МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

Кваліфікаційна наукова праця
на правах рукопису

ДЖАНОВ ЛЮБОМИР ВОЛОДИМИРОВИЧ

Гриф

Прим. № ____

УДК 624.9

ДИСЕРТАЦІЯ

РАЦІОНАЛЬНІ СТАЛЕВІ БАЛКИ ЗМІННОГО ПЕРЕРІЗУ

192 Будівництво та цивільна інженерія
(19 – Архітектура та будівництво)

Дисертація на здобуття наукового ступеня

доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____Джанов Л.В.

Науковий керівник:

Заслужений діяч науки і техніки України

Білик Сергій Іванович,

доктор технічних наук, професор

Київ – 2025 р.

АНАТОЦІЯ.

Джанов Л.В. Раціональні сталеві балки зі змінного перерізу. - кваліфікаційна наукова робота на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 192 Будівництво та цивільна інженерія (19 – Архітектура та будівництво)- Київський національний університет будівництва і архітектури, 2025.

Дисертаційна робота присвячена визначенню раціональних конструкцій балкових елементів рам і споруд із зварних двотаврів зі змінною висотою стінки і полиці.

У першому розділі виконано огляд і аналіз наукових даних досліджень висвітлених у літературних джерелах присвячених пошуку оптимальної і раціональної висоти сталевих двотаврів із постійною та змінною площею перерізу.

За оглядом винаходів та нових конструкцій встановлено тенденції розвитку в нашій країні і закордоном сталевих рам будівель різного призначення універсального призначення. Підтверджено, що головними напрямками сталого розвитку метало будівництва у світі є використання раціональних сталевих конструкцій з оптимальними витратами сталі, які мають високу технологічність виготовлення та мінімізованими транспортними витратами. Саме до таких конструкцій відносять каркаси будівель із сталевих рами із зварних та розвинутих двотаврів з постійним і змінним перерізом. На прикладах досягнень провідних фірм з виробництва сталевих каркасів зі двотаврів змінного перерізу, а також результати досліджень наукових шкіл Київського національного університету будівництва і архітектури та інших університетів та науково-дослідних інститутів країни показано, що одним із важливих напрямків зниження витрат сталі є використання зварних двотаврів змінного перерізу при змінності, як висоти стінки так ширини полиці. Але узагальнених таких досліджень в цьому напрямку проведено недостатньо. Показано сучасний

науковий рівень досліджень високоефективних сталевих балкових зварних двотаврів із використанням змінної висоти стінки, розвинутих двотаврів з перфорованою стінкою постійного та із змінного перерізу, балок з гофрованою стінкою, та балок з гнучкою стінкою. Відмічено ефективність використання профілів із змінним перерізом, як елементів сталевих рамних каркасів будівель і споруд. Вказана можливість виготовлення економічних за витратами сталі зварних двотаврів змінного перерізу на автоматизованих виробництвах із використанням зварювальних роботів та роботизованого обладнання.

Також у першому розділі виконано огляд методологічних підходів пошуку раціональних сталевих рамних конструкції балкового типу на всіх етапах проектування та огляд методів пошуку оптимального перерізу зварних двотаврів та елементів рам змінного перерізу. Показано, що важливим етапом проектування є варіантне проектування і пошук оптимальної конструктивної форми балкового елемента саме на першій стадії проектування. В цьому відношенні залишаються актуальними і важливими проведення додаткових дослідження з пошуку закономірностей оптимального проектування зварних двотаврів змінного перерізу. Виконано огляд критеріїв оптимального проектування сталевих балкових елементів, показано, що основним критерієм залишається критерій мінімальних витрат сталі. Виконано загальний огляд підходів моделювання і методів оптимального проєктування сталевих зварних двотаврів. Відмічено, що континуальний і дискретних підхід оптимального проектування рівнозначні і можуть доповнювати один одного на різних етапах проектування сталевих конструкцій. Показано, що в силу нескладних крайових умов закріплення в системі просторового каркасу найбільш поширеним і ефективним способом оптимального проектування є континуальний підхід щодо моделювання балкового сталевого елемента двотаврового перерізу. Також висвітлено і відповідно обґрунтовано, що найбільш поширеними методом оптимального проєктування сталевих зварних двотаврів є методи нелінійного програмування невизначених множників Лагранжа (МНПНМ Лагранжа), та метод Ейлера – Лагранжа.

Виконаний аналіз досліджень інших авторів дав підставу сформулювати основні завдання досліджень дисертації.

В другому розділі Розглянуто новий клас сталевих балок із змінною шириною полиць та змінною висотою та товщиною стінки. Розділ присвячений вибору оптимальної та раціональної конструктивної форми сталевих балкових елементів змінного перерізу, як елементів рамних конструкцій каркасних будівель і споруд. Прийняті крайові умов закріплення балки із площини дії навантаження: балка розкріплена системою горизонтальних і вертикальних в'язей, що запобігає втраті стійкості пласкої форми згину і відповідно мінімізує виникнення бімоментних напружень від стиснутого кручення, які виникають внаслідок випадкових ексцентриситетів при прикладанні зовнішнього статичного навантаження між горизонтальними в'язями. Ці додаткові напруження від стиснутого крутіння в такому випадку враховуються при розробці робочого проєкту металевих конструкції, або враховуються додатковими коефіцієнтами. Також вважається, що не відбувається втрата стійкості від повздовжніх сил, які можуть виникати в силу нахилу осі елемента змінного перерізу або рамності конструкції. Прийнято, що місцева стійкість стінки і полиці забезпечена перерізом елементів. Місцева стійкість стінки також забезпечена, а у випадку необхідності, підвищується вертикальними ребрами жорсткості.

Для оптимального проєктування змодельована зварна сталева балка двотаврового симетричного перерізу складена з верхньої та нижньої полиці змінного перерізу, які між собою з'єднані стінкою змінної товщини та висоти. Двотаврова балка змінного перерізу розкріплена на опорах та по довжині конструкції. Розроблена континуальна модель оптимального проєктування сталевої балки із зварного двотавра змінного перерізу (змінними приймаються висота стінки, товщина стінки і ширина полиці). Задача визначення оптимальної конструктивної форми двотаврової сталевої балки із змінним перерізом вирішена за допомогою метода невизначених множників Лагранжа за критерієм мінімальних витрат сталі, як задача нелінійного програмування. Градієнт

змінності перерізу балки визначено за вимогами виконання умов міцності балки в кожному перерізу конструкції.

Задача пошуку оптимальної конструктивної форми балки із зварного двотавра змінного перерізу вирішена за умовами міцності балки при згині для двох випадків. Перша задача вирішується при умові змінності товщини стінки по довжині конструкції: при постійній гнучкості стінки. Друга задача вирішена у постановці визначення оптимальної топології сталевої балки із зварного двотавра зі змінною висотою стінки і полиці, та змінної товщині стінки за степеневим законом. Задача вирішена в узагальненому виді методом нелінійного програмування невизначених множників Лагранжа за критерієм мінімальних витрат сталі при змінній висоті стінки, ширини полиці, товщини стінки. Також використані достатні умови оптимального проектування Каруша- Куна-Такера. Отримані нові аналітичні залежності оптимальної висоти перерізу зварного двотавра із змінною площі перерізу і шириною полиці в залежності від ступеня змінності перерізу зміни висоти перерізу балки в залежності від закономірності зміни згинального моменту. Доказана достовірність отриманих аналітичних залежностей для визначення оптимальної висоти перерізу конструкції ефективної за витратами сталі сталевої балки змінного перерізу при переході від двотавра змінного перерізу до зварного двоатавра із постійною висотою і шириною полиці.

Виконані числові дослідження чутливості отриманих рішень, щодо схеми навантаження конструкції. Запропонована послідовність визначення градієнта змінності висоти перерізу і ширини полиць при дії рівномірно-розподіленого навантаження і зосередженої сили. На прикладі консольної балки показано, що при дії рівномірно-розподіленого навантаження і зосередженої сили на вільному кінці балки максимальні напруження виникають не в перерізі, де діє максимальний згинальний момент, а в інших перерізах. Приведені результати числових досліджень визначення градієнта змінності ширини полиці і висоти стінки двотавра при постійній товщині стінки при дії статичного навантаження: рівномірно-розподіленого і зосередженої сили, встановлено мінімальне значення градієнта змінності перерізу, при яких умова міцності виконується в кожному

перерізі. Приведені результат досліджень. Визначення оптимальні значення градієнта змінності висоти стінки і ширини полиці при постійній товщині стінки.

Третій розділ присвячений дослідженням оптимальної конструктивної форми сталевої зварної балки симетричного перерізу із змінною висотою стінки і змінною шириною полиці за вимогами другого граничного стану - виконанням вимог обмежень за прогинами. Задача сформульована при континуальному моделювання за методом Ейлер -Лагранжа, як задача нелінійного програмування при виконані вимог міцності для кожного перерізу та за критерієм мінімальних витрат сталі. Отримані нові аналітичні залежності оптимальної висоти зварного сталевого двотавра зі змінною висотою стінки і змінною шириною полиці для перерізу, де дії максимальний згинальний момент при виконанні вимог граничних прогинів.

У четвертому розділі проведені дослідження практичного застосування конструкцій сталевих із зварних двотаврів із змінною висотою стінки і змінної ширини полиці. Так розглянута задача раціонального вибору перерізу і оптимальної конструктивної форми елемента портальної рами, який виготовлений із зварного двотавра із змінною висотою стінки, та при змінній ширині полиці з урахуванням дії згинального моменту і повздовжньої сили при відносному ексцентриситеті m_x>15. Стійкість ригеля змінного перерізу в площині рами враховується за методом Тимошенка-Ясинського. Місцева стійкість стінки і полиці теж забезпечена необхідним відношенням товщини полиці до її ширини, а ще стійкість стінки забезпечена ребрами жорсткості. Загальна стійкість елемента рами із площини дії згинального моменту забезпечена конструктивними заходами: розташуванням вертикальних і горизонтальних в'язей.

Сформульована задача нелінійного математичного програмування (4.5) описується в просторі змінних геометричних характеристик перерізу сталевого елемента із двотавра змінного перерізу: h_z , A_z , $t_{w,z}$ та обмежувальними функціями у вигляді умов забезпечення міцності кожного перерізу. Прийнято, що обмеження за міцністю за дією поперечної сили не є активними. Також не активними

вважаються обмеження за умовами стійкості стінки і полиць. За критерій оптимального проєктування вибрано критерій мінімальних витрат сталі елемента рами. Задача оптимального проєктування вирішується методом невизначених множників Лагранжа, з використанням достатніх умов Каруша-Куна-Такера.

Отримана нова аналітична формула оптимальної висоти перерізу двотавра по довжині елемента рами з урахуванням впливу повздовжньої сили.

Для визначення градієнта змінності перерізу проведені числові дослідження. Для проведення числових досліджень елемента портальної рами з метою визначення градієнта змінності перерізу стінки і полиці прийнято що зміна згинального моменту відбувається за лінійним законом. Градієнт змінності перерізу визначений із виконання умов міцності для кожного перерізу. Встановлено, що для зварних двотаврів із змінною висотою стінки і шириною полиці при однакових градієнтах змінності існує граничне значення градієнта раціональної конструктивної форми сталевого двотавра змінного перерізу, при якому умови міцності виконуються для кожного перерізу в залежності від співвідношення згинальних моментів, що діють на опорах з обох кінців балки. Встановлена закономірність впливу відношення кінцевих згинальних моментів на вибір раціональної топології сталевої балки змінного перерізу: при зменшенні різниці між значеннями кінцевих згинальних моментів - градієнт змінності перерізу зменшується, а відношення висоти перерізу найменшого перерізу двотавра до висоти перерізу збільшується.

Також важливим результатом, стало підтвердження, що оптимальна висота сталевого двотавра змінного перерізу, яка визначенні з умов міцності за максимальним згинальним моментом забезпечує основну раціональну конструктивну форму кожного балкового двотаврового елемента всієї портальної рами.

Підтверджена достовірність отриманих результатів визначення оптимальної висоти перерізу та достовірність розробленої фізико-математичної континуальної моделі елемента портальної рами зварного двотавра змінного перерізу при дії згинальних моментів і повздовжніх сил. Отримані результати

достатньо добре співпадають із значеннями оптимальних конструкцій елементів рам отриманими в роботах інших авторів.

Практичне значення проведених досліджень і отриманих нових наукових результатів полягає у встановленні закономірностей вибору оптимальної конструктивної форми сталевих балок із зварних двотаврів зі змінною висотою стінки і змінною шириною полиці. Отримані нові аналітичні залежності дозволяють на першому етапі проєктування визначити оптимальну висоту перерізу за двома граничними станами, де діє максимальний згинальний момент з урахуванням особливостей змінності напружено-деформованого стану по довжині конструкції. А розроблений методологічний підхід та результати числових досліджень дають змогу призначити оптимальне значення градієнтів змінності перерізу стінки і полиці за двома граничними станами по довжині перерізу в залежності від діючих зусиль по довжині елемента. Це дає змогу отримати раціональну конструкцію зварного двотавра змінного перерізу, як елемента портальних рамних конструкції з урахуванням дії згинальних моментів і повздовжніх сил.

Ключові слова: раціональні сталеві конструкції, міцність балок, граничні стани, оптимальне проєктування, сталеві зварні двотаврові балки із змінною шириною полиць а змінною висотою та товщиною стінки, математичне моделювання сталевих конструкцій, система диференціальних рівнянь, метод невизначених множників Лагранжа, метод Ейлера-Лагранжа, статичне навантаження, сталеві рами, сталеві каркаси, деформації.

Наукова новизна та нові наукові результати .

1. Розглянуто новий клас сталевих балок змінного перерізу зі зварних двотаврів із змінною висотою стінки і шириною полиці. Отримана вперше узагальнена аналітична залежність закономірності зміни висоти балки і ширини полиці оптимальної конструкції двотаврової сталевої балки по її довжині з урахуванням ступеня змінності перерізу стінки і полиці. Вирішена задача нелінійного оптимального програмування зварних двотаврів із змінним перерізом за методом невизначених множників Лагранжа. За числовими

дослідженнями визначено раціональний градієнт змінності перерізу стінки і ширини полиці сталевої двотаврової балки за вимогами виконання умов міцності в кожному перерізу. Це дало змогу уникнути порушення умов міцності для перерізів, де діє не максимальний згинальний момент. Підтверджена і обґрунтована актуальність наукових досліджень за темою дисертації. Огляд літературних джерел показав, що актуальним є розвиток оптимального проектування сталевих зварних двотаврів змінного перерізу.

2. Отримані нові закономірності чутливості отриманих раціональних конструктивних рішень зварних двоаврів змінного перерізу, щодо схеми навантаження конструкції. Запропонована послідовність та визначено раціональне значення градієнта змінності висоти перерізу і ширини полиць при дії рівномірно-розподіленого навантаження і зосередженої сили. На прикладі консольної балки показано, що при дії рівномірно-розподіленого навантаження і зосередженої сили на вільному кінці балки максимальні напруження виникають не в перерізі, де діє максимальний згинальний момент, а в інших перерізах в залежності від градієнта змінності перерізу стінки і полиці. Таким чином, встановлена ще одна закономірність: при збільшенні впливу дії згинальних моментів від зосереджених сил градієнти змінності ширини полиці і стінки зменшуються і оптимальна конструктивна форма зварного сталевого двотавра стає більш пологою.

3. Отримана аналітична формула для визначення оптимальної висоти кожного перерізу конструкції за одночасним виконанням мінімальних витрат сталі, умов міцності та виконання умов другого граничного стану за прогинами. Отримана аналітична формула описує нові закономірності вибору найкращого конструктивного рішення сталевих двотаврових балок змінного перерізу в залежності від ступеня змінності перерізу. Цей новий науковий результат отриманий за методом Ейлера-Лагранжа під час вирішенням задачі нелінійного програмування з визначення оптимальної конструктивної форми зварного сталевого двотавра із змінною висотою стінки та полиці за умовами мінімальних

витрат сталі і виконання вимог другого граничного стану (обмеження за прогинами) з урахуванням вимог оптимальності кожного перерізу.

Отримані практичні рекомендації для визначення градієнта змінності перерізу зварного двотавра змінного перерізу і при змінній тільки ширині полиці і постійній висоті стінки і товщині в залежності від обмежень за прогинами.

4. Отримана нові аналітичні залежності оптимальної висоти перерізу двотавра по довжині балки з урахуванням впливу повздовжньої сили. Вперше встановлено нову закономірність: для елементів портальних рам з урахуванням дії згинальних моментів і повздовжніх сил із сталевих двотаврів змінного перерізу оптимальним розподілом сталі по висоті перерізу є закономірність оптимального проектування перерізів: площа двох полиць дорівнює половині площі стінки. Розвинуті теоретичні положення оптимального проєктування елементів сталевих портальних рам із зварних двотаврів із змінною висотою стінки і змінною шириною полиць при врахуванні дії згинальних моментів на кінцях елемента рами та повздовжніх сил. Вирішена здача оптимального проєктування за методом невизначених множників Лагранжа з використанням умов Каруша-Куна-Такера за критерієм мінімальних витрат сталі при дії повздовжньої сили і кінцевих згинальних моментів та постійному значення поперечної сили ($M_{x,n}$, $M_{x,0,}$, $M_{x,0} > M_{x,n}$, $m_{xz}>0,15$). Вплив повздовжньої сили для рам в умовах міцності прийнято за формулою Тимошенко-Ясинського.

5. Встановлена також закономірність впливу відношення кінцевих згинальних моментів на вибір раціональної конструктивної форми сталевої балки змінного перерізу: при зменшенні різниці між значеннями кінцевих згинальних моментів - градієнт змінності перерізу зменшується, а відношення висоти перерізу найменшого перерізу двотавра до висоти перерізу збільшується. Для визначення градієнта змінності перерізу проведені числові дослідження, щоб уникнути умови, при якій найбільші напруження виникають в перерізах, де не дії максимальний згинальний момент.

6. Підтверджена достовірність отриманих результатів та розробленої фізико-математичної континуальної моделі міцності елемента портальної рами

зварного двотавра змінного перерізу при дії згинальних моментів і повздовжніх сил. Отримані результати достатньо добре співпадають із значеннями оптимальних конструкцій елементів рам отриманими в роботах інших відомих авторів.

7. Результати виконаних досліджень показують, що використання сталевих балок із змінним перерізом стінки і полиці дає економію сталі до 12%…19% порівняно з балками постійного перерізу. Економія металу досягається за рахунок додаткової можливості розподілити сталь по довжині балок відповідно до напружено -деформованого стану при оптимальному розподілені сталі по висоті кожного перерізу.

ABSTRACT.

Dzhanov L.V. ***Rational Steel Beams with Variable Web Height and Flange Width*** **– qualification research work submitted as a manuscript..**

Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy in specialty 192 Construction and Civil Engineering (19 – Architecture and Construction) – Kyiv National University of Construction and Architecture, 2025.

The dissertation is devoted to determining rational designs of beam elements of frames and structures made of welded I-beams with variable web height and flange width.

Chapter 1 provides a review and analysis of scientific data presented in the literature regarding the search for optimal and rational web heights of steel I-beams with constant and variable cross-sectional areas..

Based on the review of inventions and new designs of steel frames for buildings of various functions in Ukraine and abroad, the general trends in the development of metal structures for multipurpose buildings are identified. It is confirmed that the main directions of sustainable development in steel construction worldwide are the use of rational steel structures with optimized steel consumption, high manufacturability, and minimized transportation costs. Such structures include building frames made of welded and expanded I-beams with constant or variable cross-sections.

Examples from leading companies producing variable cross-section steel frames, as well as research from scientific schools of Kyiv National University of Construction and Architecture and other universities and research institutes in Ukraine, demonstrate that one of the key approaches to reducing steel consumption in mass-used steel frame structures is the use of welded I-beams with variable cross-sections, where both web height and flange width vary. However, comprehensive studies in this area remain insufficient.

The current scientific state of research is presented for welded steel I-beams with variable web height, expanded I-beams with perforated webs of both constant and variable height, corrugated web beams, and beams with flexible webs. The effectiveness of using variable cross-section profiles as elements of steel frame buildings and structures is highlighted. The feasibility of manufacturing cost-efficient welded I-beams with variable cross-sections using automated production lines and robotic equipment is also noted.

Furthermore, this chapter reviews methodological approaches to the design of rational steel beam-type frame structures at all design stages, and surveys methods for determining the optimal cross-section of welded I-beams and variable-section frame elements. It is shown that the initial design phase, where alternative design options and optimal beam configurations are explored, plays a critical role. In this context, analytical methods for optimal design remain relevant and significant.

A review of the design criteria for optimal steel beam elements is presented, emphasizing that the primary criterion remains the minimization of steel consumption. General approaches to modeling and optimal design methods for welded steel I-beams are reviewed. It is noted that both continuous and discrete design approaches are equivalent and may complement each other at different design stages of steel structures. Due to the relatively simple boundary conditions of support in spatial frame systems, the continuous modeling approach is identified as the most widespread and efficient method for the optimal design of steel I-beam elements.

It is also stated and substantiated that the most common methods for the optimal design of welded steel I-beams are nonlinear programming methods using Lagrange multipliers and the Euler–Lagrange method.

The analysis of other authors' research has provided the basis for formulating the main research objectives of this dissertation.

Chapter 2 considers a new class of steel beams with variable flange width, web height, and web thickness. The chapter is dedicated to selecting the optimal and rational topology of variable cross-section steel beam elements used in frame structures of building frameworks. The beam is assumed to be laterally restrained out of the loading plane by a system of horizontal and vertical bracings, which prevents the loss of flexural stability and minimizes the emergence of bimoment stresses from restrained torsion due to accidental eccentricities in the application of external static loads between the horizontal bracings. These additional stresses from restrained torsion are considered in the working design either through detailed structural steelwork or by applying additional coefficients. It is also assumed that no loss of stability occurs due to longitudinal forces that may arise from the inclination of the axis of the variable cross-section element. Local stability of the web and flange is considered ensured by the element's cross-section, and, where necessary, vertical stiffeners are used to ensure the web's local stability.

A welded steel I-beam of symmetrical cross-section, composed of variable cross-section upper and lower flanges connected by a web of variable height and thickness, is modeled for optimal design. The variable cross-section I-beam is restrained at the supports and along its length. A continuous model is developed for the optimal design of a welded variable cross-section steel I-beam, where the web height, web thickness, and flange width are considered as design variables. The problem of determining the optimal structural form of the variable cross-section steel I-beam is solved using the method of Lagrange multipliers as a nonlinear programming problem with the criterion of minimizing steel consumption. The gradient of cross-section variation is determined based on the requirement to satisfy strength conditions at each cross-section along the beam.

The problem of optimal beam topology for a welded variable cross-section I-beam is solved under bending strength conditions in two cases. The first case considers variation of web thickness along the beam length while maintaining constant web slenderness. The second case is formulated for determining the optimal topology of a welded I-beam with variable web height and flange width, and variable web thickness. The problem is solved in a generalized form using nonlinear programming with Lagrange multipliers, where the design variables include the web height, flange width, and web thickness, and the objective is to minimize steel consumption. The Karush–Kuhn–Tucker optimality conditions are also applied. New analytical relationships are obtained for the optimal web height of a welded I-beam with variable cross-sectional area and flange width, as a function of the degree of cross-section variability and the distribution of the bending moment. The validity of these analytical expressions for determining the optimal web height of steel beams with variable cross-sections is confirmed, including transitions to I-beams with constant web height and flange width..

Numerical sensitivity analyses of the obtained solutions were conducted with respect to different loading schemes. A procedure is proposed for determining the gradient of variation in web height and flange width under combined action of uniformly distributed loads and concentrated forces. Using a cantilever beam as an example, it is shown that under combined loading, the maximum stresses do not necessarily occur at the cross-section with the maximum bending moment, but may appear elsewhere. Numerical investigations were performed to determine the gradient of variation in flange width and web height of the I-beam with constant web thickness under static loading from a combination of uniformly distributed and concentrated loads. The minimum gradient values were established at which the strength condition is satisfied for every cross-section. The results of these investigations are presented, and the optimal values of the gradient of variation in web height and flange width under constant web thickness are identified.

Chapter 3 is devoted to the investigation of the optimal structural form of a welded steel beam with a symmetrical cross-section, featuring variable web height and variable flange width, under the constraints of the second limit state—compliance with

deflection limitations. The problem is formulated using a continuous modeling approach based on the Euler–Lagrange method as a nonlinear programming problem, considering strength requirements for each cross-section and aiming to minimize steel consumption.

New analytical relationships are obtained for determining the optimal height of a welded steel I-beam with variable web height and flange width at the cross-section where the maximum bending moment occurs, while satisfying the specified deflection limits.

Chapter 4 presents studies on the practical application of welded steel I-beams with variable web height and variable flange width. The focus is on the rational selection of the cross-section and the optimal structural form of a portal frame element made of a welded I-beam with variable web height and flange width, taking into account the effects of bending moment and axial force under a relative eccentricity of $m_x>15$. The in-plane stability of the variable cross-section girder is considered using the Timoshenko–Yasinsky method. Local stability of the web and flanges is ensured by maintaining the appropriate flange width-to-thickness ratio and by providing stiffeners, while the global out-of-plane stability of the frame element is ensured through constructive measures, including the arrangement of vertical and horizontal bracing elements.

The formulated nonlinear mathematical programming problem (4.5) is described in the space of geometric variables of the cross-section of the variable I-beam element—namely h_z , A_z , $t_{w,z}$ —with constraint functions corresponding to strength conditions for each cross-section. It is assumed that shear force strength constraints are inactive, as are the local stability constraints for the web and flange. The design criterion is the minimization of steel consumption for the frame element. The optimization problem is solved using the method of Lagrange multipliers with the application of the Karush–Kuhn–Tucker (KKT) optimality conditions.

A new analytical formula is derived for the optimal web height of the I-beam along the length of the frame element, accounting for the influence of axial force..

To determine the cross-sectional variation gradient, numerical studies are performed. In these studies of a portal frame element, the bending moment is assumed

to vary linearly. The gradient of cross-section variation is determined based on the satisfaction of strength conditions in every section. It is established that for welded I-beams with variable web height and flange width, there exists a limiting value of the variation gradient beyond which the strength conditions are no longer satisfied, and this limit depends on the ratio of the bending moments applied at the two ends of the beam.

A relationship is established between the ratio of end bending moments and the selection of the rational topology of a variable cross-section steel beam: as the difference between the end moments decreases, the variation gradient also decreases, and the height ratio of the smallest section to the maximum section increases.

Another important outcome is the confirmation that the optimal height of a variable cross-section steel I-beam, determined based on strength under maximum bending moment, defines the primary rational structural form of each beam element within the entire portal frame.

The reliability of the obtained results for optimal cross-sectional height is confirmed through the developed physico-mathematical continuous model of a portal frame element made of a welded variable cross-section I-beam under the action of bending moments and axial forces. The results are in good agreement with the optimal designs reported in the works of other authors.

The practical significance of the conducted research and the obtained new scientific results lies in establishing regularities for selecting the optimal structural form of welded steel I-beams with variable web height and flange width. Furthermore, the newly derived analytical expressions allow for the direct determination of the optimal section height at the initial design stage based on the two limit states where the maximum bending moment occurs. The developed methodological approach and the results of numerical studies enable the assignment of the optimal gradient of variation for the web and flange dimensions under the two limit states along the element's length, depending on the applied internal forces. This facilitates the design of a rational welded I-beam configuration as a structural component of a frame system, taking into account the effects of both bending moments and axial forces..

Keywords: steel structures, beam strength, limit states, optimal design, welded steel I-beams with variable flange width and variable web height and thickness, mathematical modeling of steel structures, system of differential equations, Lagrange multiplier method, Euler–Lagrange method, static loading, steel frames, steel frameworks, deformations

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Статті у науковому виданні, включеному до переліку фахових видань України категорії «А», яке цитується у реферативній базі Web of Science

1. Dzhanov, L. V., Bilyk, S. I., & Bilyk, A. S. (2025). Rational topology of steel I-beams with various gradients of changing wall height and shelf width at specified sections along the length of the beam. *Strength of Materials and Theory of Structures. Scientific-and-technical collected articles*, (114), 155–164. Kyiv: KNUBA. *(in English)* https://doi.org/10.32347/2410-2547.2025.114.155-164 *Особисто автором запропоновано методику визначення раціональної конструктивної форми зварної двотаврової балки із змінної висотою стінки і змінною шириною полиці.*

Статті у науковому виданні, включеному до переліку фахових видань України категорії «Б»

2. Білик А.С., Джанов Л.В., Терновий М.І. (2025) Визначення оптимальної висоти сталевих двотаврів змінного перерізу за методикою множників Лагранжа. *Просторовий розвиток (11), 282-302.* https://doi.org/10.32347/2786-7269.2025.11.282-302. https://library.knuba.edu.ua/books/zbirniki/29/2025/SD2511.pdf. *Особисто автором запропоновано методику визначення оптимальної висоти сталевої зварної двотаврової балки із змінної висотою стінки зі змінною шириною полиці за методикою невизначених множників Лагранжа.*

3. Джанов, Л. (2025). Раціональна топологія сталевих консольних балок зі змінною шириною полиць і висотою стінки при обмеженнях по прогину та міцності. *Будівельні конструкції. Теорія і практика,* (16), 158–170. https://doi.org/10.32347/2522-4182.16.2025.158-170. *Особисто автором*

запропоновано методику визначення оптимальної висоти сталевої зварної двотаврової балки із змінної висотою стінки зі змінною шириною полиці при обмеженнях по прогину та міцності.

4. Dzhanov, L (2025). Rational steel canopy structures over stadium stands using welded i-beams with variable flange width and web height. *Будівельні конструкції. Теорія і практика,* (17), 211–220. DOI: 10.32347/2522-4182.17.2025.211-220.

Особисто автором проведено дослідження пошуку раціональної конструктивної форми зварної балки із змінною висотою стінки і полиці зі визначенням градієнта змінності перерізу по довжині конструкції.

5. Білик, А.С., Білик С.І., Глітін О.О., & Джанов Л.В. (2022). Оптимальна висота сталевих двотаврових балок зі змінною шириною полиць. *Будівельні конструкції. Теорія і практика*, (12), 42–52. https://doi.org/10.32347/2522-4182.12.2023.42-52. *Особисто автором проведено дослідження пошуку раціональної конструктивної форми зварної балки із змінною шириної полиці*

6. Артем Білик, Валерій Нужний, Любомир Джанов, Вадім Перестюк (2020). Особливості аналітичного розв'язку задачі про переміщення консольних сталевих балок зі змінною шириною полиць. *Будівельні конструкції. Теорія і практика*, (7), 85–92. https://doi.org/10.32347/2522-4182.7.2020.85-92. *Особисто автором проведено числові аналітичні дослідження визначення прогинів балки із змінною шириною полиці.*

Матеріали конференцій

7. Джанов Л.В. Сталеві балки із змінним перерізом, вибір оптимальної топології. // *V Міжнародна науково–практична конференція «Будівлі та споруди спеціального призначення: сучасні матеріали та конструкції» (14–16 травня 2025 р.).* – Київ, 2025. – С. 84–85 https://doi.org/10.59647/978-617-8633-07-3/1

8. Білик А.С., Білик С.І., Джанов Л.В. Оптимальна висота сталевої двотаврової балки із змінною шириною полиць // *IV Міжнародна наукова практична конференція «Будівлі та споруди спеціального призначення: сучасні матеріали та конструкції» (26-27 квітня 2023 р.*), - Київ, 2023. с. 46-47

https://www.knuba.edu.ua/wp-content/uploads/2023/05/tezy_konferencziyi-knub-2023-26-27_04_235.pdf

9. Білик С.І., Джанов Л.В. Особливості вибору оптимального перерізу сталевих двотаврових зварних балок зі змінною шириною полиці та змінною висотою стінки // *Комплексне забезпечення якості технологічних процесів та систем (КЗЯТПС–2022): матеріали тез доповідей XII Міжнародної науково-практичної конференції (м. Чернігів, 26–27 травня 2022 р.) : у 2 т. / Національний університет «Чернігівська політехніка»* – Чернігів: НУ «Чернігівська політехніка», 2022. – Т. 2. – С.97-98.

https://cf.knuba.edu.ua/wp-content/uploads/2025/10/Tezy-2022-Part-2.pdf#page=97

10. Білик С.І., Джанов Л.В. Впровадження курс BIM-технологій в металевих конструкціях у навчальний процес в умовах дистанційного навчання *// Conference program and proceedings International scientific-practical conference of young scientists Build-Master-Class 2022 (30.11-02.12.2022) //* К.: KNUCA, 2022.– с.183-184.
https://cf.knuba.edu.ua/wp-content/uploads/2025/10/%D0%97%D0%B1%D1%96%D1%80%D0%BD%D0%B8%D0%BA_%D1%82%D0%B5%D0%B7_BMC-2022_v2_web.pdf#page=184

11. Білик С.І., Білик А.С., Джанов Л.В. Оптимальна висота сталевої балки зі змінною висотою стінки і полиці *// Комплексне забезпечення якості технологічних процесів та систем (КЗЯТПС–2022): матеріали тез доповідей XII Міжнародної науково-практичної конференції (м. Чернігів, 26–27 травня 2021 р.) : у 2 т. / Національний університет «Чернігівська політехніка» [та ін.]. – Чернігів: НУ «Чернігівська політехніка»,* 2021. – Т. 2. – С.92-93.
https://cf.knuba.edu.ua/wp-content/uploads/2025/10/Tezy-2021-Part-2.pdf#page=92

12. S. Bilyk, L. Dzhanov, A. Bilyk .Optimal topology of I-beam steel members with variable web depth, web thickness, and flange width. *VIII International Conference «In-service Damage of Materials, its Diagnostics and Prediction». October 15-17, 2025, Ternopil, Ukraine.* https://dmdp.tntu.edu.ua

ЗМІСТ

ВСТУП 23

РОЗДІЛ 1. ЕФЕКТИВНІ КОНСТРУКТИВНІ РІШЕННЯ СТАЛЕВИХ БАЛОК ТА КРИТЕРІЇ ЩОДО ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ ВИСОТИ ПЕРЕРІЗІВ ЗВАРНИХ ДВОАТВРІВ. 34

1.1. Напрямки розвитку сталевих конструкцій із двотаврів постійного і змінного перерізу. 34

1.2. Основні гіпотези розрахунку та вибір методики дослідження оптимальної висоти сталевої балки із двотавра зі змінною висотою стінки і полиці. 44

1.3. Висновки за розділом 1. 55

РОЗДІЛ 2. РАЦІОНАЛЬНІ МЕТАЛЕВІ БАЛКИ ІЗ ЗМІННОЮ ВИСОТОЮ СТІНКИ ТА ЗМІННОЮ ШИРИНОЮ ПОЛКИ ЗА КРИТЕРІЄМ МІНІМІЗАЦІЇ ВИТРАТ СТАЛІ. 57

2.1. Розробка методики визначення раціональної висоти сталевої двотаврової балки із змінною товщиною стінки і полиці 60

2.2. Узагальнення вибору оптимальної конструктивної форма зварного сталевого двотавра при змінній ширині полиці, стінки і товщини стінки за степеневими законами. 72

2.3. Числові дослідження значень градієнта змінності раціональної конструктивної форми сталевого двотавра із змінною шириною полиці та змінною висотою стінки. 85

2.4. Чутливість оптимальної конструктивної форма при лінійній зміні висоти перерізу і ширини полиці двотаврової сталевої балки до зміни схеми навантаження. 92

Висновки до розділу 2 100

РОЗДІЛ 3. ВИЗНАЧЕННЯ РАЦІОНАЛЬНОЇ КОНСТРУКЦІЇ МЕТАЛЕВИХ ДВОТАВРОВИХ БАЛОК ІЗ ЗМІННОЮ ВИСОТОЮ СТІНКИ І ЗМІННОЮ ШИРИНОЮ ПОЛКИ ЗА УМОВАМИ ВИКОНАНЯ УМОВ ЖОРСТКОСТІ ЗА ДРУГИМ ГРАНИЧНИМ СТАНОМ 103

3.1. Цільова функція оптимальної конструкції металевих двотаврових балок із змінною висотою і змінною шириною полки за критерієм мінімізацією витрат сталі із виконання умов жорсткості за другим граничним станом. 103

3.2. Числові дослідження вибору оптимальної конструктивної форми сталевої балки зі змінним перерізом полиці і стінки за умовою обмеження за прогинами і раціональному розподілу сталі по висоті кожного перерізу 122

Висновки до розділу 3 136

РОЗДІЛ 4. ВПЛИВ ПОВЗДОВЖНЬОЇ СИЛИ НА ПРОЄКТУВАННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ СТАЛЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПОРТАЛЬНИХ РАМ ІЗ ДВОТАВРІВ ІЗ ЗМІННОЮ ВИСОТОЮ СТІНКИ І ШИРИНОЮ ПОЛИЦІ ЗМІННОГО ПЕРЕРІЗУ. 138

4.1 Раціональна конструкція елемента ригеля портальної рами з урахуванням повздовжньої сили при змінності площі полиці і висоти стінки. 138

4.2. Порівняння отриманих результатів оптимального проектування елементів портальних рам з іншими дослідженнями оптимального проектування оптимальних сталевих конструкцій портальних рам.. 156

4.3 Результати дослідження раціональної конструктивної форми сталевих двотаврових балок із змінною висотою і шириною полиць із різними градієнтами зміни перерізів по довжині на окремих ділянках. 159

Висновки до розділу 4 162

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ. 165

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ 168

ДАДОТОК А. ДОВІДКИ ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАУКОВОЇ РОБОТИ 189

ВСТУП

Актуальність роботи за темою дисертації. В будівельній галузі актуальною проблемою залишається розвиток і створення раціонально-оптимальних сталевих конструкцій, які дають економію ресурсів за витратами сталі, при транспортуванні, та під час виготовлення і монтажу. Залишається актуальною здача найвигіднішого використання матеріальних ресурсів у інвестиційні проєкти будівництва за рахунок використання нових удосконалених типів конструкцій. Такі конструкції також повинні бути технологічні у виготовлення, а процес їх створення піддаватися роботизації і автоматизації збирання і зварювання. За останні роки попит на сталеві конструкції з мінімальними витратами сталі зростає в силу об'єктивних чинників. Сталеві конструкції є промисловою продукцією, який можна транспортувати на великі відстані, а можливість повного заводського виготовлення зменшує час на будівництво і економить інвестиційні та кредитні ресурси. Окрім того попит на ефективні за витратами сталі будівельні конструкції зростає за рахунок використання їх для створення будівель і спору значних прольотів: ангари для літаків, виставкові центри, крити спортивні майданчики, навіси над трибунами стадіонів. Необхідний ефект зменшення витрат сталі досягається за рахунок оптимального проєктування конструкцій та використання високотехнологічних ліній виробництва сталевих балок з використанням автоматизованих ліній зварювання, а також роботизацією виготовлення конструкцій. Важливим також екологічність сталевих конструкцій, захист від корозії та вогнезахист. За останні десятиліття появились нові класи ефективних сталевих конструкцій такі, як балки з розвинутих двотаврів з перфорованою стінкою постійної і змінної висоти перерізу, балки з гофрованою стінкою, балки з гнучкою стінкою, тонкостінні профілі, а також зварні двотаври зі змінною висотою стінки. Але недостатньо узагальнених досліджень з оптимального проектування балкових елементів зі змінною висотою стінки і одночасно зі змінною шириною полиці, а також додатково змінною товщиною стінки. Хоча технологічні можливості дозволяють

високопродуктивне їх виготовлення. Задачі оптимального проектування сталевих балок із зварних двотаврів відносять до задач нелінійного математичного програмування умовної оптимізації за критерієм мінімальних витрат сталі, або мінімальної вартості конструкцій. В дисертації розвинуто методологічний підхід оптимального проектування за методом невизначених множників Лагранжа, та методом Ейлера-Лагранжа з використанням необхідних умов оптимального проєктування Каруша-Куна-Такера і отримані нові аналітичні залежності вибори оптимальних топології сталевого двотавар із змінним перерізом по довжині як і стінки так і полиці. Задача вирішена в узагальненому виді за критерієм мінімальних витрат сталі. Отримані нові аналітичні залежності вибору співвідношення площі полиць до площі перерізу стінки для вибору раціональної топології двотаврового балкового елемента рамної сталевої конструкції. Ці аналітичні залежності відображають виявлені нові закономірності між напружено-деформованим станом сталевої балки змінного перерізу висота перерізу, ширина полиці, градієнт змінності перерізу стінки і полиці двотавра по довжині конструкції. Задача вирішується для сталевих двотаврових балок при згині при виконанні умов міцності і жорсткості відповідно до умов двох граничних станів.

Актуальність роботи обумовлена вирішенням важливих задач науково-технічної проблеми створення сталевих балкових рамних елементів з мінімальними витратами сталі. Задачі із зниженням витрат сталі і вартості конструкцій вирішуються за рахунок визначення такої раціональної конструктивної форми сталевого двотавра із змінним перерізом площі стінки і площі плиць, кожний переріз якої відповідав умовам міцності, а вся балкова конструкція відповідала нормативним умовам також жорсткості

Основні наукові дослідження, які стали основою для досліджень оптимального проєктування сталевих конструкцій виконані українськими вченими та закордонними вченими, основні роботи представлені у літературних джерелах дисертації. Огляд наукових джерел також показав, що недостатньо досліджень з вибору оптимальної топології сталевих балок змінного перерізу, які

необхідні проектувальникам на першому етапі проектування, та для оцінки результатів проектування в цілому.

Теорія розрахунку сталевих рамних конструкцій з балкових елементів постійного і змінного перерізу, їх оптимальному і раціональному проектуванню розвивається завдяки науковим дослідженням видатних вчених (за списком літературних джерел): Баженов В.А. [1,95], Барабаш М.С. [4, 5, 6, 47, 66, 97], Білик С.І. [9, 10, 13…19, 21, 22, 60, 74, 98…104], Білик А.С. [11, 12, 17, 20…22], Бліхарський З.Я. [23], Ватуля Г. Л. [24], Виноградов А.И. [11, 12], Волкова В.Є. [25, 26,156], Гайдайчук В.В. [27], , Гарф Е.Ф. [13,14], Гоголь М.В. [32…34, 111, 112], Гордеев В.Н. [28], Городецький А.С. [4,5,6,47], Дінник А.Н. [39], Дробязко Л.Є. [40], Жербин М.М., Жудін М.Д [9,13], Іванченко Г.М. [41,118], Кінаш Р.І. [42], Колесніченко С.В. [44, 45], Лапенко О.І. [66], Лізунов П.П. [52, 53,124], Маневич А.І. [55, 56,125], Махінько А. В. [57, 58], Немчинов Ю. І. [64] Нілов О.О.[60,74], Отрош Ю.А. [67,126], Савицький М. В. [68, 69,147], Семко В.О. [70, 71], Семко О. В., Воскобійник О. П. [72, 73], Пелешко І.Д. [72, 73,139, 158], Перельмутер А.В. [72, 73,140,141], Пермяков В.О. [60, 83], , Піскунов В. Г. [77, 78,80], Пічугін С.Ф. [65], Ракша С.В. [55,56,125], Тонкачеєв В.Г. [101], Тимошенко С.П. [153], Шимановский О.В., [90…93], Юрченко В.В. [94,104,139,141,157,158], Bazeos V.F. [96], Bendse M. P. [94,56], Bertolini P. [98], Babaei M. [107], Buhl T., Baumeister H.K., Brown, N.C. [108], Donald M. [114] , Dube G.P. [115], Haug E.J. Arora J.S. [113] , Heyman J.[109] , Hodges D.H. [117] , Kaveh A. [121,122] , Mela, K., Nelder J. A., Mead R. [130] , Powell, Michael J. D. [128], Ozbasaran H. и Yilmaz T. [134], Prager W. [137, 138,138], Saka M. P. [144,145] , Tang, W. [110] ; Tankova T. [150,151] Також важливими є роботи: Трофимовича В.В., Чернова М.Л., Чибірякова В.К., Чираса А.А., Шебаніна В.С., Шевченко Є.В. та інших.

Дослідження інших вчених, дослідження яких є важливими описаний під час висвітлення огляду літературних джерел у першому розділі дисертації.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконувалася на підставі наказу КНУБА №243 від 03.06.2021 відповідно до

держбюджетної тематики кафедри металевих і дерев'яних конструкцій КНУБА «Розвиток теорії вибору раціональних ресурсозберігаючих конструкцій сталевих рам з використанням ефективних двотаврових профілів енергоекономічних будівель» (номер держреєстрації: 0121U111715 від 20.06.2021, керівник: д.т.н., проф. Білик С.І.).

Мета наукової роботи. Метою дисертації є теоретичне узагальнення та розповсюдження теоретичних підходів, щодо визначення раціональної та оптимальної топології (оптимальної висоти перерізу, раціонального співвідношення площі полиць і стінки та вибір раціонального градієнта змінності стінки і полиці) сталевих балок симетричного перерізу зі змінною висотою стінки і ширини полиць за критерієм мінімізації витрат сталі для рамно-балкових каркасів будівель та споруд.

Наукові завдання досліджень. Наукові завдання роботи сформульовані на підставі сучасного огляду теоретичних і практичних результатів досліджень сталевих конструкцій рам із змінним перерізом.

1. Виконати огляд основних конструктивних рішень сталевих двотаврів зі змінною висотою стінки, та огляд методів вибору оптимальної висоти сталевих двотаврів.
2. Узагальнити теоретичні дослідження визначення закономірності вибору оптимальної висоти сталевих балок зі зварних двотаврів із змінною висотою стінки і ширини полки на основі методу невизначених множників Лагранжа за критерієм мінімальних витрат сталі та обмежень умов міцності.
3. Провести числові дослідження та визначити раціональний градієнт (ступінь змінності перерізу зварних двотаврів) по довжині елемента конструкції: співвідношення моментів інерції найменшого і найбільшого перерізів.
4. Провести теоретичні дослідження з визначення закономірності вибору оптимальної висоти сталевих балок зі зварних двотаврів із змінною висотою стінки і ширини полки на основі методу Ейлера-Лагранжа за

обмеженнями другого граничного стану - умови обмеження прогинів конструкції.

5. Провести верифікацію отриманих результатів при виконані розрахунку моделей проєктування балкових двотавровів елементів сталевих змінного перерізу рам з урахуванням дії повздовжньої сили при відносному ексцентриситеті m_x>15..20.

Розв'язання цих задач дозволить отримати теоретичного обґрунтовану методологію вибору раціональних і оптимальних рішень нових типів рамних конструкцій зі сталевих зварних двотаврів зі зміною висотою стінки і полиці.

Об'єкт досліджень. Сталеві двотаврові балки рамних конструкції каркасів будівель і споруд зі змінною висотою стінки і змінною шириною полиці під час сприймання навантажень і умовах обмеженого впливу динаміки в природних умовах України.

Предмет досліджень. Несна (тримальна) здатність (опір зовнішнім навантаженням і впливам) за вимогами граничних станів сталевих балкових елементів із двотаврів зі змінною висотою стінки і полиці при раціональному (оптимальному) розподілу сталі по довжині елемента.

Методи досліджень. В дисертації використані наступні методи досліджень: методи теорії розрахунку металевих конструкцій, теорії будівельної механіки та опору матеріалів, аналітичні методи математичного моделювання та нелінійного програмування при визначенні оптимального розподілу сталі по висоті і по довжині сталевих балок із зварних двотаврів зі змінною висотою стінки і полиці, метод скінченних елементів при використанні обчислювальних програмних комплексів.

Наукова новизна роботи.

1. Отримала подальший розвиток теорія оптимального проєктування сталевих балок двотаврового перерізу із змінною висотою стінки та шириною полиці.

2. Отримані нові аналітичні залежності вибору раціональної конструктивної форми сталевої балки двотаврового перерізу змінного перерізу: по-перше, визначені закономірності оптимального розподілу сталі по висоті перерізу в залежності від ступеня змінності перерізу, а по-друге, отримані раціональні значення градієнтів змінності висоти стінки і ширини полиці. Ці аналітичні залежності описують нові закономірності оптимального та раціонального вибору конструктивної форми елемента рами із зварного сталевого двотавра із змінною шириною полиці та змінною висотою стінки та товщиною стінки. Такі наукові результати отримані вперше.

