРПОУ 02070909

ДОВІДКА

про впровадження результатів дисертаційної роботи Павленко В.М. на тему «Розв’язання просторової нелінійної задачі стійкості основ будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях» у наукових дослідженнях Науково-дослідного інституту будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури

Результати дисертаційної роботи Павленка В.М. на тему «Розв’язання просторової нелінійної задачі стійкості основ будівель і споруд на зсувонебезпечних територіях» використані в Науково-дослідному інституті будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури при виконанні науково-дослідних робіт 2021-2025 років.

Науковий внесок Павленка В.М. полягає у створенні на основі напіваналітичного методу скінченних елементів нових підходів до аналізу стійкості нелінійного пружнопластичного середовища.

Довідка надана для представлення до спеціалізованої вченої ради за місцем захисту дисертації Павленка В.М. на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 131 «Прикладна механіка».

Проректор з наукової роботи
та інноваційного розвитку



Олександр КОВАЛЬЧУК