3. Вперше встановлені нові закономірності впливу га оптимальну конструктивну форму сталевої балки двотаврового змінного перерізу умов міцності і умов обмеження за прогинами за вимогами другого граничного стану.

4. Встановлено вплив схеми навантаження при комбінації рівномірно розподіленого і зосередженого навантаження на оптимальну конструктивну форму балки двотаврового перерізу із змінною висотою стінки і шириною полиці. Встановлено, що в залежності від схеми навантаження максимальні напруження виникають в перерізі, де не діє максимальний згинальний момент. Також на підставі числового експерименту за критерієм відношення напружень від згинального моменту до міцності сталі за границею текучості встановлено закономірність, чим більше градієнт змінності перерізу тим далі від перерізу, де діє максимальний згинальний момент виникають максимальні нормальні напруження. Але існує граничне значення градієнта змінності висоти стінки, за яким досягається виконання умов міцності для всіх перерізів балки.

5. Отримано аналітичні залежності раціонального вибору оптимального перерізу двотаврового балкового елемента та градієнта змінності перерізу по довжині елемента сталевих рам під час дії згинального моменту і повздовжньої сили при відносному ексцентриситеті $m_x>15$.

Практичне значення проведених досліджень і отриманих нових наукових результатів полягає у встановленні узагальнених закономірностей вибору оптимальної топології сталевих балок із зварних двотаврів зі змінною

висотою стінки і змінною шириною полиці. Окрім того отримані аналітичні залежності дозволяють напряму на першому етапі проектування визначити оптимальну висоту перерізу, де дії максимальний згинальний момент, а результати числових досліджень дають змогу призначити оптимальний градієнт змінності перерізу стінки і полиці за двома граничними станами.

Результати досліджень апробовано при проектуванні .

- Навісу із сталевих балкових елементів змінного перерізу над трибунами стадіону
- При проектуванні універсального сталевого рамного каркасу зі зварних двотаврів змінного перерізу складської будівлі.
- При виконані дипломних проектів (металеві конструкції) на кафедрі металевих і дерев'яних конструкцій Київського національного університету будівництва і архітектури (КНУБА).

Достовірність наукових результатів, висновків і рекомендацій, які отримані в дисертації підтверджуються: обґрунтованістю прийнятих вихідних передумов, гіпотез та методик, що ґрунтуються на фундаментальних основах будівельної механіки, теорії пружності, опору матеріалів; достатнім узгодженням результатів при порівнянні рішення тестових задач визначення оптимальної висоти зварних двотаврів з результатами виконані іншими авторами, достатнім співпадінням числових експериментів з результатами аналітичних розрахунків.

Особистий внесок здобувача. Усі наукові результати, викладені у дисертаційній роботі, отримані автором особисто. Робота [2] виконувалась без співавторів. У публікаціях, написаних у співавторстві, здобувачеві належить такі результати: [1], [3], [4], [5] – проведення аналітичних та числових досліджень для зварних двотаврів змінного перерізу з урахуванням змінності перерізу площі стінки і полиці.

Апробація результатів дисертації. Основні положення та результати дисертаційного дослідження були апробовані на низці міжнародних та всеукраїнських науково-практичних конференцій. Здобувач брав участь у їх

обговоренні та представив результати власних теоретичних і числових досліджень у формі доповідей та тез. Зокрема, результати дисертації були оприлюднені на таких наукових форумах:

1. **V Міжнародна науково-практична конференція «Будівлі та споруди спеціального призначення: сучасні матеріали та конструкції»** (14–16 травня 2025 р., м. Київ).

   Доповідь: Джанов Л.В. *Сталеві балки із змінним перерізом: вибір оптимальної топології*. – С. 84–85.

   https://doi.org/10.59647/978-617-8633-07-3/1

2. **IV Міжнародна науково-практична конференція «Будівлі та споруди спеціального призначення: сучасні матеріали та конструкції»** (26–27 квітня 2023 р., м. Київ).

   Доповідь: Білик А.С., Білик С.І., Джанов Л.В. *Оптимальна висота сталевої двотаврової балки із змінною шириною полиць*. – С. 46–47.

   https://www.knuba.edu.ua/wp-content/uploads/2023/05/tezy_konferenczіyi-knub-2023-26-27_04_235.pdf

3. **XII Міжнародна науково-практична конференція «Комплексне забезпечення якості технологічних процесів та систем (КЗЯТПС–2022)»** (26–27 травня 2022 р., м. Чернігів).

   Доповідь: Білик С.І., Джанов Л.В. *Особливості вибору оптимального перерізу сталевих двотаврових зварних балок зі змінною шириною полиці та змінною висотою стінки*. – Т. 2, С. 97–98.

   https://cf.knuba.edu.ua/wp-content/uploads/2025/10/Tezy-2022-Part-2.pdf#page=97

4. **International scientific-practical conference of young scientists Build-Master-Class 2022** (30.11–02.12.2022, Київ, КНУБА).

   Доповідь: Білик С.І., Джанов Л.В. *Впровадження курсу BIM-технологій в металевих конструкціях у навчальний процес в умовах дистанційного навчання*. – С. 183–184.

   https://cf.knuba.edu.ua/wp-content/uploads/2025/10/Збірник_тез_ВМС-

2022_v2_web.pdf#page=184

5. **XII Міжнародна науково-практична конференція «Комплексне забезпечення якості технологічних процесів та систем (КЗЯТПС–2021)»** (26–27 травня 2021 р., м. Чернігів).

   Доповідь: Білик С.І., Білик А.С., Джанов Л.В. *Оптимальна висота сталевої балки зі змінною висотою стінки і полиці*. – Т. 2, С. 92–93. https://cf.knuba.edu.ua/wp-content/uploads/2025/10/Tezy-2021-Part-2.pdf#page=92

Структура та об'єм дисертації. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку літератури, списку літератури, додатку. Дисертація викладена на 191 сторінках, у тому числі 151 сторінка основного тексту, 4 повних сторінки з таблицями (6 таблиць), 15 сторінок з рисунками (29 рисунків), 20 сторінок списку літератури, 3 сторінки додатків.

Публікації автора. За темою дисертації здобувачем опубліковано 11 наукових праць. Серед них – 6 статей у фахових наукових виданнях України, що входять до Переліку наукових фахових видань України: 1 стаття – у виданні категорії «А», індексованому у наукометричній базі Web of Science, та 5 статей – у виданнях категорії «Б». Також опубліковано 5 матеріалів у збірниках міжнародних та всеукраїнських науково-практичних конференцій.

Здобувачем особисто підготовлено 2 одноосібні публікації. У наукових працях, виконаних у співавторстві (9 публікацій), автору належать постановка наукової проблеми, формулювання мети і завдань дослідження, розроблення методологічних підходів, проведення основних аналітичних і числових досліджень, а також інтерпретація та узагальнення отриманих результатів

Подяки. Автор висловлює щиру подяку науковому керівнику, доктору технічних наук, професору Білику Сергію Івановичу за надані наукові рекомендації, підтримку та консультації в процесі виконання дисертаційної роботи. Автор також дякує колегам кафедри металевих і дерев'яних конструкцій Київського національного університету будівництва і архітектури за

конструктивні зауваження та сприяння в обговоренні проміжних результатів дослідження.

Окрему подяку автор висловлює Збройним Силам України за можливість продовжувати наукову діяльність та виконання дисертаційного дослідження в умовах воєнного стану.

Автор висловлює вдячність своїй родині та близьким за підтримку, терпіння і створення умов, необхідних для виконання та завершення дисертаційної роботи.

РОЗДІЛ 1. ЕФЕКТИВНІ КОНСТРУКТИВНІ РІШЕННЯ СТАЛЕВИХ БАЛОК ТА КРИТЕРІЇ ЩОДО ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ ВИСОТИ ПЕРЕРІЗІВ ЗВАРНИХ ДВОАТВРІВ

1.1. Напрямки розвитку сталевих конструкцій із двотаврів постійного і змінного перерізу.

За останні вісімдесят років використання сталевих рам із двотаврів простійного і змінного перерізу для різноманітних каркасів будівель і споруд набувають широкого втілення по всьому світу. Так каркаси рамного типу з двотаврів постійного і із змінною висотою стінки випускають відомі фірми: (“Butler Manufacturing Corp.”, “Mid-West”, “Metal Buildings Manufactures Association”, США; “LINDAB kft.”, Швеція, “ASTRON BUILDYNG SYSTEM”, Люксембург та інші. В багатьох країнах світу побудовані сучасні заводи сталевих конструкцій, які володіють автоматизованими комплексами для зварювання сталевих двотаврів з постійним перерізом або зі змінною висотою стінки. [8, 10, 12, 13…17, 20, 21, 22, 29, 32…34, 36…40, 50, 59, 60, 62, 63, 72, 76, 84...87, 103, 109..112, 116, 121…123, 135, 142..144, 146, 149, 150,158]. Задачі проектування нових раціональних конструктивних рішень тісно пов’язані із загальними принципами пошуку найкращого рішення, як при новому будівництві, так і при реконструкції будівель та споруд з урахуванням живучості і надійності конструкцій [43..45, 46, 57, 58, 61, 68…74, 77-82, 92, 93, 101,102, 106, 107, 121, 122, 123, 126, 133,140, 142…144]. Аналіз вказаних досліджень вказує на те, що для ряду конструктивних рішень ефективними будівельними системами є конструкції із змінними геометричними параметрами форми, у тому числі і сталеві двотари із змінним перерізом по довжині елемента рами (рис.1.1).

Класифікація рамних сталевих каркасів із використанням двотавірв зі змінною висотою стінки кваліфікують на: однопрогонові типові для перекриття прольотів до 50 м, великопролітні для будівель прогоном до 100 м, рами з циркульною аркою прольотом до 150 м; двопролітні для будівель шириною до 150 м, трипролітні та двофронтонні для будівель шириною до 200 м. Функціональне призначення будівель достатньо широке: це і ангари для літаків,

склади, спортивні майданчики. Також балки змінного перерізу використовують для перекриття навісі над трибунами стадіонів.

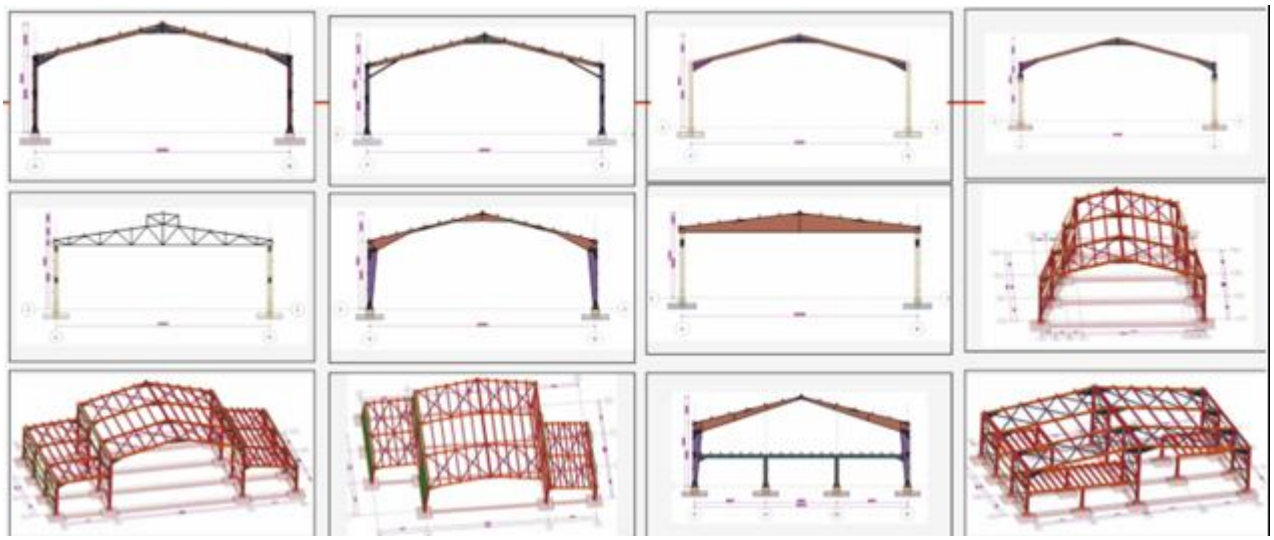
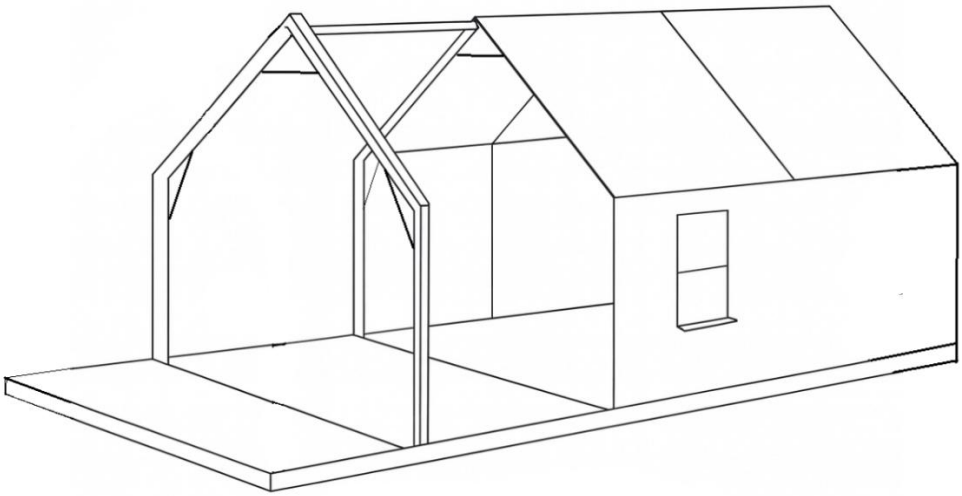


Рисунок 1.1. Типи сталевих рам з використання зварних двотаврів зі змінною висотою стінки.

Перевагами сталевих рамних каркасів є швидке виготовлення і перевезення на великі відстані. Тому задача зменшення витрат сталі є об’єктивною необхідністю. Окрім того велике значення має компактність конструкцій для перевезення. Тому зварні сталеві сталеві двотаври порівняно зі сталевими фермами мають менше габаритну висоту перевезення за рахунок рамності і жорстких вузлів. Розрахунковий момент, наприклад, в тришарнірній рамі у карнизному вузлі при однаковому функціональному об’ємі буде меншим ніж в прольоті сталевої ферми при обпиранні шарнірно на колони. Це дало, в свій час, підстави для розвитку теорії розрахунку і конструювання рамних конструкцій з використання зварних двотаврів змінного перерізу. Як показали дослідження витрати сталі і вартість рамних конструкцій з двотаврів змінного перерізу конкурентна порівняно з традиційними конструктивними рішеннями. А використання зварних двотаврів із змінною висотою стінки зменшує витрати і збільшує конкурентоспроможність таких конструкцій. Тому пошук раціональних конструкцій двотаврового перерізу із зміною висотою стінки і шириною полиць дає додаткові переваги у вартості та у витратах сталі

сучасних рамних систем. Але досліджень в цьому напрямку виконано недостатньо.

Цікавим є історія створення сталевих каркасів. Найкраще простежити розвиток технологій виготовлення і конструктивних сталевих систем з елементів змінного перерізу за патентами на винаходи США. І яких закладені основні принци конструювання і можливості створення нових конструктивних форм із сталевих елементів змінного перерізу.



.

Рисунок 1.2. Портальна рама каркасу, 1900 р., патент США. (Patent No. 649,852, dated May 8, 1900. https://patentimages.storage.googleapis.com/3f/8b/0d/4b2599cb7ae4c3/US649352.pdf.

Так патент будови з рамним каркасом 1900 року (рис.1.2) вже використовує колони з вутами, що дозволяють знизити розрахункові напруження від згинальний моменту в карнизному вузлі за рахунок збільшення розрахункового перерізу.

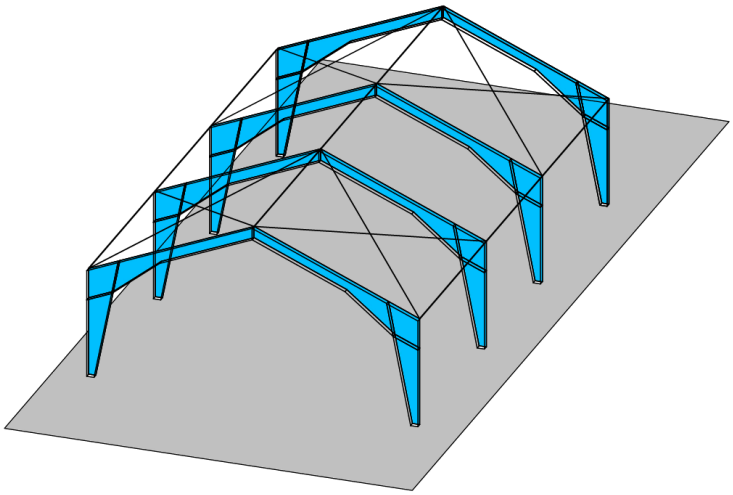


Рисунок 1.3. Жорстка каркасно-рамна будівля, патент США №2,263,214, 1941 р. (Kigid frame building 1941 2,263,214. https://patentimages.storage.googleapis.com/68/5e/05/cc1c98aca25212/US2263214.pdf.

Жорстко-каркасна будівля (рисунок 1.3) за патентом США 1941 вказує на те, що з появою використання зварки відкрита можливість виготовлення жорстких двошарнірних та тришарнірних рамних каркасів із зварних двотавірв змінного і постійного перерізу перерізу. Але поки випускають рами невеликих прольотів будівель.

Так у 1943 році під час Другої світової війни ("Butler Manufacturing Corp." започаткувала широке виробництво сталевих швидкомонтованих сталевих карксів. Жорстко-каркасна, або рамно-каркасна будівля – це клас сталевих конструкції, де балки та колони з'єднані жорсткими з'єднаннями, створюючи самонесні рами, об'єднані в просторовий каркас вертикальними і горизонтальними в'язями. Несний каркас є остовом будівлі. Така конструкція сприймає силові навантаження, а за рахунок раціональної топології конструкції досягається рівнонапруженість перерізів по довжіні кожного елемента. Це сприяє зменшенню витрат сталі. Найбільше застосування такі конструкції знайшли в будівлях і спорудах великих відкритих просторів або значних навантажень: склади або спортивні майданчики, виставкові центри.

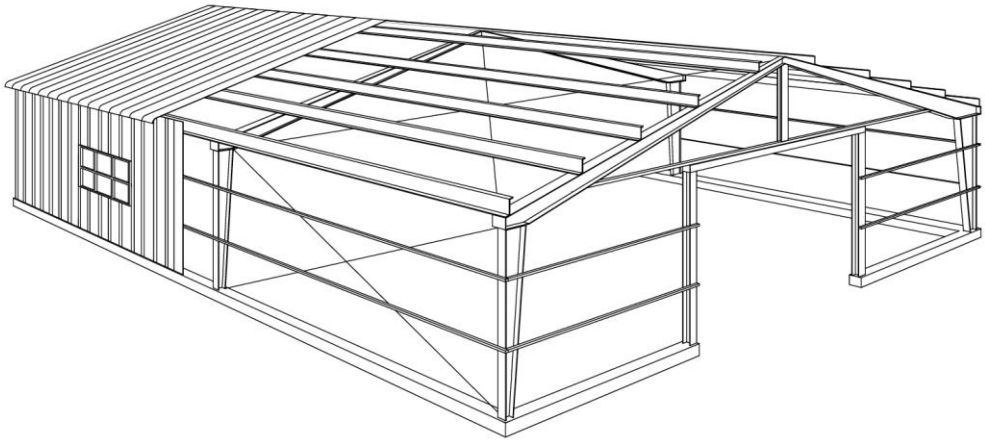


Рисунок 1.4. Колони та крокви для жорстких рамнокаркасних будівель, патент США № 2,815,831, 1957 рік (Column and rafter assembly f0r rigid frame buldings. Application filed by Butler Manufacturing Co 1957). https://patentimages.storage.googleapis.com/85/39/20/98926d13db3273/US2815831.pdf

Патент отриманий «Butler Manufacturing Co» (США) у 1957 році (рисунок 1.4) на тришарнірну раму із зварних двотаврів змінного перерізу відкрив початок використання нового класу ефективних конструкцій прольотам 12-24 м.

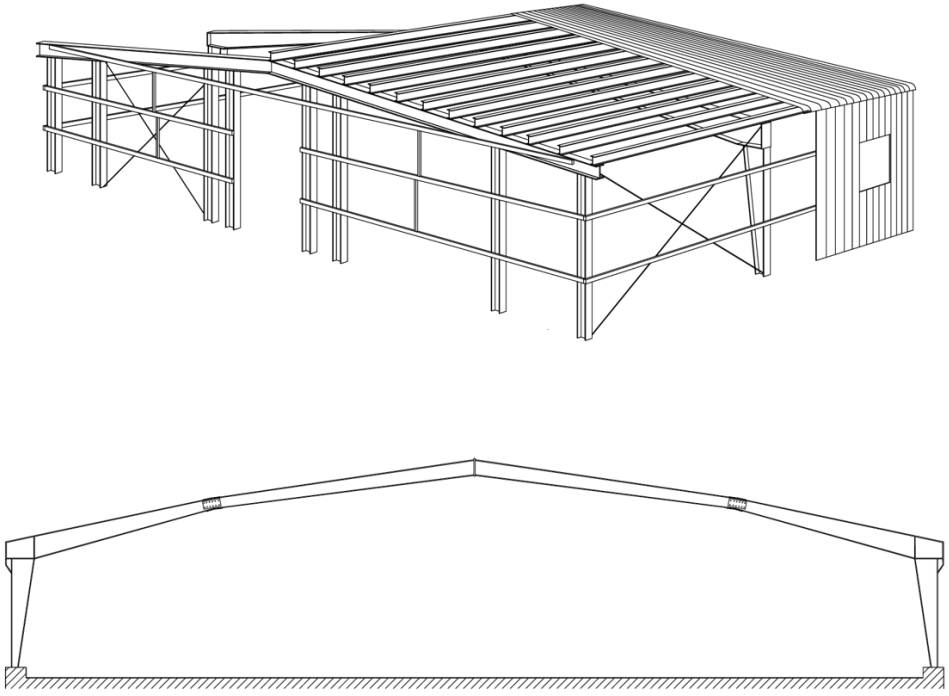


Рисунок 1.5. Будівля з жорстким каркасом з малим ухилом покрівлі. Патент No 2,871,997 США отриманий у 1959 року фірмою “Butler Manufacturing Corp.” (Low pitch rigid frame building/ Feb. 3, 1959, patent No 2,871,997

У 1959 році «Butler Manufacturing Co» (США) отримала патент на конструкцію рамно-каркасного типу - на сталеву конструкцію каркасу будівлі з мали ухилом покрівлі (рисунок 1.5). І це ефективне конструктивне рішення завоювала весь світ, так як в ній втілені значна кількість ідей раціонального проєктування сталевих рамних каркасів із зварних двотаврів зі змінного висотою перерізу. Так рама є двошарнірна за статичною невизначеністю, що обгрунтовано мінімальною вартістю фундаментів: фундаменти сприймають розпір, але відсутні згинальні моменти в базах колон, порівняно з конструкцією з жорстким защемлення колон. За рахунок змінності перерізу колони по висоті (стійки рами) відбувається зміщення центру ваги кожного перерізу відносно опори: вісь колони має нахил, що створює певний розвантажувальний ефект в карнизному вузлі. Ригель рами жорстко з'єднаний з колоною і має два різних конструктивних рішення. Елементи, що приєднуються до карнизного вузла мають більший градієнт змінності висоти перерізу, і ця ділянка ригеля рами створює теж додатковий ухил ригеля до горизонту за рахунок змінності висоти стінки. Але змінність перерізу не розповсюджується на всю довжину напівригеля до гребеневого вузлу, а закінчується в обраному перерізі, де виникає нульова точка за епюром згинального моменту ригеля. Центральна частина ригеля нерозрізна теж із зварних двотавра зі змінною висотою перерізу, який фактично має злам осі в гребеневому вузлі. Такий підхід не вимагає підвищення висотної відмітки тришарнірної рами, що збільшує використання функціонального об'єму.

За класифікацією «системи несучих каркасів одноповерхових будівель можна розподілити на 3 основні групи: 1) рамні системи жорстко чи шарнірно з'єднані з фундаментами; 2) системи рамно-балкового типу з шарнірним обпиранням покриття на стояки рами, які жорстко защемлені на фундаментах; 3) синтетичні системи (комбіновані), в яких використовуються як елементи рам, так і інші конструктивні рішення покриттів криволінійної форми (наприклад арки або просторові покриття з гофрованими оболонками)» [8, 10, 12, 13…17, 20, 21, 22, 29, 32…34, 36…40, 50, 59, 60, 62, 63, 72, 76, 84...87].

Загальні підходи, що до міцності, стійкості, живучості сталевих конструкцій в нашій країні та розвитку теорії оптимального проектування присвячені роботи [1,2, 23…35, 36…40, 41-60, 64-83, 88-94 , 97, 99-104,118, 139,140, 155..157].

Також на кафедрі металевих і дерев'яних конструкцій КНУБА і свій час виконані дослідження та розроблені конструктивні рішення сталевих рам із розвинутих двотаврів змінного перерізу з перфарованою стінкою. Досліджено каркаси рам із розвинутих і зварних суцільностінчастих двотавірв та із розвинутих перфорованих двотарів зі змінною висотою стінки [9,13,29], фланцеві вузли рам з двотаврів змінного перерізу [85], комбіновані сталеві конструкції ферм покриття із використанням розвинутих двотаврів з перфорованою стінкою змінного перерізу під особливу систему покриття із збірних залізобетонних плит [62,63].

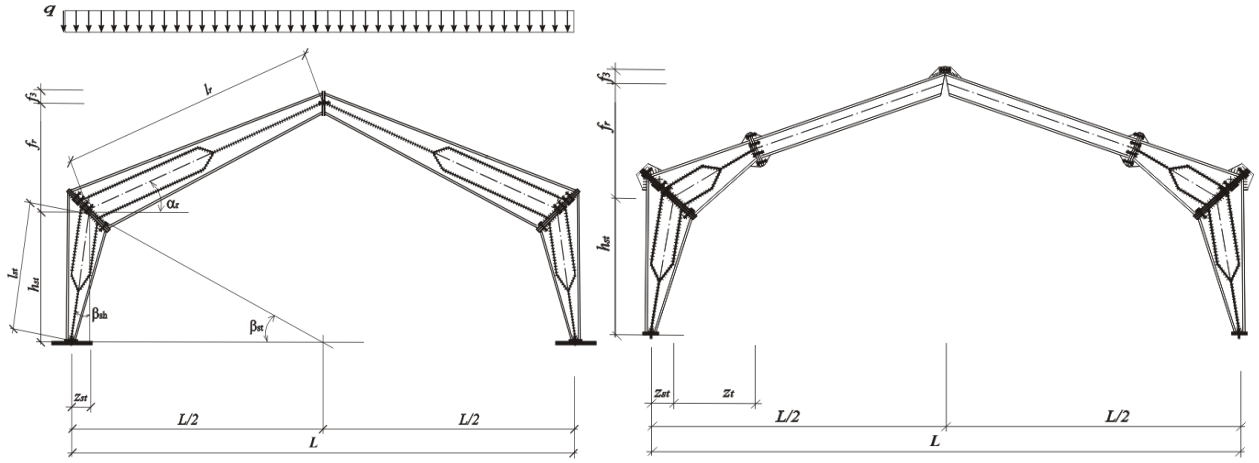


Рисунок 1.6. Конструктивні рішення сталевих рам із розвинутих двотаврів зі змінною висотою стінки конструкції проф. С.І Білика отримані на основі патента SU № 1794158A3 (07.02.93, Бюл. №5, співавтори: М.М. Жербін, В.Л. Степанов),[13].

Так був розроблений новий спосіб виготовлення розвинутих двотаврів із зімнгногою висотою стінки проф. Біликом С.І. (патент Білика С.І. SU № 1794158A3 (07.02.93, Бюл. №5, співавтори: М.М. Жербін, В.Л. Степанов), [13].

На рисунку 1.6 показані приклади розроблених конструкцій сталевих балок і рам із використанням розвинутих двотаврів зі змінною висотою стінки.

Також на кафедрі виконані наукові дослідження конструкцій тришарнірних рам прольотом 21,0м і 18,0 м із розвинутих прокатних двотаврів з перфорованою стінкою зі змінною висотою по довжині кожного елемента (рисунок 1.7, автори конструкцій Л. Є. Дробязко, М.М. Жербін. Розрахунки і випробування виконали С.І. Білик, Л.Є Дробязко, П.Є. Бабічев).

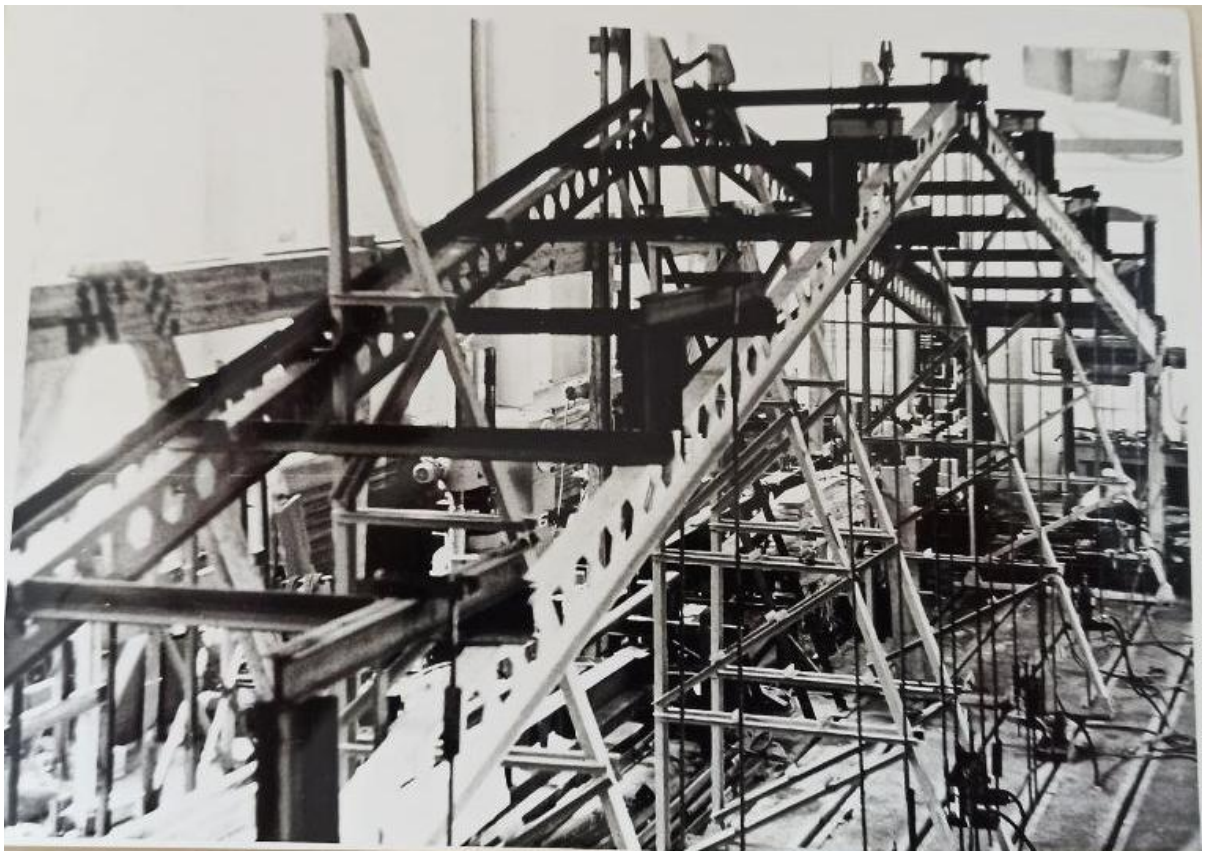


Рисунок 1.7. Експериментальні натурні дослідження сталевих тришарнірних рам прольотом 21 м із розвинутих двотаврів з перфорованою стінкою змінної висоти (1985 рік), автор конструкцій Л. Є. Дробязко, М.М. Жербін. Розрахунки і випробування виконали С.І. Білик, Л.Є Дробязко, П.Є. Бабічев, Онісін С.С., [9,13,29].

Конструкції сталевих рам прольотом 21,0 м і 18,0 м із розвинутих двотаврів із змінною висотою стінки були доведені до впровадження у серійне виробництво для будівель різного призначення. За результатами випробувань отримала підтвердження методика розрахунку на стійкість рам, розроблена

Біликом С.І., так було підтверджено, що при симетричному навантаженні сталеві рами схильні втрачати стійкість за кососиметричною формою.

Також на кафедрі МДК проведені дослідження рам із зварних двотаврів із змінною висотою гнучкої стінки (роботи Білика С.І, Склярова І.О.) стінки (рисунок 1.9, [16].

Рисунок 1.8. Експериментальні натурні випробування карнизного вузла рами із зварних двотаврів із змінною висотою гнучкої стінки проведені у 2010 році Скляровим І.О. під науковим керівництвом проф. Білика С.І.[16].

Виконано огляд досліджень сталевих конструкцій рам із зварних двотаврів із змінною висотою стінки. Дослідження теоретичні та експериментальні продовжують з метою встановлення дійсного напружено -деформованого стану та пошуку максимально вигідного розподілення матеріалу по довжині конструкцій із двотаврів за рахунок змінності перерізу та тонкостінності перерізів стінки і полиці [150,151]. Також проведені дослідження і для уточнення напружено деформованого стану зварних балок із гофрованою стінкою Білик С.І., Нілов О.О., Лавріненко, Нілова.Т.О., [103].

Для створення науково обґрунтованої методики розрахунку на стійкість сталевих зварних дотаврів зі змінною висотою стінки з урахуванням виникнення згинально-крутильних деформацій виконані теоретичні і експериментальні дослідження, які описані в роботах Білик С.І., Nikitas Bazeos, Dimitris L. Karabalis [96],. Paola Bertolini, Martin A. [13,98], Також важливі задачі згинно-крутильного деформування конічних балок в роботах [119, 130]. Задача згинно-крутильного деформування пов'язана тісно з важливим класом задач із втратою стійкістю пласкої форми деформування, наукові дослідження базуються на основі підходів Тимошенко С.П. [151,152], Білик С.І., [13,14], Nikitas Bazeos, Dimitris L. Karabalis [96],. G.P. Dube, P.C. Dumir [115], Hodges DH, Peters DA. G.P. Dube, P.C. Dumir [117], Guo-Qiang Li [a], Jin-Jun Li [131], Yang, Y.; Yau, J. [158], Z. Vrcelj, M.A. Bradford [159] та інші роботи [148] . Також слід відмітити роботи з використанням числового моделювання балок і колон змінного перерізу з урахуванням початкових недосконалостей Trayana Tankova, Luís Simões da Silva, Liliana Marques [150], та аналіз експериментальних випробувань колон і балоок змінного перерізу Trayana Tankova ∗, João Pedro Martins, Luís Simões da Silva, Rui Simões, Helder D [151]. Теоретичні і експериментальні дослідження стійкості колон сталевих рам із перфорованою стінкою змінної висоти, а також загальної стійкості портальних із суцільних двотаврів змінного перерізу в свій час проведені Біликом С.І (1986 рік), (2008) в роботах [9,10,13,14].

Огляд конструкцій рамних каркасів із зварних двотаврів зі змінною висотою стінки показав, що їх широке використання, але також значну зацікавленість науковців та виробників металевих конструкцій створити нові оптимальні сталеві конструкції із зварних двотаврів змінного перерізу. Тому продовжуються дослідження з визначення дійсного напружено-деформованого стану і виконання вимог міцності і стійкості таких конструкцій. Зовсім невелика кількість досліджень присвячена вивченню напружено-деформованого стану та стійкості колон із змінною висотою стінки і шириною полки. Ці дослідження показали складність отримання сталих результатів, так як є додатковий градієнт змінності ширини полиці [148,149].

Ефективність використання сталевих зварних двотаврів із змінним перерізом обумовлена технологічністю їх виготовлення, автоматизацією і роботизацією зварювальних процесів, можливість мінімізації витрат сталі за рахунок змінності перерізу. Важливим фактором є ринкова можливість продавати і перевозити такі конструкції на 1000 км від заводу виробника до об'єкта будівництва. Є суттєвим зменшення термінів будівництва за рахунок відсутності довготривалих процесів під час монтажу. Останні роки науковці вказують на ще більшу ефективні металевих конструкцій за рахунок зменшення викидів CO_2, повторного використанні сталі, а зменшення термінів будівництва поліпшує інвестиційний клімат з позицій кредитування будівництва.

1.2. Основні гіпотези розрахунку та вибір методики дослідження оптимальної висоти сталевої балки із двотавра зі змінною висотою стінки і полиці.

Загальні гіпотези розрахунку сталевих конструкцій. Видатний український вчений зі світовим іменем Тимошенко С.П. відзначав у свої відомій роботі [152], що «перші уяви про рівновагу сил в конструкціях, в яких діє згинальний момент повздовжня сила і поперечна сила вже було визнано Леонардо да Вінчі (*Leonardo da Vinci* ,1452 – 1519) для простих аркових конструкцій».

Важливими першими роботами у напрямку визначення напружено деформованого стану та визначення максимальної несучої спроможності конструкцій є роботи Галілея [98,152] з розриву тіл при розтягуванні та результати випробувань балок на згин. Випробування на згин виконувались на дерев'яних консольних балках. Точного рішення не було отримано. Але, що важливо, були отримані перші приблизні формули для визначення несучої здатності балок в залежності від геометрії перерізу і прольоту. Дослідження Гука (Robert Hooke, 1635-1703), Томаса Юнг (Thomas Young, 1773-1829) [1,98,152] дозволили встановити лінійну закономірність

між деформаціями та напруженнями через параметр пружних деформацій матеріалу - закон Гука. В подальшому було встановлено, що для сталі ця характеристика пружної роботи при є сталою величиною, і має достатньо постійне значення. Тому для металевих конструкцій велика кількість наукових задач міцності і стійкості елементів металевих каркасів, а також клас задач оптимального проектування базується на лінійній роботі сталі з використанням модуля деформації сталі.

Також відомо, що Л. Ейлеру разом і Д. Бернулі [1,98,152] належать перші дослідження щодо визначення рівняння цепної лінії із умови знаходження екстремуму інтеграла часу спуска по оптимальній кривій за проекцією швидкості на горизонтальну вісь. Це поклало початок створенню теорії варіаційного числення, а також отримали розвиток теоретичні методики для визначення екстремуму функції, у тому числі отримало обґрунтування метод невизначених множників Лагранжа. У варіаційному численні використовують рівняння Ейлера (Ейлера-Лагранжа) для визначення екстремуму функції. Екстремум функціонала (1.1) може досягатись тільки на екстремалях, які визначаються за рівнянням Ейлера (1.2) [1, 7, 8, 27, 61, 98,152,].

$$\nu\left[y(z)\right]=\int_{z_0}^{z_1}F(z,y,y')dz \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial F(z,y,y')}{\partial y}-\frac{d}{dz}\left(\frac{\partial F(z,y,y')}{\partial y'}\right)=0. \tag{1.2}$$

Підхід до визначення екстремуму функції базується на теоремі Ферма [1,98]: «якщо функція однієї змінної $f(z_m)$ диференційована в отриманій точці (z_m), і якщо ця точка є точка локального екстремуму, то виконується умова рівності першої похідної нулю - $f'(z_m)=0$».

На сьогодні розрахунок балок та визначення їх напружено-деформованого стану на базується принципах Коши [1,95,98,152]. Ці фундаментальні положення описують такі «незалежні ствердження»:

- «фізична розмірність – «сила»/«площа»;

- «напруження визначається на уявній границі, яка розділяє тіло на дві частини;

- напруження являє собою вектор або векторне поле, еквівалентне за дією однієї частини тіла на іншу;

- напрямок вектору напружень нічим не обмежений».

Також теорія опору матеріалу, теорія несучої здатності металевих конструкцій базується на робочих гіпотезах при пружній роботі сталі [1, 74].

По-перше, гіпотеза про ізотропність сталі, яка добре підтверджена експериментальними та теоретичними аналітичними формулами [1,74] . Сталь вважається однорідним та ізотропним металом, так як в «будь-якому напрямку властивості сталі вважаються однаковими, також властивості сталі залишаються незмінними в будь-якому об'ємі».

По-друге, гіпотеза про суцільність сталі для конструкцій та лінійність пересування дислокацій. При пружні роботі сталі пересування дислокацій відбувається лінійно, модуль деформації постійна за значенням велична, а при пружно-пластичні роботі слабо впливає. Для класів міцності сталі прийнято визначати міцності сталі за границею текучості (границею плинності) при залишкових деформаціях (пружно пластичних) $\varepsilon_{0,02}=0,002$, а міцність сталі за діаграмою Прандтля: $\varepsilon_{0,02}=0,002$, $\sigma_{0,02}=E\varepsilon_y$.

Третя гіпотеза пов'язана з другою: гіпотеза про ідеальну пружність описується фактично законом Гука в певному діапазоні пружних деформацій (ε_e): напруження прямопропорційні деформацім $\sigma_{0,02}=E\varepsilon_e$($\sigma_y=E\varepsilon_y$).

Четверта гіпотеза приймається в розрахунках з умови про малість деформації та прогинів конструкції порівняно з розмірами перерізу та прольотом конструкції. Таке положення дає змогу не враховувати додаткові деформації пов'язанні із кривиною стрижня при згині, а по -друге, враховувати локальні напруження за окремими аналітичними залежностями теорії пружності.

П'ята гіпотеза дуже важлива для розрахунку конструкцій - це гіпотеза плоских перерізів Бернуллі: поперечні перерізи, що є плоскими до прикладання силових факторів залишаються пласкими і після деформації балок. Цікавим

також є те, що це положення розповсюджується і для балок при розвитку обмежених пластичних деформацій.

Шоста гіпотеза – це використання принципа Сен-Венана і частково пов'язана з четвертою гіпотезою: при пружній роботі сталі деформації в будь-який точці перерізу балки на віддалені від прикладання іншої сили визначаються еквівалентним статичним навантаженням.

Сьома гіпотеза це гіпотеза принципу незалежності і додавання дії силових факторів, так званий принцип суперпозиції, пересікається з принципом Сен - Венана: від дії зовнішні силових факторів внутрішні силові фактори та деформації дорівнюють сумі дії від кожного окремого зовнішнього силового фактору, незалежно від порядку і послідовності їх прикладання.

Восьма гіпотеза використовується під час проектування металевих конструкцій сформульована так: під час дії силових факторів приймається, що контур поперечних перерізів всіх елементів не деформується. Виконання цієї гіпотези обумовлена положеннями гіпотез вище озвучених, але практичне застосування розповсюджується на балки і колони суцільного і наскрізного перерізів, які не відносять до тонкостінних елементів завтовшки менше 3 мм. Виконання цієї гіпотези досягається жорсткістю з’єднання полиць і стінки в прокатних елементах і зваркою в складених металевих профілях. За вимогами нормативних документів з проєктування сталевих конструкцій [74] забезпечення цієї умови досягається встановленням додаткових ребр жорсткості і планок, а також вертикальних і горизонтальних в’язей при роботі у складі каркасу будівлі. Деформативність поперечного перерізу сталевого елемента приводе до того, що геометричні характеристики перерізу під час дії силових факторів змінюють свої значення відносно центру ваги перерізу. Але всі більшість нормативних положення з проектування сталевих конструкції засновані на концепції цієї гіпотези. В протилежному випадку розрахунок слід виконувати, як для задач з геометрично-нелінійних та фізично-нелінійних [1, 15 , 19, 52..54, 60, 74, 75].

Більшість теоретичних підходів з раціонального (обмежено-оптимального проєктування) базуються на вище обґрунтованих гіпотезах, які сформульовані

на підставі теоретичних експериментальних дослідженнях, а також із практичного проектування і експлуатації металевих конструкцій.

У промисловому та цивільному будівництві існує широкий спектр типів споруди і будівель з використання сталевих систем каркасного і балкового типу. Такі сталеві структурні системи (системи що складаються з балок і стрижнів, утворюючі просторові тримальні каркаси) з метою покращення проєктного рішення: економії сталі, експлуатаційних властивостей (виконання вимог 2 граничного стану і мінімізації функціонального об'єму) потребують удосконалених підходів до пошуку найкращого конструктивного рішення. Оптимальне проєктування [11, 94] це і «є вибір найкращого рішення із фізично і технологічно можливих рішень» .

Категорії задачі теорія оптимального проектування [11, 13,14, 27, 41, 54, 55, 94, 75, 139,140] з позицій вибору найкращого конструктивного рішення проектування рамно-балкових сталевих конструктивних (структурна оптимізація системи) фактично виділяє такі напрямки [7,8, 11,12,13,14, 16, 25, 26, 28, 31, 41, 49, 52, 55,56, 77-79, 88, 94, 136,137, 139,140, 144, 146, 147]:

1. Задачі оптимізації функціонального об'єму, оптимізація загальної конфігурації конструктивної системи (абрису рами з умов обмеження технологічних можливостей виготовлення і функціонального об'єму будівлі. Ці задачі розглядають змінними проєктування координати вузлів рам [94,138..140, 143, 144], а критерієм оптимального проектування може бути витрати сталі, або мінімізація різниці між будівельними і функціональними об'ємом будівлі [11,13,14]

2. Задачі оптимального проєктування поперечних перерізів різних ефективних за витратами сталі балкових сталевих елементів: балки постійного перерізу, перфоровані балки, балки з гофрованою стінкою, балки з гнучкою стінкою, балки змінного. Конструктивними змінними є розміри поперечного перерізу балки, а також з урахуванням умов закріплення та типу навантаження: статичне або динамічне, імпульсне

3. Оптимізація топології балкової стрижневої конструкції зі заданими абрисом, наприклад, дані висота рами, проліт і кут нахилу ригеля, висотна відмітка карнизного вузла.

4. Задачі оптимального проєктування поперечних перерізів тонкостінних гнутих елементів.

5. Задачі оптимального проєктування балок і стрижнів з урахуванням втрати стійкості і виникнення бімоментних напружень

6. Багатоцільова оптимізація, що враховує кілько напрямків оптимального проєктування і враховає різні ефекти напружено-деформованого стану.

Ряд дослідників виділяють такі основні складові компоненти методологічних підходів, які слід враховувати в процесі оптимізації сталевих структурних систем:

1. Моделювання конструкції та метод моделювання для аналізу та оптимального проектування сталевих конструкцій. За цим положенням виникає необхідність прийняти вибір між двома принциповими підходами до оптимального проектування: між дискретною оптимізацію моделі та континуальну оптимізацію моделі;

2. Формулювання задачі оптимізації, включаючи запис критерію оптимального проєктування, аналітичний запис цільової функції із змінними величинами, а також умови обмеження вирішення задач у вигляді рівнянь, нерівностей, алгебраїчних алгоритмічних функцій.

3. Вибір методу математичного програмування, що найкраще підходить до вирішення сформульованої задачі оптимізації сталевої конструкції.

4. Обчислювальний інструмент, алгоритми оптимального проектування, числові дослідження, програмні комплекси.

5. Аналіз результатів, верифікація, підтвердження що отримане рішення є екстремальними рішенням функції цілі. Уточнення обмежень і повтор рішення задачі.

За оглядом наукових праць і відповідно до методів оптимального проєктування розвиваються два різних методологічних підходи: дискретна

оптимізація і континуальна оптимізація. Дискретна оптимізація сталевих конструкцій враховує дискретність окремих конструктивних елементів, дискретність сортаменту сталевих прокатних і гнутих профілів, дискретність марок сталі, дискретність елементів вузлових з'єднань. Під час континуальної оптимізації сталевих конструкцій конструктивна система розглядається, як суцільний континуум, в якій всі змінні, цільова функція та обмеження можна описати непервинними функціями, які зв'язані із між собою, утворюючи суцільний континуум [1, 11, 7, 8, 61, 94, 113, 121, 122, 129, 136,137, 139, 140, 142, 143]. Суцільний континуум під час оптимального проєктування сталевих конструкцій передбачає множину значень цільової функцію із обмеженнями, в якій послідовні зміни характеристик ведуть до послідовних неперервних змін цільової функції оптимального рішення.

Для сталевих балок на перших етапах проектування в основному використовується метод континуальної оптимізації для вирішення задач оптимального розподілу сталі по висоті перерізу і по довжині сталевих балок. Такий підхід себе виправдовує, так як отримані узагальнені рішення у вигляді аналітичних функцій оптимальної висоти сталевої балки можуть бути розповсюджені на певний клас балкових сталевих конструкцій. Так можливий пошук різних висот балок і координат вузлів для вибору оптимальних сталевих рамних конструкцій. Континуальної оптимізації сталевих балкових систем має достатні можливості для отримання оптимального рішення. Але для просторових рамних систем вже відчувається складність вирішення таких задач.

Але якщо оптимальне рішення висоти сталевої конструкції рішення отримано в аналітично замкнутому вигляді, це дає суттєві можливості по вибору оптимальності проєктування балкових систем і скорочує шлях прийняття рішення. Це ще пов'язано з тим, що для балкових систем при певних обмеженнях цільова функція витрат сталі є достатньо пологою біля точки екстремуму [1, 11, 7, 8, 61, 94, 113, 121, 122, 129, 136,137, 138, 139, 140, 142, 143].

Критерії оптимального проєктування балкових елементів. Важливим етапом оптимального проєктування є формулювання задачі оптимального

проєктування і запис цільової функцій, а також вибір критерію оптимального проєктування.

Тільки з розвитком металургійної галузі та появою прокатних елементів і профілів, клепаних конструкцій, а потім зварних складених сталевих елементів розроблені підходи для оцінки якості конструктивного рішення перерізів сталевих конструкцій. Так в свій час було запропонована критерій раціональної форми перерізу співвідношення геометричних характеристик перерізу: коефіцієнт $\beta = \sqrt[3]{W_x^2 / A^3}$ (де W_x – момент опору перерізу, А – площа перерізу). Традиційний критерій найкращої форми для балок є радіус ядра перерізу $\rho = W_x / A$,. Цей критерій вказує ефективність перерізу, так як вказує піж час проєктування га числове значення скільки видобувається моменту опору перерізу на одиницю витрат сталі (площі перерізу). Зворотна величина вказує витрати сталі на одиницю моменту опору перерізу.

Першими критеріями раціонального перерізу центрально-стиснутих пружних елементів вважався критерій відношення квадратів радіусів інерції перерізу відносно двох головних площин (i_x^2 / i_y^2). Для характеристики профілю в одній площині використовують такі критерії: $i_x / \sqrt{A}$; i_x^2 / A ; A / i_x^2 ; $\sqrt{A} / i_x$; [74]. Слід відмітити, що квадрат радіусу інерції є критерій ефективності жорсткості перерізу, так як вказує на числове значення: скільки видобувається моменту інерції площі перерізу на одиницю витрат сталі (площі перерізу). А зворотне відношення вказує скільки треба сталі (площі перерізу) на одиницю моменту інерції $1/(i_x)^2 = A/I_x$.

На сьогодні для балок постійного перерізу на першому етапі варіантного проєктування достатньо добре зарекомендували підходи до визначення оптимальної висоти балки. За критерій оптимальності висоти сталевої двотаврової балки (h_0) отримано два відомих аналітичних вирази: $h_0 = k_1 \sqrt{W_x / t_\omega}$; $h_0 = k_2 \sqrt[3]{W_x \lambda_\omega}$, де λ_ω гнучкість стінки, t_w - товщині стінки, W_x – момент опору перерізу, k_1; k_2 – коефіцієнти, які враховують перерозподіл витрати сталі між

стінкою і полицями, а також конструктивні коефіцієнти на виготовлення конструкції. Для ідеальної конструкції без конструктивних коефіцієнтів отримано $h_0 = \sqrt[3]{3/2}\sqrt[3]{W_x \lambda_\omega}$ [29, 51,59, 60, 74].

Одну з перших робіт з пошуку оптимальної форми балки змінного перерізу слід вважати дослідження W. Prager, J. E. Taylor. [135,136], в якій показано, що при плавній зміні висоти прямокутного перерізу для консольної балки оптимальна форма висоти профілю має степеневу залежність.

$$h_z = \sqrt{\frac{6Pl}{t_\omega R_y}} \sqrt[3]{(1 - t_z)} \qquad (1.1)$$

В роботі Білика С.І. [13,14] отримані формули для визначення оптимальної висоти сталевих двотавра із змінною висотою стінки, показано тотожність і співпадіння отриманих аналітичних формул за отриманих Прагером [135,136] при переході від двотавра до прямокутного перерізу. В обох задачах використано методику нелінійного програмування невизначених множників Лагранжа. Критерієм оптимальності обрано цільову функцію мінімальних витрат сталі.

Під час оптимального проєктування сталевих конструкцій за критерії оптимального проектування приймаються такі величини: критерій витрат сталі, критерій вартості конструкцій під час виготовлення, критерій вартості конструкції в ділі, і критерій вартості приведених витрат з урахуванням експлуатації, вогнезахисту, корозійного захисту.

Одним з напрямків розвитку методологічних підходів оптимального проектування сталевих конструкцій є градієнтні способи вирішення здач або евристичні. Градієнтні способи базуються на виборі напрямку оптимізації (градієнті). Градієнті способи оптимального проектування розділяють на такі типи (категорії): традиційний метод лінійного програмування, відомий метод нелінійного програмування, а також метод градієнтного спуску (наприклад, метод найшвидшого спуску).

Також для ряду задач використовують методи критеріїв оптимального проєктування сталевих конструкцій, у тому числі і метод множників Лагранжа [1,7,8,12,61].

Метаевристичні методи достатньо сильно розвиваються. Основна ідея цих методів і алгоритмів є генерація кількох різноманітних рішень за спеціальним алгоритмом, а потім виконується порівняння цих рішень і приймається напрямок руху пошуку найкращого рішення, який наближає до визначення оптимального значення цільової функції [16,17,85,86,87,91,90,93,95,94]. Перевага метаевристичних алгоритмів у тому, що вони можуть використовувати як змінними, які описані непервинними функціями так і з дискретними змінними. Також вважається перевагою такого алгоритму відсутність необхідності знати попередньо градієнт цільової функції. Основною перевагою метаевристичних алгоритмів топологічної оптимізації [104,107, 108, 128, 130, 138,140, 147, 156, 157 160,] є також те, що вони можуть приводити до визначення глобального оптимума для певного класу задач оптимального проєктування сталевих конструкцій. Основна задача всіх підходів оптимального проєктування це - необхідність доведення, що отримане рішення є глобальним оптимумом, а не локальним. Для певних конструктивних рішень сталевих конструкцій це виконано, а для більш складних потребує виконання додаткових досліджень.

Багатоцільова оптимізація сталевих конструкцій є перспективним і важливим напрямком пошуку раціональних конструктивних рішень створення остовів будівель і споруд. Якщо цілі оптимального проєктування достатньо відрізняються використовують множину Перето. Прикладом застосування методу Перето є роботи [54,55,] для пошуку оптимального перерізу тонкостінних профілів з урахуванням втрати стійкості за згинно-крутильною формою та забезпечення жорсткості конструкцій й місцевої стійкості профіля. За таким методологічним підходом можна отримати ряд раціональних рішень, але покращення одного рішення за певним критерієм, погіршує відповідність вимогам за другим рішенням.

В роботі [11], запропоновано новий методологічний підхід з використанням алгоритмічних функцій для описання обмежень під час оптимального проєктування сталевих конструкцій ферм покриття, за яким також отримано множини тотожних конструктивних рішень з різних профілів.

Проведені дослідження оптимального проектування сталевих конструкцій з урахуванням вартості конструкцій та трудомісткості витрат в залежності від кількості операцій та елементів [11, 99, 138,140,156,157, 127].

Проектування сталевих конструкцій і вибір найкращого конструктивного рішення є ітераційним циклічним процесом, який закінчується розрахунком за методом скінченних елементів (МКЕ). Якщо є можливість, то оптимальне проєктування виконується одночасно із робочим проєктуванням. На сьогодні відомі дослідження по оптимізації сталевих ферм покриття, рамних конструкцій і балкових систем [8,9, 11, 23, 45, 51, 94, 142,143], стержневих сталевих конструкцій [3, 11, 31, 34, 138,140,156,157, 127], комбінованих сталевих конструкцій [23, 24, 76, 90…94, 111,112, 142,143] , просторових систем [28, 41, 48, 52,53,54, 118, 124].

Відомі дослідження пошуку оптимальної висоти сталевих двотаврів постійного перерізу [27] (Гордєєв В.М.), [59] (Нілов О.О.), і балок коробчатого перерізу Білик С.І. [22], перехресних сталевих балкових систем [94] (Юрченко В.В). Важливі дослідження пошуку оптимальної висоти сталевих двотаврів нових конструкцій балок постійного перерізу. Так важливими є дослідженням визначення оптимальної висоти сталевих двотаврових балок з гофрованою стінкою постійного перерізу присвячені роботи Білик С.І., Нілов О.О., Лавріненко Л.І. [50, 51, 59, 74, 102, 129], а також наукові праці Волкової Є. В. [25,26].

Основою досліджень оптимальної висоти сталевих двотатврів із змінною висотою стінки, як елементів рам є роботи [9,13..17,] (Білик С.І.), сталевих балок із перфорованою стінкою постійного і змінного перерізу [8], балок з гнучкою стінкою змінного і постійного перерізу [16] (Білик С.І, Скляров І.О.). Для рамних і стрижневих систем задача ускладнюється дискретностістю сортаменту і різними марками сталі. Одні профілі можуть прокатуватись із звичайних маловуглецевих сталей і низьколегованих, а інші тільки із маловуглецової сталі. Тому в таких дослідженнях приймається іноді спрощення у вигляді аналітичних неперервних функцій, які описують геометричні

характеристики [7,8, 11,12,13,14, 16, 25, 26, 28, 31, 41, 49, 52, 55,56, 77-79, 88, 94, 136,137, 139,140, 144, 146, 147].

Етапи оптимального проєктування сталевих конструкцій. У докторський дисертації Білика С.І. [13] для вирішення складних задач вибору раціональних конструкцій сталевих рам із змінним перерізом, запропоновано наряду із загальним підходом оптимального проектування складних сталевих систем виконувати вибір раціональної конструктивної сталевої системи за кілька етапів та підетапів [13,14]. Одним із підетапів раціонального проектування сталевих систем є попереднє визначення оптимальної топології кожного конструктивного елемента в залежності від загальних навантажень і розрахункових зусиль. Використання такого підходу важливо і на перших етапах техніко-економічного обгрунтування проектування конструкцій, без розробки робочого проєкту. Це важливо під час варіантного проєктування. Потім при розробці робочого проєкту, коли відомі всі елементі сортаменту профілів (відома дискретність сортаменту), функціональний об’єм будівлі і технологія виготовлення конструкцій виконується остаточна оптимізація конструкції. Під час виконання робочого проєкту сталевих конструкцій можливі числові дослідження навколо отриманих раціональних параметрів з урахуванням умов, які на перших двох етапах не приймались до уваги. В якості критерію прийняття раціонального або оптимального проєктного рішення приймають теоретичні витрати сталі на конструкцію, витрати сталі з урахуванням конструктивних коефіцієнтів, вартість будівельних конструкцій з урахуванням виготовлення, транспортування і монтажу, вартість зведених витрат всієї будівлі. Окремо досліджується вплив рівноміцності перерізів на визначення розмірів конструкцій.

На підставі огляду наукових досліджень сформульовані наступні висновки, а також сформульовані наукові завдання.

Висновки за розділом 1

1. Підтверджена і обґрунтована актуальність наукових досліджень за темою дисертації. Огляд літературних джерел показав, що актуальним є оптимальне проєктування сталевих двотаврів змінного перерізу, задача оптимального проєктування зварних сталевих двотаврів із змінною висотою стінки і шириною полиці потребує додаткових досліджень.

Показано ефективність використання сталевих рамних систем із використанням сталевих двотаврів із змінною висотою стінки та їх широкого використання багатьма провідними фірмами виробниками, конструктивні рішення яких захищені патентами.

2. Аналіз конструктивних рішень сталевих конструкцій показав що використання зварних двотаврів із змінною висотою стінки і шириною полиці обмежений в силу відсутності прямих методик оптимального проєктування, недостатньо проведено досліджень в цьому напрямку.

Огляд літературних джерел також показав, що пошук оптимальної конструктивної система з мінімізованими витратами сталі залишається актуальною проблемою, і кількість досліджень присвячених сталевим конструкціям постійного і змінного перерізу зростає з кожним роком.

3. Також встановлено, що дослідники все ж таки виділяють саму першу стадію оптимального проєктування у зв’язку з розділенням задач на дискретну і континуальну оптимізацію. З позицій варіантного проектування найбільш узагальненим є використання континуальної оптимізації. І цей підхід найбільше застований для дослідження ефективних сталевих зварних двотаврів постійного перерізу і для балок із зварних двотаврів із змінною висотою стінки. Також найбільш важливим критерієм оптимального проєктування залишається критерій загальних витрат сталі, що допомагає вибрати і описати цільову функцію оптимального проєктування, а також умови обмеження змінних.

4. Також найбільше дослідники використовують для оптимального проєктування сталевих зварних двотаврів постійного перерізу при застосуванні континуальної моделі метод невизначених множників Лагранжа та метод Ейлера

-Лагранжа. Таким чином всі компоненти для досліджень виконання сформульованих задач за темою дисертації обрані: континуальна модель, критерій цільової функція за витратами сталі, методи множників Лагранжа і метод Ейлера-Лагранжа.

5. У вступі сформульована мета наукових досліджень, для досягнення якої необхідно вирішити ряд актуальних наукових завдань.

Наукові завдання досліджень. На основі огляду конструктивних рішень сталевих рам із використанням зварних двотаврів зі змінною висотою стінки та проведених теоретичних досліджень пошуку оптимальних і раціональних конструктивних рішень таких балкових елементів рамних каркасів сформульовані наукові завдання досліджень.

6. Виконати огляд основних конструктивних рішень рамних систем з використанням сталевих двотаврів зі змінною висотою стінки, та огляд методів вибору оптимальної висоти сталевих двотаврів змінного перерізу.

7. Розвинути та узагальнити теоретичні дослідження визначення закономірності вибору оптимальної висоти сталевих балок зі зварних двотаврів із змінною висотою стінки і ширини полки.

8. Провести числові дослідження та визначити закономірності залежності раціонального градієнта (ступінь змінності перерізу зварних двотаврів) по довжині конструкції від співвідношення моментів інерції найменшого і найбільшого перерізів зварних сталевих двотаврів змінного перерізу.

9. Розвинути теоретичні дослідження з визначення закономірності вибору оптимальної висоти сталевих балок зі зварних двотаврів із змінною висотою стінки і ширини полки на основі методу Ейлера-Лагранжа за обмеженнями другого граничного стану за прогинами.

10. Провести верифікацію отриманих результатів при виконані розрахунку моделей проектування.

РОЗДІЛ 2. РАЦІОНАЛЬНІ МЕТАЛЕВІ БАЛКИ ІЗ ЗМІННОЮ ВИСОТОЮ СТІНКИ ТА ЗМІННОЮ ШИРИНОЮ ПОЛКИ ЗА КРИТЕРІЄМ МІНІМІЗАЦІЇ ВИТРАТ СТАЛІ.

2.1. Розробка методики визначення раціональної висоти сталевої двотаврової балки із змінною товщиною стінки і полиці.

Проєктування і виготовлення сталевих балок змінного перерізу було достатньо трудомістким процесом до певних часів. Традиційні конструктивні металеві систем виготовлялись із прокатних та зварних двотаврів із постійним перерізом.

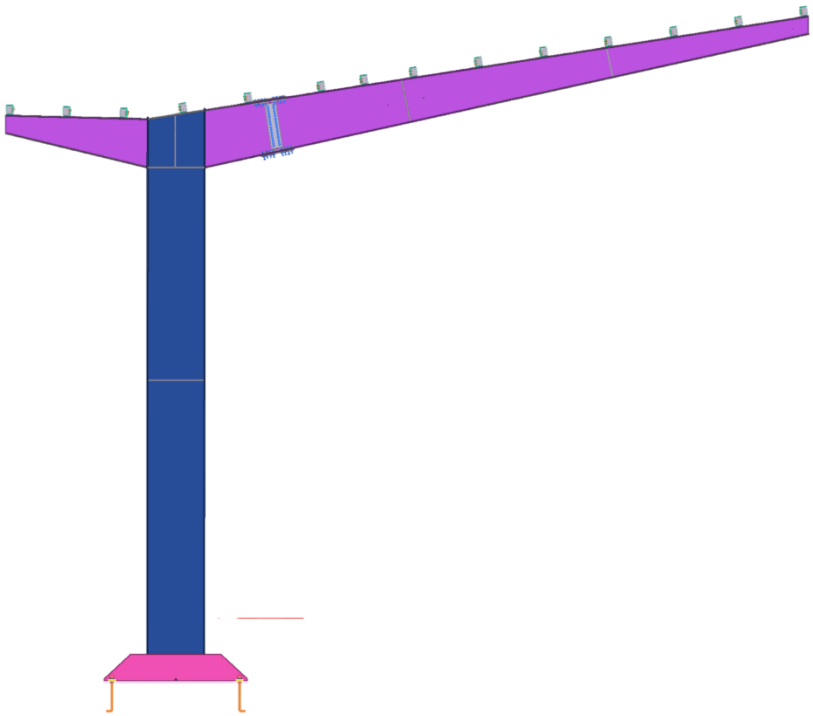


Рисунок 2.1. Розробка сталевого навісу для стадіону (співавтор Джанов Любомир.) з використанням зварних сталевих двотаврів змінного перерізу: змінна висота стінки ригеля, а в стійках змінна ширина полиці, а висота стінки постійного перерізу. Консольний ригель має довжиною з горизонтальною проекцією 9,615 м.

З розвитком технологій автоматизованого виробництва, появою високопродуктивних верстатів з числовим програмним управлінням для розкрою листів і стінок двотаврів відкрило можливості виготовлення широкого діапазону металевих конструкцій рам і балок зі змінним перерізом.

Досвід проєктування сталевих конструкцій із використанням двотаврів змінного перерізу висунув ряд нових наукових задач. Ці наукові завдання, які були сформульовані в першому розділі, пов'язані із подальшим розвитком оптимального і раціонального проєктування сталевих двотаврів, які мають як змінну ширину полиць так і стінки. Насамперед йде визначення конструктивної форми двотаврової балки із змінною висотою стінки і полиці за умовами міцності і жорсткості (за першим і другим граничним станови), а також задачі із визначенням впливу на оптимальну конструктивну топологію сталевих двотаврів із дією невеликої за значенням повздовжньої сили, яка виникає внаслідок рамності та похилості конструктивного елемента. Якщо задачі із раціонального і оптимального проєктування сталевих балок тільки із змінною висотою стінки за умовами міцності достатньо досліджені, то конструктивні рішення із використанням конічних сталевих балок змінного перерізу потребують проведення додаткових досліджень.

Увага науковців в основному була прикута до досліджень міцності і стійкості двотаврів із змінною висотою стінки і перфорованих двотаврових балок [8,13]. Але при збільшені навантажень на конструкції і збільшення прольотів конструкцій балкових покриттів стадіонів, сховищ, виробничих будівель актуальним є дослідження із використанням двотаврів із змінною шириною полки і стінки з метою зменшення витрат сталі, зменшення витрат на вогнезахист, транспортування антикорозійний захист. А можливість повторного використання металу в кінцевому розрахунку показують, що використання металевих конструкцій для ряду класів конструкцій будівель дає зменшення енерговитрат і зменшення викидів CO_2 (вуглекислого газу).

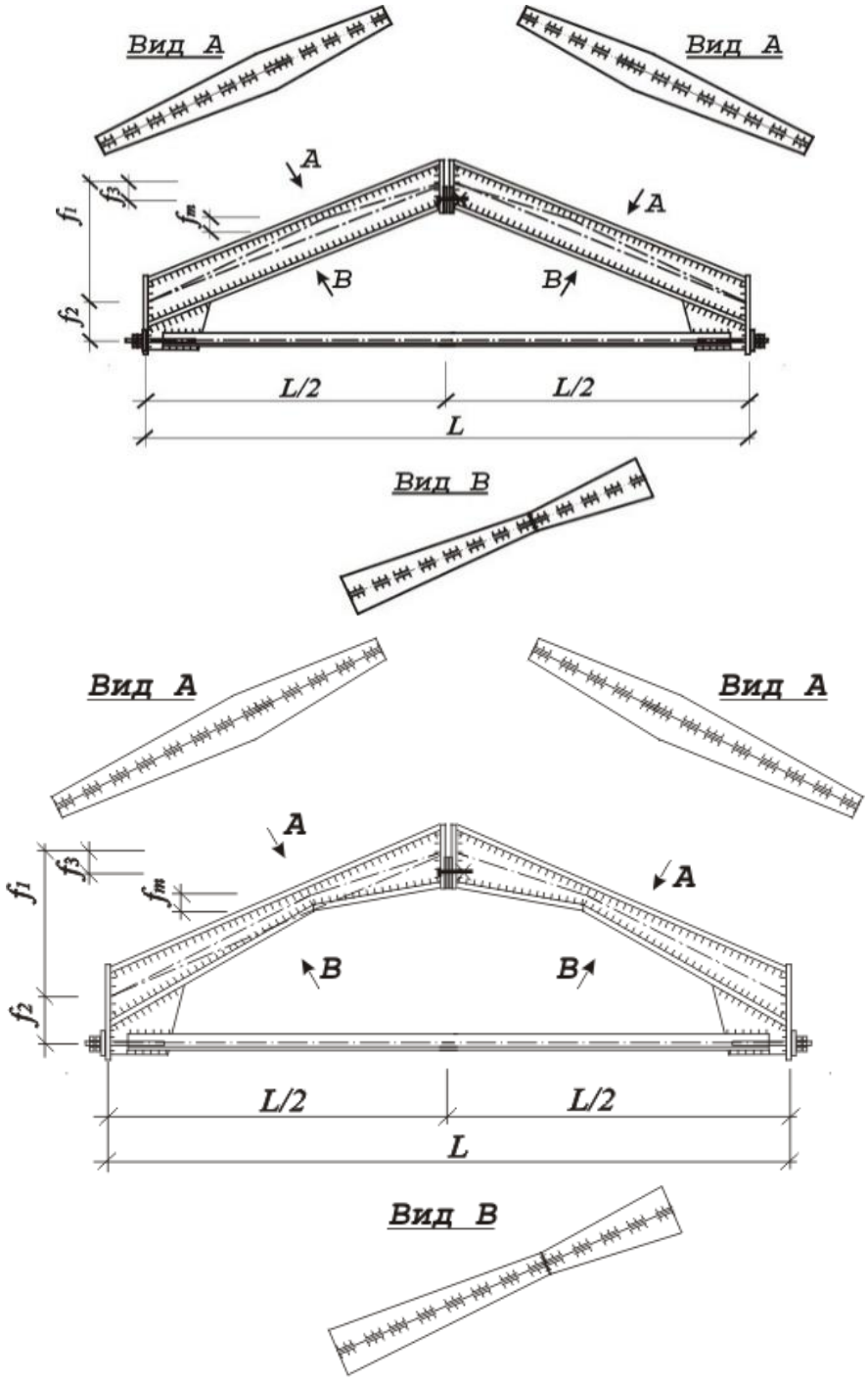


Рисунок. 2.2. Нові конструкції арки покриття зі зварних двотаврів зі змінним перерізом поясів та стінки (запропоновано проф. Біликом С.І. [13]).

Також важливим аспектом використання в рамних сталевих каркасах двотаврів із змінною шириною полиці і висоти стінки дає можливість додатково знизити витрати сталі. Це досягається за рахунок вибору такої конструктивної форми двотаврової балки змінного перерізу, що при зміни висоти і ширини

досягається оптимальний розподіл сталі в кожному перерізі, а зайві запаси за міцністю мінімізуються.

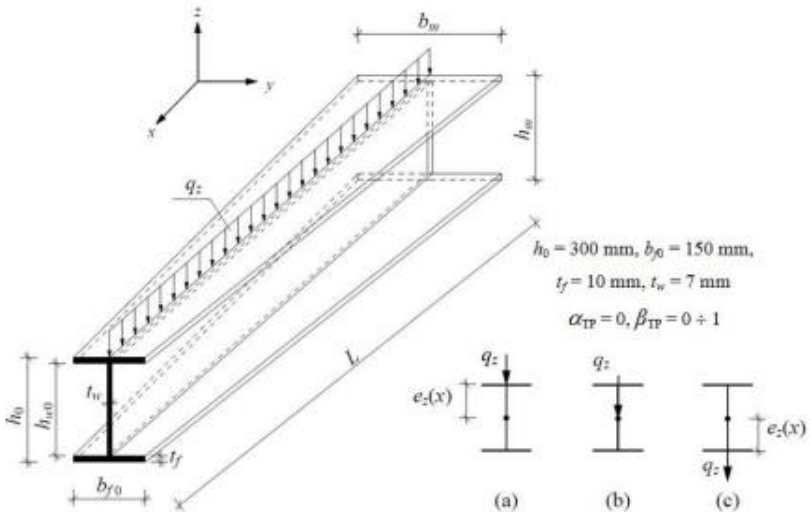


Рисунок 2.3. Розрахункова схема сталевої конічної балки із змінною висотою стінки і шириною полиці

Тому розглянуто новий клас сталевих балок із змінною шириною полиць і висотою стінок. Прийняті крайові умов закріплення балки із площини дії рівномірно розподіленого навантаження: Балка розкріплена системою горизонтальних і вертикальних в’язей, що запобігає втраті стійкості пласкої форми згину і відповідно бімоментні напруження від стиснутого кручення мінімальні і в розрахунках можуть бути враховані додатковими коефіцієнтами. Також вважається, що не відбувається втрата стійкості від повздовжніх сил, які виникають в силу нахилу осі конструктивного елемента. Прийнято, що місцева стійкість стінки і полиці забезпечена перерізом елементів. Місцева стійкість стінки також забезпечена, у випадку необхідності, вертикальними ребрами жорсткості (рис.2.3).

Тому розділ присвячений вибору оптимальної та раціональної конструктивної форми сталевих балкових елементів змінного перерізу, як елементів рамних конструкцій каркасних будівель і споруд.

В цьому параграфі розглянута балка двотаврового перерізу складена з верхньої та нижньої полиці змінного перерізу, які між собою з'єднані стінкою змінної товщини.

В подальшому позначено розміри двотаврового ригеля h_{w0} – висота сталевої балки є постійна по всій довжині конструкції. Ширина полиці металевої балки змінного перерізу $b_{f,z} = b_{f,0}(1 \pm \gamma_b z / l_0)^s$ –, l_0– проліт сталевої балки. Гнучкість стінки балки змінна по довжині $\lambda_{\omega,z} \approx h_0 / t_{\omega,z}$, умовна гнучкість стінки. Локальна стійкість полиць і стінки прийнята забезпеченою.

Площа полиць позначена традиційно: $2A_{f,z} = 2b_{f,z}t_f$, а товщини стінки t_w прийнята постійного перерізу по довжині балки. Товщина стінки визначається із умов міцності.

$$t_{w,0} = t_w = \frac{h_{w,0}}{\lambda_{w,0}} \geq \frac{Q_{w,0}}{R_s h_{w,0}}. \qquad (2.1)$$

$$\frac{Q_{w,0}}{t_{w,0}h_{w,0}} \leq R_s \rightarrow t_{w,0} = \frac{h_{w,0}}{\lambda_{w,0}} \rightarrow \frac{\lambda_{w,0}Q_{w,0}}{h_{w,0}^2} \leq R_s \rightarrow \frac{h_{w,0}}{\lambda_{w,0}} \geq \frac{Q_{w,0}}{R_s h_{w,0}} \rightarrow \lambda_{w,0} \leq \frac{R_s h_{w,0}^2}{Q_{w,0}}.$$

Приймається, що висота стінки дорівнює висоті балки:

$h_{w,0} = h_0;\ \ h_{w,z} = h_z$

Площа початкового перерізу, де дії максимальний згинальний момент буде: $2A_{f0} + t_{w0}h_0 = A_{b0}$.

Приймається степеневий закон змінності висоти стінки і ширини полиці.

$$h_z = h_0(1 \mp \gamma_h \frac{z}{l})^n; \quad z = l \rightarrow h_{z=l} = h_n \rightarrow \gamma_h = (1 \pm \frac{h_n}{h_0})^{1/n}. \quad A_{f,z} = t_f b_{f,0}(1 \mp \gamma_{fb} \frac{z}{l})^s. \qquad (2.2)$$

$$b_{f,z} = b_{f,0}(1 \mp \gamma_b \frac{z}{l_b})^s; \qquad \gamma_b = (1 \mp \frac{b_{f,n}}{b_{f,0}})^{1/s}. \quad A_{w,z} = t_w h_0 (1 \mp \gamma_b \frac{z}{l})^s.$$

$$t_{w,z} = t_{w,0}(1 - \gamma_h \frac{z}{l})^m$$

У формулах (2.2) через коефіцієнти γ_b , γ_h - позначені градієнти зміни перерізу відповідно полиці і стінки. Момент інерції ($I_{x,z}$) та момент опору площі перерізу $W_{x,z}$ з будь-якою координатою по довжині балки разом з формулами (2.1

та 2.2.) мають стандартний аналітичний запис (2.3). Тим самим відкривається можливість перейти за результатами числових досліджень до раціональних сталевих балок із змінною конічною формою (рис.2.2). Вважається, що гнучкість стінки змінюється синхронно із висотою стінки за конструктивними підходом, що достатньо логічно. Зміна гнучкості стінки при постійній товщині стінки відбувається прямо прямопропорційно висоті стінки (2.4).

$$I_{x,0}=\left(\frac{A_{f,0}h_0^2}{2}+\frac{t_w h_0^3}{12}\right)=\frac{t_w h_0^3}{2}\left(\frac{A_{f,0}}{t_w h_0}+\frac{1}{6}\right);\quad W_{x,0}=\frac{2I_{x,0}}{h_{w0}}\approx A_{f,0}h_0+\frac{t_{w,0}h_0^2}{6}=t_w h_0^2\left(\frac{A_{f,0}}{t_w h_0}+\frac{1}{6}\right).$$
$$I_{x,z}=\left(\frac{A_{f,0}h_z^2}{2}+\frac{t_w h_z^3}{12}\right)=\frac{t_w h_z^3}{2}\left(\frac{A_{f,z}}{t_w h_z}+\frac{1}{6}\right);\quad W_{x,z}=t_w h_z^2\left(\frac{A_{f,z}}{t_w h_z}+\frac{1}{6}\right). \qquad (2.3)$$

Прийняті позначення функції змінності перерізів полиці і стінки в узагальненому виді, як степеневі функції маємо в узагальненому виді

$$h_z=h_0 f_{hz}=h_0(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})^n; \qquad (2.4)$$

$$b_{f,z}=b_{f,0}f_{bz}=b_{f,0}(1\mp\gamma_b\frac{z}{l})^s=b_{f,0}f_{bz}.$$

$$f_{hz}=(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})^n.\ \ f_{bz}=(1\mp\gamma_b\frac{z}{l})^s.$$

$$\lambda_{wz}=\lambda_w f_{hz}$$

Відповідно геометричні характеристики перерізу конструкції в узагальненому виді набувають запису з урахуванням (2.1) переходу від товщини стінки до висоти балки через гнучкість стінки.

$$I_{x,z}=\frac{\left(h_0 f_{hz}\right)^4}{2\lambda_w f_{hz}}\left(\frac{t_f b_{f,0}\lambda_w}{h_0^2}\frac{f_{bz}}{f_{hz}}+\frac{1}{6}\right);\quad W_{x,z}=\frac{\left(h_0 f_{hz}\right)^3}{\lambda_w f_{hz}}\left(\frac{t_f b_{f,0}\lambda_w}{h_0^2}\frac{f_{bz}}{f_{hz}}+\frac{1}{6}\right). \qquad (2.5)$$

Розглянута задача мінімізації витрат сталі двотаврової балки конічного типу, яка має кінцеві перерізи максимальну і мінімальну площі. Така задача є задача з мінімізації витрат сталі: задача вибору мінімальної маси балки змінного перерізу. Або задача пошуку мінімальної приведеної маси конструкції через відносну величину маси витрат сталі – $m_{b,z}/\rho l$, $m_{b,z}/\rho l^3$.

$$m_{b,z} = 2\rho l b_{f,0} t_f \int_l f_{bz}\,\mathrm{dz} + \rho l h_{w,0} t_w \int_l f_{hz}\,\mathrm{dz} \to \min \tag{2.6}$$

$$\frac{m_{b,z}}{\rho l} = 2 b_{f,0} t_f \int_l f_{bz}\,\mathrm{dz} + \frac{h_0^2}{\lambda_w} \int_l f_{hz}\,\mathrm{dz} \to \min$$

В якості обмежень прийняті обмеження за міцністю.

$$u_1\left(h_z, t_{w,z}, A_{f,z}\right) = \frac{M_{x,z}}{W_{x,zk}} - R_y \gamma_c \geq 0.$$

$$u_2\left(h_z, t_{w,z}, A_{f,k}\right) \frac{Q_{zk}}{t_{w,zk} h_0} - R_s \gamma_c \geq 0. \tag{2.7}$$

$$A_{f,z} \geq 0.\ I_{x,z} - I_{x,d} \geq 0.$$

$$\frac{M_{x,z} h_z}{2\left(2\frac{\left(t_f b_{f,0} f_{bz}\right) h_z^2}{4} + \frac{t_w h_z^3}{12}\right)} - R_y \gamma_c \to \frac{M_{x,z}}{\left(\left(t_f b_{f,0} f_{bz}\right) h_z + \frac{t_w h_z^2}{6}\right)} - R_y \gamma_c = 0$$

$$t_w = \frac{h_0 f_{hz}}{\lambda_w f_{hz}} \to \frac{M_{x,z}}{\left(t_f b_{f,0} f_{bz} h_z + \frac{h_z^3}{6\lambda_w f_{hz}}\right)} - R_y \gamma_c = 0$$

Задача оптимального проєктування сталевих балок змінного перерізу є задача нелінійного математичного програмування (2.6,2.7), [1,6, 7, 19, 29, 30]. Цільова функція мінімальної маси витрат сталі (2.6) включає в якості змінних всі змінні геометричні характеристики і розміри перерізу балки по довжині (2.1…2.5). Рівняння (2.7) є рівняннями умов доповнюючої нежорсткості [1, 6, 7, 19, 29, 30]. Задача (2.6) записана в просторі змінних геометричних характеристик перерізу h_z , A_z (2.2) та обмежувальними функціями у вигляді нерівностей (2.7). Перша нерівність є обмеження за міцністю кожного перерізу при згинанні по довжині балки, друга нерівність є обмеження міцності на зріз стінки двотавра кожного перерізу по довжині балки. Приймається умова, що значення площ перерізів стінки і полиці зменшуються від найбільшого перерізу до найменшого перерізу. Момент інерції перерізу має обмеження за значенням, і є не менше

певного значення, яке визначено технологічними факторами фізичного виготовлення сталевої балки. Це мінімальне значення (I_d) обґрунтоване конструктивними і технологічними особливостями, наприклад, розмірами зварювального апарату, який може поміститися між полицями двотавра в найменшому перерізі (орієнтовно висота найменшого перерізу може бути 10-15 см). Також прийнято, що цільова функція (2.3) неперервна, двічі диференційована, а також є опукла в точці екстремуму. Дискретність сортаменту не враховується, прийнята можливість плавної зміни перерізів. Прийнята умова можливості виготовити конструкцію при заданих градієнтах зміни висоти і ширини полиць сталевої балки. Це досягається під час виготовлення конструкції за допомогою розкрою сталевих прокатних листів на верстатах з числовим програмним управлінням. Задача мінімізації витрат сталі (2.3) вирішується за умови, що обмеження міцності стінки є неактивними.

Задача 1. Задача (2.6, 2.7) пошуку оптимальної конструктивної форми зварного двотавра при постійній гнучкості стінки по довжині сталевого двотавра аналогічно висоти стінки. Задача вирішується за методом множників Лагранжа [1,6, 7, 19, 29, 30]. Функція Лагранжа має запис (2.8).

$$\lambda_{wz} = \lambda_w f_{hz} \rightarrow F(\lambda_m, A_{f,z}, h_z) = \left(2t_f b_{f,0} f_{bz} + \frac{h_z^3}{\lambda_w f_{hz}} \right) + \lambda_{m1} \left[\frac{M_{x,z}}{t_f b_{f,0} f_{bz} h_z + \frac{h_z^3}{6\lambda_w f_{hz}}} - R_y \gamma_c \right]. \quad (2.8)$$

Тоді екстремум функції може бути знайдений традиційно.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F(\lambda_{m1}, A_{f,z}, A_{b,z})}{\partial \left(A_{b,z} \right)} = 0 \\ \dfrac{\partial F(\lambda_{m1}, A_{f,z}, A_{b,z})}{\partial \left(A_{hz} \right)} = 0 \\ \dfrac{\partial F(\lambda_{m1}, A_{f,zk}, A_{b,z})}{\partial \lambda_{m1}} = 0. \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial F(\lambda_{m1}, A_{f,zk}, A_{b,z})}{\partial \left(b_{f,0} f_{bz} \right)} = 0 \\ \dfrac{\partial F(\lambda_{m1}, A_{f,zk}, A_{b,z})}{\partial \left(h_0 f_{hz} \right)} = 0 \\ \dfrac{\partial F(\lambda_{m1}, A_{f,z}, A_{b,z})}{\partial \lambda_{m1}} = 0. \end{cases} \quad (2.9)$$

Задача 1. Площа стінки змінюється по товщині, гнучкість стінки стала величина. В розгорнутому виді є вірним такий запис рівнянь системи (2.9).

$$\lambda_w = const \rightarrow t_w = \frac{h_z^3}{\lambda_w}$$

$$\frac{\partial F(\lambda_{m1}, A_{f,zk}, A_{b,z})}{\partial A_{f,z}} = \frac{\partial\left[t_f\left(2\left(b_{f,0}f_{bz}\right)+t_w h_z\right)\right]}{\partial\left(b_{f,0}f_{bz}\right)} + \lambda_{m1}\frac{\partial\left(\dfrac{M_{x,z}}{t_f b_{f,0}f_{bz}h_z + \dfrac{h_z^3}{6\lambda_w}} - R_y\gamma_c\right)}{\partial\left(b_{f,0}f_{bz}\right)} = 0$$

$$\rightarrow \frac{\partial F(\lambda_{m1}, A_{f,zk}, A_{b,z})}{\partial\left(A_{h,z}\right)} = \frac{\partial\left[\left(2t_f\left(b_{f,0}f_{bz}\right)+t_w h_z\right)\right]}{\partial\left(t_w h_z\right)} + \lambda_{m1}\frac{\partial\left[\dfrac{M_{x,z}}{t_f b_{f,0}f_{bz}h_z + \dfrac{h_z^3}{6\lambda_w}} - R_y\gamma_c\right]}{\partial\left(t_w h_z\right)} = 0$$

$$\frac{\partial F(\lambda_{m1}, A_{f,zk}, A_{b,z})}{\partial\lambda_{m1}} = \frac{\partial\left[\left(2t_f\left(b_{f,0}f_{bz}\right)+t_w h_z\right)\right]}{\partial\lambda_{m1}} + \frac{\partial\lambda_{m1}}{\partial\lambda_{m1}}\left[\frac{M_{x,z}h_z}{t_f b_{f,0}f_{bz}h_z + \frac{h_z^3}{6\lambda_w}} - R_y\gamma_c\right] = 0$$

Відношення поточних напружень в умовах міцності набувають перед диференціюванням виду через перехід від товщини стінки до висоти стінки і заданої гнучкості із умов забезпечення стійкості стінки .

$$t_w = \frac{h_z}{\lambda_w} \rightarrow \frac{M_{x,z}h_z}{2\left(2\dfrac{\left(b_{f,0}f_{bz}\right)h_z^2}{4} + \dfrac{t_w h_z^3}{12}\right)} = \frac{M_{x,z}}{\left(t_f b_{f,0}f_{bz}h_z + \dfrac{h_z^3}{6\lambda_w}\right)}. \qquad (2.10)$$

Таким чином, маємо остаточний запис системи рівнянь для диференціювання.

$$\frac{\partial\left[\left(2t_f\left(b_{f,0}f_{bz}\right)+\frac{h_z^2}{\lambda_w}\right)\right]}{\partial\left(b_{f,0}f_{bz}\right)}+\lambda_{m1}\frac{\partial\left(\frac{M_{x,z}}{\left(t_f b_{f,0}f_{bz}h_z+\frac{h_z^3}{6\lambda_w}\right)}-R_y\gamma_c\right)}{\partial\left(b_{f,0}f_{bz}\right)}=0$$

$$\frac{\partial\left[\left(2t_f\left(b_{f,0}f_{bz}\right)+\frac{h_z^2}{\lambda_w}\right)\right]}{\partial\left(\frac{h_0}{\lambda_w}h_z\right)}+\lambda_{m1}\frac{\partial\left[\frac{M_{x,z}}{\left(t_f b_{f,0}f_{bz}h_z+\frac{h_z^3}{6\lambda_w}\right)}-R_y\gamma_c\right]}{\partial\left(\frac{h_0}{\lambda_w}h_z\right)}=0 \qquad (2.11)$$

$$\frac{\partial\left[\left(2t_f\left(b_{f,0}f_{bz}\right)+\frac{h_z^2}{\lambda_w}\right)\right]}{\partial\lambda_{m1}}+\frac{\partial\lambda_{m1}}{\partial\lambda_{m1}}\left[\frac{M_{x,z}}{\left(t_f b_{f,0}f_{bz}h_z+\frac{h_z^3}{6\lambda_w}\right)}-R_y\gamma_c\right]=0$$

Виконання диференціювання рівнянь системи (2.11) дає систему трьох нелінійних алгебраїчних рівнянь з трьома невідомими: h_z , A_{fz}, λ_{m1}. Останнє рівняння - це підтвердження умов міцності кожного поточного перерізу конструкції. За рівнянням (2.10) виконується перехід до умов міцності із визначенням геометричних характеристик (2.4, 2.5).

$$\frac{M_{x,z}}{\left(t_f b_{f,0}f_{bz}h_z+\frac{h_z^3}{6\lambda_w}\right)}-R_y\gamma_c=0.\rightarrow\frac{M_{x,z}}{\frac{h_z^3}{\lambda_w}\left(\frac{t_f b_{f,0}f_{bz}}{h_z^2/\lambda_w}+\frac{1}{6}\right)}-R_y\gamma_c=0.$$

$$\frac{M_{x,z}}{\frac{h_z^3}{\lambda_w}\left(\frac{t_f b_{f,0}f_{bz}}{h_z^2/\lambda_w}+\frac{1}{6}\right)}=R_y\gamma_c.$$

$$\frac{M_{x,z}}{R_y\gamma_c}=\frac{h_z^3}{\lambda_w}\left(\frac{t_f b_{f,0}f_{bz}}{h_z^2/\lambda_w}+\frac{1}{6}\right)=\frac{h_z^3}{\lambda_w}\left(\frac{t_f b_{f,0}}{h_0^2/\lambda_w}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{6}\right). \qquad (2.12)$$

$$\frac{M_{x,z}}{R_y\gamma_c} = t_w h_z^2\left(\frac{t_f b_{f,0}}{h_0 t_{w0}}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2} + \frac{1}{6}\right).$$

$$k_b = \frac{f_{bz}}{f_{hz}^2} \rightarrow \frac{M_{x,z}}{R_y\gamma_c} = t_w h_z^2\left(\frac{t_f b_{f,0}}{h_0 t_{w0}}k_b + \frac{1}{6}\right).$$

Перше рівняння системи (2.11) після закінчення диференціювання набуває запису.

$$\frac{\partial\left[\left(2t_f\left(b_{f,0}f_{bz}\right) + \frac{h_z^2}{\lambda_w}\right)\right]}{\partial\left(b_{f,0}f_{bz}\right)} + \lambda_{m1}\frac{\partial\left(\frac{M_{x,z}}{\left(t_f b_{f,0}f_{bz}h_z + \frac{h_z^3}{6\lambda_w}\right)} - R_y\gamma_c\right)}{\partial\left(b_{f,0}f_{bz}\right)} = 0.$$

$$2t_f - \lambda_{m1}\frac{M_{x,z}t_f h_z}{\left(t_f\left(b_{f,0}f_{bz}\right)h_z + \frac{h_z^3}{6\lambda_w}\right)^2} = 0 \rightarrow 2 - \lambda_{m1}\frac{M_{x,z}h_z}{\frac{h_z^6}{\lambda_w^2}\left(\frac{t_f\left(b_{f,0}f_{bz}\right)}{\left(h_z^2/\lambda_w\right)} + \frac{1}{6}\right)^2} = 0.$$

Або врахування умов міцності (2.12) приводить до формули для визначення невизначеного коефіцієнта λ_{m1}.

$$\lambda_{m1} = \frac{2}{R_y\gamma_c}\frac{h_z^2}{\lambda_w}\left(\frac{t_f b_{f,0}}{\left(h_0^2/\lambda_w\right)}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2} + \frac{1}{6}\right). \tag{2.13}$$

Друге рівняння системи (2.11) після диференціювання перетворюється алгебраїчне рівняння взаємозв'язку між коефіцієнтом λ_{m1} та геометричними характеристиками поточного перерізу і умовами міцності.

$$2 - \lambda_{m1}\frac{M_{x,z}\left[\frac{t_f\left(b_{f,0}\right)}{\left(h_0^2/\lambda_w\right)}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2} + \frac{1}{2}\right]}{\left(\frac{h_z^4}{\lambda_w^2}\right)\left(\frac{t_f b_{f,0}}{\left(h_0^2/\lambda_w\right)}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2} + \frac{1}{6}\right)^2} = 0. \tag{2.14}$$

Заміна в рівнянні (2.14) коефіцієнта λ_{m1} за (2.13) дає умову оптимального проєктування балки для кожного перерізу на певній ділянці по довжині балки з однаковими градієнтами зміни перерізу.

$$\lambda_{m1}=\frac{2}{R_y\gamma_c}\frac{h_z^2}{\lambda_w^2}\left(\frac{t_f b_{f,0}}{\left(h_0^2/\lambda_w\right)}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{6}\right).\to 1-\frac{M_{x,z}\left[\frac{t_f\left(b_{f,0}\right)}{\left(h_0^2/\lambda_w\right)}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{2}\right]}{R_y\gamma_c\frac{h_z^3}{\lambda_w}\left(\frac{t_f b_{f,0}}{\left(h_0^2/\lambda_w\right)}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{6}\right)}=0.$$

Традиційні перетворення останнього рівняння при введені умов міцності за (2.12) приводять до співвідношення між початковими розмірами розрахункового перерізу та умовами міцності перерізу при згині.

$$\frac{h_z^3}{\lambda_w}=\frac{M_{x,z}\left[\frac{t_f\left(b_{f,0}\right)}{\left(h_0^2/\lambda_w\right)}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{2}\right]}{R_y\gamma_c\left(\frac{t_f b_{f,0}}{\left(h_0^2/\lambda_w\right)}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{6}\right)}.$$

$$\lambda_w=\frac{h_0}{t_{w0}}\to h_z^3=\frac{M_{x,z}\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_{w0}h_0}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{2}\right)}{R_y\gamma_c\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_{w0}h_0}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{6}\right)}=0.$$

$$M_{x,z}=f_{Mz}^2M_{x,0}=(1-\frac{z}{l})^2M_{x,0}\to f_{Mz}^2=(1-\frac{z}{l})^2.$$

$$\frac{h_z^3}{\lambda_w}=\frac{f_{Mz}^2M_{x,0}\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{2}\right)}{R_y\gamma_c\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{6}\right)}. \qquad (2.15)$$

Достатні умови екстремуму цільової функції витрат сталі. В останньому рівнянні (2.15) закономірність зміни висоти перерізу зварного сталевого двотавра набуває виду з урахуванням умов міцності (2.7, 2.12).

$$\frac{M_{x,z}}{R_y\gamma_c}=\frac{h_z^3}{\lambda_w}\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{6}\right)\rightarrow \tag{2.16}$$

$$\frac{h_z^3}{\lambda_w}=\frac{h_z^3}{\lambda_w}\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{6}\right)\frac{\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{6}\right)}$$

$$\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{2}\right)=1. \tag{2.17}$$

Але врахуванням умов міцності у (2.16) у відповідному записі (2.17) приводить до рівняння, що описують достатні умови екстремуму.

Остаточно достатні умови екстремуму приводять до співвідношення.

$$\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}=\frac{1}{2} \tag{2.18}$$

Для випадку рівності градієнтів змінності перерізу стінки і полиці приходимо до умов оптимальності для двотаврів постійного перерізу.

$$\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}=1,0\rightarrow\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}=\frac{1}{2}\rightarrow 2t_f b_{f,0}=t_w h_0. \tag{2.19}$$

Умова оптимальності для зварного двотавра змінного перерізу при тотожності градієнтів змінності перерізів полиці і стінки по довжині конструкції, а також тотожності ступеневих залежностей (2.19, площа полиці зварного двотавра повинні змінюватись за таким же ступеневим законом, що і квадрат ступеня змінності стінки), показує, що конструкція оптимальна, коли в кожному перерізі оптимальне розподілення сталі по висоті перерізу: площа двох полиць дорівнює площі стінки в кожному перерізі. При цьому зміна товщини полиці відбувається прямопропорційно висоті стінки, разом із гнучкістю стінки. Цей висновок спрощує запис (2.15 і 2.16) функцій оптимальної висоти стінки зварного сталевого двотавра по довжині конструкції.

$$\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}=1;\ \ \frac{h_z^3}{\lambda_w}=\frac{f_{Mz}^2 M_{x,0}\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}+\frac{1}{2}\right)}{R_y\gamma_c\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}+\frac{1}{6}\right)}.$$

$$\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}=\frac{1}{2}\rightarrow t_{w0}h_0^2 f_{hz}^2=\frac{f_{Mz}^2 M_{x,0}}{R_y\gamma_c}\frac{\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}+\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}+\frac{1}{6}\right)}.$$

$$t_{w0}h_0^2 f_{hz}^2=\frac{f_{Mz}^2 M_{x,0}}{R_y\gamma_c}\frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)}\rightarrow h_0^2 f_{hz}^2=\frac{3}{2}\frac{f_{Mz}^2 M_{x,0}}{R_y\gamma_c t_{w0}}.$$

Остаточно закономірність зміни оптимальної висоти балки буде.

$$h_0 f_{hz}=f_{Mz}\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{M_{x,0}}{t_{w0}R_y\gamma_c}} \qquad (2.20)$$

Таким чином, остання формула (2.20) вказує на загальну оптимальну конструктивну форму балки змінного перерізу.

Визначення оптимальної висоти двотаврової сталевої, балки в опорному перерізі, де діє максимальний згинальний момент.

Опорний переріз защемлення консольної сталевої балки є найбільш навантаженим перерізом. В такій конструкції в цьому перерізі виникає і максимальний згинальний момент і поперечна сила. Для опорного перерізу вірно Оптимальна висота опорного перерізу зварного двотавра змінного перерізу набуває виду за (2.16).

$$\frac{h_z^3}{\lambda_w}=\frac{f_{Mz}^2 M_{x,0}\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{2}\right)}{R_y\gamma_c\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{6}\right)}$$

$$h_0=\sqrt[3]{\frac{\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{6}\right)}}\sqrt[3]{\frac{M_{x,0}\lambda_w}{R_y\gamma_c}}. \qquad (2.21)$$

При рівності градієнтів змінності перерізу стінки і полиці і виконання умов оптимальності для кожного перерізу: рівності площ полиць площі стінки.

$$\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}=1\rightarrow 2t_f b_{f,0}=t_w h_0.\rightarrow h_0=\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{M_{x,0}}{R_y\gamma_c t_{w0}}}. \qquad (2.22)$$

Для двотавра із забезпечення умов стійкості стінки, слід ввести конструктивний коефіцієнт (ψ_{tw}) на товщину стінки: або збільшення товщини стінки сталевого двотавра, або постановка вертикальних ребер жорсткості.

$$h_0=\sqrt{\frac{3}{2\psi_{tw}}}\sqrt{\frac{M_{x,0}}{R_y\gamma_c t_w}}. \qquad (2.23)$$

Тепер конструктивна форма сталевої балки рівного опору (2.20) буде визначатися функцією (2.23) з урахуванням оптимальної висоти балки в перерізі дій максимального моменту (2.22).

$$\frac{M_{x,z}}{R_y\gamma_c}=\frac{f_{Mz}^2 M_{x,0}}{R_y\gamma_c}=\frac{h_z^3}{\lambda_w}\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{6}\right);\ \frac{f_{Mz}^2 M_{x,0}}{R_y\gamma_c}=\frac{h_0^3 f_{hz}^3}{\lambda_w}\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{6}\right). \qquad (2.24)$$

$$f_{hz}^3=\frac{f_{Mz}^2 M_{x,0}}{R_y\gamma_c\frac{h_0^3}{\lambda_w}\left(\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}\frac{f_{bz}}{f_{hz}^2}+\frac{1}{6}\right)}.$$

Проведені дослідження для балок змінного перерізу дали можливість на основі визначення оптимальної висоти балки приймати конструктивне рішення балки на окремих ділянках. Показано, що оптимальна висота балки може бути різної в залежності від відношення градієнтів змінності перерізу полиці і стінки. При рівності градієнтів змінності перерізу полиці і стінки оптимальним розподілом сталі по висоті перерізу рекомендується приймати рівність площі полиць площі стінки полиці до площі стінки. Конструктивний коефіцієнт забезпечення стійкості стінки впливає на висоту стінки.

2.2. Узагальнення вибору оптимальної конструктивної форма зварного сталевого двотавра при змінній ширині полиці, стінки і товщини стінки за степеневими законами.

Закономірність оптимальної конструктивної форма конічної форми сталевого двотавра із змінною товщиною стінки. Якщо прийняти, що товщина стінки теж змінюється по довжині двотаврової балки за певним степеневим законом. Тоді функція Лагранжа має запис.

$$t_{w,z} = t_{w,0}(1-\gamma_h \frac{z}{l})^m$$

$$F_{\lambda_{m1},A_{b,z},h_z,t_{wz},} = F(\lambda_{m1}, A_{f,z}, A_{b,z}, h_z, t_{wz}) = t_f\left(2b_{f,0}f_{bz} + t_{wz}h_z\right) + \lambda_{m1}\left(\frac{M_{x,z}}{t_f b_{f,0} f_{bz} h_z + \frac{t_{wz}h_z^2}{6}} - R_y\gamma_c\right) \quad (2.25)$$

Різний закон зміни товщини стінки відносно висоти стінки обумовлена конструктивними особливостями, дискретністю сортаменту, та технологічністю виготовлення конструкції. Зміна товщини стінки не відбувається плавно. Але в умовах цієї задачі прийнята плавна апроксимована зміна товщини стінки. Тому задача вирішується узагальнено, а при числових дослідженнях відбувається вибір активації інших обмежень.

Система рівнянь з визначення оптимальної конструктивної форма балки за методом Лагранжа має запис за (2.11).

$$\frac{\partial F_{\lambda_{m1},A_{b,z},h_z,t_{wz},}}{\partial\left(b_{f,0}f_{bz}\right)}=\frac{\partial\left[t_f\left(2b_{f,0}f_{bz}+t_{wz}h_z\right)\right]}{\partial\left(b_{f,0}f_{bz}\right)}+\lambda_{m1}\frac{\partial\left(\dfrac{M_{x,z}}{t_f b_{f,0}f_{bz}h_z+\dfrac{t_{wz}h_z^2}{6}}-R_y\gamma_c\right)}{\partial\left(b_{f,0}f_{bz}\right)}=0.$$

$$\frac{\partial F_{\lambda_{m1},A_{b,z},h_z,t_{wz},}}{\partial h_z}=\frac{\partial\left[\left(2t_f\left(b_{f,0}f_{bz}\right)+t_{wz}h_z\right)\right]}{\partial h_z}+\lambda_{m1}\frac{\partial\left[\dfrac{M_{x,z}}{t_f b_{f,0}f_{bz}h_z+\dfrac{t_{wz}h_z^2}{6}}-R_y\gamma_c\right]}{\partial h_z}=0.$$

$$\frac{\partial F_{\lambda_{m1},A_{b,z},h_z,t_{wz},}}{\partial\lambda_{m1}}=\frac{\partial\left[\left(2t_f\left(b_{f,0}f_{bz}\right)+t_w h_z\right)\right]}{\partial\lambda_{m1}}+\frac{\partial\lambda_{m1}}{\partial\lambda_{m1}}\left[\frac{M_{x,z}}{t_f b_{f,0}f_{bz}h_z+\frac{t_{wz}h_z^2}{6}}-R_y\gamma_c\right]=0.$$

Диференціювання записаної вище системи рівнянь системи приводить до системи алгебраїчних рівнянь.

$$\frac{\partial F_{\lambda_{m1},A_{b,z},h_z,t_{wz},}}{\partial\left(b_{f,0}f_{bz}\right)}=2t_f-\lambda_{m1}\frac{M_{x,z}t_f h_z}{\left(t_f b_{f,z}h_z+\dfrac{t_{wz}h_z^2}{6}\right)^2}=0.$$

$$\frac{\partial F_{\lambda_{m1},A_{b,z},h_z,t_{wz},}}{\partial h_z}=t_{wz}+h_z\frac{\partial t_{wz}}{\partial h_z}-\lambda_{m1}\frac{M_{x,z}\left[t_f b_{f,z}+\dfrac{t_{wz}h_z}{3}+\dfrac{h_z^2}{6}\dfrac{\partial t_{wz}}{\partial h_z}\right]}{\left(t_f b_{f,z}h_z+\dfrac{t_{wz}h_z^2}{6}\right)^2}=0. \qquad (2.26)$$

$$\frac{\partial F_{\lambda_{m1},A_{b,z},h_z,t_{wz},}}{\partial\lambda_{m1}}=\left[\frac{M_{x,z}}{t_f b_{f,0}f_{bz}h_z+\dfrac{t_{wz}h_z^2}{6}}-R_y\gamma_c\right]=0.$$

Поєднав перше і останнє рівняння умов міцності отримаємо визначення коефіцієнта λ_{m1} .

$$\frac{M_{x,z}}{t_{wz}h_z^2\left(\frac{t_f b_{f,z}}{t_{wz}h_z}+\frac{1}{6}\right)} = R_y\gamma_c. \rightarrow 2-\lambda_{m1}\frac{M_{x,z}}{t_{wz}h_z^2\left(\frac{t_f b_{f,z}}{t_{wz}h_z}+\frac{1}{6}\right)}\frac{h_z}{t_{wz}h_z^2\left(\frac{t_f b_{f,z}}{t_{wz}h_z}+\frac{1}{6}\right)} = 0.$$

$$2-\lambda_{m1}\frac{R_y\gamma_c}{t_{wz}h_z\left(\frac{t_f b_{f,z}}{t_{wz}h_z}+\frac{1}{6}\right)} = 0.$$

Коефіцієнт λ_{m1} залежить від розрахункового опору сталі за границею текучості.

$$\lambda_{m1} = \frac{2t_{wz}h_z}{R_y\gamma_c}\left(\frac{t_f b_{f,z}}{t_{wz}h_z}+\frac{1}{6}\right). \qquad (2.27)$$

Поєднання формули (2.27) з другим рівняннями системи (2.25) дає диференціальне рівняння.

$$t_{wz}+h_z\frac{\partial t_{wz}}{\partial h_z}-\frac{2t_{wz}h_z}{R_y\gamma_c}\left(\frac{t_f b_{f,z}}{t_{wz}h_z}+\frac{1}{6}\right)\frac{M_{x,z}\left[t_f b_{f,z}+\frac{t_{wz}h_z}{3}+\frac{h_z^2}{6}\frac{\partial t_{wz}}{\partial h_z}\right]}{t_{wz}^2h_z^4\left(\frac{t_f b_{f,z}}{t_{wz}h_z}+\frac{1}{6}\right)^2} = 0.$$

$$t_{wz}+h_z\frac{\partial t_{wz}}{\partial h_z} = \frac{2M_{x,z}}{R_y\gamma_c}\frac{h_z^2\left[\frac{t_f b_{f,z}}{h_z^2}+\frac{t_{wz}}{3h_z}+\frac{1}{6}\frac{\partial t_{wz}}{\partial h_z}\right]}{t_{wz}h_z^3\left(\frac{t_f b_{f,z}}{t_{wz}h_z}+\frac{1}{6}\right)}.$$

Заміна відношення згинального моменту до розрахункового опору сталі за границею текучості із умов міцності спрощує отримане диференціальне рівняння.

$$t_{wz}+h_z\frac{\partial t_{wz}}{\partial h_z} = 2h_z\left[\frac{t_f b_{f,z}}{h_z^2}+\frac{t_{wz}}{3h_z}+\frac{1}{6}\frac{\partial t_{wz}}{\partial h_z}\right]$$

$$\frac{1}{3}t_{wz}+\frac{2}{3}h_z\frac{\partial t_{wz}}{\partial h_z}-\frac{2t_f b_{f,z}}{h_z} = 0.$$

Або вірний запис.

$$\frac{2}{3}\frac{\partial t_{wz}/\partial z}{\partial h_z/\partial z}+\frac{1}{3}\frac{t_{wz}}{h_z}-\frac{2t_f b_{f,z}}{h_z^2}=0. \qquad (2.29)$$

Перехід до диференціювання по z дає таке рівняння з урахуванням апроксимації зміни перерізу степеневими законами за умовами (2.2).

$$b_{f,z}=(1-\gamma_h\frac{z}{l})^s. \qquad (2.30)$$

$$\frac{2\partial t_{wz}/\partial z}{3\partial h_z/\partial z}+\frac{t_{wz}}{3h_z}-2\frac{t_f b_{f,z}}{h_z^2}=0.$$

$$t_{w,z}=t_{w,0}(1-\gamma_h\frac{z}{l})^m\rightarrow\partial t_{wz}/\partial z=-\gamma_h m t_{w,0}(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m-1}.$$

$$h_z=h_0(1-\gamma_h\frac{z}{l})^n\rightarrow\partial h_z/\partial z=-\gamma_h n h_0(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{n-1}.$$

Відповідна підстановка функцій (2.30) і їх диференціалів приводить до алгебраїчного рівняння.

$$\frac{2\left[-\gamma_h \mathrm{m}\, t_{w,0}(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m-1}\right]}{3\left[-\gamma_h n h_0(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{n-1}\right]}+\frac{t_{w,0}(1-\gamma_h\frac{z}{l})^s}{3h_0(1-\gamma_h\frac{z}{l})^n}-2\frac{t_f b_{f,z}}{h_0^2(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{2n}}=0.$$

$$\frac{-2\gamma_h n t_{w,0}(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m-1}.}{-3\gamma_h m h_0(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{n-1}}+\frac{t_{w,0}(1-\gamma_h\frac{z}{l})^m}{3h_0(1-\gamma_h\frac{z}{l})^n}-2\frac{t_f b_{f,z}}{h_z^2}=0.$$

$$\frac{2n t_{w,0}(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m-1-n+1}.}{3m h_0}+\frac{t_{w,0}(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m-n}}{3h_0}-2\frac{t_f b_{f,z}}{h_z^2}=0.$$

Далі.

$$\frac{2m t_{w,0}(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m-n}.}{3n h_0}+\frac{t_{w,0}(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m-n}}{3h_0}-2\frac{t_f b_{f,z}}{h_z^2}=0.$$

$$\frac{t_{w,0}}{h_0}\left[\frac{2m}{3n}+\frac{1}{3}\right](1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m-n}-2\frac{t_f b_{f,0}(1-\gamma_b\frac{z}{l})^s}{h_0^2(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{2n}}=0.$$

Далі.

$$\frac{t_{w,0}}{h_0}\left[\frac{2m}{3n}+\frac{1}{3}\right](1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m-n}(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{2n}.-2(1-\gamma_b\frac{z}{l})^{s}\frac{t_f b_{f,0}}{h_0^2}=0.$$

Умова оптимальності розподілу сталі по висоті перерізу для опорного (початкового) перерізу при умові (z=0).

$$\frac{z}{l}=0\rightarrow\left(\frac{2m}{3n}+\frac{1}{3}\right)=2\frac{t_f b_{f,0}}{t_{w,0}h_0}.\left(\frac{2m}{3n}+\frac{1}{3}\right)=2\frac{t_f b_{f,0}}{t_{w,0}h_0}.$$

$$\left(\frac{2m}{3n}+\frac{1}{3}\right)(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m+n}=2\frac{t_f b_{f,0}}{t_{w,0}h_0}(1-\gamma_b\frac{z}{l})^{s}.$$

$$z=0\rightarrow\left(\frac{2m}{3n}+\frac{1}{3}\right)=2\frac{t_f b_{f,0}}{t_{w,0}h_0}.$$

$$t_{w,0}=const\rightarrow m=0\rightarrow 2\frac{t_f b_{f,0}}{t_{w,0}h_0}=\frac{1}{3}\rightarrow t_{w,0}h_0=6t_f b_{f,0}.$$

$$m=n\rightarrow 2\frac{t_f b_{f,0}}{t_{w,0}h_0}=\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right)\rightarrow t_{w,0}h_0=2t_f b_{f,0}.$$

Таким чином співвідношення між площею полиці і площею стінки буде для опорного перерізу.

$$\frac{t_f b_{f,0}}{t_{w,0}h_0}=\frac{1}{2}\left(\frac{2m}{3n}+\frac{1}{3}\right). \qquad (2.31,а)$$

Перевірка, тестовий приклад : умова рівності ступенів стінки для висоти і товщини.

$$\mathrm{m}=n\rightarrow\frac{m}{n}=1\rightarrow\frac{t_f b_{f,0}}{t_{w,0}h_0}=\frac{1}{2}\left(\frac{2m}{3n}+\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{2}. \qquad (2.31,б)$$

Отримані формули (2.31) показують, якщо ступінь змінності товщини стінки і полиці однакові $m=n$, то тоді:

по-перше, умова оптимальності для початкового перерізу є така - площа двох полиць дорівнює площі стінки (параграф 2.1);

по-друге, умова оптимального розподілу сталі по кожному перерізу зберігається – площа двох полиць дорівнює площі стінки при умові, що ступінь змінності перерізу стінки (n) і полиці (s) мають співвідношення: 2n=s. Якщо площа стінки змінюється повільніше ніж висота стінки, то тоді оптимальним перерізом буде такий, в якому площа стінки перевищує площу двох полиць. Це рішення є узагальненим відносно пошуку оптимального перерізу та конструктивної форми двотаврової балки змінного перерізу.

$$\gamma_h=\gamma_t\rightarrow\left(\frac{2\,\mathrm{m}}{3n}+\frac{1}{3}\right)(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m+n}t_{w,0}h_0=2t_f b_{f,0}(1-\gamma_b\frac{z}{l})^{s}.$$

$$\left(\frac{2\,\mathrm{m}}{3n}+\frac{1}{3}\right)(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m-n}=2\frac{t_f b_{f,0}}{t_{w,0}h_0}\frac{(1-\gamma_b\frac{z}{l})^{s}}{(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{2n}}\rightarrow\frac{1}{2}\left(\frac{2\,\mathrm{m}}{3n}+\frac{1}{3}\right)(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m-n}=\frac{t_f b_{f,0}}{t_{w,0}h_0}\frac{(1-\gamma_b\frac{z}{l})^{s}}{(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{2n}}.$$

$$\frac{\left(\frac{2\,\mathrm{m}}{3n}+\frac{1}{3}\right)(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m+n}}{(1-\gamma_b\frac{z}{l})^{s}}=\frac{2t_f b_{f,0}}{t_{w,0}h_0}=1\rightarrow\left(\frac{2\,\mathrm{m}}{3n}+\frac{1}{3}\right)(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m+n}=(1-\gamma_b\frac{z}{l})^{s}.$$

Але для опорного перерізу умова оптимальності перерізу залишається незмінною (2.31).

Умова міцності для кожного перерізу з урахуванням отриманих оптимальних співвідношень площі полиці і площі стінки.

$$\frac{M_{x,z}}{t_{wz}h_z^2\left(\frac{t_f b_{f,0}f_{bz}}{t_{wz}h_z}+\frac{1}{6}\right)}=R_y\gamma_c\rightarrow\frac{M_{x,z}}{t_{wz}h_z^2\left(\frac{1}{2}\left(\frac{2\,\mathrm{m}}{3n}+\frac{1}{3}\right)(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m-n}+\frac{1}{6}\right)}=R_y\gamma_c \qquad (2.33)$$

Остаточно висота оптимального перерізу зварного двотавра із змінною висотою стінки і шириною полиці по довжині конструкції буде.

$$\frac{1}{2}\left(\frac{2\,\mathrm{m}}{3n}+\frac{1}{3}\right)(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m-n}=\frac{t_f b_{f,0}}{t_{w,0}h_0}\frac{(1-\gamma_b\frac{z}{l})^{s}}{(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{2n}}. \qquad (2.34,a)$$

$$\left(\frac{2\,\mathrm{m}}{3n}+\frac{1}{3}\right)\frac{(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m+n}}{(1-\gamma_b\frac{z}{l})^{s}}=\frac{2t_f b_{f,0}}{t_{w,0}h_0}=1\rightarrow(1-\gamma_b\frac{z}{l})^{s}=\left(\frac{2\,\mathrm{m}}{3n}+\frac{1}{3}\right)(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m+n}.$$

Тепер маємо при рівності ступенів змінності товщини і висоти стінки.

$$\mathrm{m} = n \to (1-\gamma_b \frac{z}{l})^s = (1-\gamma_h \frac{z}{l})^{m+n}.$$

$$\gamma_b = \gamma_h \to s = m+n$$

Змінність оптимального перерізу сталевого двотавра по довжині елемента має вид.

$$h_z^2 = \frac{M_{x,z}}{R_y \gamma_c t_{wz}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{2\mathrm{m}}{3n}+\frac{1}{3}\right)(1-\gamma_h \frac{z}{l})^{m-n}+\frac{1}{6}\right]}. \qquad (2.34,б)$$

$$h_z = \sqrt{\frac{1}{\left[\frac{1}{2}\left(\frac{2\mathrm{m}}{3n}+\frac{1}{3}\right)(1-\gamma_h \frac{z}{l})^{m-n}+\frac{1}{6}\right]}}\sqrt{\frac{M_{x,z}}{R_y \gamma_c t_{wz}}}.$$

Оптимальна висота опорного перерізу стінки, загальна оптимальна конструктивна форма сталевої двотаврової зварної балки змінного перерізу. Остаточно оптимальна висота сталевого двотавра в перерізі, де діє максимальний згинальний момент буде визначатися за (2.34). Таким чином, оптимальна висота стінки балки із зварного двотавра із змінною висотою стінки за умови рівноміцності кожному перерізі повинна змінюватись за таким законом.

$$t_{wz} = t_{w0}(1-\gamma_h \frac{z}{l})^m \to \qquad (2.35)$$

$$h_0(1-\gamma_h \frac{z}{l})^{n+0,5m} = \frac{1}{\sqrt{\left[\frac{1}{2}\left(\frac{2\mathrm{m}}{3n}+\frac{1}{3}\right)(1-\gamma_h \frac{z}{l})^{m-n}+\frac{1}{6}\right]}}\sqrt{\frac{M_{x,z}}{R_y \gamma_c t_{w0}}}.$$

При тотожній залежності зміни по довжині балки висоти стінки та її товщини, оптимальна висота кожного перерізу буде.

$$m = n; \ \to \gamma_h = \gamma_s$$

$$h_0(1-\gamma_h \frac{z}{l})^{1,5n} = \sqrt{\frac{M_{x,z}}{R_y \gamma_c t_{w0}\left[\frac{(1-\gamma_h \frac{z}{l})^s}{2(1-\gamma_h \frac{z}{l})^{n+m}}+\frac{1}{6}\right]}}.$$

При тотожності зміни товщини стінки і полиці і при умові оптимальності кожного перерізу (m+n=s) опорний переріз для консольного

елемент, або переріз, де діє максимальний згинальний момент буде мати оптимальну висоту, яка визначається аналітичною залежністю.

$$m+n=s;\ \ z=0\rightarrow h_0=\sqrt{\frac{M_{x,z}}{R_y\gamma_c t_{w0}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)}}=\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{M_{x,z}}{R_y\gamma_c t_{w0}}}$$

Для поточного і опорного перерізу, де виникає максимальний згинальний момент формула оптимальної висоти зварного двотавра в узагальненому виді набуває запису.

$$h_z=\sqrt{\frac{1}{\left[\left(\frac{\mathrm{m}}{3n}+\frac{1}{6}\right)(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{m-n}+\frac{1}{6}\right]}}\sqrt{\frac{M_{x,z}}{R_y\gamma_c t_{w0}}}. \qquad (2.36)$$

$$h_0=\sqrt{\frac{1}{\left[\left(\frac{\mathrm{m}}{3n}+\frac{1}{3}\right)\right]}}\sqrt{\frac{M_{x,z}}{R_y\gamma_c t_{w0}}}.$$

$$h_0=\sqrt{\frac{3n}{\mathrm{m}+n}}\sqrt{\frac{M_{x,z}}{R_y\gamma_c t_{w0}}}. \qquad (2.37)$$

Таким чином отримана залежність визначення оптимальної висоти сталевого двотавра із змінною висотою стінки при змінній товщині стінки при умові рівноміцності кожного перерізу в узагальненому виді.

Важливими є достовірність отриманих результатів. У випадку, коли товщина стінки постійна оптимальна висота двотавра в переріз, де діє максимальний згинальний момент має запис, який співпадає з визначенням оптимальної висоти сталевого двотавра з постійною висотою і площею перерізу [29,49]. Таким чином підтверджується достовірність отриманих результатів.

$$m=0\to h_0(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{1,5n}=\sqrt{\frac{M_{x,z}}{R_y\gamma_c t_{w0}\left[\frac{(1-\gamma_h\frac{z}{l})^s}{2(1-\gamma_h\frac{z}{l})^n}+\frac{1}{6}\right]}}\to$$

$$\frac{z}{l}=0\to h_0=\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{M_{x,0}}{R_y\gamma_c t_{w0}}}.$$

Важливим є нові закономірності отриманих результатів при рівності ступеневих залежностей зміни стінки і полиці.

Закономірність визначення висоти опорного перерізу, де дії максимальний згинальний момент при різних ступенях змінності висоти стінки демонструють аналітичні формули (2.38), які отримані із рішення (2.37).

$$z=0;\ \ m=n;\ \ s=2n. \tag{2.38}$$

$$h_0=\sqrt{\frac{3n}{\mathrm{m}+n}}\sqrt{\frac{M_{x,0}}{R_y\gamma_c t_{w0}}}.\to h_0=\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{M_{x,0}}{R_y\gamma_c t_{w0}}}$$

$$z=0;\ \ m=1,n=2;\ \ s=2n.$$

$$h_0=\sqrt{\frac{3n}{\mathrm{m}+n}}\sqrt{\frac{M_{x,0}}{R_y\gamma_c t_{w0}}}=\sqrt{\frac{6}{3}}\sqrt{\frac{M_{x,0}}{R_y\gamma_c t_{w0}}}.\to h_0=\sqrt{2}\sqrt{\frac{M_{x,0}}{R_y\gamma_c t_{w0}}}.$$

$$z=0;\ \ m=1,n=4;\ \ s=2n.$$

$$h_0=\sqrt{\frac{3n}{\mathrm{m}+n}}\sqrt{\frac{M_{x,0}}{R_y\gamma_c t_{w0}}}=\sqrt{\frac{12}{5}}\sqrt{\frac{M_{x,0}}{R_y\gamma_c t_{w0}}}.$$

$$z=0;\ \ m=0,n=1;\ \ s=2n.$$

$$h_0=\sqrt{\frac{3n}{\mathrm{m}+n}}\sqrt{\frac{M_{x,0}}{R_y\gamma_c t_{w0}}}=\sqrt{3}\sqrt{\frac{M_{x,0}}{R_y\gamma_c t_{w0}}}.$$

Оптимальна висота перерізу сталевого двотавра змінного перерізу схильна приймати більше значення ніж висота балки постійного перерізу, що підтверджує висновок роботи [13].

Доведено, що зміна перерізу стінки по довжині балкової конструкції буде визначатися за формулою (2.33, 2.38) із урахуванням оптимального відношення

площ двох полиць до площі стінки за (2.31). Максимальна висота перерізу, де дії максимальний згинальний момент визначається за формулою (2.37; 2.38).

Визначення градієнта та ступені змінність ширини полиці. За оптимальним відношенням площ полиць і стінки при лінійному законі зміни висоти стінки і товщини стінки ширина полиці буде змінюватись за параболічним законом. Доказ цього положення приведений нижче. З умов оптимальності розподілення сталі по висоті перерізу (площа двох плиць в буд-якому перерізі дорівнює площі стінки) видобувається відношення для будь якого перерізу.

$$b_{fz} = b_{f0}(1-\gamma_b \frac{z}{l})^s \rightarrow 2t_f b_{f0}(1-\gamma_b \frac{z}{l})^s = t_{w,0}(1-\gamma_h \frac{z}{l})h_0(1-\gamma_h \frac{z}{l}).$$

$$2t_f b_{f0}(1-\gamma_b \frac{z}{l})^2 = t_{w,0}h_0(1-\gamma_h \frac{z}{l})^2. \rightarrow (1-\gamma_b \frac{z}{l})^2 = \frac{t_{w,0}h_0}{2t_f b_{f0}}(1-\gamma_h \frac{z}{l})^2.$$

Далі вірне рівняння з урахуванням оптимальності перерізу, де дії максимальний згинальний момент $M_{x,0}$.

$$\frac{t_{w,0}h_0}{2t_f b_{f0}} = 1 \rightarrow (1-\gamma_b \frac{z}{l}) = \sqrt[n]{\frac{t_{w,0}h_0}{2t_f b_{f0}}(1-\gamma_h \frac{z}{l})^2}. \rightarrow (1-\gamma_b \frac{z}{l}) = (1-\gamma_h \frac{z}{l})^{2/n}$$

$$n = 2 \rightarrow (1-\gamma_b \frac{z}{l}) = (1-\gamma_h \frac{z}{l}) \rightarrow \gamma_b = \gamma_h. \qquad (2.39)$$

Отриманий результат (2.39) показує, що для оптимальних зварних двотаврових балко змінного перерізу із змінною висотою і товщиною стінки за лінійним законом, зміна ширини полиць двотавра буде змінюватись за параболічним законом, але із градієнтом зміни перерізу полиць (γ_b) рівним градієнту (γ_h) зміни висоти стінки ($\gamma_b = \gamma_h$).

З урахуванням конструктивного коефіцієнта (ψ_w) на забезпечення стійкості стінки оптимальна висота опорного перерізу буде.

$$h_0^2(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{2n+\mathrm{m}}=f_{M,z}\frac{M_{x,0}}{t_{w,0}R_y\gamma_c\left[\left(\frac{\mathrm{m}}{3n}+\frac{1}{6}\right)\frac{(1-\gamma_b\frac{z}{l})^s}{(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{n+m}}+\frac{1}{6}\right]}. \quad (2.40)$$

$$\frac{z}{l}=0;\ (1-\gamma_h\frac{z}{l})^{2n+\mathrm{m}}=1,0=f_{M,z}=1,0\rightarrow t_{w,0}h_0^2=\frac{M_{x,0}}{\left(\frac{\mathrm{m}}{3n}+\frac{1}{3}\right)R_y\gamma_c}.$$

$$h_0=\sqrt{\left(\frac{3n}{\mathrm{m}+n}\right)\frac{M_{x,0}}{\psi_w t_{w,0}R_y\gamma_c}}$$

Таким чином, вірно рівняння для визначення оптимальної змінної висоти балки за (2.35 та 2.40).

$$t_{w,0}h_0^2=\left(\frac{3n}{\mathrm{m}+n}\right)\frac{M_{x,0}}{R_y\gamma_c}\cdot(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{2n+\mathrm{m}}=f_{M,z}\rightarrow(1-\gamma_h\frac{z}{l})=\sqrt[2n+\mathrm{m}]{f_{M,z}} \quad (2.41)$$

$$n=m\rightarrow h_0^2(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{2n+\mathrm{m}}=f_{M,z}\frac{M_{x,0}}{t_{w,0}R_y\gamma_c\left[\left(\frac{\mathrm{m}}{3n}+\frac{1}{3}\right)\right]}.$$

$$n=m\rightarrow\frac{3n}{\mathrm{m}+n}=\frac{3}{2}\rightarrow h_0^2(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{3n}=f_{M,z}\frac{M_{x,0}}{t_{w,0}R_y\gamma_c}\rightarrow \quad (2.42)$$

$$(1-\gamma_h\frac{z}{l})^n=\sqrt[3]{f_{M,z}}\sqrt[3]{\frac{M_{x,0}}{h_0^2t_{w,0}R_y\gamma_c}}.$$

У випадку різних градієнтів змінності полиці і стінки маємо такі закономірності для визначення оптимальної висоти перерізу, де діє максимальний згинальний момент.

$$\frac{2t_f b_{f,0}(1\mp\gamma_b\frac{z}{l})^s}{t_{w,0}h_0(1-\gamma_h\frac{z}{l})^n(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{\mathrm{m}}}=1. \qquad (2.43)$$

При лінійні зміні ширини полиці і стінки, а також товщини стінки $n=m=1,0$ закономірність розподілення витрат сталі між площею стінки і площею полиць не змінюється для кожного перерізу по довжині конструкції.

$$\mathrm{m}=m=1,0\to s=2;\ \ \gamma_b=\gamma_h;\ \ \frac{2t_f b_{f,0}}{t_{w,0}h_0}=1,0\to\frac{2t_f b_{f,0}(1\mp\gamma_b\frac{z}{l})^2}{t_{w,0}h_0(1-\gamma_h\frac{z}{l})\ (1-\gamma_h\frac{z}{l})}=1 \qquad (2.44)$$

Умова міцності балки приводить до визначення оптимальної висоти опорного перерізу (або перерізу, де діє максимальний згинальний момент) із зварного сталевого двотавра при різних ступенях змінності лінійних розмірів. В узагальненому виді буде записана таким рівнянням з урахуванням конструктивного коефіцієнта.

$$\mathrm{m}=s=1,0\to h_0=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)\frac{M_{x,0}}{t_{w,0}R_y\gamma_c}}. \qquad (2.45)$$

$$h_0=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)\frac{M_{x,0}}{\psi_w t_{w,0}R_y\gamma_c}}$$

За проведеним дослідженнями в цьому параграфі отримано формули для визначення оптимальної висоти сталевого зварного двотавра із змінною висотою стінки і товщиною стінки, та змінною шириною полиці. Показано, що зміна (зменшення) товщини стінки приводить до збільшення оптимальної висоти перерізу стінки. Виявлено взаємозв'язок між градієнтами зміни перерізу і законом змінності згинальних моментів по довжині балки.

$$n = m \to h_0^2 (1 - \gamma_h \frac{z}{l})^{3n} = f_{M,z} \frac{M_{x,0}}{t_{w,0} R_y \gamma_c}. \quad (2.46)$$

$$(1 - \gamma_h \frac{z}{l})^n = \sqrt[3]{f_{M,z}} \sqrt[3]{\frac{M_{x,0}}{h_0^2 t_{w,0} R_y \gamma_c}}$$

$$h_0 = \sqrt{\left(\frac{3n}{\mathrm{m}+n}\right) \frac{f_{M,0} M_{x,0}}{t_{w,0} R_y \gamma_c}}.$$

Показано, що при переході до умов технологічності виготовлення конструкції сталевого двотавра із лінійним законом зміни висоти стінки і апроксимації зміни товщини стінки (зміна ступінчаста) за лінійним законом для оптимальної конструкції зміна ширини полиці відбувається за параболічним законом.

$$\mathrm{m} = s = m = 1,0; \ \gamma_b = \gamma_h; \ \frac{2 t_f b_{f,0}}{t_{w,0} h_0} = 1,0. \quad (2.47)$$

$$2 t_f b_{f0} (1 - \gamma_b \frac{z}{l})^n = t_{w,0} h_0 (1 - \gamma_h \frac{z}{l})^2 \to n = 2.$$

Отримані аналітично формули для визначення оптимальної висоти початкового найбільшого перерізу двотавра змінної висоти, та нелінійний взаємозв'язок між градієнтом зміним висоти стіни і закономірністю зміни згинальних моментів по довжині конструкції в узагальненому виді (2.40).

$$h_0 = \sqrt{\frac{3 M_{x,0}}{2 \psi_w t_{w,0} R_y \gamma_c}}. \quad (2.48)$$

Аналітичні рівняння взаємозв'язку між ступенем і градієнтом змінності висоти стінки та закономірності зміни згинальних моментів по довжині стінки (2.42, 2.43) отримані в узагальненому виді, для різних схем навантаження балок. Тому необхідно провести додаткові дослідження для визначення оптимальної конструктивної форми з метою визначення значень градієнта змінності перерізу

або діапазону значень градієнта змінності перерізу, за яким виконуються умови міцності і оптимальності балкової конструкції.

2.3. Числові дослідження значень градієнта змінності раціональної конструктивної форми сталевого двотавра із змінною шириною полиці та змінною висотою стінки.

В розгорнутому виді умова міцності конічних сталевих балок зі змінною висотою та товщиною стінки та змінною шириною полиці записана так.

$$b_{fz} = b_{f0}(1-\gamma_b \frac{z}{l})^s \to 2t_f b_{f0}(1-\gamma_b \frac{z}{l})^s = t_{w,0}(1-\gamma_h \frac{z}{l})^m h_0(1-\gamma_h \frac{z}{l})^n. \quad (2.49)$$

$$\frac{M_{x,z}}{t_{w,0}h_0^2(1-\gamma_h \frac{z}{l})^{2n+m}\left(\frac{t_f b_{f0}(1-\gamma_b \frac{z}{l})^s}{t_{w,0}h_0(1-\gamma_h \frac{z}{l})^{n+m}}+\frac{1}{6}\right)} = R_y\gamma_c$$

$$\gamma_h = \gamma_b \to 2t_f b_{f0}(1-\gamma_b \frac{z}{l})^s = t_{w,0}h_0(1-\gamma_h \frac{z}{l})^{n+m}. \to \mathrm{s} = \mathrm{n}+\mathrm{m}$$

$$\frac{M_{x,z}}{t_{w,0}h_0^2(1-\gamma_h \frac{z}{l})^{2n+m}\left(\frac{t_f b_{f0}(1-\gamma_h \frac{z}{l})^{n+m}}{t_{w,0}h_0(1-\gamma_h \frac{z}{l})^{n+m}}+\frac{1}{6}\right)} = R_y \to \frac{M_{x,z}}{t_{w,0}h_0^2(1-\gamma_h \frac{z}{l})^{2n+m}\left(\frac{t_f b_{f0}}{t_{w,0}h_0}+\frac{1}{6}\right)} = R_y$$

$$\frac{t_f b_{f0}}{t_{w,0}h_0} = \frac{1}{2} \to \frac{M_{x,z}}{t_{w,0}h_0^2(1-\gamma_h \frac{z}{l})^{2n+m}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)} = R_y \to t_{w,0}h_0^2(1-\gamma_h \frac{z}{l})^{2n+m} = \frac{3M_{x,z}}{2R_y}$$

Числові дослідження впливу градієнту змінності перерізу на напружений стан балкової конструкції при лінійній зміні висоти стінки і товщини.

Зміна за лінійним законом геометричних розмірів балкової конструкції потребує ретельної перевірки за напруженнями в кожному перерізі при різних градієнтах зміни перерізу.

$$b_{fz} = b_{f0}(1-\gamma_b \frac{z}{l})^2, \qquad (2.50)$$

$$t_{w,z} = t_{w,0}(1-\gamma_h \frac{z}{l}).\ h_z = h_0(1-\gamma_h \frac{z}{l}).\ h_0 = \sqrt{\left(\frac{3n}{\mathrm{m}+n}\right)\frac{M_{x,0}}{\psi_w t_{w,0} R_y \gamma_c}}.$$

За умовами оптимальності і міцності міцність балки із зварного двотавра буде визначатися таким рівнянням (2.46, 2.47). Прийнята лінійна зміна висоти стінки та її товщини (2.50). В розгорнутому умова міцності для кожного перерізу (2.49) разом із умовами (2.50) набувають виду при параболічному законі зміни згинального моменту по довжині конструкції.

$$\sigma_z = \frac{M_{x,z}}{t_{w,0}h_0^2(1-\gamma_h \frac{z}{l})^{2n+m}\left(\frac{t_f b_{f0}(1-\gamma_b \frac{z}{l})^s}{t_{w,0}h_0(1-\gamma_h \frac{z}{l})^{n+m}}+\frac{1}{6}\right)} = R_y\gamma_c$$

Для кожного перерізу по довжині сталевої балки за критерій раціональності приймається наближення максимальних напружень до розрахункового опору сталі за границею текучості. При лінійній змін висоти стінки і ширини полиці цей критерій набуває запису.

$$m=n=1,0;\ s=2 \rightarrow \frac{\sigma_z}{R_y\gamma_c} = \frac{M_{x,z}}{R_y\gamma_c t_{w,0}h_0^2(1-\gamma_h \frac{z}{l})^3\left(\frac{t_f b_{f0}(1-\gamma_b \frac{z}{l})^2}{t_{w,0}h_0(1-\gamma_h \frac{z}{l})^2}+\frac{1}{6}\right)} \le 1. \qquad (2.51)$$

За умовою міцності перерізу, де виникає максимальний згинальний момент і умовами оптимальності кожного перерізу вірне відношення.

$$\frac{M_{x,0}}{R_y\gamma_c t_{w,0}h_0^2\left(\frac{t_f b_{f0}}{t_{w,0}h_0}+\frac{1}{6}\right)} = 1.$$

Тепер відношення поточних напружень в кожному перерізу до розрахунковому опору сталі за границею текучості становитиме для зварних двотаврів.

$$\frac{M_{x,z}}{t_{w,0}h_0^2(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{2n+m}\left(\frac{t_f b_{f0}(1-\gamma_b\frac{z}{l})^s}{t_{w,0}h_0(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{n+m}}+\frac{1}{6}\right)}=R_y\gamma_c.$$

Далі при рівності градієнтів змінності стінки і полиці маємо відношення напружень до міцності сталі за границею текучості.

$$\gamma_b=\gamma_h;\ \ \mathrm{m}=n=1,0;\quad s=n+m=2\rightarrow\sigma_z=\frac{M_{x,0}(1-\frac{z}{l})^k}{t_{w,0}h_0^2(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{3n}\left(\frac{t_f b_{f0}}{t_{w,0}h_0}+\frac{1}{6}\right)}. \quad (2.52)$$

$$\frac{M_{x,0}}{t_{w,0}h_0^2\left(\frac{t_f b_{f0}}{t_{w,0}h_0}+\frac{1}{6}\right)}=R_y\gamma_c\rightarrow\frac{\sigma_z}{R_y\gamma_c}=\frac{(1-\frac{z}{l})^k}{(1-\gamma_h\frac{z}{l})^3}=\frac{(1-\frac{z}{l})^k}{(1-\gamma_h\frac{z}{l})^3}\le 1.$$

$$k=2\rightarrow\frac{\sigma_z}{R_y\gamma_c}=\frac{(1-\frac{z}{l})^2}{(1-\gamma_h\frac{z}{l})^3}\le 1.$$

Розглянута консольна сталева двотаврова балка змінного перерізу при рівномірно-розподіленому навантаженні. Проведені числові дослідження (рисунок 2.4) з визначення відношення поточних напружень за (2.47) до розрахункового опору сталі у зварному сталевому двотаврі симетричного перерізу при різних градієнтах змінності висоти стінки і та її ширини (2.40). Результати досліджень показали, що при градієнті змінності висоти стінки $\gamma_h\le$ 0,65..0,67 умова міцності (2.42) во всіх перерізах балки не порушується. При градієнті змінності висоти стінки γ_h= 0,7 умова міцності (2.52) порушується в перерізах з координатами $0\le z/l$ = 0,25, перевищення напружень становило до 1,008. При градієнті змінності висоти стінки γ_h= 0,8 умова міцності (2.42) порушується в перерізах з координатами $0\le z/l$ = 0,7, перевищення напружень становило до 1,1574. При градієнті змінності висоти стінки γ_h= 0,9 умова міцності (2.52) порушується майже во всіх перерізах в перерізах з координатами $0\le z/l$ = 0,95, перевищення напружень становило до 1,8288.

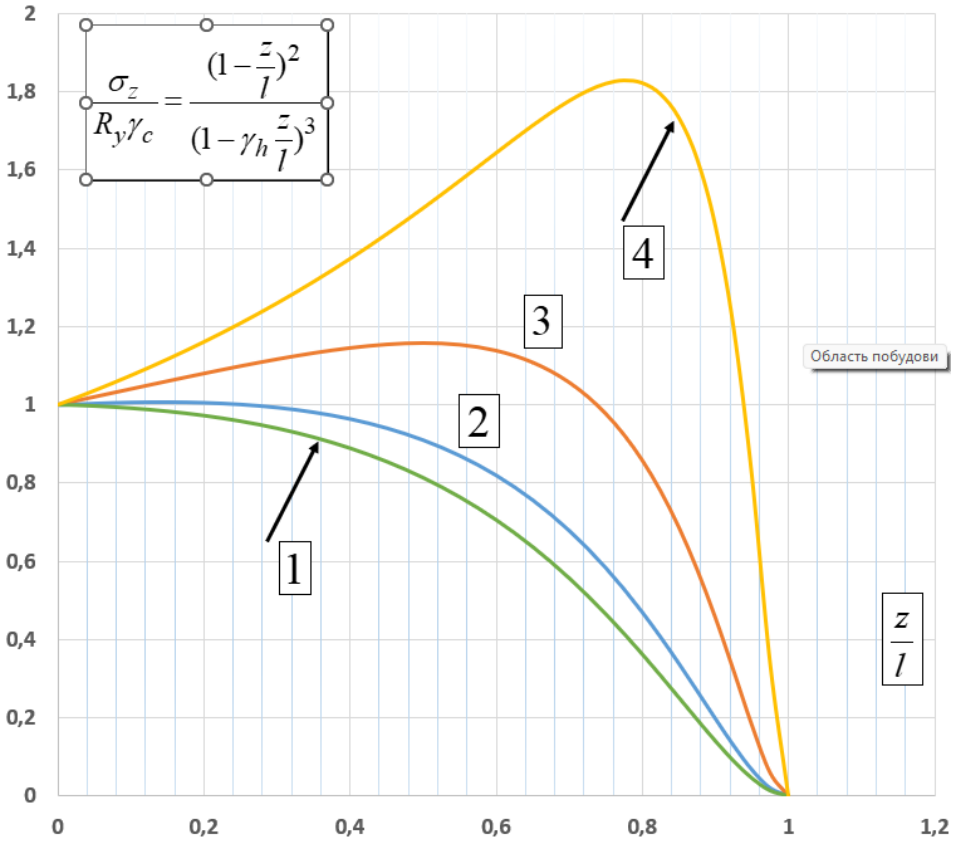


Рисунок 2.4. Відношення поточних напружень до розрахункового опору сталі за границею текучості по довжині сталевого двотавра симетричного перерізу при різних градієнтах змінності висоти стінки і змінності ширина полиці за лінійними законами: графік 1 - $\gamma_h \leq 0{,}67$; графік 2 - $\gamma_h = 0{,}7$; графік 3 - $\gamma_h = 0{,}8$; графік 4 - $\gamma_h = 0{,}9$.

Отримано новий результат, визначена оптимальна конструктивна форма сталевої балки з лінійно змінною висотою стінки та її товщини за параболічною закономірністю зміни ширини полиці при градієнті змінності висоти стінки $\gamma_h \leq 0{,}67$.

Оптимальна конструктивна форма балки із зварного сталевого двотавра із змінною висотою стінки і змінною шириною полиці при постійній товщині стінки. Попередні дослідження показали, що товщину стінки по довжині балки треба змінювати обережно. При цьому необхідно прораховувати міцність кожного перерізу.

Приймаються наступні закономірності зміни перерізу балки змінного перерізу: із умов оптимальності кожного перерізу (рівність двох площ полиць площі стінки) та умов оптимальності перерізу де виникає максимальний згинальний момент встановлюється, що градієнт змінності полиці слід приймати таким самим як і для стінки (2.53).

$$2t_f b_{f0}(1-\gamma_b\frac{z}{l}) = t_{w,0}h_0(1-\gamma_h\frac{z}{l});\ \ 2t_f b_{f0} = t_{w,0}h_0;\ \ \gamma_b = \gamma_h. \tag{2.53}$$

$$b_{fz} = b_{f0}(1-\gamma_b\frac{z}{l}),\ \ (1-\gamma_b\frac{z}{l}) = (1-\gamma_h\frac{z}{l}).$$

$$t_{w,z} = t_{w,0} = const.\ \ h_z = h_0(1-\gamma_h\frac{z}{l}).$$

Оптимальна висота найбільшого перерізу балки із зварного сталевого двотавра із змінною висотою стінки і змінною шириною полиці при постійній ширині стінки за аналітичними формулами (2.32, 2.41, 2.42) буде.

$$h_0 = \sqrt{\left(\frac{3n}{\mathrm{m}+n}\right)\frac{f_{M,0}M_{x,0}}{t_{w,0}R_y\gamma_c}}.$$

$$\mathrm{m}=0 \rightarrow h_0 = \sqrt{\frac{3f_{M,0}M_{x,0}}{2t_{w,0}R_y\gamma_c}}; \tag{2.54}$$

Прийнята лінійна зміна висоти стінки та її товщини (2.40). В розгорнутому умова міцності для кожного перерізу (2.41) разом із умовами (2.40) набувають виду.

$$m=0 \rightarrow \frac{M_{x,z}}{t_{w,0}h_0^2(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{2n}\left(\frac{t_f b_{f0}(1-\gamma_b\frac{z}{l})^s}{t_{w,0}h_0(1-\gamma_h\frac{z}{l})^n}+\frac{1}{6}\right)} = R_y\gamma_c.$$

Розрахункові напруження в поточному перерізі розглянутої конічної сталевої балкової конструкції будуть залежати від геометричних характеристик і висоти найбільшого перерізу.

$$m=0;\ \ \mathrm{z}=0;\ \ \rightarrow \frac{M_{x,z}}{t_{w,0}h_0^2\left(\frac{t_f b_{f0}}{t_{w,0}h_0}+\frac{1}{6}\right)}=R_y\gamma_c. \tag{2.55}$$

$$M_{x,z}=f_{M,0}M_{x,0}\rightarrow h_0=\sqrt{\frac{1}{\left(\frac{t_f b_{f0}}{t_{w,0}h_0}+\frac{1}{6}\right)}f_{M,0}\frac{M_{x,0}}{t_{w,0}R_y\gamma_c}}.$$

$$\lambda_{w,0}=\frac{h_0}{t_{0w}}\rightarrow h_0=\sqrt[3]{\frac{1}{\left(\frac{t_f b_{f0}}{t_{w,0}h_0}+\frac{1}{6}\right)}\frac{f_{M,0}M_{x,0}\lambda_{w,0}}{R_y\gamma_c}}.$$

Відношення поточних напружень в кожному перерізу до розрахункового опору сталі за границею текучості буде визначатися за аналітичним рівнянням.

$$m=0\rightarrow\frac{\sigma_z}{R_y\gamma_c}=\frac{M_{x,z}}{R_y\gamma_c t_{w,0}h_0^2(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{2n}\left(\frac{t_f b_{f0}(1-\gamma_b\frac{z}{l})^s}{t_{w,0}h_0(1-\gamma_h\frac{z}{l})^n}+\frac{1}{6}\right)}.$$

Враховуючи величну оптимальної висоти найбільшого перерізу і поточних перерізів такої конструкції за (2.48, 2.49), перейдемо до рівняння умов міцності для кожного перерізу

$$s=2n;\ \ \frac{t_f b_{f0}}{t_{w,0}h_0}=\frac{1}{2};\ \ M_{x,z}=f_{M,0}M_{x,0}\rightarrow\frac{\sigma_z}{R_y\gamma_c}=\frac{M_{x,z}}{R_y\gamma_c t_{w,0}h_0^2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)}\frac{f_{M,0}}{(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{2n}}.$$

$$\frac{M_{x,z}}{R_y\gamma_c t_{w,0}h_0^2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)}=R_y\gamma_c\rightarrow\frac{\sigma_z}{R_y\gamma_c}=\frac{f_{M,0}}{(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{2n}}.$$

$$f_{M,0}=(1-\frac{z}{l})^k\rightarrow\frac{\sigma_z}{R_y\gamma_c}=\frac{(1-\frac{z}{l})^k}{(1-\gamma_h\frac{z}{l})^2}=\frac{(1-\frac{z}{l})^k}{(1-\gamma_h\frac{z}{l})^2}\le 1.$$

$$f_{M,z}=(1-\frac{z}{l})^2\rightarrow\frac{\sigma_z}{R_y\gamma_c}=\frac{(1-\frac{z}{l})^2}{(1-\gamma_h\frac{z}{l})^2}\le 1. \tag{2.56}$$

Таким чином відношення (2.56) показує необхідні умови для визначення оптимальної конструктивної форми сталевої балки із зварного сталевого двотавра із змінною висотою стінки і змінною шириною полиці при постійній ширині стінки. Достатніми умовами будуть значення градієнта швидкості при яких ці умов виконуються.

Проведені числові дослідження (рисунок 2.5) за рівнянням (2.56), що описує не перевищення напружень розрахунковій міцності балки по довжині конструкції. Оптимальна конструктивна форма двотаврової сталевої балки при лінійній зміні висоти стінки і лінійному законі зміні ширини полиці має всі перерізи оптимальними при широкому діапазоні зміни значень градієнта змінності перерізу стінки і параболічному законі зміни згинального моменту по довжині балкової конструкції: графік 1 - $\gamma_h \leq 0{,}67$; графік 2 - $\gamma_h = 0{,}7$; графік 3 - $\gamma_h = 0{,}8$; графік 4 - $\gamma_h = 0{,}9$.

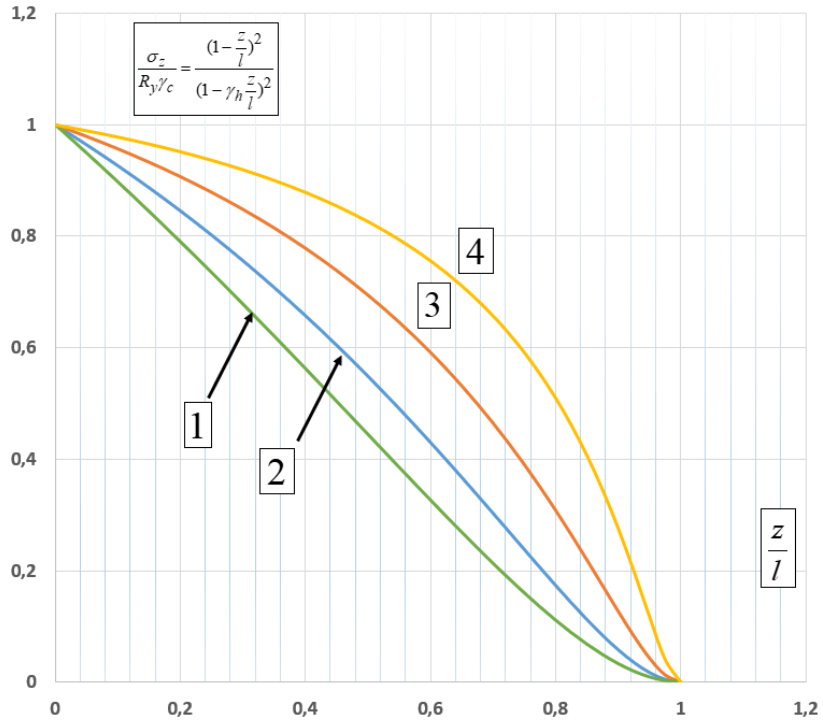


Рисунок 2.5. Оптимальна конструктивна форма двотаврової сталевої балки при лінійній зміні висоти стінки: графік 1 - $\gamma_h \leq 0{,}65$; графік 2 - $\gamma_h = 0{,}7$; графік 3 - $\gamma_h = 0{,}8$; графік 4 - $\gamma_h = 0{,}9$.

2.4. Чутливість оптимальної конструктивної форма при лінійній зміні висоти перерізу і ширини полиці двотаврової сталевої балки до зміни схеми навантаження.

Важливим фактором доказовості використання оптимальної конструктивної форма конструктивної форми є вплив схеми навантаження. В проведених дослідженнях в цьому розділі було підтверджено, що оптимум за витратами сталі достатньо пологій для балок змінного перерізу. Крім того для балок із змінною шириною полиці і висотою стінки (рисунок 3.6) залишаються не використані резерви за міцністю по довжині конструкції. Таким чином задача пошуку оптимальної конструктивної форми сформулюється як пошук оптимальної конструктивної форма зварного двотавра із лінійно змінною шириною полиці і змінною висотою стінки із використанням різних градієнтів зміни перерізу по довжині конструкції. А друга задача: це пошук оптимальної конструктивної форми зварного двотавра із використанням різних градієнтів зміни перерізу по довжині конструкції при зміні схеми навантаження.

В дослідженнях об'єднані ці дві задачі. Так прийнята схема навантаження у вигляді згинального моменту. Зміна схеми навантаження прийнята в дослідженнях це додаткові зосереджені сили які створюють іншу закономірність.

Розглянута задача пошуку конструктивної форми консольної конструкції із зварного двотавра при дії рівномірно розподіленого навантаження та зосередженої сили на вільному кінці.

$$M_{x,z} = M_{x,0}(1-\frac{z}{l})^2 + Pl(1-\frac{z}{l}). \qquad (2.57)$$

Передбачена в моделюванні конструктивної форми зміна напрямків градієнта: зміни висоти перерізу і ширини полиці за (2.4) за лінійною закономірністю (s=n=1 m=0).

$$h_z = h_0 f_{hz} = h_0(1 \mp \gamma_h \frac{z}{l});\ \ b_{f,z} = b_{f,0} f_{bz} = b_{f,0}(1 \mp \gamma_b \frac{z}{l}). \tag{2.58}$$

$$f_{hz} = (1 \mp \gamma_h \frac{z}{l}).\ \ f_{bz} = (1 \mp \gamma_b \frac{z}{l}).$$

Так як задача двокритеріальна, приймається умова оптимальності опорного перерізу через розподіл витрат сталі між полицями і стінкою за (2.44): площа двох полиць дорівнює площі стінки (товщина стінки має постійне значення). Умова оптимальності виконується за умови рівності градієнтів зміни ширини полиці і стінки ($\gamma_b = = \gamma_h$).

$$\frac{2t_f b_{f0}(1 \mp \gamma_b \frac{z}{l})}{t_{w,0} h_0 (1 \mp \gamma_h \frac{z}{l})} = 1. \tag{2.59}$$

$$b_{fz} = b_{f0}(1 \mp \gamma_b \frac{z}{l}) \rightarrow 2t_f b_{f0}(1 \mp \gamma_b \frac{z}{l}) = t_{w,0} h_0 (1 \mp \gamma_h \frac{z}{l}).$$

$$\gamma_b = \gamma_h \rightarrow 2t_f b_{f0}(1 \mp \gamma_h \frac{z}{l}) = t_{w,0} h_0 (1 \mp \gamma_h \frac{z}{l})$$

Напруження в кожному перерізі набувають аналітичного запису.

$$\sigma_z = \frac{\left(M_{x,z} + P_z\right) h_0 (1 \mp \gamma_h \frac{z}{l})}{2\left(\frac{2t_f b_{f0}(1 \mp \gamma_b \frac{z}{l}) h_0^2 (1 \mp \gamma_h \frac{z}{l})^2}{4} + \frac{t_{w,0} h_0^3 (1 \mp \gamma_h \frac{z}{l})^3}{12}\right)} \le R_y \gamma_c.$$

$$\sigma_z = \frac{\left(M_{x,z} + P_z\right)}{h_0^2 t_{w,0} (1 \mp \gamma_h \frac{z}{l})^2 \left(\frac{t_f b_{f0}(1 \mp \gamma_b \frac{z}{l})}{t_{w,0} h_0 (1 \mp \gamma_h \frac{z}{l})} + \frac{1}{6}\right)} \le R_y \gamma_c.$$

В розгорнутому виді з урахуванням (2.50).

$$M_{x,0}(1-\frac{z}{l})^2+Pl(1-\frac{z}{l})$$

$$(1\mp\gamma_b\frac{z}{l})=(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})\ \ \rightarrow\sigma_z=\frac{M_{x,0}}{h_0^2t_{w,0}}\frac{\left[(1-\frac{z}{l})^2+\frac{Pl}{M_{x,0}}(1-\frac{z}{l})\right]}{(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})^2\left(\frac{t_fb_{f0}}{t_{w,0}h_0}+\frac{1}{6}\right)}\le R_y\gamma_c. \qquad (2.60)$$

$$\sigma_{z=0}=\frac{M_{x,0}}{h_0^2t_{w,0}\left(\frac{t_fb_{f0}}{t_{w,0}h_0}+\frac{1}{6}\right)}\frac{\left[(1-\frac{z}{l})^2+\frac{Pl}{M_{x,0}}(1-\frac{z}{l})\right]}{(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})^2}=\frac{M_{x,0}\left(1+\frac{Pl}{M_{x,0}}\right)}{h_0^2t_{w,0}\left(\frac{t_fb_{f0}}{t_{w,0}h_0}+\frac{1}{6}\right)}\le R_y\gamma_c.$$

$$\frac{R_y\gamma_c}{\left(1+\frac{Pl}{M_{x,0}}\right)}=\frac{M_{x,0}}{h_0^2t_{w,0}\left(\frac{t_fb_{f0}}{t_{w,0}h_0}+\frac{1}{6}\right)}$$

$$\sigma_z=\frac{R_y\gamma_c}{\left(1+\frac{Pl}{M_{x,0}}\right)}\frac{\left[(1-\frac{z}{l})^2+\frac{Pl}{M_{x,0}}(1-\frac{z}{l})\right]}{(1-\gamma_h\frac{z}{l})^2}\le R_y\gamma_c.$$

$$\frac{\sigma_z}{R_y\gamma_c}=\frac{1}{\left(1+\frac{Pl}{M_{x,0}}\right)}\frac{\left[(1-\frac{z}{l})^2+\frac{Pl}{M_{x,0}}(1-\frac{z}{l})\right]}{(1-\gamma_h\frac{z}{l})^2}\le 1.$$

А з урахуванням умов раціональності (2.60) вірний аналітичний запис для раціональних конструкцій балок із змінною висотою стінки і шириною полиці за лінійним законом (2.61).

$$\frac{2t_fb_{f0}(1\mp\gamma_b\frac{z}{l})}{t_{w,0}h_0(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})}=1\rightarrow\frac{M_{x,z}+P_z}{t_{w,0}h_0(1-\gamma_h\frac{z}{l})^2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)}=R_y\gamma_c$$

$$\frac{3}{2}\frac{M_{x,z}+P_z}{t_{w,0}h_0(1-\gamma_h\frac{z}{l})^2}=R_y\gamma_c$$

$$z=0\rightarrow h_0=\sqrt{\frac{3}{2}\frac{M_{x,z}+P_z}{t_{w,0}R_y\gamma_c}}. \qquad (2.61)$$

При проведенні числових досліджень та вибору оптимальної конструктивної форми конічних сталевих двотаврових балок із лінійною зміною ширини полиці і висоти стінки за критерій раціональності конструктивної форми приймається забезпечення міцності в кожному перерізі балки при достатньому раціональному градієнті зміни перерізу.

Об'єднання отриманих формул напружень в кожному перерізі двотаврової сталевої конічної конструкції (2.60 та 2.61) з наближенням до умов оптимальності в кожному перерізі приводить до такого аналітичного рівняння – критерій не перевищення напружень в кожному перерізі (2.62).

$$\sigma_z=\frac{3}{2}\frac{M_{x,z}+P_z}{t_{w,0}h_0(1-\gamma_h\frac{z}{l})^2}=\frac{3}{2}\frac{M_{x,0}}{t_{w,0}h_0}\frac{\left[(1-\frac{z}{l})^2+\frac{Pl}{M_{x,0}}(1-\frac{z}{l})\right]}{(1-\gamma_h\frac{z}{l})^2}\le R_y\gamma_c$$

$$z=0\rightarrow\sigma_{z=0}=\frac{3}{2}\frac{M_{x,0}}{t_{w,0}h_0}\left[1+\frac{Pl}{M_{x,0}}\right]=R_y\gamma_c\rightarrow\frac{3}{2}\frac{M_{x,0}}{t_{w,0}h_0}=\frac{R_y\gamma_c}{\left[1+\frac{Pl}{M_{x,0}}\right]}.$$

$$\sigma_z=\frac{R_y\gamma_c}{\left[1+\frac{Pl}{M_{x,0}}\right]}\frac{\left[(1-\frac{z}{l})^2+\frac{Pl}{M_{x,0}}(1-\frac{z}{l})\right]}{(1-\gamma_h\frac{z}{l})^2}\le R_y\gamma_c.$$

$$\frac{\sigma_z}{R_y\gamma_c}=\frac{\left[(1-\frac{z}{l})^2+\frac{Pl}{M_{x,0}}(1-\frac{z}{l})\right]}{\left[1+\frac{Pl}{M_{x,0}}\right](1-\gamma_h\frac{z}{l})^2}\le 1. \qquad (2.62)$$

Тепер градієнт змінності висоти стінки і шири полиці має закономірність нерівності алгебраїчного рівняння.

$$(1-\gamma_h\frac{z}{l})\geq\sqrt{\frac{\left[(1-\frac{z}{l})^2+\frac{Pl}{M_{x,0}}(1-\frac{z}{l})\right]}{\left[1+\frac{Pl}{M_{x,0}}\right]}}.\ \gamma_h\leq 1-\frac{l}{z}\sqrt{\frac{\left[(1-\frac{z}{l})^2+\frac{Pl}{M_{x,0}}(1-\frac{z}{l})\right]}{\left[1+\frac{Pl}{M_{x,0}}\right]}}. \quad (2.63)$$

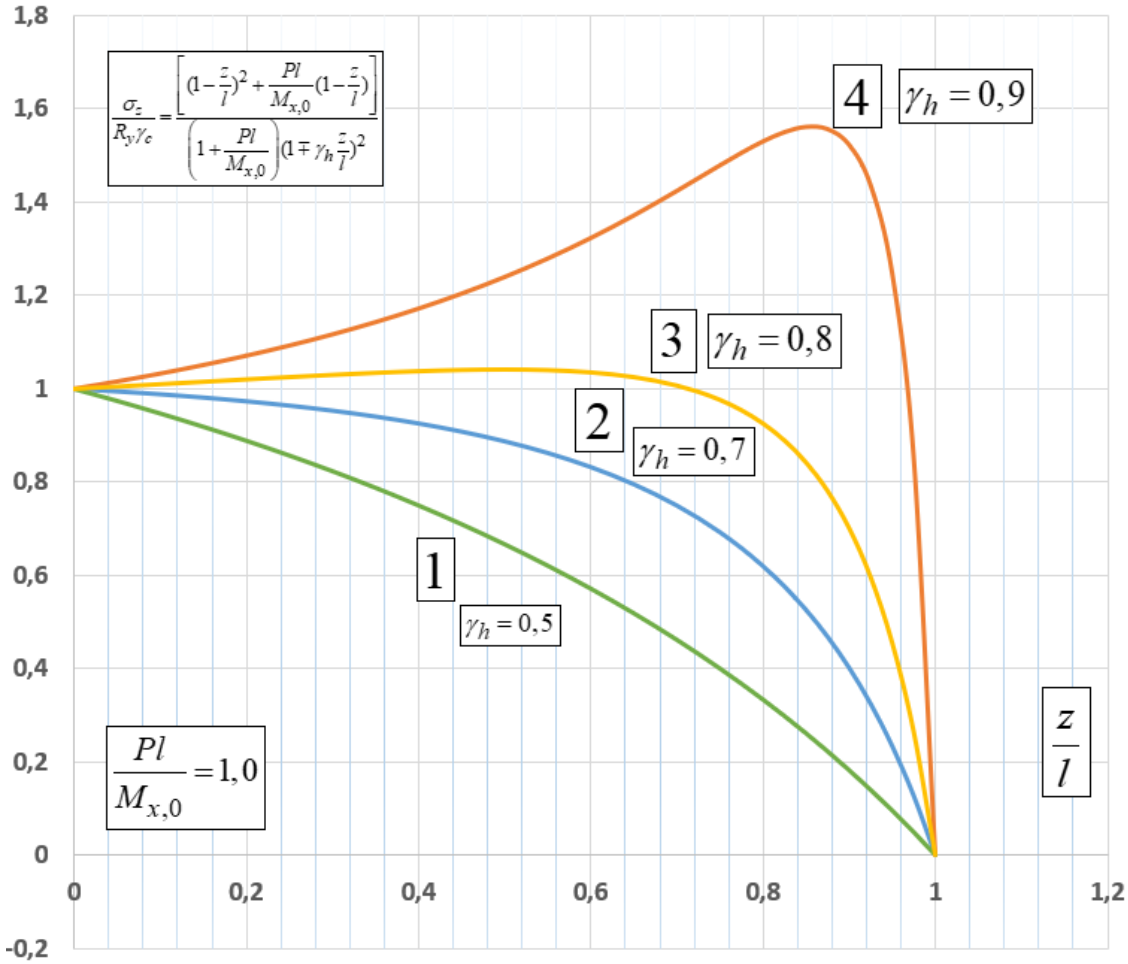


Рисунок 2.8. Відношення поточних напружень до розрахункового опору сталі у зварному сталевому двотаврі симетричного перерізу при різних градієнтах змінності висоти стінки і та полиці за (2.58) та відношенні між згинальними моментами від зовнішніх зусиль $Pl/M_{x,0}$=1,0: графік 1 - $\gamma_h\leq$0,5; графік 2 - γ_h=0,7; графік 3 - γ_h=0,8; графік 4 - γ_h=0,9.

За отриманими аналітичними співвідношеннями (2.62) і (2.63) проведені числові дослідження з метою встановлення максимального значення значення градієнта змінності перерізу конічної балки з плавно лінійними змінними розмірами. Результати розрахунку показали (рисунок 2.8), що оптимальним градієнтом зміни перерізу при відношенні між згинальними моментами від зовнішніх зусиль $Pl/M_{x,0}=1,0$ слід вважати $\gamma_h=0,7$. При такій конструктивної форми у всіх перерізах по довжині консольної двотаврової конічної сталевої конструкції умови міцності будуть виконані.

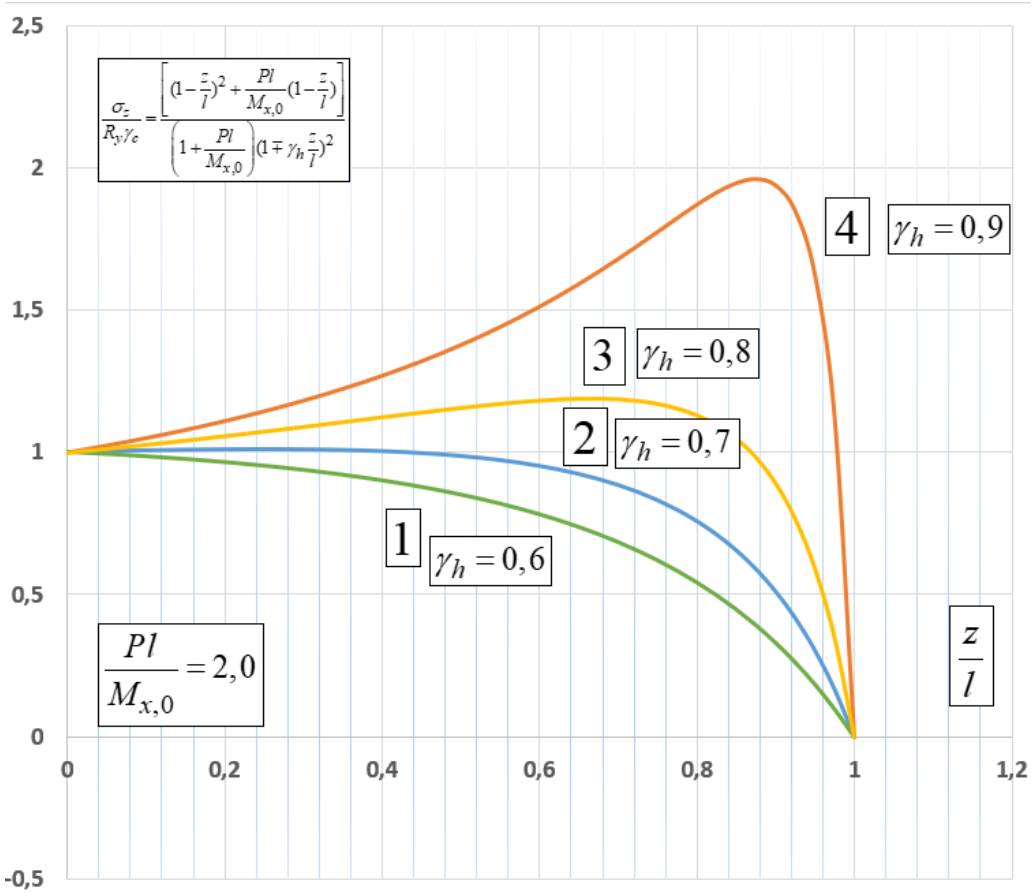


Рисунок 2.9. Відношення поточних напружень до розрахункового опору сталі у зварному сталевому двотаврі симетричного перерізу при різних градієнтах змінності висоти стінки і та полиці за (2.58) та відношенні між згинальними моментами від зовнішніх зусиль $Pl/M_{x,0}=2,0$: графік 1 - $\gamma_h\leq0,5$; графік 2 - $\gamma_h=0,7$; графік 3 - $\gamma_h=0,8$; графік 4 - $\gamma_h=0,9$.

При збільшенні відношенні між згинальними моментами від зовнішніх зусиль в 2 рази $Pl/M_{x,0}=2,0$ (рисунок 2.9), оптимальним значенням градієнта

зміни перерізу слід вважати γ_h=0,6. Таким чином встановлена закономірність: при збільшенні впливу лінійної складової дії згинальних моментів від зосереджених сил градієнти змінності ширини полиці і стінки зменшуються і оптимальна конструктивна форма двотавра стає більш пологою.

Для визначення тенденції впливу відношення $Pl/M_{x,0}$ на напружено-деформований стан сталевих двотаврових балок змінного перерізу проведені додаткові дослідження при значеннях співвідношення $Pl/M_{x,0}$=0,5 (Рис. 2.10) та $Pl/M_{x,0}$=0,25 (Рис. 2.10).

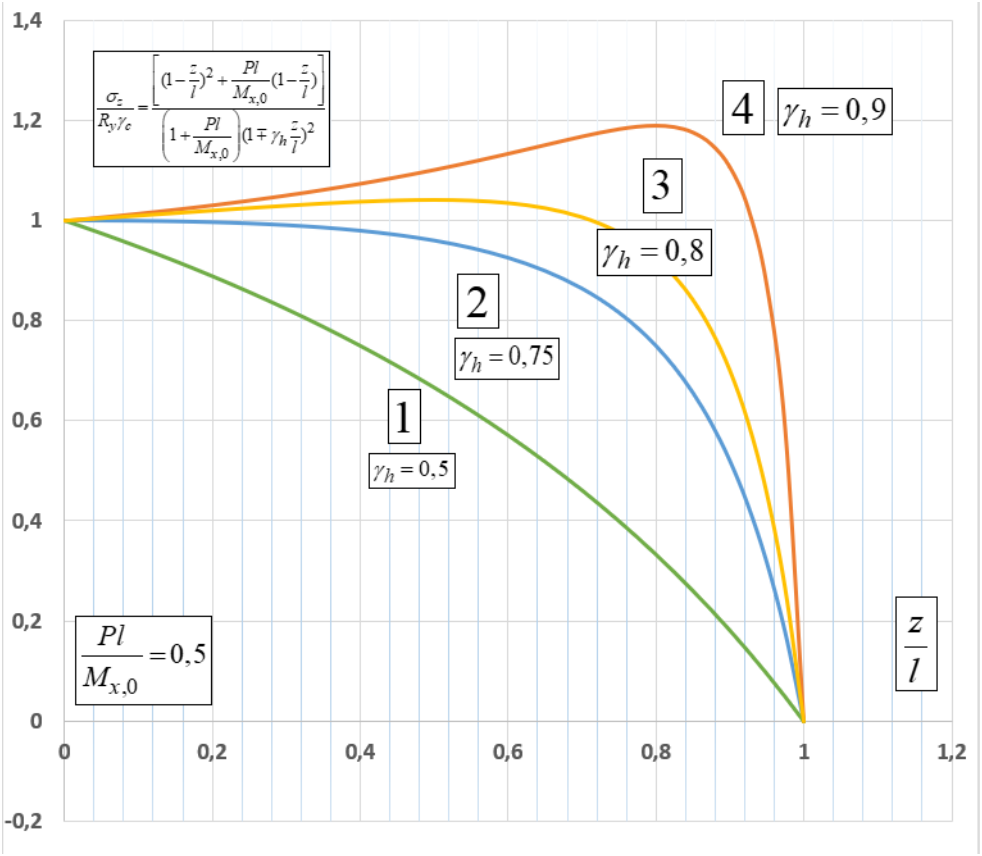


Рис. 2.10. Відношення поточних напружень до розрахункового опору сталі у зварному сталевому двотаврі симетричного перерізу при різних градієнтах лінійній змінності висоти стінки і та полиці (2.58) та відношенні між згинальними моментами від зовнішніх зусиль $Pl/M_{x,0}$=0,5: графік 1 - $\gamma_h\leq$0,5; графік 2 - γ_h=0,75; графік 3 - γ_h=0,8; графік 4 - γ_h=0,9.

Результат числових досліджень раціональної конструктивної форми сталевої двотаврової балки при зниженні відношення впливу зосередженої сили на вільному кінці, яка дає лінійну складову епюри згинальних моментів показали,

що при понижених значення діючих зусиль до $Pl/M_{x,0}$=0,5 (рисунок 2. 10) раціональна конструктивна форма двотаврової зварної сталевої наближується до конусоподібної конструктивної форми (γ_h=0,75, h_n/ h_0=0,25). При значенні відношення $Pl/M_{x,0}$=0,25 (рисунок 2.11) виявлено достатньо швидкий перехід до оптимальної форми конусободібної зварної сталевої балки з двотавровим перерізом: при γ_h=0,9 (h_n/ h_0=0,1) без порушення умов міцності по всій довжині конструкції.

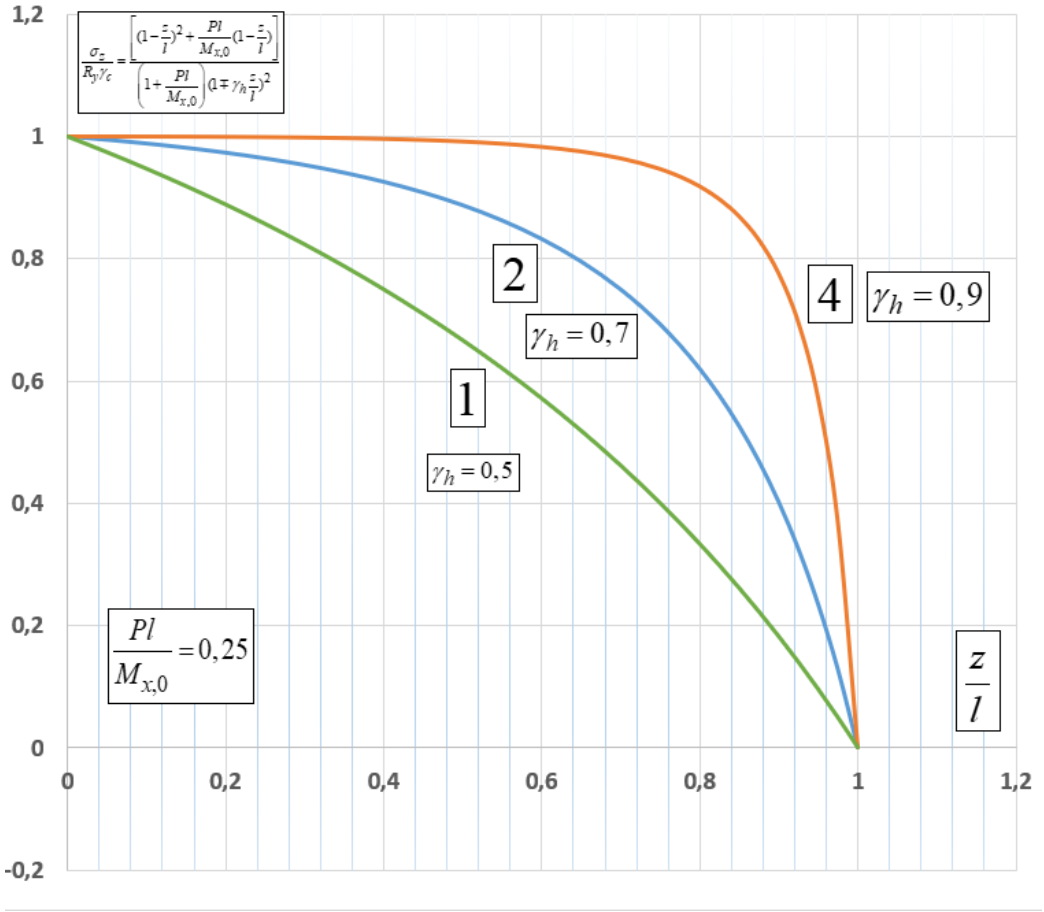


Рисунок 2.11. Відношення поточних напружень до розрахункового опору сталі у зварному сталевому двотаврі симетричного перерізу при різних градієнтах лінійній змінності висоти стінки і та полиці (2.58) та при значеннях відношення між згинальними моментами від зовнішніх зусиль $Pl/M_{x,0}$=0,5: графік 1 - $\gamma_h \leq 0,5$; графік 2 - γ_h=0,7; графік 3 - γ_h=0,9.

Висновки за розділом 2.

Розглянуто новий клас сталевих балок із змінною шириною полиць та змінною висотою та товщиною стінки. Прийняті крайові умов закріплення балки із площини дії навантаження: балка розкріплена системою горизонтальних і вертикальних в'язей, що запобігає втраті стійкості пласкої форми згину і відповідно мінімізує бімоментні напруження від стиснутого кручення внаслідок випадкових ексцентриситетів при прикладанні зовнішнього статичного навантаження. Ці додаткові напруження від стиснутого крутіння в такому випадку враховуються при розробці робочого проєкту «конструкції металеві - КМ», або додатковими коефіцієнтами. Також вважається, що не відбувається втрата стійкості від повздовжніх сил, які можуть виникати в силу нахилу осі елемента змінного перерізу та рамності всієї конструктивної системи. Прийнято, що місцева стійкість стінки і полиці забезпечена перерізом елементів. Місцева стійкість стінки також забезпечена, у випадку необхідності, вертикальними ребрами жорсткості і враховується через конструктивний коефіцієнт.

Тому розділ присвячений вибору оптимальної та раціональної конструктивної форми сталевих балкових елементів змінного перерізу, як елементів рамних конструкцій каркасних будівель і споруд.

В цьому параграфі розглянута зварна сталева балка двотаврового симетричного перерізу складена з верхньої та нижньої полиці змінного перерізу, які між собою з'єднані стінкою змінної товщини та висоти. Двотаврова балка змінного перерізу розкріплена на опорах і по довжині конструкції.

1. Розроблена континуальна модель оптимального проєктування сталевої балки із зварного двотавра змінного перерізу (змінними приймають висота стінки, товщина стінки і ширина полиці). Задача визначення оптимальної конструктивної форми сталевої балки вирішена за допомогою метода невизначених множників Лагранжа (МНМ Лагража) за критерієм мінімальних витрат сталі. Градієнт змінності перерізу балки визначено за вимогами виконання умов міцності балки в кожному перерізі.

2. Задача оптимальної конструктивної форми балки із зварного двотавра змінного перерізу вирішена за умовами міцності балки при згині для двох випадків. Перша задача вирішується при умові змінності товщини стінки по довжині конструкції: при постійній гнучкості стінки. Друга задача є визначення оптимальної конструктивної форми сталевої балки із зварного двотавра зі змінною висотою стінки і полиці, та змінною товщиною стінки, і вирішена в узагальненому виді за критерієм мінімальних витрат сталі за методом МНМ Лагранжа.

3. Отримані аналітичні залежності зміни оптимальної висоти перерізу балки по довжині конструктивного елемента в залежності від закономірності зміни згинального моменту. Для оптимального розподілу металу по перерізу балки отримані співвідношення між площею стінки, площею полицю в узагальненому вигляді. Отримані нові закономірності зміни площі полиці і стінки, дають змогу за умовами технологічної доцільності визначити оптимальну висоту перерізу сталевої конструкції, де дії максимальний згинальний момент, а потім за критерієм рівнонапруженості балки встановити значення градієнта змінності перерізу полиці і стінки.

4. Виконані числові дослідження чутливості отриманих рішень, щодо схеми навантаження конструкції. Запропонована послідовність (методика) визначення градієнта змінності висоти перерізу і ширини полиць при дії рівномірно-розподіленого навантаження і зосередженої сили. На прикладі консольної балки показано, що при дії рівномірно-розподіленого навантаження і зосередженої сили на вільному кінці балки максимальні напруження виникають не в перерізі, де діє максимальний згинальний момент, а в інших перерізах. Проведені числові дослідження визначення градієнта змінності ширини полиці і висоти стінки двотавра при постійній товщині стінки при дії статичного навантаження рівномірно-розподіленого і зосередженої сили, встановлено раціональне значення градієнта змінності перерізу, при яких умова міцності виконується в кожному перерізі.

5. Результати розрахунку показали, що оптимальним градієнтом зміни перерізу при значенні відношення максимальних значень між згинальними моментами від зовнішніх зусиль $Pl/M_{x,0}$ =1,0 слід вважати γ_h =0,7. При такій конструктивної форми у всіх перерізах по довжині консольної двотаврової конічної сталевої конструкції умови міцності будуть виконані. При збільшенні значення відношення між згинальними моментами від зовнішніх зусиль в 2 рази $Pl/M_{x,0}$ = 2,0, оптимальним значенням градієнта зміни перерізу слід вважати γ_h =0,6. Таким чином, встановлена закономірність при збільшенні впливу дії згинальних моментів від зосереджених сил градієнти змінності ширини полиці і стінки зменшуються і оптимальна конструктивна форма двотавра стає більш пологою.

6. Також встановлена нова закономірність створення раціональної конструктивної форми сталевої балки двотаврового змінного перерізу При значенні відношенні $Pl/M_{x,0}$ = 0,25 (рисунок 2.11) виявлено достатньо швидкий перехід до оптимальної форми конусоободібної зварної сталевої балки з двотавровим перерізом: при γ_h=0,9 (h_n/ h_0=0,1) без порушення умов міцності по всій довжині конструкції.

РОЗДІЛ 3. ВИЗНАЧЕННЯ РАЦІОНАЛЬНОЇ КОНСТРУКЦІЇ МЕТАЛЕВИХ ДВОТАВРОВИХ БАЛОК ІЗ ЗМІННОЮ ВИСОТОЮ СТІНКИ І ЗМІННОЮ ШИРИНОЮ ПОЛКИ ЗА УМОВАМИ ВИКОНАНЯ УМОВ ЖОРСТКОСТІ ЗА ДРУГИМ ГРАНИЧНИМ СТАНОМ

3.1. Цільова функція оптимальної конструкції металевих двотаврових балок із змінною висотою і змінною шириною полки за критерієм мінімізацією витрат сталі із виконання умов жорсткості за другим граничним станом.

Вибір оптимальної конструктивної форми сталевої двотаврової балки зі змінним перерізом стінки та полиць по довжині конструкції є актуальною і важливою задачею проєктування сталевих конструкцій. Це обумовлено напружено-деформованим станом та змінністю геометричних характеристик балок по довжині конструкції. В попередньому розділі роботи було підтверджено, що, по-перше, в «балках змінного перерізу не завжди виникає максимальні напруження в тому перерізі, де дії максимальний згинальний момент» [13]. По-друге, змінність геометричних характеристик перерізів по довжині конструкції необхідно обирати так, щоб виконувались умови міцності кожного перерізу, а також прогини ефективних балкових елементів змінного перерізу не повинні перевищувати граничні значення за умовами другого граничного стану [49,50,74]. Для ряду об’єктів консольного типу, таких, як наприклад, навіси над трибунами стадіонів є ефективним використання сталевих конструкцій змінного перерізу. Для таких раціональних конструктивних систем важливим завданням проєктування є проєктування за критерієм мінімізації витрат сталі із одночасним виконанням вимог жорсткості конструкції за другим граничним станом. Якщо, наприклад, для сталевих рам із використанням балкових двотаврових сталевих елементів із змінною висотою стінки проблема із забезпеченням умов другого граничного стану вирішується за рахунок кута нахилу елементів ригеля та співвідношення жорсткості ригеля і колон, то для консольних елементів

визначення забезпечення одночасно умов міцності, жорсткості і мінімальної ваги конструкції є більш складна наукова проблема. Рішення таких наукових задач в основному існують для круглих, трубчатих та квадратних перерізів змінного перерізу [141]. Тому поставлена задача мінімізації консольних двотаврових сталевих елементів із змінною висотою стінки і полиці з урахуванням умов виконання двох граничних станів проєктування актуальна і потребує проведення додаткових досліджень.

В цьому параграфі розглянута консольна балка двотаврового перерізу складена з верхньої та нижньої полиці змінного перерізу, які між собою з'єднані стінкою теж змінного перерізу. Консольна балка є конструкцією покриття, а її стійкість пласкої форми згину забезпечена системою горизонтальних в'язей, місцева стійкість стінки і полиці теж забезпечена необхідним відношенням товщини полиці до ширини, а стінки ребрами жорсткості.

В подальшому всі позначення розмірів прийняти за другим розділом дисертації (h_{w0}– початкова висота сталевої балки, h_{wz} - змінна висота двотавра по всій довжині конструкції, b_{f0} - початкова ширина полиці металевої балки, b_{fz} - змінна ширина полиці перерізу (2.49, 3.2), l – проліт сталевої конструкції.

Площа полиць позначена традиційно: $A_{wz} = 2A_{fz} + A_{hz}$, а товщини стінки $t_{w,0}$ - прийнята постійного перерізу по довжині балки. Гнучкість стінки приймається із умов міцності балки, в перерізі, де виникає максимальні напруження від поперечної сили. Цей переріз за умова задачі для консольного елемента покриття виникає в перерізі, де діє максимальний згинальний момент.

$$\frac{Q_{w,0}}{t_{w,0}h_{w,0}} \le R_s \rightarrow t_{w,0} = \frac{h_{w,0}}{\lambda_{w,0}} \rightarrow \frac{\lambda_{w,0}Q_{w,0}}{h_{w,0}^2} \le R_s; \qquad (3.1)$$

$$\frac{h_{w,0}}{\lambda_{w,0}} \ge \frac{Q_{w,0}}{R_s h_{w,0}} \rightarrow \lambda_{w,0} \le \frac{R_s h_{w,0}^2}{Q_{w,0}}.$$

Площа початкового перерізу, яка сприймає максимальний згинальний момент буде $A_{w0} = 2A_{f0} + A_{h0}$.

Приймається степенева зміна висоти стінки і ширини полиці.

$$h_z = h_0(1-\gamma_h \frac{z}{l})^n; \qquad z = l \to h_{z=l} = h_n \to \gamma_h = (1-\frac{h_n}{h_0})^{1/n}.$$

$$b_{f,z} = b_{f,0}(1 \mp \gamma_b \frac{z}{l_b})^s; \qquad \gamma_b = (1 \mp \frac{b_{f,n}}{b_{f,0}})^{1/s}. \qquad . \qquad (3.2)$$

$$A_{f,z} = t_f b_{f,0}(1 \mp \gamma_{fb} \frac{z}{l})^s; \qquad A_{w,z} = t_w h_0 (1-\gamma_b \frac{z}{l})^n.$$

Момент інерції (I_{xz}) та момент опору площі перерізу (I_{wz}) з будь-якою координатою разом з формулами (3.1 та 3.2.) показують залежність розмірів полиць і стінки двотавра від координати перерізу (3.3).

$$I_{x,0} = \left(\frac{2A_{f,0}h_0^2}{4} + \frac{t_w h_0^3}{12} \right) = \frac{t_w h_0^3}{2}\left(\frac{A_{f,0}}{t_w h_0} + \frac{1}{6} \right) = \frac{t_w h_0^3}{2}\left(\frac{2A_{f,0}}{2t_w h_0} + \frac{1}{6} \right); \qquad . \qquad (3.3)$$

$$I_{x,z} = \left(\frac{2A_{f,0}h_z^2}{4} + \frac{t_w h_z^3}{12} \right) = \frac{t_w h_z^3}{2}\left(\frac{A_{f,z}}{t_w h_z} + \frac{1}{6} \right) = \frac{t_w h_z^3}{2}\left(\frac{2A_{f,z}}{2t_w h_z} + \frac{1}{6} \right);$$

$$W_{x,0} = \frac{2I_{x,0}}{h_{w0}} \approx A_{f,0}h_0 + \frac{t_{w,0}h_0^2}{6} = t_w h_0^2 \left(\frac{A_{f,0}}{t_w h_0} + \frac{1}{6} \right); \quad W_{x,z} = t_w h_z^2 \left(\frac{A_{f,z}}{t_w h_z} + \frac{1}{6} \right).$$

Як і у 2 розділі цієї наукової праці введені позначення функції змінності маємо в узагальненому виді.

$$h_z = h_0(1-\gamma_h \frac{z}{l})^n = h_0 f_{hz}; \qquad b_{f,0}(1 \mp \gamma_b \frac{z}{l})^s = b_{f,0} f_{bz}. \qquad t_w = \frac{h_0}{\lambda_{w0}}.$$

$$I_{x,z} = \frac{\left(h_0 f_{hz}\right)^4}{2\lambda_w f_{hz}}\left(\frac{t_f b_{f,0}\lambda_w}{h_0^2}\frac{f_{bz}}{f_{hz}} + \frac{1}{6} \right); \qquad W_{x,z} = \frac{\left(h_0 f_{hz}\right)^3}{\lambda_w f_{hz}}\left(\frac{t_f b_{f,0}\lambda_w}{h_0^2}\frac{f_{bz}}{f_{hz}} + \frac{1}{6} \right). \qquad (3.4)$$

Сформульована задача мінімізації витрат сталі сталевої консольної конструкції із змінним по довжині двотавровим перерізом, яка має максимальний згинальний моментів защемленні та мінімальний переріз на вільному кінці з урахуванням умов обмеження за міцністю і за прогинами.

$$m_{b,z} = 2\rho l b_{f,0} t_f \int_l f_{bz}\,\mathrm{dz} + \rho l h_{w,0} t_w \int_l f_{hz}\,\mathrm{dz} \to \min$$

$$m_{b,z} = 2\rho l b_{f,0} t_f \int_l f_{bz}\,\mathrm{dz} + \rho l \frac{h_0^2}{\lambda_w} \int_l f_{hz}\,\mathrm{dz} \to \min \qquad (3.5)$$

Задача оптимального проєктування сталевих балок змінного перерізу є задача нелінійного математичного програмування (3.4,3.5), [1,7,8]. Цільова функція мінімальної маси витрат сталі (3.5) об'єднує всі геометричні параметри перерізу балки, та їх зміну по довжині (3.1…3.4).

В якості обмежень прийняті обмеження за міцністю та жорсткістю, через Δ_η-позначено граничні переміщення конструкції. Переміщення визначаються за інтегралом Мора.

$$u_1\left(h_z, t_{w,z}, A_{f,z}\right) = \frac{M_{x,z}}{W_{x,z}} - R_y \gamma_c \geq 0.\ u_2\left(h_z, t_{w,z}, A_{f,z}\right) = \int_0^l \frac{M_{x,z} M_{x,\mathrm{P},z}}{EI_{x,z}} dz \leq \Delta_\eta.$$

$$A_{f,z} \geq 0.\quad I_{x,z} - I_{x,d} \geq 0. \qquad (3.6)$$

$$t_w = \frac{h_0}{\lambda_w} \to \left(h_0 f_{hz}\right)^2 \geq \frac{3}{2} \frac{k_{MW} M_{x,z}}{t_w R_y \gamma_c}.$$

Прийнятті умови опуклості цільової функції (3.5) – критерій мінімальних витрат сталі. Як було показано в попередньому параграфі така цільова функція (3.5) при виконанні достатніх умов одночасно може дати і достатні умови для знаходження точки глобального мінімуму (сідловидну точку) або множину конструктивних рішень. Прийнято також умова плавності зміни сортаменту: завжди є необхідна ширина полиці необхідних розмірів, а змінна площа перерізу досягається за рахунок розкрою листа з необхідною площею, а товщина листа теж змінюється теж достатньо плавно (з кроком рівним 1 мм). Тому прийнято, що умова плавної зміни геометричні розмірів сталевої балки, а необхідні отримані площі листів будуть виготовлені.

Сформульована задача нелінійного математического програмування (3.5) описується в просторі змінних h_z, $b_{f,z}$, A_z, t_w та обмежувальними функціями у вигляді нерівностей (3.6). Перша нерівність обмеження за міцністю кожного перерізу при згинанні по довжині балки, друга нерівність обмеження міцності на зріз стінки двотавра кожного перерізу по довжині балки. Останні дві умовами обмеження (3.6) є обмеження і по жорсткості. Приймається також умова, що значення площі перерізу полиць і стінки і геометричні характеристики мають значення більше «нуля» [1, 7, 8].

Умова не перевищення граничних характеристичних прогинів конструкції залежить від змінності геометричних характеристик двотаврової конструкції, тому у загальному виді можна виділити залежність від оптимальної висоти за витратами сталі за умовами міцності. Скориставшись умовою оптимальності для сталевих двотаврів: «в кожному поточному перерізі, якщо площа двох полиць двотавра дорівнює площі стінки, то це є достатні умови оптимального перерізу, якщо кожний переріз оптимальний, то і вся конструкція оптимальна за витратами сталі» (розділ 2 дисертації, [59, 116].

$$2A_{f,z} = t_w h_z. \qquad t_w = \frac{h_0}{\lambda_w}.$$

$$2t_f b_{f,0} f_{bz} = \frac{\left(h_0 f_{hz}\right)^2}{\lambda_w f_{hz}}. \rightarrow \frac{2t_f b_{f,0} f_{bz} \lambda_w}{\left(h_0 f_{hz}\right) h_0} = 1.$$

Так як умови оптимального розподілу сталі по висоті в поточному перерізі по довжині конструкції можуть бути з певним запасом, для виконання умов необхідної жорсткості, прийнято загальне співвідношення площі полиці до площі стінки, яке близьке до оптимального розподілу.

$$\frac{2t_f b_{f,0} \lambda_w}{\left(h_0 f_{hz}\right) h_0} = k_b; \quad \frac{k_b}{2} = \frac{t_f b_{f,0} \lambda_w}{\left(h_0 f_{hz}\right) h_0}. \tag{3.7}$$

В силу накладених обмежень лінійної зміни геометричних характеристик прийнято підхід, за яким змінність висоти стінки може бути за будь-якою степеневою залежністю. З урахуванням достатніх умов оптимальності поточного перерізу (3.7) буде вірний запис моменту інерції площі перерізу.

$$I_{x,z}=\left(\frac{2A_{f,0}h_z^2}{4}+\frac{t_w h_z^3}{12}\right)=\frac{t_w h_z^3}{2}\left(\frac{A_{f,z}}{t_w h_z}+\frac{1}{6}\right)=\frac{t_w h_z^3}{2}\left(\frac{2A_{f,z}}{2t_w h_z}+\frac{1}{6}\right);$$

$$t_w=\frac{h_0}{\lambda_w}\rightarrow I_{x,z}=\left(h_0 f_{hz}\right)^3\frac{h_0}{2\lambda_w}\left(\frac{2t_f b_{f,0}\lambda_w}{2h_0^2}\frac{f_{bz}}{f_{hz}}+\frac{1}{6}\right).$$

$$\frac{2t_f b_{f,0}\lambda_w}{h_0^2}=1\rightarrow\frac{2t_f b_{f,0}f_{bz}\lambda_w}{\left(h_0 f_{hz}\right)h_0}=k_b\rightarrow\frac{f_{bz}}{f_{hz}}=k_{b.}$$

$$I_{x,z}==\frac{\left(h_0 f_{hz}\right)^4}{2\lambda_w f_{hz}}\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right).\rightarrow I_{x,z}=\left(h_0 f_{hz}\right)^3\frac{h_0}{2\lambda_w}\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right). \qquad (3.8)$$

Аналогічно для моменту опору перерізу

$$\frac{2t_f b_{f,0}\lambda_w}{h_0^2}=1\rightarrow\frac{2t_f b_{f,0}f_{bz}\lambda_w}{\left(h_0 f_{hz}\right)h_0}=k_b\rightarrow\frac{f_{bz}}{f_{hz}}=k_{b.} \qquad (3.9)$$

$$W_{x,z}=t_w h_z^2\left(\frac{A_{f,z}}{t_w h_z}+\frac{1}{6}\right).$$

$$W_{x,z}=\frac{\left(h_0 f_{hz}\right)^3}{\lambda_w f_{hz}}\left(\frac{2A_{f,z}}{2t_w h_z}+\frac{1}{6}\right)=\frac{\left(h_0 f_{hz}\right)^3}{\lambda_w f_{hz}}\left(\frac{2t_f b_{f,0}\lambda_w}{2h_0^2}\frac{f_{bz}}{f_{hz}}+\frac{1}{6}\right).$$

$$W_{x,z}=h_0^3\frac{f_{hz}^2}{\lambda_w}\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right).$$

Умова обмеження за прогинами конструкції визначається через інтеграл Мора [1,80].

$$M_{x,z}=q_b\frac{l^2}{2}\left(1-\frac{z^n}{l^n}\right)^m.\ M_{x,z}=\frac{ql^2}{2}f_{M,z}^m.\ f_{M,z}^m=\left(1-\frac{z^n}{l^n}\right)^m$$

$$\int_0^l \frac{M_{x,z}M_{x,\mathrm{P},z}}{EI_{x,z}}dz = \int_0^l \frac{q_b\frac{l^2}{2}\left(1-\frac{z^n}{l^n}\right)^m \mathrm{P}_1 l\left(1-\frac{z}{l}\right)}{E\frac{h_0\left(h_0^3\right)f_{hz}^3}{2\lambda_w}\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}dz = \frac{q_b l^3\lambda_w \mathrm{P}_1}{E\left(h_0^4\right)\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}\int_0^l \frac{\left(1-\frac{z^n}{l^n}\right)^m\left(1-\frac{z}{l}\right)}{f_{hz}^3}dz$$

$$\int_0^l \frac{M_{x,z}M_{x,\mathrm{P},z}}{EI_{x,z}}dz = \frac{q_b l^3\lambda_w \mathrm{P}_1}{E\left(h_0^4\right)\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}\int_0^l \frac{f_{M,z}^m\left(1-\frac{z}{l}\right)}{f_{hz}^3}dz \qquad (3.10)$$

При певному законі навантаження на конструкцію умова обмеження за прогинами (рівняння в'язі) має запис нерівності.

$$u_\eta\left(h_z, t_{w,z}, A_{f,z}\right) = \int_0^l \frac{M_{x,z}M_{x,\mathrm{P},z}}{EI_{x,z}}dz \le \Delta\eta. \qquad (3.11)$$

$$M_{x,P,z} = P_1 l\left(1-z/l\right);\ \ M_{x,z} = \frac{ql^2}{2}f_{M,z}^m.$$

Задача 1. **Визначити в узагальненому виді критерій оптимальності консольної сталевої двотаврової балки змінного перерізу з урахуванням обмежень за прогинами.** Розглянута консольна сталева конструкція двотаврового перерізу із змінною висотою стінки і шириною полиці завантажена рівномірно розподіленим навантаженням – згинальний момент змінюється за параболічним законом (3.10). Обмеження за прогинами мають вид згідно (3.11).

$$\int_0^l \frac{M_{x,z}M_{x,\mathrm{P},z}}{EI_{x,z}}dz = \frac{\frac{1}{2}q_b l^4\lambda_w \mathrm{P}_1}{\frac{1}{2}E\left(h_0^3\right)\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}I_{M,I,\mathrm{z}}. \qquad I_{M,I,\mathrm{z}} = \int_0^1 \frac{f_{M,z}^m\left(1-\frac{z}{l}\right)}{f_{hz}^3}d\left(\frac{z}{l}\right). \qquad (3.12)$$

$$\Delta_\eta \ge \frac{q_b l^4 \mathrm{P}_1}{E\frac{h_0}{\lambda_w}\left(h_0^3\right)\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}\int_0^1 \frac{f_{M,z}^m\left(1-\frac{z}{l}\right)}{f_{hz}^3}d\frac{z}{l}.$$

В загальному виді функція зміни перерізу може мати степеневу залежність.

$$f_{hz} = \left(1 \mp \gamma_h \frac{z}{l}\right)^n . \tag{3.12a}$$

Для клиновидного перерізу, коли вільний кінець достатньо незначний інтеграл при γ_h =1,0 буде $I_{M,I,\gamma h=1,0}$=1,0.

$$M_{x,z} = \frac{q_b l^2}{2}\left(1-\frac{z}{l}\right)^2;\ \gamma_h = 1; \qquad n = 1 \to f_{hz}^3 = \left(1-\frac{z}{l}\right)^3 .$$

$$I_{M,I,\gamma_h=1} = \int_0^1 \frac{\left(1-\frac{z}{l}\right)^3}{\left(1-\frac{z}{l}\right)^3} d\left(\frac{z}{l}\right) = 1. \tag{3.13}$$

Для балки постійного перерізу

$$I_x = \left[\frac{\left(h_0^4\right)}{\lambda_w}\left(\frac{1}{4}k_b + \frac{1}{12}\right)\right];\ M_{x,z} = \frac{q_b l^2}{2}\left(1-\frac{z}{l}\right)^2 \to \Delta_\eta = \frac{q_b l^4\, \mathrm{P}_1}{2EI_x}\int_0^1\left(1-\frac{z}{l}\right)^3 d\frac{z}{l}$$

$$\mathrm{P}_1 = 1 \to \Delta_\eta = \frac{q_b l^4}{8EI_x}\left(1-\frac{z}{l}\right)^4\Big|_0^1 = \frac{q_b l^4}{8EI_x}.$$

Отриманий результат прогинів сталевої консольної балки із рівномірно-розподіленим навантаженням співпадає із відомим результатом [1, 18 ,80].

Функція витрат сталі з урахуванням умов введення товщини стінки через залежність від максимальної її висоти h_0 та гнучкості λ_w (3.7).

$$2t_f b_{f,0} f_{bz} = \frac{\left(h_0 f_{hz}\right)^2}{f_{hz}\lambda_w} k_b \to m_b = \rho l\left(\int_0^1 \frac{\left(h_0 f_{hz}\right)^2}{f_{hz}\lambda_w} k_b d\frac{z}{l} + \int_0^1 \frac{\left(h_0 f_{hz}\right)^2}{f_{hz}\lambda_w} d\frac{z}{l}\right).$$

$$\frac{m_b}{\rho l} = \left(\int_0^1 \frac{\left(h_0 f_{hz}\right)^2 \left(k_b+1\right)}{f_{hz}\lambda_w} d\frac{z}{l}\right). \tag{3.14}$$

Поставлена задача остаточно формулюється як задача нелінійного програмування: знайти мінімальні приведені витрати сталі на консольну двотаврову конструкцію зі змінною висотою стінки і полиці при обмеженнях за другим граничним станом при виконанні умов розподіл у сталі раціональним (оптимальним) по висоті перерізу (3.7).

$$\frac{m_b}{\rho l^3} = \int_0^1 \frac{h_0^2}{\lambda_w l^2}\left(k_b + 1\right) f_{hz} d\frac{z}{l} \to \min. \tag{3.15}$$

$$\int_0^l \frac{M_{x,z} M_{x,\mathrm{P},z}}{EI_{x,z}} dz - \Delta_\eta \;\; = 0 \to \int_0^1 \frac{q_b l^4 \lambda_w f_{M,z}^m \left(1 - \frac{z}{l}\right)}{E\left(h_0^4\right)\left(\frac{1}{2}k_b + \frac{1}{6}\right) f_{hz}^3} d\left(\frac{z}{l}\right) = \Delta_\eta.$$

$$\Delta_\eta = \frac{q_b l^4 \,\mathrm{P}_1}{E\frac{h_0}{\lambda_w}\left(h_0^3\right)\left(\frac{1}{2}k_b + \frac{1}{6}\right)} \int_0^1 \frac{f_{M,z}^m \left(1 - \frac{z}{l}\right)}{f_{hz}^3} d\left(\frac{z}{l}\right).$$

$$\mathrm{P}_1 = 1{,}0 \to \frac{\Delta_\eta}{l}\frac{El}{q_b}\frac{h_0}{l\lambda_w}\left(\frac{1}{2}k_b + \frac{1}{6}\right) = \int_0^1 \frac{f_{M,z}^m \left(1 - \frac{z}{l}\right)}{\left(h_0^3 f_{hz}^3 / l^3\right)} d\left(\frac{z}{l}\right).$$

Рівняння Ейлера має вид [1, 8 ,9].

$$F'_{h(z)}(\lambda_{m\eta}, A_z) - \frac{d}{dz} F'_{h'(z)}(\lambda_{m\eta}, A_z) + \frac{d^2}{dz^2} F'_{h''(z)}(\lambda_{m\eta}, A_z) - \ldots = 0.$$

Функцію Лагранжа приймається за (3.15), яка містить відношення витрат сталі та обмеження за прогинами записуються в наступному виді (3.15).

$$F_{h(z)}(\lambda_{m\eta}, A_z) = \frac{h_0^2}{\lambda_w l^2}\left(k_b + 1\right) f_{hz}$$

Рівняння Ейлера для сформульованої задачі (3.14) з урахуванням (3.15) після диференціювання приходить до виду.

$$\frac{\partial\left[\frac{h_0 f_{hz}}{l}\frac{h_0}{\lambda_w l}\left(k_b+1\right)\right]}{\partial\left(\frac{h_0 f_{hz}}{l}\right)}+\lambda_{m\eta}\frac{\partial\left(\lambda_{m\eta}\frac{f^m_{M,z}\left(1-\frac{z}{l}\right)}{\frac{h_0^3 f_{hz}^3}{l^3}}\right)}{\partial\left(\frac{h_0 f_{hz}}{l}\right)}=0. \tag{3.18}$$

$$\frac{h_0}{\lambda_w l}\left(k_b+1\right)-\lambda_{m\eta} f^m_{M,z}\left(1-\frac{z}{l}\right)\frac{3h_0^2 f_{hz}^2/l^2}{\left(h_0^3 f_{hz}^3/l^3\right)^2}=0.$$

$$\frac{h_0}{\lambda_w l}\left(k_b+1\right)\left(h_0^4 f_{hz}^4/l^4\right)-3\lambda_{m\eta} f^m_{M,z}\left(1-\frac{z}{l}\right)=0.$$

Алгебраїчне рівняння (3.18) отримано в узагальненому виді.

Задача 2. **Визначити оптимальну топологію консольної сталевої двотаврової балки із зварного двотавра при параболічному законі зміні згинального моменту по довжині конструкції та оптимальному співвідношенні площ полиць і стінки за витратами сталі за критерієм** (3.18).

Приймається закономірність зміни згинального моменту по довжині консольного елемента при рівномірно-розподіленому навантаженні.

$$M_{x,z}=\frac{ql^2}{2}\left(1-\frac{z}{l}\right)^2=\frac{ql^2}{2}f^m_{M,z}\rightarrow f^m_{M,z}=\left(1-\frac{z}{l}\right)^2.$$

Тоді вірне рівняння за (3.18) з урахуванням прийнятої закономірності зміни згинальних моментів по довжин і балки.

$$\frac{h_0}{\lambda_w l}\left(k_b+1\right)\left(\frac{hf_{hz}}{l}\right)^4-3\lambda_{m\eta}\left(1-\frac{z}{l}\right)^3=0.$$

Тепер функція зміни висоти перерізу в залежності від коефіцієнта $\lambda_{m\eta}$ має запис.

$$\frac{hf_{hz}}{l}=\lambda_{m\eta}^{1/4}\left(\frac{3}{\frac{h_0}{\lambda_w l}\left(k_b+1\right)}\right)^{1/4}\left(1-\frac{z}{l}\right)^{3/4}. \tag{3.19}$$

Далі важливий запис (3.19) для подальших досліджень через степеневу залежність (3.20).

$$\left(\frac{hf_{hz}}{l}\right)^3=\lambda_{m\eta}^{3/4}\left(\frac{3}{\frac{h_0}{\lambda_w l}\left(k_b+1\right)}\right)^{3/4}\left(1-\frac{z}{l}\right)^{9/4} \tag{3.20}$$

Умова обмеження за прогинами приймаємо за (3.12). Заміна в умові (3.12) функцію змінності висоти перерізу за (3.20) приводить до інтегрального рівняння.

$$\left(\frac{hf_{hz}}{l}\right)^3=\lambda_{m\eta}^{3/4}\left(\frac{3}{\frac{h_0}{\lambda_w l}\left(k_b+1\right)}\right)^{3/4}\left(1-\frac{z}{l}\right)^{9/4}\rightarrow$$

$$\frac{\Delta_\eta}{l}\frac{El}{q_b}\frac{h_0}{l\lambda_w}\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)\geq\int_0^1\frac{\left(1-\frac{z}{l}\right)^3}{\lambda_{m\eta}^{3/4}\left(\frac{3}{\frac{h_0}{\lambda_w l}\left(k_b+1\right)}\right)^{3/4}\left(1-\frac{z}{l}\right)^{9/4}}d\left(\frac{z}{l}\right)$$

$$\frac{\Delta_\eta}{l}\frac{El}{q_b}\frac{h_0}{l\lambda_w}\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)=\left[\frac{h_0}{3\lambda_w l}\frac{\left(k_b+1\right)}{\lambda_{m\eta}}\right]^{3/4}\int_0^1\left(1-\frac{z}{l}\right)^{3/4}d\left(\frac{z}{l}\right).$$

$$\int_0^1\left(1-\frac{z}{l}\right)^{3/4}d\left(\frac{z}{l}\right)=\frac{7}{4}\left(1-\frac{z}{l}\right)^{7/4}.$$

Остаточно приходимо до рівняння з якого є можливість визначити невизначений коефіцієнт $\lambda_{m\eta}$ після інтегрування рівнння, яке наведено вище.

$$\frac{\Delta_\eta}{l}\frac{El}{q_b}\frac{h_0}{l\lambda_w}\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)=\left[\frac{h_0}{3\lambda_w l}\frac{(k_b+1)}{\lambda_{m\eta}}\right]^{3/4}\frac{7}{4}\left(1-\frac{z}{l}\right)^{7/4}.$$

$$\left(\frac{\Delta_\eta}{l}\frac{El}{q_b}\frac{h_0}{l\lambda_w}\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)\right)^{4/3}=\left[\frac{7h_0}{12\lambda_w l}\frac{(k_b+1)}{\lambda_{m\eta}}\right]\left(1-\frac{z}{l}\right)^{7/3}$$

$$\lambda_{m\eta}=\frac{7(k_b+1)}{12\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)^{4/3}}\left(\frac{\lambda_w l}{h_0}\right)^{1/3}\left(\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{q_b}{El}\right)^{4/3}\left(1-\frac{z}{l}\right)^{7/3} \qquad (3.21)$$

Виконаємо заміну в рівнянні Ейлера (3.18) коефіцієнта $\lambda_{m\eta}$ за (3.21).

$$\frac{h_0}{\lambda_w l}(k_b+1)\left(\frac{h_0 f_{hz}}{l}\right)^4=3\lambda_{m\eta}\frac{7(k_b+1)}{12\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)^{4/3}}\left(\frac{\lambda_w l}{h_0}\right)^{1/3}\left(\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{q_b}{El}\right)^{4/3}\left(1-\frac{z}{l}\right)^{7/3}\left(1-\frac{z}{l}\right)^3.$$

$$\frac{h_0^4 f_{hz}^4}{l^4}=\frac{7}{4\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)^{4/3}}\left(\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{q_b}{El}\right)^{4/3}\left(\frac{\lambda_w l}{h_0}\right)^{4/3}\left(1-\frac{z}{l}\right)^{16/3}.$$

Виконана заміна за (3.21) і подальші перетворення рівняння (3.18) дало змогу встановити закономірність зміни перерізу двотаврової балки із змінною шириною полиці і стінки при виконанні умов оптимальності за витратами сталі.

$$\frac{h_0 f_{hz}}{l}=\left(\frac{7}{4}\right)^{1/4}\left(\frac{\lambda_w l}{h_0}\right)^{1/3}\left(\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{q_b}{El\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}\right)^{1/3}\left(1-\frac{z}{l}\right)^{4/3}. \qquad (3.22)$$

$$f_{hz}=\left(\frac{7}{4}\right)^{1/4}\left(\frac{l}{h_0}\right)^{4/3}\left(\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{q_b\lambda_w}{El\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}\right)^{1/3}\left(1-\frac{z}{l}\right)^{4/3}.$$

Або повертаючись до товщини стінки найбільшого перерізу: $1/t_w = \lambda_w / h_0$

$$\frac{h_0}{l} f_{hz} = \left(\frac{7}{4}\right)^{1/4} \left(\frac{l}{h_0}\right) \left(\frac{\lambda_w l}{h_0}\right)^{1/3} \left(\frac{l}{\Delta_\eta} \frac{q_b}{El\left(\frac{1}{2}k_b + \frac{1}{6}\right)} \right)^{1/3} \left(1 - \frac{z}{l}\right)^{4/3}. \quad (3.23)$$

$$\frac{h_0}{l} f_{hz} = \left(\frac{7}{4}\right)^{1/4} \left(\frac{l}{t_w}\right)^{1/3} \left(\frac{l}{\Delta_\eta} \frac{q_b}{El\left(\frac{1}{2}k_b + \frac{1}{6}\right)} \right)^{1/3} \left(1 - \frac{z}{l}\right)^{4/3}.$$

Отримана закономірність (3.22) та (3.23) близьки до лінійної зміни висоти перерізу балки, а це означає що за допомогою лінійної зміни ширини полиці і стінки із змінними градієнтами зміни перерізу є можливість досягти раціональної конструктивної форми. Отриманні аналітичні формули(3.22) та (3.23) дозволяють на першому етапі варіантного проєктування визначити і оптимальну висоту найбільшого перерізу з урахуванням обмежень за другим граничним станом за прогинами.

Задача 3. **Визначення оптимальної висоти двотаврового перерізу консольної сталевої балки зі змінним перерізом стінки і полиці в защемленні за умовами міцності і жорсткості.**

Аналіз рівняння (3.23) показує, що для початкового найбільшого перерізу достатнім буде прийняти значення $f_{h,z=0}$=1. В такому випадку слід записати рівняння оптимальної висоти балки для опорного перерізу консольної сталевої балки з координатою z=0.

$$\frac{h_0}{l} = \left(\frac{7}{4}\right)^{1/4} \left(\frac{l}{t_w} \frac{l}{\Delta_\eta} \frac{q_b}{El} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}k_b + \frac{1}{6}\right)} \right)^{1/3}. \quad (3.24)$$

$$\frac{h_0}{l} = \left(\frac{7}{4}\right)^{1/4} \sqrt[3]{\left(\frac{l}{t_w} \frac{l}{\Delta_\eta} \frac{q_b}{El\left(\frac{1}{2}k_b + \frac{1}{6}\right)} \right)}$$

Тепер є можливість уточнити і закон змінності перерізу по довжині балки. Для вирішення цієї задачі необхідно прирівняти алгебраїчні формули (3.23) і (3.2) і використати аналітичну формулу (3.24)

$$\frac{h_0}{l}(1-\gamma_h\frac{z}{l})^n=\left(\frac{7}{4}\right)^{1/4}\left(\frac{l}{t_w}\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{q_b}{El}\frac{1}{\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}\right)^{1/3}\left(1-\frac{z}{l}\right)^{4/3}.$$

З останнього рівняння видобуваються важливе співвідношення: ступінь змінності перерізу (3.25)

$$(1-\gamma_h\frac{z}{l})^n=\left(1-\frac{z}{l}\right)^{4/3}\rightarrow n=4/3. \qquad (3.25)$$

$$\frac{h_0}{l}(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{4/3}=\left(\frac{7}{4}\right)^{1/4}\left(\frac{l}{t_w}\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{q_b}{El}\frac{1}{\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}\right)^{1/3}\left(1-\frac{z}{l}\right)^{4/3}$$

Якщо перейти до гнучкості стінки оптимальної висоти опорного перерізу, то отримаємо дещо іншу формулу з аналітичної залежності (3.24). Остаточно формула для визначення оптимальної висоти опорного перерізу консольної двотаврової сталевої балки змінного перерізу за умовами мінімальних витрат сталі і виконання умов жорсткості за прогинами буде наступна.

$$\left(\frac{h_0}{l}\right)^{4/3}=\left(\frac{7}{4}\right)^{1/4}\left(\lambda_w\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{q_b}{El}\frac{1}{\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}\right)^{1/3}. \qquad (3.26)$$

$$\left(\frac{h_0}{l}\right)=\left(\frac{7}{4}\right)^{3/16}\left(\lambda_w\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{q_b}{El}\frac{1}{\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}\right)^{1/4}.$$

Приклад 1. Проведені числові дослідження оптимальна висота сталевої консольної опертої перерізу в залежності від обмежень по прогинам,

навантаження q_b =10 кН/м, довжини від 5,0 м до 10 м. Результати досліджень приведені в таблиці 3.1, і на рисунку 3.1.

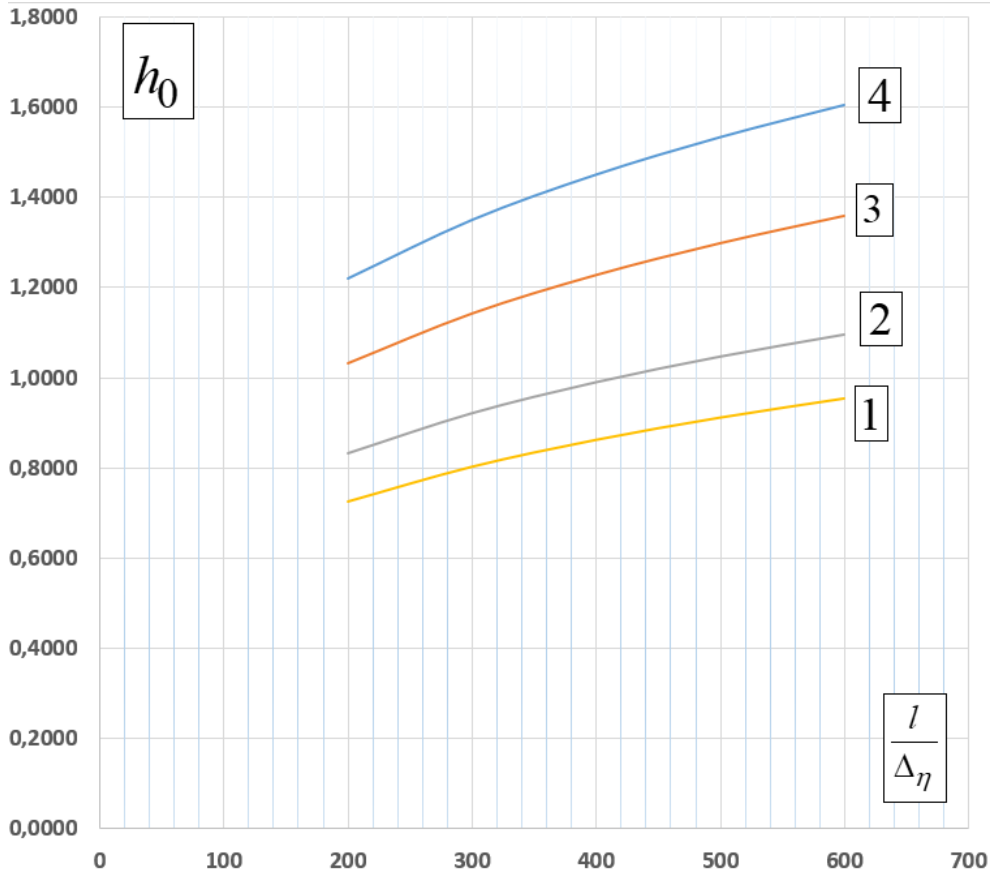


Рисунок 3.1. Результати числових досліджень оптимальної висоти консольної балки при обмеженнях за прогинами: Графік 1- l =5 м; Графік 2- l =6 м; Графік 3- l =8 м; Графік 4- l =10 м.

Результати проведених досліджень показали адекватні значення оптимальної висоти сталевої балки змінного перерізу при гнучкості стінки λ_w=100, k_b=1,0. Отримані результати свідчать про достовірність отриманих результатів за формулою (3.26), яку можна перевести до наступного виду.

$$\frac{h_0}{l} = 1{,}11063\sqrt[4]{\left(\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{q_b\lambda_w}{El\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}\right)}. \qquad (3.27)$$

Таблиця 3.1. Оптимальна висота сталевої консольної опорного перерізу в залежності від обмежень по прогинам, навантаження q_b=10 кН/м

Відносний прогин балки $\frac{\Delta_\eta}{l}$	$\frac{h_0}{l}$	Довжина балки ,м (l)	Оптимальна висота балки в опорному перерізі, м (h_0)	$\frac{h_0}{l}$	Довжина балки ,м (l)	Оптимальна висота балки в опорному перерізі, м (h_0)
1/600	0,16057	10	1,6057	0,182442	6	1,0947
1/500	0,153415	10	1,5342	0,174313	6	1,0459
1/400	0,145091	10	1,4509	0,164855	6	0,9891
1/300	0,135022	10	1,3502	0,153415	6	0,9205
1/200	0,122007	10	1,2201	0,138626	6	0,8318
1/600	0,169782	8	1,3583	0,190951	5	0,9548
1/500	0,162217	8	1,2977	0,182442	5	0,9122
1/400	0,153415	8	1,2273	0,172543	5	0,8627
1/300	0,142769	8	1,1422	0,16057	5	0,8028
1/200	0,129006	8	1,0320	0,145091	5	0,7255

Задача 4. Так як оптимальна висота опорного перерізу залежить від навантаження, а згинальний моменту в опорному перерізі консольної балки приймається за формулою приймався $M_{x,0=}\ q_b\ l^2/2$, тому можливий запис формули (3.26) через опорний згинальний момент.

$$M_{x,0}=\frac{q_b l^2}{2}\rightarrow\frac{h_0}{l}=\left(\frac{7}{4}\right)^{3/16}\sqrt[4]{\left(\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{2q_b l^2\lambda_w}{2El^3\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}\right)}.$$

$$\frac{h_0}{l}=\left(\frac{7}{4}\right)^{3/16}\sqrt[4]{\left(\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{2M_{x,0}\lambda_w}{El^3\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}\right)} \qquad (3.28)$$

$$\frac{h_0}{l}=\left(\frac{7}{4}\right)^{1/4}\sqrt[3]{\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{q_b l^2}{El^2 t_w\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}}.$$

Отримані формули (3.28) пропонується використовувати і для інших балкових двотаврових елементів сталевих рам змінного перерізу.

Проведені дослідження пошуку оптимальної висоти двотаврової сталевої балки із змінним перерізом необхідно продемонструвати числовими дослідженнями загальної вибору раціональної форми консольної сталевої балки при виконанні умов міцності та при оптимальному розподілі металу по висоті балки в кожному перерізі. Це важливо для подальшого переходу до обмежень із лінійною зміною конструктивної форми полиці і стінки, як це було показано у розділі 2.

3.2. Числові дослідження вибору оптимальної конструктивної форми сталевої балки зі змінним перерізом полиці і стінки за умовою обмеження за прогинами і раціональному розподілу сталі по висоті кожного перерізу.

За формулами (3.22 та 3.28) можна отримати нові степеневі залежності між параметрами впливу на оптимальну висоту балки опорного перерізу при постійній товщині стінки сталевої двотаврової балки.

$$\frac{h_0}{l}(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{4/3}=\left(\frac{7}{4}\right)^{1/4}\left(\frac{l}{t_w}\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{q_b}{El}\frac{1}{\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}\right)^{1/3}\left(1-\frac{z}{l}\right)^{4/3}. \tag{3.29}$$

$$\frac{h_0}{l}(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{4/3}=\left(\frac{7}{4}\right)^{1/4}\left(\frac{l}{t_w}\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{q_b l^2}{2}\frac{2}{El^3}\frac{1}{\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}\right)^{1/3}\left(1-\frac{z}{l}\right)^{4/3}.$$

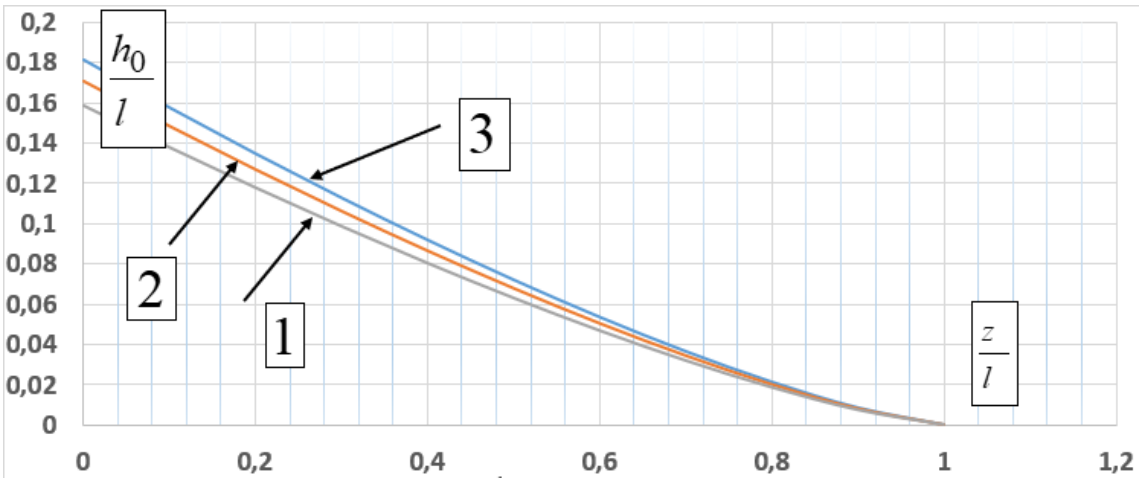


Рисунок 3.2. Зміна оптимальної висоти консольної балки l=10 при обмеженнях за прогинами: Графік 1- Δ_n/l=1/400; Графік 2- Δ_n/l=1/500; Графік 3- =1/600, Товщина стінки в опорному перерізі 0,01 м.

Проведені дослідження зміни оптимальної висоти двотавра консольної сталевої двотаврової балки змінного перерізу в залежності від обмежень за другим граничним станом (рис.3.2). Зміна оптимальної висоти консольної балки досліджена при довжині l=10 при обмеженнях за прогинами: Δ_n/l=1/400; Δ_n/l=1/500; =1/600. Товщина стінки в опорному перерізі прийнята t_w = 0,01 м.

Наступні дослідження проведені для балок із різною висотою стінки. Так як помічено, що при зменшенні вимог обмежень за прогинами (рисунок 3.2) зменшується висота стінки, тому проведені додаткові дослідження в цьому напрямку (рисунок 3.3). Зміна оптимальної висоти консольної сталевої балки досліджена при довжині l=10 при обмеженнях за прогинами Δ_n/l=1/200; t_w = 0,012 м; Δ_n/l=1/300, t_w = 0,014 м; Δ_n/l =1/400, t_w = 0,016 м ; Δ_n/l =1/500; t_w = 0,018 м. Аналіз отриманих результатів вказує на суттєвий вплив обмежень за прогинами на значення оптимальної висоти балки опорного перерізу. Також це доводить, що зменшення висоти стінки балки при зменшенні обмежень за прогинами зберігає ефективність використання таких конструкцій.

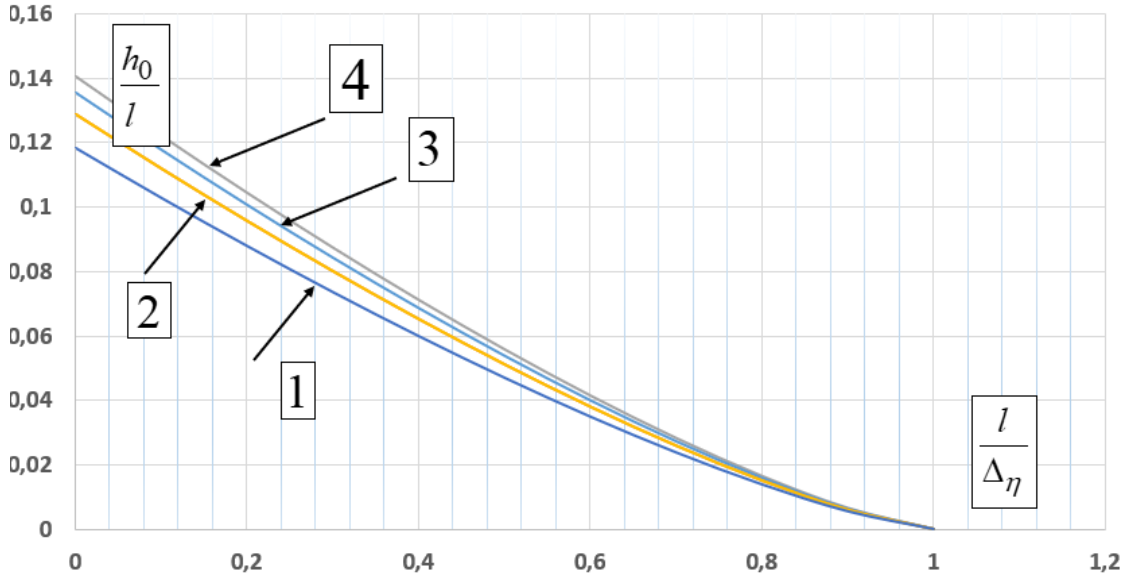


Рисунок 3.3. Зміна відносної оптимальної висоти консольної балки l=10 при обмеженнях за прогинами: Графік 1- Δ_η/l = 1/200; t_w = 0,012 м; Графік 2- Δ_η/l=1/300, t_w = 0,014 м; Графік 3- = 1/400, t_w = 0,016 м Графік 4 - = 1/500; t_w = =0,018 м.

Аналіз рівняння (3.29) оптимальної конструктивної форми сталевого двотавра змінного перерізу за рисунками 3.2 та 3.3 показують, що проєктування раціональна геометрія конструкції максимально наближається до лінійно-змінної за геометричними розмірами конструктивної форми.

Якщо повернутися до значення гнучкості стінки у формулах визначення оптимальної висоти опорного перерізу, тоді маємо такі рівняння визначення оптимальної конструктивної форми.

$$\left(\frac{h_0}{l}\right)^{4/3}(1-\gamma_h\frac{z}{l})^{4/3}=\left(\frac{7}{4}\right)^{1/4}\left(\lambda_w\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{q_b}{El}\frac{1}{\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}\right)^{1/3}(1-\frac{z}{l})^{4/3}.$$

Далі.

$$\left(\frac{h_0}{l}\right)(1-\gamma_h\frac{z}{l})=\left(\frac{7}{4}\right)^{3/16}\left(\lambda_w\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{q_b}{El}\frac{1}{\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}\right)^{1/4}(1-\frac{z}{l}).$$

$$\frac{z}{l}=0\rightarrow\left(\frac{h_0}{l}\right)=\left(\frac{7}{4}\right)^{3/16}\left(\lambda_w\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{q_b}{El}\frac{1}{\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}\right)^{1/4}. \qquad (3.30)$$

Як видно з рівняння (3.30) завдяки лінійному абрису зміни стінки і полиці є можливість перейти до визначення раціональної конструкції із врахуванням технології розкрою листа по прямій лінії. Це дає можливість підвищити ефективність конструкції, і на етапі виробництва зменшити відходи на залишки і відрізки. Фактично формула (3.30) дає значення оптимальної висоти опорного перерізу консольної балки при лінійній закономірності зміні висоти стінки і параболічному законі зміни ширини полиці.

За формулою (3.30) визначається оптимальна висота опорного перерізу, або перерізу, де діє максимальний згинальний момент. Щоб визначити найбільш раціональну конструктивну форму балки змінного перерізу необхідно визначити градієнт змінності перерізу. Тому для уточнення впливу градієнта змінності перерізу проведені додаткові дослідження. Прогин балки визначається за формулою через інтеграл Мора.

$$\Delta_\eta=\frac{q_b l^4}{E\frac{h_0^4}{\lambda_w}\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}\int_0^1\frac{f_{M,z}^m\left(1-\frac{z}{l}\right)}{f_{hz}^3}d\left(\frac{z}{l}\right).$$

$$\frac{\Delta_\eta}{l}=\lambda_w\frac{l^4}{h_0^4}\frac{q_b}{El\left(\frac{1}{2}k_b+\frac{1}{6}\right)}\int_0^1\frac{f_{M,z}^m\left(1-\frac{z}{l}\right)}{f_{hz}^3}d\left(\frac{z}{l}\right) \qquad (3.31)$$

Методика визначення градієнта змінності перерізу зварного двотавра змінного перерізу з урахуванням обмежень за прогинами. Приймається

лінійний закон зміни висоти стінки і параболічний закон змінності перерізу полиць по довжині конструкції при постійній товщини стінки (3.32).

$$\frac{h_z}{l}=\frac{h_0}{l}(1-\gamma_h\frac{z}{l}).\ b_{fz}=b_{f0}(1-\gamma_b\frac{z}{l})^2=(1-\gamma_h\frac{z}{l}).\ t_{wz}=t_{w0}(1-\gamma_h\frac{z}{l}). \quad (3.32)$$

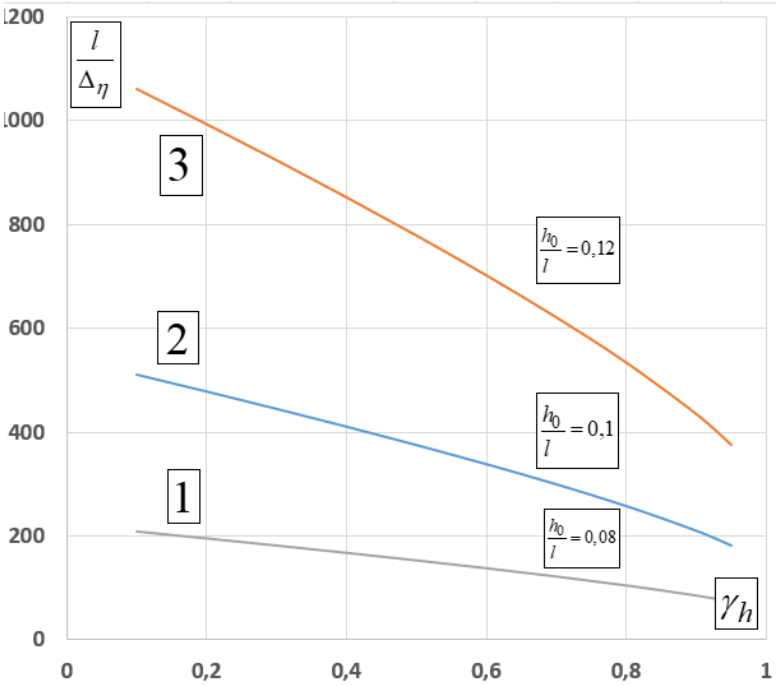


Рисунок. 3.4. Оптимальний вибір відношення градієнта змінності перерізу ($\gamma_h=1-h_n/h_0$ в залежності від обмежень за прогинами. Графік 1: h_0/l=0,08. Графік 2: h_0/l=0,1. Графік 3: h_0/l=0,12.

На рисунках 3.7 та 3.8 представлені результати числових досліджень значень оптимального вибору за прогинами конструктивної форми конічних балок сталевих консольно-защемлених в залежності від градієнта змінності висоти стінки та градієнта змінності перерізу ($\gamma_h=1-h_n/h_0$). Числові значення показні в таблиці 3.2.

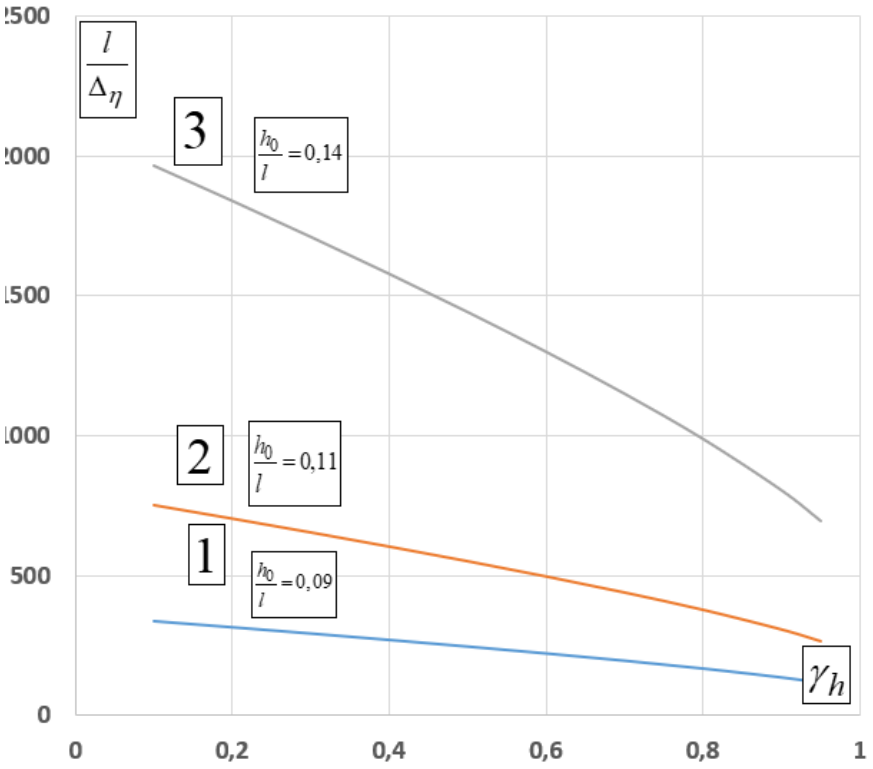


Рисунок. 3.5. Оптимальний вибір відношення градієнта змінності перерізу ($\gamma_h=1-h_n/h_0$) в залежності від обмежень за прогинами. Графік 1: h_0/l=0,09. Графік 2: h_0/l=0,11. Графік 3: h_0/l=0,14.

Числові дослідження мають практичне значення. Так, якщо є обмеження за прогинами Δ_η/l =1/500, то проєктувальник вибирає балку з відносної висотою опорного перерізу до прольоту h_0/l=0,1 та градієнтом змінності висоти перерізу сталевого двотавра $\gamma_h= 1-h_n/h_0$ =0,1 (слабо змінний переріз). Альтернативним рішенням є сталевий двотавр з відносної висотою максимального перерізу до прольоту h_0/l=0,11 та градієнтом змінності висоти перерізу сталевого двотавра $\gamma_h= 1-h_n/h_0$ =0,5.

Аналогічно при обмеженнях за прогинами Δ_η / l =1/400 раціональним конструктивним рішенням є зварний двотавр із змінною висотою стінки h_0/l=0,1 та градієнтом змінності висоти перерізу сталевого двотавра $\gamma_h= 1-h_n/h_0$ =0,4.

Таблиця 3.2. Числові відносні значення прогинів (l /Δ_η) в залежності від градієнта зміни висоти перерізу ($\gamma_h=1-h_n/h_0$), за рівнянням (3.32)

γ_h	$\frac{h_0}{l}$	$\frac{h_0}{l}$	$\frac{h_0}{l}$	$\frac{h_0}{l}$	$\frac{h_0}{l}$	$\frac{h_0}{l}$
	0,08	0,90	0,1	0,11	0,12	0,14
0,10	209,64	335,80	**511,81**	749,34	1061,29	1966,17
0,20	196,22	314,31	479,06	701,39	993,37	1840,34
0,30	182,49	292,31	445,53	652,30	923,85	1711,54
0,40	168,38	269,71	**411,08**	601,87	852,42	1579,21
0,50	153,81	246,37	375,51	**549,78**	778,66	1442,56
0,60	138,64	222,08	338,49	495,58	701,89	1300,33
0,70	122,66	196,48	299,46	**438,44**	620,96	1150,40
0,80	105,42	168,86	257,36	376,80	**533,67**	988,68
0,90	85,83	137,48	209,55	306,80	**434,52**	805,00
0,95	74,16	118,79	181,05	265,08	375,43	**695,53**

Також раціональним конструктивним рішенням є конструкція опорним перерізом $h_0/\ l$=0,11…0,12 та градієнтом змінності висоти перерізу сталевого двотавра в діапазоні $\gamma_h= 1 - h_n/ h_0$=0,7…0,9.

Методика визначення градієнта змінності перерізу зварного двотавра тільки із змінною шириною полиці при постійному перерізі стінки (постійна висота і товщина стінки).

Консольна сталева конструкція виготовлена із двотавра із змінною шириною полиці та змінною висотою стінки, завантажена рівномірно розподіленим навантаженням (3.33). Так як існують технологічні обмеження на виготовлення двотаврових сталевих балок змінного перерізу. Найбільш технологічним є лінійна зміна перерізу полиці при постійній площі стінки (3.33).

$$f_{hz}=const.\ \ f_{bz}=\left(1-\gamma_b\frac{z}{l}\right);\ \ f^m_{M,z}=\left(1-\frac{z}{l}\right)^2. \qquad (3.33)$$

Висоту опорного перерізу приймається із умов забезпечення міцності за оптимальним перерізом (k_{MW}) – оператор переходу до інших значень згинального

моменту, які відрізняються від консольно-защемленої конструкції при рівномірно розподіленому навантаженні.

$$h_0 f_{hz} = \sqrt{\frac{3}{2}\frac{k_{MW} M_{x,z}}{t_w R_y \gamma_c}}. \rightarrow z = 0;\ f_{hz=0} = 1,0 \rightarrow h_0 = \sqrt{\frac{3}{2}\frac{k_{MW} M_{x,z=0}}{t_w R_y \gamma_c}}$$

Відносний прогин консольної балки визначається за інтегралом Мора.

$$\frac{\Delta_\eta}{l} = \frac{k_{MW} q_b l^4}{2El}\int_0^1 \frac{f_{M,z}^m\left(1-\frac{z}{l}\right)}{\left(2t_f b_{f0} f_{bz}\frac{h_0^2}{4}k_b + \frac{t_w h_0^3}{12}\right)} d\left(\frac{z}{l}\right).$$

$$\frac{\Delta_\eta}{l} = \frac{k_{MW} q_b l^4}{2\frac{h_0^3}{2}El}\int_0^1 \frac{f_{M,z}^m\left(1-\frac{z}{l}\right)}{\left(\frac{t_f b_{f0} f_{bz}}{t_w h_0}k_b + \frac{1}{6}\right)} d\left(\frac{z}{l}\right).$$

Так як виконуються умови (3.33) γ_h=0, тоді вірно записати.

$$\frac{\Delta_\eta}{l} = \frac{q_b l^4}{h_0^3 El}\int_0^1 \frac{f_{M,z}^m\left(1-\frac{z}{l}\right)}{\left(\frac{t_f b_{f0} f_{bz}}{t_w h_0}k_b + \frac{1}{6}\right)} d\left(\frac{z}{l}\right).$$

$$f_{bz} = \left(1-\gamma_b\frac{z}{l}\right);\ \ f_{M,z}^m = \left(1-\frac{z}{l}\right)^2.$$

В розгорнутому виді при переході до гнучкості стінки $\lambda_w = h_0/t_w$ приходимо до визначення до інтеграла - I_{Mz}.

$$I_{Mz} = \int_0^1 \frac{\left(1-\frac{z}{l}\right)^3}{\left(\frac{t_f b_{f0}\left(1-\gamma_b\frac{z}{l}\right)}{h_0^2}k_b + \frac{1}{6}\right)} d\left(\frac{z}{l}\right)$$

$$\frac{\Delta_\eta}{l} = \lambda_w \frac{q_b l^4}{h_0^4 El} I_{Mz}. \qquad (3.34)$$

Проведені числові дослідження з метою визначення впливу градієнта змінності ширини полиці на забезпечення другого граничного стану за обмеженнями за максимальними прогинами.

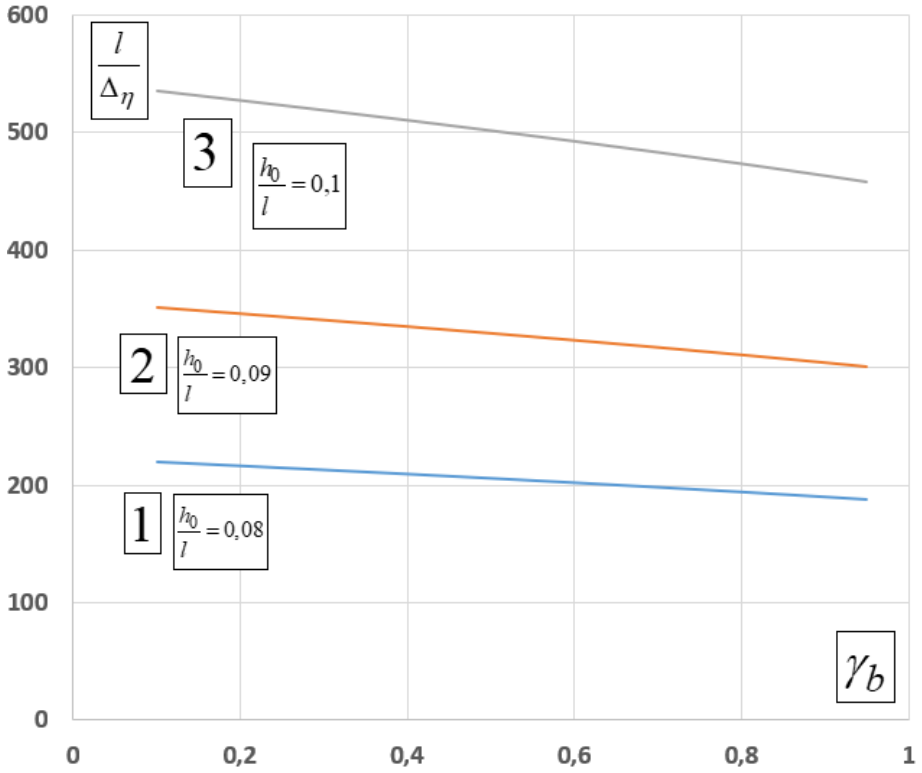


Рисунок. 3.6. Оптимальний вибір відношення градієнта змінності перерізу ($\gamma_b=1 - b_n/ b_0$) в залежності від обмежень за прогинами. Графік 1: h_0/l=0,08. Графік 2: h_0/l=0,09. Графік 3: h_0/l=0,1.

Інтегрування виконувалось за методом трапецій, по довжині конструкція була розділена на 10 ділянок. Результати представлені на рисунках 3.9 та 3.10, а також в таблиці 3.3, та рисунку 3.11. Дослідження проведені в діапазоні зміни градієнта ширини полиці ($\gamma_b=1 - b_n/ b_0$).

Так встановлено (рисунок 3.6), при відношенні висоти стінки сталевого двотавра до прольоту консолі h_0/l = 0,08 може бути забезпечені умови другого граничного стану тільки для відносного прогину $\Delta_\eta/l \leq 1/200$ при геометрії верхньої полиці $\gamma_b=(1 - b_n/ b_0) \leq 0,6$. При збільшенні висоти стінки до h_0/l = 0,09

може бути виконана умова відносного прогину $\Delta_\eta/l \leq 1/300$. А при h_0/l = =0,1 і градієнті зміни ширини полиці $\gamma_b \leq 0{,}4$ консольна конструкція двотаврового перерізу забезпечує другий граничний стан тільки для відносного прогину $\Delta_\eta/l \leq 1/500$, але фактично при $0 \leq \gamma_b \leq 0{,}95$ умови другого граничного стану забезпечують для обмежень $\Delta_\eta/l \leq 1/300$

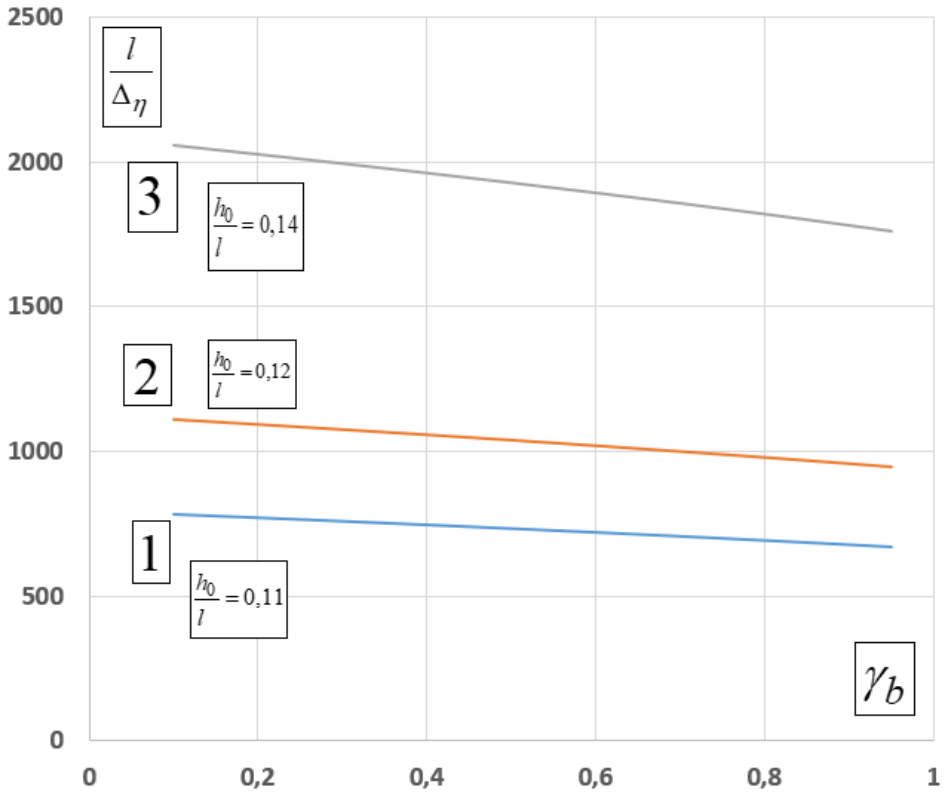


Рисунок. 3.7. Оптимальний вибір відношення градієнта змінності перерізу (γ_b=1 – b_n/b_0) в залежності від обмежень за прогинами. Графік 1: h_0/l=0,11. Графік 2: h_0/l=0,12. Графік 3: h_0/l=0,14.

При збільшенні висоти стінки сталевого зварного двотавра із змінною шириною полиці від $0{,}11 \leq h_0/l \leq 0{,}14$ та $0 \leq \gamma_b \leq 0{,}95$ забезпечуються завжди обмеження умови граничних прогинів: $\Delta_\eta/l \leq 1/500$.

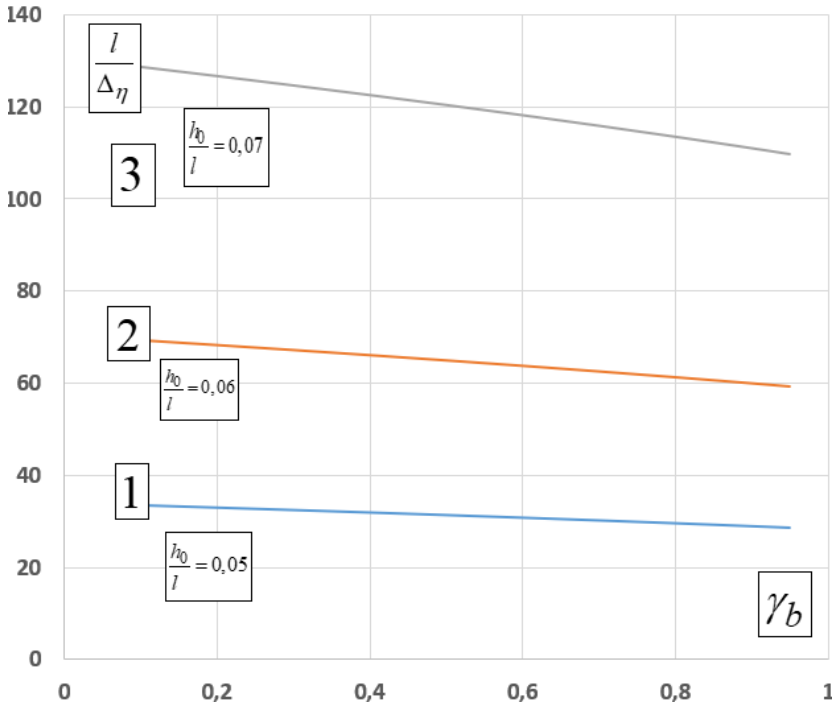


Рисунок. 3.8. Оптимальний вибір відношення градієнта змінності перерізу (γ_b=1 – b_n/ b_0) в залежності від обмежень за прогинами. Графік 1: h_0/l=0,05. Графік 2: h_0/l=0,06. Графік 3: h_0/l=0,07.

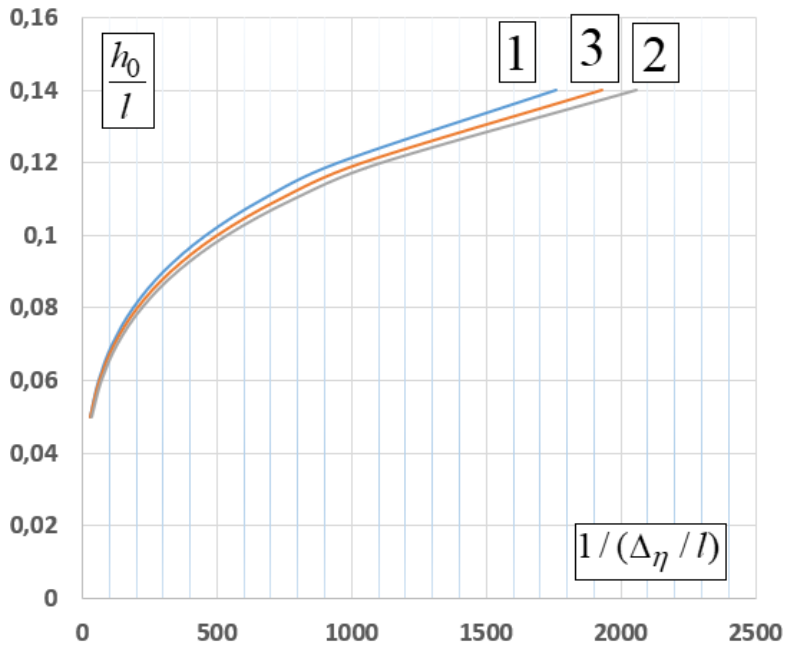


Рисунок 3.9. Зміна відносної висоти сталевого двотавра h_0/l (із змінною шириною полиці в залежності від умов граничний вертикальних прогинів. Графік 1: γ_b=0,95. Графік 2: γ_b=0,1. Графік 3: γ_b=0,5.

Результати числових досліджень зведені у таблицю 3.3.

Таблицю 3.3. Результати числових досліджень раціональної форми полиці зварного сталевого двотавра в залежності від висоти перерізу

γ_h	$\frac{h_0}{l}$	$\frac{h_0}{l}$	$\frac{h_0}{l}$	$\frac{h_0}{l}$	$\frac{h_0}{l}$	$\frac{h_0}{l}$	$\frac{h_0}{l}$	$\frac{h_0}{l}$	$\frac{h_0}{l}$
	0,05	0,06	0,07	0,08	0,90	0,1	0,11	0,12	0,14
0,10	33,49	69,45	128,66	219,49	351,58	535,86	784,56	1111,17	2058,57
0,20	32,98	68,38	126,69	216,12	346,19	527,64	772,52	1094,12	2027,00
0,30	32,45	67,29	124,66	212,67	340,66	519,22	760,19	1076,66	1994,64
0,40	31,91	66,17	122,59	209,13	334,99	510,57	747,53	1058,73	1961,42
0,50	31,35	65,02	120,45	205,49	329,15	501,68	734,50	1040,28	1927,24
0,60	30,78	63,83	118,25	201,73	323,13	492,50	721,07	1021,25	1891,99
0,70	30,19	62,60	115,97	197,84	316,90	483,01	707,17	1001,56	1855,52
0,80	29,57	61,32	113,60	193,80	310,43	473,15	692,74	981,12	1817,65
0,90	28,93	59,99	111,13	189,59	303,69	462,87	677,68	959,80	1778,14
0,95	28,60	59,30	109,85	187,41	300,19	457,54	669,88	948,75	1757,67

За даним таблиці 3.3 побудовано графіки зміни висоти в залежності від жорсткості конструкції (рисунок 3.11). Показано, що при відносні висоті $h_0/l \leq 0{,}8$ відбувається суттєве зниження жорсткості балкової конструкції (ефект хлиста).Таблиця 3.3. Числові відносні значення прогинів (l/Δ_η) в залежності від градієнта зміни висоти перерізу ($\gamma_h = 1 - h_n/h_0$), (3.32).

Розрахунку показують, що сталеві зварні двотаври із постійною висотою перерізу та змінною шириною полиці при градієнті конструктивної форми $0 \leq \gamma_b \leq 0{,}6$ та $h_0/l \geq 0{,}08$ та забезпечують вимоги другого граничного стану.

Методика визначення градієнта змінності перерізу зварного двотавра із змінною стінки за лінійним законом та шириною полиці і при постійній товщині стінки.

Консольна сталева конструкція виготовлена із зварного двотавра із змінною шириною полиці і висотою стінки та завантажена рівномірно розподіленим навантаженням (3.35). Так як існують технологічні обмеження на виготовлення двотаврових сталевих балок змінного перерізу, тому найбільш технологічним є лінійна зміна перерізу полиці і стінки при постійній площі стінки (3.35).

Приймається, що змінюється ширина полиці і висота стінки з однаковим градієнтом змінності перерізу (3.35): $\gamma_h = 1 - h_n / h_0 = \gamma_b = 1 - b_n / b_0$.

$$f_{hz} = \left(1 - \gamma_h \frac{z}{l}\right);\ f_{bz} = \left(1 - \gamma_b \frac{z}{l}\right);\ f_{M,z}^{m} = \left(1 - \frac{z}{l}\right)^2 \tag{3.35}$$

Висоту опорного перерізу приймається із умови забезпечення міцності з урахуванням оптимального співвідношення між площею стінки і площею полиць за (2.38).

$$h_0 = \sqrt{\frac{3n}{\mathrm{m}+n}} \sqrt{\frac{M_{x,0}}{R_y \gamma_c t_{w0}}} = \sqrt{3} \sqrt{\frac{M_{x,0}}{R_y \gamma_c t_{w0}}}$$

$$z = 0;\ f_{hz=0} = 1,0 \rightarrow h_0 = \sqrt{3 \frac{k_{MW} M_{x,z=0}}{t_w R_y \gamma_c}}.$$

Відносний прогин консольної балки визначається за інтегралом Мора.

$$f_{hz} = \left(1 - \gamma_h \frac{z}{l}\right) = f_{bz} = \left(1 - \gamma_b \frac{z}{l}\right);\ f_{M,z}^{m} = \left(1 - \frac{z}{l}\right)^2 \tag{3.36}$$

Висоту опорного перерізу приймаєть із умов забезпечення міцності за оптимальним перерізом, де (k_{MW}) – оператор переходу до інших значень згинального моменту, які відрізняються від консольно-защемленої конструкції при рівномірно розподіленому навантаженні.

Відносний прогин консольної балки визначається за інтегралом Мора.

$$\frac{\Delta_\eta}{l} = \frac{k_{MW} q_b l^4}{2El} \int_0^1 \frac{f_{M,z}^{m} \left(1 - \frac{z}{l}\right)}{\left(2 t_f b_{f0} f_{bz} \frac{h_z^2}{4} k_b + \frac{t_w h_z^3}{12}\right)} d\left(\frac{z}{l}\right).$$

$$\frac{\Delta_\eta}{l}=\frac{k_{MW}q_b l^4}{2t_w\frac{h_0^3}{2}El}\int_0^1\frac{f_{M,z}^m\left(1-\frac{z}{l}\right)}{\left(\frac{t_f b_{f0}f_{bz}f_{hz}^2}{t_w h_0 f_{hz}^3}k_b+\frac{1}{6}\right)}d\left(\frac{z}{l}\right).$$

Так як виконуються умови задачі (3.35) $\gamma_h=\gamma_b$, тоді вірно записати аналітичний запис такий для визначення відносних прогинів консольної балки.

$$f_{bz}=f_{hz}\left(1-\gamma_h\frac{z}{l}\right);\ \ f_{M,z}^m=\left(1-\frac{z}{l}\right)^2.$$

$$h_z^2=h_0^2f_{hz}^2\rightarrow\frac{\Delta_\eta}{l}=\frac{k_{MW}q_b l^4}{t_w h_0^3 El}\int_0^1\frac{f_{M,z}^m\left(1-\frac{z}{l}\right)}{\left(\frac{t_f b_{f0}}{t_w h_0}k_b+\frac{1}{6}\right)}d\left(\frac{z}{l}\right).$$

В розгорнутому виді при переході до гнучкості стінки $\lambda_w=h_0/t_w$ приходимо до визначення до інтеграла - I_{Mz}.

$$\frac{\Delta_\eta}{l}=\lambda_w\frac{k_{MW}q_b l^4}{h_0^4 El}I_{Mz}.\ I_{Mz}=\frac{1}{\left(\frac{t_f b_{f0}}{t_w h_0}k_b+\frac{1}{6}\right)}(-1)\int_0^1\left(1-\frac{z}{l}\right)^3d\left(-\frac{z}{l}\right).$$

$$I_{Mz}=-\frac{1}{4\left(\frac{t_f b_{f0}}{t_w h_0}k_b+\frac{1}{6}\right)}\left(1-\frac{z}{l}\right)^4\Bigg|_0^1=\frac{1}{4\left(\frac{t_f b_{f0}}{t_w h_0}k_b+\frac{1}{6}\right)}.$$

$$\frac{\Delta_\eta}{l}=\frac{l^4}{h_0^4}\frac{\lambda_w}{4\left(\frac{t_f b_{f0}}{t_w h_0}k_b+\frac{1}{6}\right)}\frac{k_{MW}q_b}{El}. \qquad (3.37)$$

Приймаються достатні умови оптимальності: площа стінки дорівнює двом площам стінки: $t_w h_0=2\, t_f b_{f0}$. При таких умовах оптимальності рівняння (3.37) має вид.

$$\frac{t_f b_{f0}}{t_w h_0}=\frac{1}{2}\rightarrow\frac{\Delta_\eta}{l}=\frac{l^4}{h_0^4}\frac{\lambda_w}{\left(\frac{4}{2}k_b+\frac{2}{3}\right)}\frac{q_b}{El}.\quad\frac{\Delta_\eta}{l}=\frac{l^4}{h_0^4}\frac{\lambda_w}{\left(2k_b+\frac{2}{3}\right)}\frac{q_b}{El} \tag{3.38}$$

$$k_b=1{,}0\rightarrow\frac{\Delta_\eta}{l}=\frac{l^4}{h_0^4}\frac{\lambda_w}{\left(2+\frac{2}{3}\right)}\frac{q_b}{El}.\quad\rightarrow\frac{\Delta_\eta}{l}=\frac{3l^4}{8h_0^4}\frac{q_b\lambda_w}{El}.$$

Новим науковим результатом є аналітичні співвідношення (3.38) для визначена раціональної висоти двотавра із змінною висотою стінки і шириною полиці за умовами другого граничного стану - за граничними прогинами. З практичної точки зору необхідно порівняти при який висоті раціональної конструкції умови міцності наближуються до умов граничних прогинів. Умови граничних станів мають вигляд для найбільшого перерізу двотавра.

$$\frac{h_0^4}{l^4}=\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{3\lambda_w}{8}\frac{k_{MW}q_b}{El}\rightarrow\frac{h_0}{l}=\left(\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{3\lambda_w}{8}\frac{k_{MW}q_b}{El}\right)^{1/4} \tag{3.38}$$

Умова міцності прийнята за аналітичним рівнянням (2.49) для сталевих балок з оптимальною топологією.

$$h_0^3=3f_{M,0}\frac{M_{x,0}\lambda_{w,0}}{R_y\gamma_c}\rightarrow f_{M,0}=1{,}0;\;\;M_{x,0}=\frac{k_{M,W}q_b l^2}{2}$$

$$h_0=\sqrt[3]{3f_{M,0}\frac{M_{x,0}\lambda_{w,0}}{R_y\gamma_c}}=\sqrt[3]{\frac{3}{2}k_{M,W}\frac{q_b l^2\lambda_{w,0}}{R_y\gamma_c}}.$$

$$\frac{h_0}{l}=\sqrt[3]{3f_{M,0}\frac{M_{x,0}\lambda_{w,0}}{R_y\gamma_c}}=\sqrt[3]{\frac{3}{2}\lambda_{w,0}k_{M,W}\frac{q_b}{l\;R_y\gamma_c}}. \tag{3.39}$$

Проведені числові дослідження (рисунок 3.10) порівняння раціональної висоти зварного двотавра за умовами (3.38) при однаковій змінності висоти стінки і ширини полиці (3.35) з урахуванням обмежень за прогинами. Вихідним даним прийнято гнучкість стінки λ_w =100, міцність сталі С245, γ_c=1,0, навантаження - q_b=10000 Н/м.

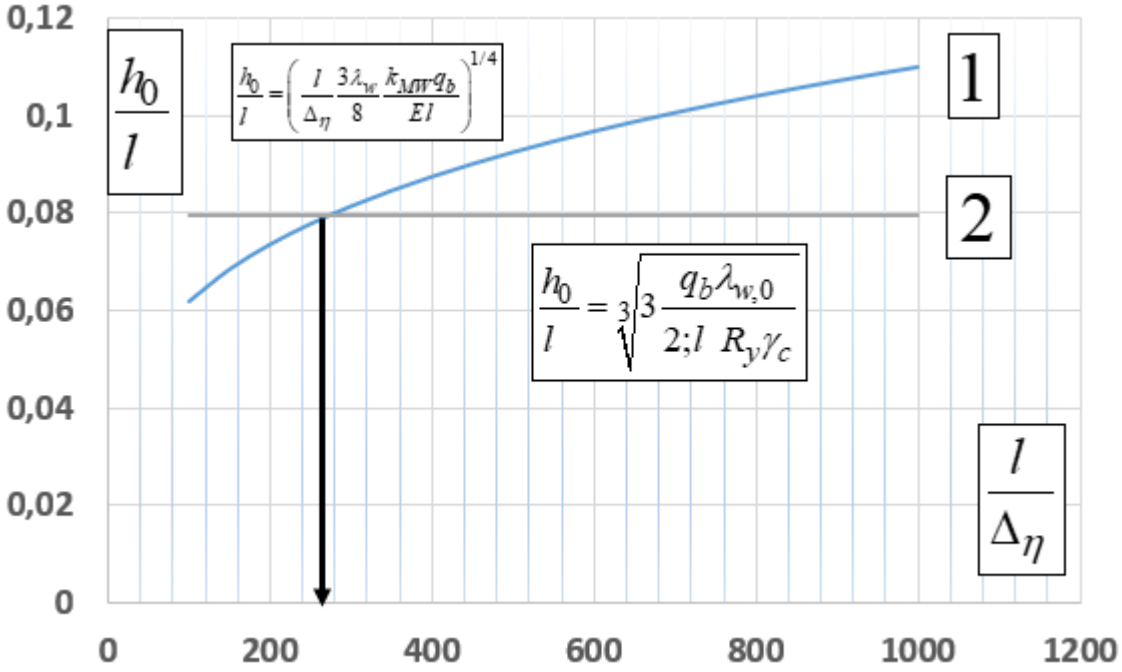


Рисунок 3.10. Зміна відносної висоти сталевого двотавра h_0/l (із змінною шириною полиці та змінною висотою стінки в залежності від умов обмежень вертикальних прогинів ($\gamma_h = \gamma_b$.; $\gamma_h = 1 - h_n / h_0 = \gamma_{hb} = 1 - b_n / b_0$; $t_w h_0 = 2\, t_f b_{f0.}$ Графік 1: умови обмеження за граничними прогинами. Графік 2 : умови міцності

Аналіз отриманих результатів показав: для виконання одночасно умов міцності і забезпечення умов жорсткості конструкції необхідно висоту перерізу приймати за отриманими формулами (3.38; 3.39), враховуючи, що оптимум витрат сталі є пологим. Відмічено, що є діапазон значень оптимальної висоти заварного двотавра із змінним перерізом стінки і полиць при якому оптимальна конструктивна форма двотаврової балки Змінного перерізу за умовами міцності буде і задовольняти і умові за другим граничним станом. Аналітично це пояснюється наступними дослідженнями.

$$\frac{h_0^4}{l^4}=\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{3\lambda_w}{8}\frac{k_{MW}q_b}{El}\rightarrow\frac{h_0}{l}=\left(\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{3\lambda_w}{8}\frac{k_{MW}q_b}{El}\right)^{1/4}.$$

$$\frac{h_0^3}{l^3}=\frac{3}{2}\lambda_{w,0}k_{M,W}\frac{q_b}{l\ R_y\gamma_c}.$$

$$\frac{h_0^2}{l^2}=\frac{3}{4}\frac{k_{MW}q_b\lambda_w}{R_y\gamma_c}\rightarrow\frac{\frac{h_0^4}{l^4}}{\frac{h_0^3}{l^3}}=\frac{h_0}{l}=\frac{\frac{l}{\Delta_\eta}\frac{3\lambda_w}{8}\frac{k_{MW}q_b}{El}}{\frac{3}{2}\lambda_{w,0}k_{M,W}\frac{q_b}{l\ R_y\gamma_c}}=\frac{l}{4\Delta_\eta}\frac{R_y\gamma_c}{E}.$$

$$\frac{h_0}{l}=\frac{l}{4\Delta_\eta}\frac{R_y\gamma_c}{E}. \qquad (3.40)$$

Остаточно отримано аналітичний вираз (3.40) мінімальної відносної висоти сталевої двотаврової конструкції із лінійним законом змінності перерізу за яким визначається мінімальна висота опорного перерізу конструкції з урахуванням умов оптимальних витрат сталі і виконання умов обмежень за прогинами.

$$\frac{h_0}{l}\geq\frac{l}{4\Delta_\eta}\frac{R_y\gamma_c}{E}. \qquad (3.41)$$

$$\frac{h_0}{l}\geq\frac{l}{4\Delta_\eta}\frac{R_y\gamma_c}{E}=\frac{300}{4}\frac{240}{2{,}06}10^{-5}=0{,}08737.$$

Виконані числові дослідження аналітичного виразу (3.41). Це рівняння показує взаємозв’язок оптимальної висоти стінки максимального перерізу за умовами міцності та з вимогами другого граничного стану в залежності від класу міцності сталі та обмеженнями за прогинами (рисунок 3.11).

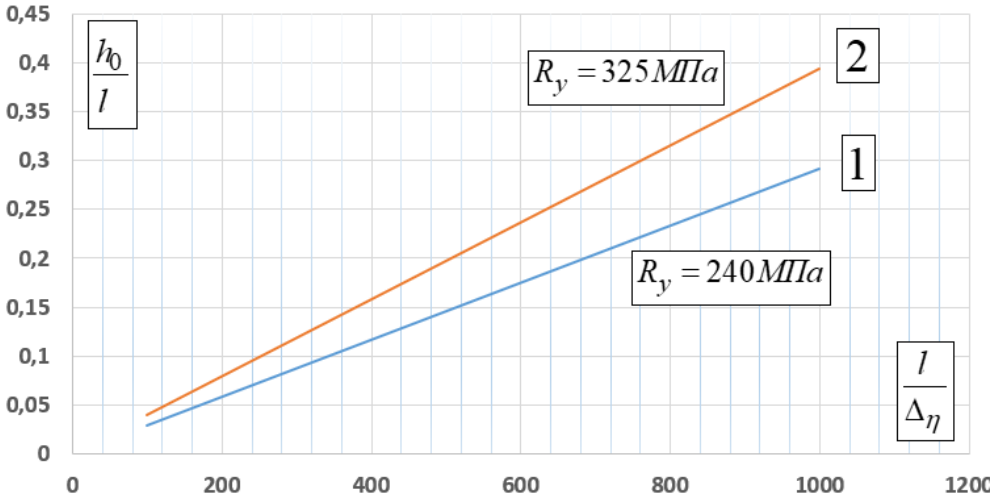


Рисунок 3.11. Взаємозв'язок оптимальної висоти стінки за умовами міцності із вимогами другого граничного стану в залежності від класу міцності сталі та обмежень за прогинами: 1 – клас міцності сталі R_y=240 МПа, 2 - клас міцності R_y=325 МПа

Висновки за розділом 3.

1. За методологічним підходом методу Ейлера -Лагранжа вирішена задача нелінійного програмування з визначення оптимальної конструктивної форми конічного зварного сталевого двотавра із змінною висотою стінки, полиці за умовами мінімальних витрат сталі і виконання вимог другого граничного стану за обмеженнями за прогинами з урахуванням вимог закону оптимальності кожного перерізу: «площі двох полиць дорівнюють площі стінки». Встановлено раціональні значення: ступінь і градієнт змінності стінки і ширини полиць. Отримана аналітична формула для визначення оптимальної висоти перерізу конструкції, де діє максимальний згинальний момент. Проведені числові дослідження та наведені приклади розрахунку оптимальної висоти сталих зварних двотаврів такої конструкції.

Виходячи із технологічних вигід виготовлення зварних двотаврів змінного перерізу за прямолінійним розрізом листа, розроблена методика визначення

градієнта змінності стінки та полиць при лінійні зміні висоти і товщини стінки і параболічною зміною ширини полиці (3.32).

2. Розроблена методика визначення градієнта змінності перерізу зварного двотавра тільки із змінною шириною полиці при постійному перерізі стінки (постійна висота і товщина стінки) (3.33). Так встановлено (рисунок 3.10), при відношенні висоти стінки сталевого двотавра до прольоту консолі $h_0/l = 0{,}08$ може бути забезпечена другий граничний стан тільки для відносного прогину $\Delta_\eta/l \leq 1/200$ при геометрії верхньої полиці $\gamma_b=(1 - b_n/ b_0) \leq 0{,}6$. При збільшенні висоти стінки до $h_0/l = 0{,}09$ може бути виконана умова відносного прогину $\Delta_\eta/l \leq 1/300$. А при $h_0/l = =0{,}1$ і градієнті зміни ширини полиці $\gamma_b \leq 0{,}4$ консольна конструкція двотаврового перерізу забезпечує другий граничний стан тільки для відносного прогину $\Delta_\eta/l \leq 1/500$, але фактично при $0 \leq \gamma_b \leq 0{,}95$ умови другого граничного стану забезпечують для обмежень $\Delta_\eta/l \leq 1/300$. При збільшенні висоти стінки сталевого зварного двотавра із змінною шириною полиці від $0{,}11 \leq h_0/l \leq 0{,}14$ та $0 \leq \gamma_b \leq 0{,}95$ забезпечуються завжди умови вертикальних граничних прогинів $\Delta_\eta/l \leq 1/500$.

Встановлена мінімальна раціональна висота сталевого двотавра $h_0/l \geq 0{,}08$ із змінною тільки шириною полиці при раціональній зміні ширини полиці $0 \leq \gamma_b \leq 0{,}6$

3. Розроблена методика визначення градієнта змінності перерізу зварного двотавра із змінною шириною полиці і стінки за лінійним законом при постійній товщині стінки з урахуванням оптимального за витратами сталі кожного перерізу (площа стінки дорівнює площам полиць) з урахуванням обмежень за прогинами.

Новим науковим результатом стали аналітичні співвідношення (3.38…3.41) для визначена раціональної висоти двотавра із лінійно змінною висотою стінки і шириною полиці по довжині сталевого двотавора за умовами обмежень другого граничного стану максимального (опорного перерізу) - за граничними прогинами полиці.

Показана закономірність впливу на визначення оптимальної висоти максимального перерізу двотаврової конічної конструкції різних класів міцності сталі. Проведені для різних класів міцності сталі і широкого діапазону обмежень за прогинами.

РОЗДІЛ 4. ВПЛИВ ПОВЗДОВЖНЬОЇ СИЛИ НА ПРОЄКТУВАННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ СТАЛЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПОРТАЛЬНИХ РАМ ІЗ ДВОТАВРІВ ІЗ ЗМІННОЮ ВИСОТОЮ СТІНКИ І ШИРИНОЮ ПОЛИЦІ ЗМІННОГО ПЕРЕРІЗУ.

4.1. Раціональна конструкція елемента ригеля портальної рами з урахуванням повздовжньої сили при змінності площі полиці і висоти стінки.

В конструктивних рішеннях маловерхових та інших об'єктів із використання портальних рам із двотаврів змінного перерізу сприймають як згинальний момент і поперечні сили, так і виникає повздовжня сила, в залежності від конструкції рами. Це результат просторової роботи каркасу та від дії силових факторів.

Також в однопрогоневих сталевих балках змінного перерізу повздовжня сила виникає внаслідок конструктивної форми балки. В балках із змінною висотою стінки верхня грань полиці є фомоутворенням покриття. Нейтральна вісь буде розташована в балці змінної висоти під кутом до верхньої грані полиці - кут нахилу верхньої полиці ригеля в кут нейтральної осі будуть різними, і тому виникає додатково скатна складова. Але це використовують і для розвантаження рамних вузлів при конструктивному рішення колон рам. В колонах чим більше кут нахилу до горизонту ти більше наближення до роботи арки, і відповідно зменшується розрахунковий згинальний момент в карнизному вузлі.

Тому оптимальне проектування балок змінного перерізу з урахуванням дії повздовжньої сили актуальна задача наукових досліджень і має практичне значення.

В цьому розділі розглянута раціональне проектування топології елементів портальних рам, які виготовлені із зварних двотаврів із змінною висотою стінки, та при змінній ширині полиці. Стійкість ригеля змінного перерізу в площині рами враховується за результатами робот проф. Білик С.І. [13].

В цьому параграфі розглянутий сталевий ригель рами двотаврового перерізу складений з верхньої та нижньої полиці змінного перерізу, які між собою з'єднані стінкою змінного перерізу. Ригель є конструкцією покриття або перекриття, його стійкість пласкої форми згину забезпечена системою горизонтальних в'язей. Місцева стійкість стінки і полиці теж забезпечена необхідним відношенням товщини полиці до ширини, а ще стійкість забезпечена ребрами жорсткості.

В подальшому всі позначення розмірів прийняті за другим та третім розділами цієї дисертації (h_{w0} – висота сталевої балки є постійна по всій довжині конструкції, ширина полиці металевої балки змінного перерізу $b_{f,z} = b_{f,0}(1 \mp \gamma_b z / l_0)$ –, l_0 – проліт сталевого елемента конструкції. Гнучкість стінки балки змінна по довжині $\lambda_{\omega,z} \approx h_z / t_{\omega,z}$, умовна гнучкість стінки $\bar{\lambda}_{u\omega,z} \geq \bar{\lambda}_{\omega,z} \approx \lambda_{\omega,z}\sqrt{\frac{R_y}{E}}$.

Площа полиць позначена традиційно: $2A_{f,z} = 2b_{f,z}t_f$, а товщини стінки t_w прийнята постійного перерізу по довжині балки. Гнучкість стінки залежить від висоти балки. Для перерізу з максимальною висотою стінки, гнучкість стінки може бути визначена із умов міцності (4.1) та стійкості (приймається, що опорна частина ригеля підсилена ребром жорсткості, або умова стійкості виконується автоматично).

$$\frac{Q_{w,0}}{t_{w,0}h_{w,0}} \leq R_s \rightarrow t_{w,0} = \frac{h_{w,0}}{\lambda_{w,0}} \rightarrow \frac{\lambda_{w,0}Q_{w,0}}{h_{w,0}^2} \leq R_s \rightarrow \frac{h_{w,0}}{\lambda_{w,0}} \geq \frac{Q_{w,0}}{R_s h_{w,0}} \rightarrow \lambda_{w,0} \leq \frac{R_s h_{w,0}^2}{Q_{w,0}}. \qquad (4.1)$$

Площа початкового перерізу, яка сприймає максимальний згинальний момент буде $2A_{f0} + t_{w0}h_0 = A_0$. Приймається лінійна зміна висоти стінки і ширини полиці.

$$h_z = h_0(1 - \gamma_h \frac{z}{l}); \quad z = l \rightarrow h_{z=l} = h_n \rightarrow \gamma_h = (1 - \frac{h_n}{h_0}). \quad A_{f,z} = t_f b_{f,0}(1 \mp \gamma_b \frac{z}{l}). \qquad (4.2)$$

$$b_{f,z} = b_{f,0}(1 \mp \gamma_b \frac{z}{l_b}); \quad \gamma_b = (1 \mp \frac{b_{f,n}}{b_{f,0}}).$$

Момент інерції ($I_{x,z}$) та момент опору площі перерізу $W_{x,z}$ з будь-якою координатою разом з формулами (4.1 та 4.2.) показують залежність розмірів полиць і стінки двотавра від координати перерізу (4.3).

$$I_{x,0}=\left(\frac{A_{f,0}h_0^2}{2}+\frac{t_w h_0^3}{12}\right)=\frac{t_w h_0^3}{2}\left(\frac{A_{f,0}}{t_w h_0}+\frac{1}{6}\right);\qquad W_{x,0}=\frac{2I_{x,0}}{h_{w0}}\approx A_{f,0}h_0+\frac{t_{w,0}h_0^2}{6}=t_w h_0^2\left(\frac{A_{f,0}}{t_w h_0}+\frac{1}{6}\right).$$
$$I_{x,z}=\left(\frac{A_{f,0}h_z^2}{2}+\frac{t_w h_z^3}{12}\right)=\frac{t_w h_z^3}{2}\left(\frac{A_{f,z}}{t_w h_z}+\frac{1}{6}\right);\qquad W_{x,z}=t_w h_z^2\left(\frac{A_{f,z}}{t_w h_z}+\frac{1}{6}\right). \quad (4.3)$$

З урахуванням позначень функції змінності маємо в узагальненому виді

$$h_z=h_0(1-\gamma_h\frac{z}{l})=h_0 f_{hz};\qquad b_{f,0}(1\mp\gamma_b\frac{z}{l})=b_{f,0}f_{bz}.\qquad t_w=\frac{h_0}{\lambda_{w0}}. \quad (4.4)$$
$$I_{x,z}=\frac{\left(h_0 f_{hz}\right)^4}{2\lambda_w f_{hz}}\left(\frac{t_f b_{f,0}\lambda_w}{h_0^2}\frac{f_{bz}}{f_{hz}}+\frac{1}{6}\right);\qquad W_{x,z}=\frac{\left(h_0 f_{hz}\right)^3}{\lambda_w f_{hz}}\left(\frac{t_f b_{f,0}\lambda_w}{h_0^2}\frac{f_{bz}}{f_{hz}}+\frac{1}{6}\right).$$

Формулюється задача мінімізації витрат сталі сталевого елемента рами із змінним двотавровим перерізом, який має максимальний згинальний момент в карнизному вузлі, та мінімальний переріз в точці, яка є нульовою точкою в епюрі згинальних моментів з урахуванням умов обмеження за міцністю і за прогинами. Задача оптимального проєктування сталевих балок змінного перерізу є задача нелінійного математичного програмування (4.5), [1,7,8]. Цільова функція мінімальної маси витрат сталі (4.5) об'єднує всі геометричні параметри перерізу балки, та їх зміну по довжині (4.1…4.4). Задача вирішується з урахуванням дії повздовжньої сили. Так як в рамах відносний ексцентриситет в таких конструкція має достатньо велике значення $m_x=(M_x/N_1)(A/W_x)=15\ldots20$, тому прийнято визначати міцність перерізів балки за такою формулою Тимошенко-Ясинського [13,59,152,153].

$$\frac{M_{x,z}h_z}{2I_{x,z}}+\frac{N_1}{\varphi_{N1}A_z}\le R_y\gamma_c.$$

Запис мінімальної ваги балки на певній описаній ділянці довжиною Δl_1 має запис.

$$\Delta m_{b,z}=2\rho\Delta l_1 b_{f,0}t_f f_{bz}+\rho\Delta l_1\frac{h_0^2}{\lambda_w}f_{hz}\to\min \quad (4.5)$$

$$u_1\left(h_z, t_{w,z}, A_{f,z}\right) = \frac{M_{x,z} h_z}{2 I_{x,z}} + \frac{N_1}{\varphi_{N1} A_z} - R_y \gamma_c = 0.$$

$$u_2\left(h_z, t_{w,z}, A_{w,z}\right) = \frac{Q_z}{t_{w,0} h_z} - R_s \gamma_c = 0.$$

$$A_{f,z} \geq 0. \quad I_{x,z} - I_{x,d} \geq 0.$$

$$t_{w1} = \frac{h_0}{\lambda_w} \rightarrow \left(h_0 f_{hz}\right)^2 \geq \frac{3}{2} \frac{M_{x,z}}{t_{w1} R_y \gamma_c} \; u_s = \frac{h_0^2}{\lambda_{w0}} k_s - \frac{\gamma_n Q_{w,0}}{R_s \gamma_c}.$$

$$2 A_{f,z} = t_{w,1} h_z \; k_{MW} \; k_b$$

$$\frac{Q_{x,z}}{(h_0 f_{hz}) t_{w1}} - R_s \gamma_c = 0 \qquad (4.6)$$

Так як стінка має постійну товщину, то умови міцності (4.6) важливі в перерізі з максимальною висотою, а стійкість стінки на всі ділянці довжиною Δl_1. Всі коефіцієнти надійності за умовами роботи та класу відповідальності за призначенням прийняті $\gamma_c = \gamma_n = 1{,}0$. Прийнятті умови опуклості цільової функції (4.5) яка диференційована двічі. Прийняті також умови плавності зміни сортаменту. Прийнято також, що умова плавної зміни геометричні розмірів сталевої балки можлива технологічно, конструкції може бути фізично виготовлена.

Сформована задача нелінійного математичного програмування (4.6) описується в просторі змінних h_z , A_z , $t_{w,z}$ та обмежувальними функціями у вигляді забезпечення міцності кожного перерізу. Умови нежорсткості - це умови міцності: перша нерівність обмеження за міцністю кожного перерізу при згинанні по довжині балки, друга нерівність обмеження міцності на зріз стінки двотавра кожного перерізу по довжині балки. Прийнято, що обмеження за міцністю за поперечною силою не є активними. Також не активними вважаються обмеження за умовами стійкості стінки і полиць. При постійній товщині стінки на певні ділянці балки довжиною Δl_1 цільова функція витрат сталі буде за (4.5), а рівняння Лагранжа з невизначеним коефіцієнтом λ_{m1} запишиться в традиційному виді (4.6) з урахуванням обмежень за міцністю.

$$t_w = const \rightarrow F(\lambda_{mi}, A_{f,z}, h_0, t_{w,zk}) = \Delta m_{b,z} + \lambda_{m1} u_1\left(h_z, t_f, A_{f,z}\right). \qquad (4.6)$$

$$F(\lambda_{m1}, A_{f,zk}, h_0) = 2\rho\Delta l_1 b_{f,0} t_f f_{bz} + \rho\Delta l_1 \frac{h_0^2}{\lambda_{w1}} f_{hz} + \lambda_{m1}\left(\frac{M_{x,z}}{A_{f,z}h_z + \frac{t_{w1}h_z^2}{6}} + \frac{N_1}{\varphi_{N1}A_z} - R_y\gamma_c \right)$$

Через товщину стінки площа перерізу і момент інерції площі перерізу і момент опору сталевого двотавра набувають вигляду.

.

$$t_{w1} = const \rightarrow A_{f,z}h_z + \frac{t_{w1}h_z^2}{6} = \left(t_f b_{f,0} f_{bz} \left(h_0 f_{hz} \right) + \frac{t_{w1}h_z^2}{6} \right). \tag{4.7}$$

$$W_{x,z} = \frac{2I_{x,z}}{h_z} = 4\frac{A_{f,z}h_z}{4} + 2\frac{t_{w1}h_z^3}{12} = A_{f,z}h_z + \frac{t_{w1}h_z^2}{6} = \left(t_f b_{f,0} f_{bz} \left(h_0 f_{hz} \right) + \frac{t_{w1}h_z^2}{6} \right).$$

$$A_z = \left(2t_f b_{f,0} f_{bz} + h_0 t_{w1} \right) = \left(h_0 f_{hz} \right)\left(2\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{\left(h_0 f_{hz} \right)} + 1 \right).$$

Система рівнянь Лагранжа за умовою вибору оптимального рішення і мінімізації функції (4.6) дозволяє отримати необхідні і достатні умови рішення задачі.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F(\lambda_{m1}, A_{f,zk}, h_{zk})}{\partial\left(b_{f,0} f_{bz} \right)} = 0 \\ \dfrac{\partial F(\lambda_{m1}, A_{f,zk}, h_z)}{\partial\left(h_0 f_{hz} \right)} = 0 \\ \dfrac{\partial F(\lambda_{m1}, A_{f,zk}, h_z)}{\partial \lambda_{m1}} = 0 \end{cases} \tag{4.8}$$

Виконання диференціювання першого рівняння по площі полиці дає рівняння для знаходження у загальному виді коефіцієнт λ_{m1}.

$$\frac{\partial F(\lambda_{m1}, \lambda_{m2}, A_{f,zk}, h_{zk})}{\partial\left(b_{f,0} f_{bz} \right)} = 2\rho\Delta l_1 t_f - \lambda_{m1}\left\{ \frac{M_{x,z}\left[t_f \left(h_0 f_{hz} \right) \right] + }{\left(t_f b_{f,0} f_{bz} \left(h_0 f_{hz} \right) + \frac{t_{w1}\left(h_0 f_{hz} \right)^2}{6} \right)^2} + \frac{2t_f N_1}{\varphi_{N1}\left[\left(2t_f b_{f,0} f_{bz} + \left(h_0 f_{hz} \right) t_{w1} \right) \right]^2} \right\} = 0$$

$$\lambda_{m1} = \frac{2\rho\Delta l_1 t_f}{\left\{ \dfrac{M_{x,z}\left[t_f \left(h_0 f_{hz} \right) \right] + }{\left(t_f b_{f,0} f_{bz} \left(h_0 f_{hz} \right) + \frac{t_{w1}\left(h_0 f_{hz} \right)^2}{6} \right)^2} + \dfrac{2t_f N_1}{\varphi_{N1}\left[\left(2t_f b_{f,0} f_{bz} + \left(h_0 f_{hz} \right) t_{w1} \right) \right]^2} \right\}}. \tag{4.9}$$

За умовою міцності (4.5), або диференціюванням третього рівняння системи (4.8) вірно співвідношення між напруженнями від згинального моменту та повздовжньої сили і розрахунковим опором сталі.

$$\frac{\partial F(\lambda_{m1},\lambda_{m2},A_{f,zk},h_z)}{\partial \lambda_{m1}}=\left(\frac{M_{x,z}}{t_f b_{f,0} f_{bz}\left(h_0 f_{hz}\right)+\frac{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)^2}{6}}+\frac{N_1}{\varphi_{N1}\left(2t_f b_{f,0} f_{bz}+t_{w1} h_0 f_{hz}\right)}-R_y\gamma_c\right)=0.$$

$$\frac{N_1}{\varphi_{N1}\left(2t_f b_{f,0} f_{bz}+t_{w1} h_0 f_{hz}\right)}=R_y\gamma_c-\frac{M_{x,z}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)^2\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right]}.$$

$$\frac{N_1}{\varphi_{N1}\left(2t_f b_{f,0} f_{bz}+t_{w1} h_0 f_{hz}\right)}=\frac{t_{w1}R_y\gamma_c\left(h_0 f_{hz}\right)^2\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right]-M_{x,z}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)^2\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right]}. \qquad (4.10)$$

Підстановка у формулу (4.9) співвідношення напружень від повздовжньої сили (4.10) приводить до аналітичних формул визначення коефіцієнта λ_{m1} через згинальний момент та міцність сталі.

$$\lambda_{m1}=\frac{2\rho\Delta l_1}{\left\{\frac{M_{x,z}}{t_{w1}^2\left(h_0 f_{hz}\right)^3\left(\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right)^2}+\frac{2N_1}{\varphi_{N1}t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)\left[\frac{2t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+1\right]t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)\left[\frac{2t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+1\right]}\right\}}.$$

$$\lambda_{m1}=\frac{2\rho\Delta l_1}{\left\{\frac{M_{x,z}}{t_{w1}^2\left(h_0 f_{hz}\right)^3\left(\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right)^2}+2\frac{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)^2 R_y\gamma_c\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right]-M_{x,z}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)^2\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right]t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)\left[\frac{2t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+1\right]}\right\}}.$$

Остаточно аналітична формула визначення коефіцієнта λ_{m1} буде мати запис.

$$\lambda_{m1}=\frac{2\rho\Delta l_1}{\left\{\frac{M_{x,z}\left[\frac{2t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+1\right]+2t_{w1}R_y\gamma_c\left(h_0 f_{hz}\right)^2\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right]^2-M_{x,z}\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right]}{t_{w1}^2\left(h_0 f_{hz}\right)^3\left(\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right)^2\left[\frac{2t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+1\right]}\right\}}.$$

$$\lambda_{m1}=\frac{2\rho\Delta l_1}{\left\{\dfrac{M_{x,z}\left[\dfrac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\dfrac{5}{6}\right]+2t_{w1}R_y\gamma_c\left(h_0 f_{hz}\right)^2\left[\dfrac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\dfrac{1}{6}\right]^2}{t_{w1}^2\left(h_0 f_{hz}\right)^3\left(\dfrac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\dfrac{1}{6}\right)^2\left[\dfrac{2t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+1\right]}\right\}}. \tag{4.11}$$

Друге рівняння системи (4.8) після диференціювання дає узагальнене співвідношення між цільовою функцією і значеннями за обмеженнями міцності.

$$\rho\Delta l_1 t_{w1}-\lambda_{m1}\left\{\frac{M_{x,z}\left[t_f b_{f,0} f_{bz}+2\dfrac{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}{6}\right]}{\left(t_f b_{f,0} f_{bz}\left(h_0 f_{hz}\right)+\dfrac{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)^2}{6}\right)^2}+\frac{N_1 t_{w1}}{\varphi_{N1}\left[\left(2t_f b_{f,0} f_{bz}+\left(h_0 f_{hz}\right)t_{w1}\right)\right]^2}\right\}=0.$$

$$\rho\Delta l_1-\lambda_{m1}\left\{\frac{\left(h_0 f_{hz}\right)M_{x,z}\left[\dfrac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\dfrac{1}{3}\right]}{t_{w1}^2\left(h_0 f_{hz}\right)^4\left(\dfrac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\dfrac{1}{6}\right)^2}+\frac{N_1}{\varphi_{N1}t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)\left[\dfrac{2t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+1\right]^2}\right\}=0.$$

Разом із результатом (4.10) (4.11) можна отримати достатні умови оптимального проєктування за умовами Каруша-Куна-Такера, якщо виконується рівність умов міцності.

$$\frac{N_1}{\varphi_{N1}t_{w1}h_0 f_{hz}\left(\dfrac{2t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+1\right)}=\frac{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)^2\left[\dfrac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\dfrac{1}{6}\right]R_y\gamma_c-M_{x,z}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)^2\left[\dfrac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\dfrac{1}{6}\right]}.$$

$$\rho\Delta l_1-\lambda_{m1}\left\{\frac{\left(h_0 f_{hz}\right)M_{x,z}\left[\dfrac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\dfrac{1}{3}\right]}{t_{w1}^2\left(h_0 f_{hz}\right)^4\left(\dfrac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\dfrac{1}{6}\right)^2}+\frac{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)^2\left[\dfrac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\dfrac{1}{6}\right]R_y\gamma_c-M_{x,z}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)^2\left[\dfrac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\dfrac{1}{6}\right]t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)\left[\dfrac{2t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+1\right]}\right\}=0.$$

Далі виконані відповідні перетворення приведення до загального знаменника алгебраїчного виразу при невизначеному коефіцієнті.

$$\rho\Delta l_1-\lambda_{m1}\left\{\frac{M_{x,z}\left[\dfrac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\dfrac{1}{3}\right]\left[\dfrac{2t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+1\right]+t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)^2\left[\dfrac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\dfrac{1}{6}\right]^2R_y\gamma_c-M_{x,z}\left[\dfrac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\dfrac{1}{6}\right]}{t_{w1}^2\left(h_0 f_{hz}\right)^3\left(\dfrac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\dfrac{1}{6}\right)^2\left[\dfrac{2t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+1\right]}\right\}=0. \tag{4.12}$$

Об’єднання (4.12) і (4.11) дає достатні умови співвідношення площі стінки і полиць для отримання оптимального розподілу сталі по висоті кожного перерізу.

$$1-2\left\{\frac{M_{x,z}\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{3}\right]\left[\frac{2t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+1\right]+t_{w1}R_y\gamma_c\left(h_0 f_{hz}\right)^2\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right]^2-M_{x,z}\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right]}{M_{x,z}\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{5}{6}\right]+2t_{w1}R_y\gamma_c\left(h_0 f_{hz}\right)^2\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right]^2}\right\}=0$$

Або.

$$1-2\left\{\frac{\frac{\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{3}\right]\left[\frac{2t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+1\right]}{\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right]}+t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)^2\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right]\frac{R_y\gamma_c}{M_{x,z}}-1}{\frac{\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{5}{6}\right]}{\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right]}+2\frac{R_y\gamma_c}{M_{x,z}}t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)^2\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right]}\right\}=0. \tag{4.13}$$

Прийнята умова міцності для попередніх розрахунків кожного перерізу в такому виді.

$$t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)^2\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right]\frac{R_y\gamma_c}{M_{x,z}}=1.$$

Заміна в останньому рівнянні приводить до спрощеного запису умов оптимальності балки із зварного двотавра змінного перерізу.

$$1-2\left\{\frac{\frac{\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{3}\right]\left[\frac{2t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+1\right]}{\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right]}+1-1}{\frac{\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{5}{6}\right]}{\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right]}+2}\right\}=0\rightarrow 1-2\left\{\frac{\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{3}\right]\left[\frac{2t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+1\right]}{\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{5}{6}\right]+2\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}+\frac{1}{6}\right]}\right\}=0.$$

$$-4\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}\right]^2+\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}\left(3-\frac{4}{3}-2\right)+1-\frac{2}{3}=0.$$

Таким чином замість (4.12) разом з (4.11) маємо квадратне рівняння відносно відношення площі полиці до площі стінки зварного двотавра симетричного перерізу.

$$4\left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}\right]^2+\frac{1}{3}\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}-\frac{1}{3}=0. \tag{4.14}$$

Рішення отриманого квадратного рівняння (4.14) яке є фактично достатньою умовою оптимальності буде.

$$\begin{aligned}
&\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}=\frac{-1/3\pm\sqrt{1/9+4\times4\times1/3}}{8}=\frac{-\frac{1}{3}\pm\sqrt{\frac{1+16\times3}{9}}}{8}\\
&\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}=\frac{-1\pm\sqrt{49}}{24}=\frac{-1+7}{24}=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}.\\
&t_f b_{f,0} f_{bz}=0,25 t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right).
\end{aligned} \tag{4.15}$$

Отримане вперше співвідношення (4.15) для згинно-стиснутих стрижнів і балок для рамних конструкцій змінного перерізу. Отримана аналітична залежність (4.15) є відношення площі полиці до площі стінки: площа полиці двотавра повинна бути 0,25 від площі стінки, а площа двох полиць повинна дорівнювати половини площі стінки (4.15) .

$$\begin{aligned}
&\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}=0,25.\\
&\frac{2t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)}=0,5.
\end{aligned} \tag{4.16}$$

Отримані нові наукові результати в аналітичні формі показують (4.16), що оптимальні перерізи можна формувати, як для елементів рам із змінною висотою стінки і постійним перерізом полок, так і для рам із зварних двотаврів із змінною висотою перерізу та змінною шириною полиці.

Оптимальна конструктивна форма двотаврових елементів змінного перерізу рам при дії згинального момента і поперечної сили. Отримане оптимальне співвідношення для розподілу сталі між полицями і стінкою зварного двотавра змінного перерізу для елементів рам дозволяє і визначити оптимальну топологію елемента рами (висоту та градієнт змінності перерізу).

Оптимальна висота поточного перерізу буде залежати від функції зміни згинальних моментів. Підставимо умови оптимальності розподілу сталі по висоті двотавра (4.16) в умов міцності за границею текучості.

$$\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)} = 0,25 \to t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)^2 \left[\frac{t_f b_{f,0} f_{bz}}{t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)} + \frac{1}{6}\right] \frac{R_y \gamma_c}{M_{x,z}} = 1. \to t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)^2 \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right] = \frac{M_{x,z}}{R_y \gamma_c}.$$

$$\frac{5}{12} t_{w1}\left(h_0 f_{hz}\right)^2 = \frac{M_{x,z}}{R_y \gamma_c}.$$

Таким чином аналітичний запис зміни висоти стінки сталевого зварного двотавра з оптимальними витратами сталі по висоті кожного перерізу має запис (4.16).

$$\left(h_0 f_{hz}\right) = \sqrt{\frac{12}{5}} \sqrt{\frac{M_{x,z}}{R_y \gamma_c t_{w1}}}. \tag{4.16}$$

Оптимальна висота максимального перерізу сталевого двотавра елемента рами, де діє максимальний згинальний момент буде (4.17).

$$z = 0 \to f_{hz} = 1.0 \to h_0 = \sqrt{\frac{12}{5}} \sqrt{\frac{M_{x,0}}{R_y \gamma_c t_{w1}}}. \tag{4.17}$$

Аналітична формула (4.16) показує, що для елементів рам із змінним перерізом оптимальна висота зварного двотавра буде вище ніж балкового елемента, що співпадає з висновками робіт [121,122].

Остаточно закон зміни перерізу зварних двотаврів по довжині елемента сталевої рами матиме запис, і буде залежати від закономірності дії згинального моменту.

$$f_{hz} = \frac{1}{h_0} \sqrt{\frac{12}{5}} \sqrt{\frac{M_{x,0} f_{Mz}}{R_y \gamma_c t_{w1}}} \to f_{hz} = \sqrt{f_{Mz}} \frac{\sqrt{\frac{12}{5}} \sqrt{\frac{M_{x,0}}{R_y \gamma_c t_{w1}}}}{\sqrt{\frac{12}{5}} \sqrt{\frac{M_{x,0}}{R_y \gamma_c t_{w1}}}}.$$

$$f_{hz} = \sqrt{f_{Mz}}. \tag{4.18}$$

Формула (4.18) також є новим науковим результатом для сталевих колон і ригелів рам із зварних двотаврів змінного перерізу при дії згинального моменту і стискаючої повздовжньої сили.

Але формули (4.15..4.18) прийняті із умови, що напруження від повздовжньої сили по відношенню до напружень від згинальних моментів достатньо незначні, і цими значеннями можна на цьому етапі знехтувати, щоб отримати важливий аналітичний результат.

Для визначення градієнта змінності перерізу необхідно провести числові дослідження, що б уникнути конструкції, в якій найбільші напруження виникають в перерізах, де не діє максимальний згинальний момент.

Для проведення числових досліджень з метою визначення раціонального градієнта змінності перерізу стінки і полиці елемента портальної рами прийнято, що зміна згинального моменту відбувається за лінійним законом.

$$\left(Q_n + P\right)l(1-\frac{z}{l}) + M_{x,\mathrm{n}} = M_{x,z}.\ M_{x,0} \geq M_{x,\mathrm{n}}$$

Напруження визначаються за умовами виконання умов міцності кожного перерізу.

$$\sigma_z = \frac{k_{mz}\left[Q_n l\left(1+\frac{P}{Q_n}\right)(1-\frac{z}{l}) + M_{x,\mathrm{n}}\right]}{h_0^2 t_{w,0}(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})^2\left(\frac{t_f b_{f0}(1\mp\gamma_b\frac{z}{l})}{t_{w,0}h_0(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})}+\frac{1}{6}\right)} \leq R_y\gamma_c. \qquad (4.20)$$

З урахуванням умов оптимальності та рівності градієнта змінності перерізу полиці і стінки за лінійним законом виходячи із міркувань технологічності виготовлення зварних двотаврів змінного перерізу (4.20) вірно (4.20; 4.21).

$$\gamma_b = \gamma_h \rightarrow \sigma_z = \frac{M_{x,0}k_{mz}}{h_0^2 t_{w,0}}\frac{\left[Q_n l\left(1+\frac{P}{Q_n}\right)(1-\frac{z}{l}) + M_{x,\mathrm{n}}\right]}{(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})^2\left(\frac{t_f b_{f0}}{t_{w,0}h_0}+\frac{1}{6}\right)} \leq R_y\gamma_c. \qquad (4.21)$$

$$\frac{t_f b_{f0}(1\mp\gamma_b\frac{z}{l})}{t_{w,0}h_0(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{k_{mz}\left[Q_n l\left(1+\frac{P}{Q_n}\right)(1-\frac{z}{l}) + M_{x,\mathrm{n}}\right]}{t_{w,0}h_0^2(1-\gamma_h\frac{z}{l})^2\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right)} = R_y\gamma_c.$$

Градієнт змінності перерізу підпорядковується закономірності зміни згинального моменту і умов міцності.

$$(1-\gamma_h\frac{z}{l})=\sqrt{\frac{12}{5}\frac{\left[Q_n l\left(1+\frac{P}{Q_n}\right)(1-\frac{z}{l})+M_{x,\mathrm{n}}\right]}{R_y\gamma_c t_{w,0}h_0^2}}. \tag{4.22}$$

$$\gamma_h\frac{z}{l}=1-\sqrt{\frac{12}{5}\frac{k_{mz}\left[Q_n l\left(1+\frac{P}{Q_n}\right)(1-\frac{z}{l})+M_{x,\mathrm{n}}\right]}{R_y\gamma_c t_{w,0}h_0^2}}$$

Оптимальна висота перерізу, де дії максимальний згинальний момент буде.

$$z=0\rightarrow h_0=\sqrt{\frac{12k_{mz}}{5}\frac{\left[Q_n l\left(1+\frac{P}{Q_n}\right)+M_{x,\mathrm{n}}\right]}{t_{w,0}R_y\gamma_c}}. \tag{4.23}$$

При проведенні числових досліджень та вибору найкращого рішення конічних двотаврових балок із лінійною зміною ширини полиці і висоти стінки за критерій раціональності приймається мінімальні витрати сталі при виконання умов міцності в кожному перерізі балки при оптимальному оптимальному опорному перерізі.

Об’єднання отриманих формул (4.21 та 4.23) дає систему рівнянь.

$$\begin{cases}\dfrac{\sigma_z}{R_y\gamma_c}=\dfrac{12}{5}\dfrac{k_{mz}}{h_0^2 t_{w,0}}\dfrac{\left[Q_n l\left(1+\frac{P}{Q_n}\right)(1-\frac{z}{l})+M_{x,\mathrm{n}}\right]}{R_y\gamma_c(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})^2}\le 1. \\ h_0^2=\dfrac{12k_{mz}}{5}\dfrac{\left[Q_n l\left(1+\frac{P}{Q_n}\right)+M_{x,\mathrm{n}}\right]}{t_{w,0}R_y\gamma_c}.\end{cases}.$$

Рішення цієї системи рівнянь через підстановку другого рівняння в перше дає таке рівняння.

$$\frac{\sigma_z}{R_y\gamma_c}=\frac{\left[Q_n l\left(1+\frac{P}{Q_n}\right)(1-\frac{z}{l})+M_{x,\mathrm{n}}\right]}{\left[Q_n l\left(1+\frac{P}{Q_n}\right)+M_{x,\mathrm{n}}\right](1\mp\gamma_h\frac{z}{l})^2}\le 1\rightarrow\frac{\sigma_z}{R_y\gamma_c}=\frac{\left[\left(1+\frac{P}{Q_n}\right)(1-\frac{z}{l})+\frac{M_{x,\mathrm{n}}}{Q_n l}\right]}{\left[\left(1+\frac{P}{Q_n}\right)+\frac{M_{x,\mathrm{n}}}{Q_n l}\right](1\mp\gamma_h\frac{z}{l})^2}\le 1$$

$$\frac{\sigma_z}{R_y\gamma_c}=\frac{\left[\left(1+\frac{P}{Q_n}\right)+\frac{M_{x,\mathrm{n}}}{Q_n l}-\left(1+\frac{P}{Q_n}\right)\frac{z}{l}\right]}{\left[\left(1+\frac{P}{Q_n}\right)+\frac{M_{x,\mathrm{n}}}{Q_n l}\right](1\mp\gamma_h\frac{z}{l})^2}\le 1\rightarrow\frac{1}{(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})^2}\left(1-\frac{\left(1+\frac{P}{Q_n}\right)\frac{z}{l}}{\left(1+\frac{P}{Q_n}\right)+\frac{M_{x,\mathrm{n}}}{Q_n l}}\right)\le 1$$

Перейдемо до значень крайових згинальних моментів, що діють на елементі рами.

$$\frac{M_{x,0}}{Q_n l}=\left(1+\frac{P}{Q_n}\right)+\frac{M_{x,\mathrm{n}}}{Q_n l}\rightarrow\left(1+\frac{P}{Q_n}\right)=\frac{M_{x,0}}{Q_n l}-\frac{M_{x,\mathrm{n}}}{Q_n l}.$$

$$\frac{1}{(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})^2}\left(1-\frac{\left(\frac{M_{x,0}}{Q_n l}-\frac{M_{x,\mathrm{n}}}{Q_n l}\right)\frac{z}{l}}{\frac{M_{x,0}}{Q_n l}}\right)\le 1.$$

Остаточно рівняння виконання вимог міцності для кожного перерізу елемента портальної рами із зварних двотаврів змінного перерізу при постійній поперечні силі буде.

$$\frac{\sigma_z}{R_y\gamma_c}=\frac{1}{(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})^2}\left[1-\left(1-\frac{M_{x,\mathrm{n}}}{M_{x,0}}\right)\frac{z}{l}\right]\le 1 \qquad (4.24)$$

Із умов міцності крайнього перерізу $z=l$, де дії згинальний момент $M_{x,n}$ знаходимо градієнт змінності перерізу.

$$\frac{z}{l}=1\rightarrow\frac{1}{(1\mp\gamma_h)^2}\frac{M_{x,\mathrm{n}}}{M_{x,0}}\rightarrow(1\mp\gamma_h)^2\ge\frac{M_{x,\mathrm{n}}}{M_{x,0}} \qquad (4.25)$$

$$\gamma_h\le 1-\sqrt{\frac{M_{x,\mathrm{n}}}{M_{x,0}}}$$

Умова міцності кожного поточного перерізу оптимальному перерізі, де максимальних згинальний момент (4.28) знаходимо аналітичну залежність умов

міцності кожного перерізу в якому розподіл сталі між стінкою і полицями наближається до оптимального.

$$\sigma_z = \frac{k_{mz}\left[Q_n l\left(1+\frac{P}{Q_n} \right)(1-\frac{z}{l}) + M_{x,\mathrm{n}} \right]}{h_0^2 t_{w,0}(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})^2\left(\frac{t_f b_{f0}(1\mp\gamma_b\frac{z}{l})}{t_{w,0}h_0(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})} + \frac{1}{6} \right)} \le R_y\gamma_c. \tag{4.26}$$

Але між кінцевими згинальними моментами і діючою поперечною силою в окремому розглянутому елементі портальної рами є залежність.

$$\frac{M_{x,0}}{Q_n l} = \left(1+\frac{P}{Q_n} \right) + \frac{M_{x,\mathrm{n}}}{Q_n l} \to Q_n l\left(1+\frac{P}{Q_n} \right) = M_{x,0} - M_{x,\mathrm{n}} \tag{4.27}$$

$$M_{x,\mathrm{z}} = \left(M_{x,0} - M_{x,\mathrm{n}} \right)(1-\frac{z}{l}) + M_{x,\mathrm{n}}.$$

$$M_{x,\mathrm{z}} = M_{x,0} - M_{x,\mathrm{n}} - \left(M_{x,0} - M_{x,\mathrm{n}} \right)\frac{z}{l} + M_{x,\mathrm{n}}.$$

$$M_{x,\mathrm{z}} = Q_n l\left(1+\frac{P}{Q_n} \right)(1-\frac{z}{l}) + M_{x,\mathrm{n}}. \tag{4.28}$$

$$M_{x,\mathrm{z}} = M_{x,0}\left[1-\left(1-\frac{M_{x,\mathrm{n}}}{M_{x,0}} \right)\frac{z}{l} \right].$$

Таким чином умова міцності (4.30) для кожного перерізу при оптимальному розподілу сталі по висоті перерізу , де діє максимальний згинальний момент (4.28) з урахуванням співвідношень (4.31-4.32) набуває запису (поперечна сила постійна по довжині розглянутого елемента портальної рами зі зварного сталевого двотавра змінного перерізу).

$$h_0^2 = \frac{12k_{mz}}{5}\frac{M_{x,0}}{t_{w,0}R_y\gamma_c};\ \ \sigma_z = \frac{k_{mz}M_{x,0}\left[1-\left(1-\frac{M_{x,\mathrm{n}}}{M_{x,0}} \right)\frac{z}{l} \right]}{h_0^2 t_{w,0}(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})^2\left(\frac{t_f b_{f0}(1\mp\gamma_b\frac{z}{l})}{t_{w,0}h_0(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})} + \frac{1}{6} \right)} \le R_y\gamma_c.$$

Закономірність зміни відносних нормальних напружень від дії згинального моменту до міцності сталі за границею текучості описує закономірність зміни напружень по довжині елемента і залежить від геометричних характеристик перерізу і градієнта змінності перерізу

$$\frac{\sigma_z}{R_y\gamma_c}=\frac{5}{12}\frac{1-\left(1-\frac{M_{x,\mathrm{n}}}{M_{x,0}}\right)\frac{z}{l}}{(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})^2\left(\frac{t_f b_{f0}(1\mp\gamma_b\frac{z}{l})}{t_{w,0}h_0(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})}+\frac{1}{6}\right)}\le 1. \tag{4.29}$$

Числові дослідження напружено-деформованого стану елемента сталевої портальної рами при рівності градієнта змінності перерізу полиці і стінки $\gamma_b=\gamma_h=1-h_n/h_0$. Так як для стиснуто-зігнутого елемента оптимальним є розподіл сталі по висоті перерізу: дві площі плиць дорівнюють половини площі стінки, тому замість (4.29) критерієм напружено-деформованого стану буде умова.

$$\frac{t_f b_{f0}}{t_{w,0}h_0}=\frac{1}{4},(1\mp\gamma_b\frac{z}{l})=(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})\rightarrow\frac{\sigma_z}{R_y\gamma_c}=\frac{5}{12}\frac{1-\left(1-\frac{M_{x,\mathrm{n}}}{M_{x,0}}\right)\frac{z}{l}}{(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})^2\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right)}\le 1.$$

$$\frac{\sigma_z}{R_y\gamma_c}=\frac{1-\left(1-\frac{M_{x,\mathrm{n}}}{M_{x,0}}\right)\frac{z}{l}}{(1\mp\gamma_h\frac{z}{l})^2}\le 1. \tag{4.33}$$

За умовою (4.33) проведені числові дослідження з метою встановлення максимального значення градієнта змінності перерізу конічної балки з плавно-лінійними змінними розмірами (рисунки 4.3…4.6).

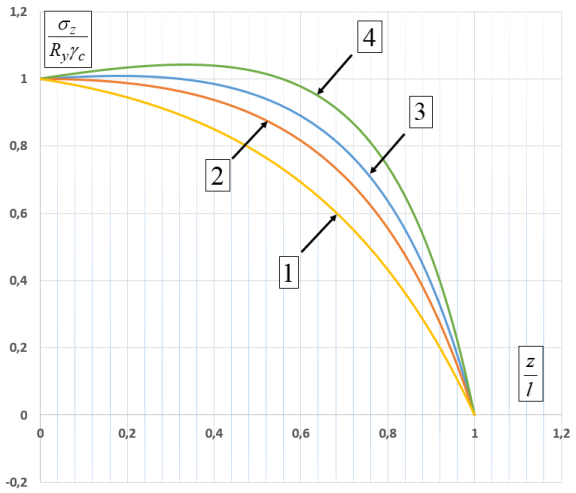


Рисунок 4.1. Відношення поточних напружень до розрахункового опору сталі за границею текучості у зварному сталевому двотаврі симетричного змінного перерізу при $M_{x,n}/M_{x,0}$=0,1 та градієнтах змінності висоти стінки та ширини полиці ($\gamma_b = \gamma_h = 1\text{-}h_n/h_0$): графік 1 - $\gamma_h \leq 0{,}4$; графік 2 - γ_h=0,5; графік 3 - γ_h=0,55; графік 4 - γ_h=0,6.

При відношенні кінцевих згинальними моментами до значення $M_{x,n}/M_{x,0}$=0,1 (рисунок 4.1), оптимальним значенням градієнта зміни перерізу слід вважати $\gamma_h \leq 0{,}5$.

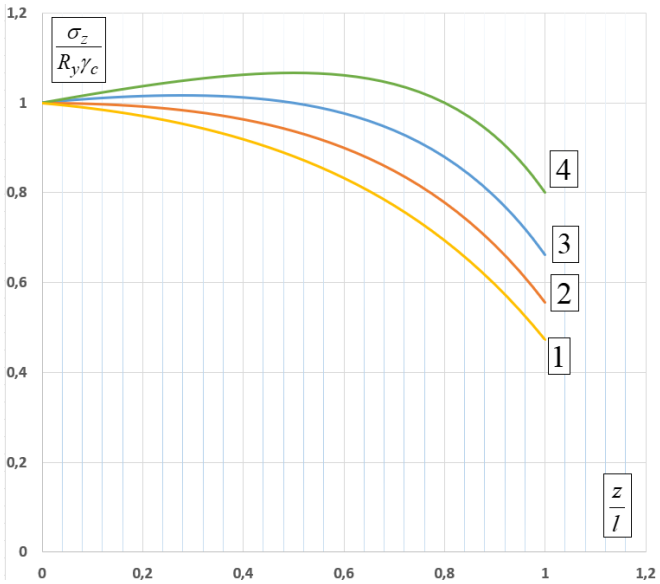


Рисунок 4.2. Відношення поточних напружень до розрахункового опору сталі за границею текучості у зварному сталевому двотаврі при $M_{x,n}/M_{x,0}$=0,2 та градієнтах ($\gamma_b = \gamma_h = 1\text{-}h_n/h_0$) змінності висоти стінки та ширини полиці : графік 1 - $\gamma_h \leq 0{,}35$; графік 2 - γ_h=0,4; графік 3 - γ_h=0,45; графік 4 - γ_h=0,5.

Результати розрахунку показали (рисунок 4.2), що оптимальним градієнтом зміни перерізу при відношенні між згинальними моментами на кінця з балкового елемента із зварного двотавра змінного перерізу $M_{x,n}/M_{x,0}=0,2$ слід вважати $\gamma_h=0,4$. При такій топології у всіх перерізах по довжині консольної двотаврової конічної сталевої конструкції умови міцності будуть виконані.

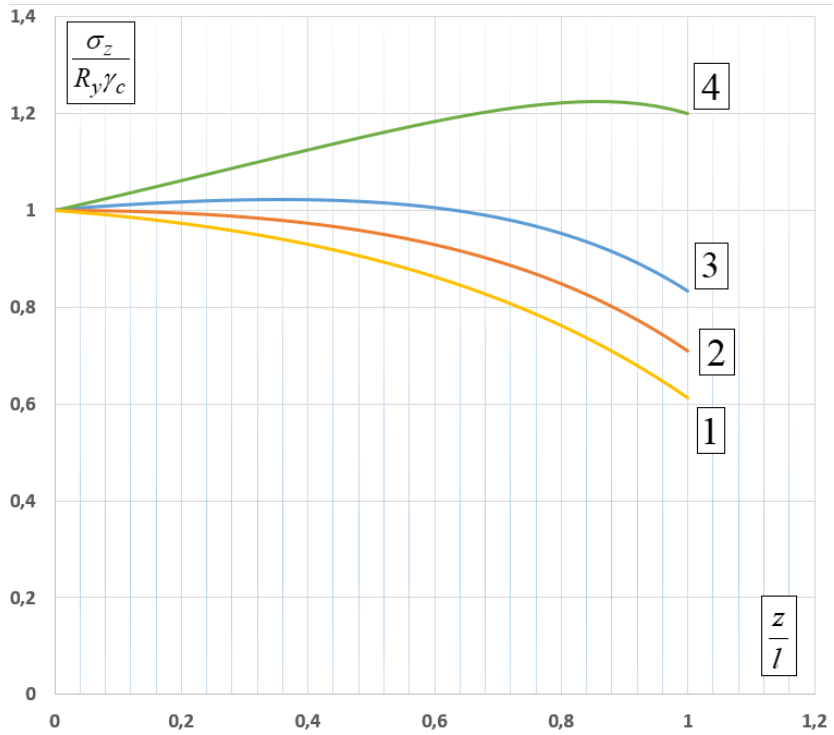


Рисунок 4.3. Відношення поточних напружень до розрахункового опору сталі за границею текучості у зварному сталевому двотаврі симетричного змінного перерізу при $M_{x,n}/M_{x,0}=0,3$ і градієнтах ($\gamma_b=\gamma_h=1-h_n/h_0$): графік 1 - $\gamma_h\leq 0,3$; графік 2 - $\gamma_h=0,35$; графік 3 - $\gamma_h=0,4$; графік 4 - $\gamma_h=0,5$.

При збільшенні відношенні кінцевих згинальними моментами до значення $M_{x,n}/M_{x,0}=0,4$ (рисунок 4.4), оптимальним значенням градієнта зміни перерізу слід вважати $\gamma_h=0,35$.

Таким чином простежується тенденція при зменшенні різниці між кінцевими згинальними моментами на кінці двотавра змінного перерізу градієнт змінності перерізу зменшується. Це означає, що відношення висоті перерізу найменшого перерізу двотавра до висоти перерізу , де діє максимальний згинальний момент збільшується. Інші більші значення градієнта змінності перерізу не відповідають умовам міцності по довжині конструкції. Графіки показують перевищення

напружень по довжині конструкції сталевої балки при більших ніж раціональні градієнти змінності перерізу.

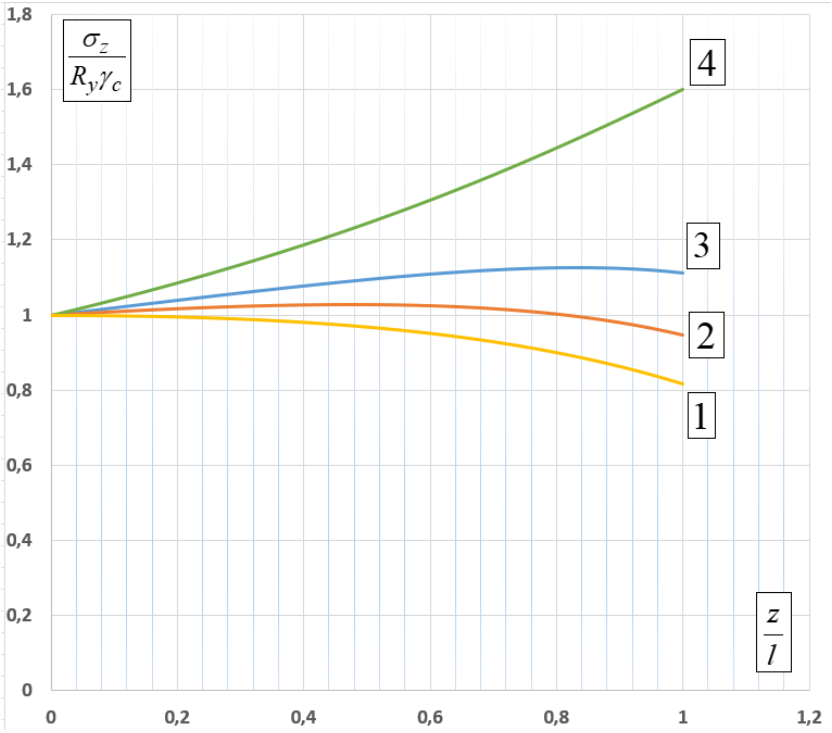


Рисунок 4.4. Відношення поточних напружень до розрахункового опору сталі за границею текучості у зварному сталевому двотаврі симетричного змінного перерізу при $M_{x,n}/M_{x,0}$=0,4 і градієнтах ($\gamma_b = \gamma_h = 1-h_n/h_0$): графік 1 - $\gamma_h \leq 0{,}3$; графік 2 - γ_h=0,35; графік 3 - γ_h=0,4; графік 4 - γ_h=0,5.

Якщо значення $M_{x,n}/M_{x,0}$=0,4 (рисунок 4.4), раціональним значенням градієнта зміни перерізу слід вважати $\gamma_h \leq 0{,}3$.

А при досягненні відношення кінцевих згинальних моментів значення $M_{x,n}/M_{x,0}$=0,5 (рисунок 4.5) градієнта зміни перерізу слід вважати $\gamma_h \leq 0{,}25$.

Таблиця 4.1. Раціональні значення градієнта ($\gamma_b = \gamma_h = 1-h_n/h_0$) змінності елемента ригеля портальної рами

$M_{x,n}/M_{x,0}$	$\gamma_b \leq \gamma_h = 1-h_n/h_0$
0,1	0,5
0,2	0,45
0,3	0,35
0,4	0,3
0,5	0,25

Таким чином, підтверджена закономірність впливу відношення кінцевих згинальних моментів на вибір раціональної топології сталевої балки змінного перерізу: при зменшенні різниці між кінцевими згинальними моментами градієнт змінності перерізу зменшується, а відношення висоти перерізу найменшого перерізу двотавра до висоти перерізу збільшується так як ($\gamma_b = \gamma_h = 1 - h_n / h_0$). В таблиці 4.1 Приведені узагальнені дані отриманих результатів з вибору раціонального значення градієнта змінності елемента ригеля портальної рами.

В параграфі отримані важливі наукові результати результатом, це стало підтвердження, що оптимальна висота сталевого двотавра змінного перерізу, яка визначенні з умов міцності за максимальним згинальним моментом забезпечує раціональну топологію всієї конструкції елемента портальної рами тільки при оптимальному градієнті змінності перерізу (таблиця 4.2). При порушені цих вимог максимальні напруження виникають в перерізі не тільки, де діє максимальний момент, але і в інших перерізах сталевого елемента

Отримані результати достатньо добре співпадають із значеннями отриманими в роботах [13, 14, 121, 122, 137, 138]. А також корелюються із значеннями отриманими для балок із зварних двотаврів змінного перерізу отриманими в 2 розділ даної наукової праці.

4.2. Порівняння отриманих результатів оптимального проєктування елементів портальних рам з іншими дослідженнями оптимального проєктування оптимальних сталевих конструкцій портальних рам.

В передньому параграфі отримані два важливих наукових результати: оптимальний розподіл сталі між полицями і стінкою двотавра для елементів рам визначається відношенням, що дві площі полиці дорівнюють половині площі стінки, а другий це - раціональні значення градієнта змінності полиць і стінки елементів сталевих портальних рам в залежності від співвідношення значень згинальних моментів, що діють на кінцях елемента при постійній поперечні силі.

Таблиця 4.2. **Порівняння результатів оптимального проєктування сталевих елементів портальної рами із двотаврів змінного перерізу за дослідженнями [121,122] з результатами отриманим в дисертаційній роботі.**

h_{w0}	**Висота стінки, м, h_w**	**Товщина стінки, м t_w,**	**Ширина полиці, м b_{w0}**	**Товщина полиці, м t_f**	**Площа стінки, м^2 A_w**	**Площа полиці м^2 A_{fl}**	A_{fl}/A_w	**Умова оптималь-ності перерізу**
	Елемент рами 2 (рисунок4.8), за [1221,122]							
		t_f	b_{w0}	t_w				
$h_{w2,0}$	1,2		0,15	0,01	0,0072	0,0015	0,208	0,25
$h_{w2,n}$	0,8		0,2	0,008	0,004	0,0016	0,400	0,25…0,5
Середнє значеня висоти колони	1	0,0055	0,15	0,01	0,0055	0,0015	0,273	0,25
$h_{w2,n}/ h_{w2,0}$	0,667							
Градієнт γ_{h2}	0,333							
	Елемент рами 3 (рисунок4.8), за [121,128]							
$h_{w3,0}$	1,2000	0,006	0,15	0,01	0,0072	0,0015	0,2083	0,25
$h_{w3,n}$	0,8500	0,006	0,15	0,01	0,0051	0,0015	0,2941	0,25
Середнє значеня висоти елемента ригеля	1,0250	0,006	0,15	0,01	0,00615	0,0015	0,2439	0,25
$h_{w3,n}/ h_{w3,0}$	0,7083							
Градієнт γ_{h3}	0,2917							
	Елемент рами 4 (рисунок4.8), за [121,122]							
$h_{w2,0}$	0,8500	0,01	0,15	0,01	0,0085	0,0015	0,1765	0,25
$h_{w2,n}$	0,3500	0,01	0,15	0,01	0,0035	0,0015	0,4286	0,25…0,5
Середнє значеня висоти елемента ригеля	0,6000	0,01	0,15	0,01	0,006	0,0015	0,2500	0,25
$h_{w2,n}/ h_{w2,0}$	0,4118							
Градієнт γ_h	0,5882							
	Елемент рами 2 (рисунок4.8), за [121,122]							
$h_{w2,0}$	1,0500	0,01	0,15	0,01	0,0105	0,0015	0,1429	0,25
$h_{w2,n}$	0,3500	0,01	0,15	0,01	0,0035	0,0015	0,4286	0,25…0,5
Середнє значеня висоти елемента ригеля	0,7000	0,01	0,15	0,01	0,007	0,0015	0,2143	0,25
$h_{w2,n}/ h_{w2,0}$	0,3333							
Градієнт γ_h	0,6667							

Аналіз результатів досліджень (таблиця 4.1), а саме порівняння з результатами оптимального проєктування елементів портальних сталевих рам із зварних двотаврів із змінною висотою стінки і постійною шириною полиць показав достатнє добре співпадіння зі значеннями оптимального розподілу сталі між відношенням площі полиці і стінки для перерізів з максимальною висотою і для середніх перерізів $A_{fl}/ A_w = 0,2..0,25$.

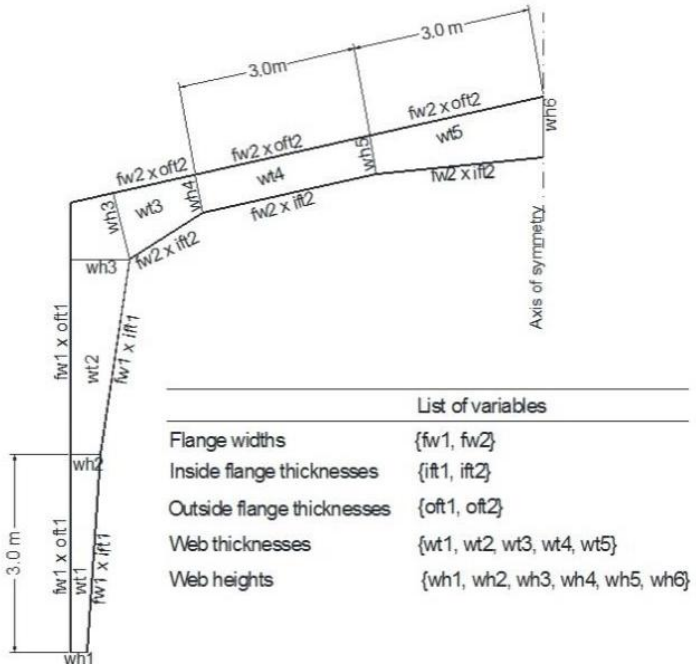


Table 7 Optimal design of three alternative examples using the ECBO algorithm

Case No.	Surface No.	Element type	Element No.	Start web height (m)	Flange width (m)	Inside flange thickness (m)	Web thickness (m)	Outside flange thickness (m)	End web height (m)	Weight (kg)
1	1	Column	1	0.15	0.2	0.008	0.005	0.006	0.8	
			2	0.8	0.2	0.008	0.005	0.006	1.2	
	2	Beam	3	1.2	0.15	0.01	0.006	0.01	0.85	1457.2
			4	0.85	0.15	0.01	0.005	0.01	0.35	
			5	0.35	0.15	0.01	0.005	0.01	1.05	

Рисунок 4.5. Результати оптимального проектування портальних сталевих рам за оптимізаційним алгоритмом [121,122]).

Для всіх перерізів з мінімальною висотою кожного елемента сталевої рами каркасу будівлі відношення площі полиці до площі стінки оптимальним є значення, яке ближче до оптимального розподілу отриманого для балкових елементів A_{fl}/A_w =*0,4..0,5,* яке обгрунтовано в дослідженнях 2 і 3 розділу. Таким чином, отримані результат з оптимального проєктуання сталевих рамних елементів із двотаврів змінного перерізу достовірно можна застосовувати при робочому проектуванні, як початкові вихідні значення для отримання ефективних конструктивних рішень. Оптимальні значення розподілу сталі по висоті перерізу в сталевих двотаврових елементах змінного перерізу елементів портальних рам лежать в діапазоні A_{fl}/A_w =0,2…0,25, а для найменших перерізів сталевих двотаврів елементів рам в діапазоні A_{fl}/A_w =0,4…0,5 ($2A_{fl}/A_w$=0,8..1,0).

Отримані результати достатньо добре співпадають із значеннями отриманими в роботах (таблиця 4.1, [121,122]). А також корелюються із значеннями отриманими для балок із зварних двотаврів змінного перерізу отриманими і в 2 розділ даної наукової праці.

4.3. Результати дослідження раціональної конструктивної форми сталевих двотаврових балок із змінною висотою і шириною полиць із різними градієнтами зміни перерізів по довжині на окремих ділянках.

Ефективне використання зварних двотаврових балок із змінним перерізом дає додатковий раціональний результат за витратами сталі при використанні на різних ділянках елемента змінність висоти перерізу і ширини полиці з різними градієнтами змінності.

Проведені числові дослідження за витратами сталі консольних зварних сталевих двотаврів зі змінною висотою і шириною стінки в узгальненому виді за витратами сталі із використанням на різних ділянках елемента різні градієнти змінності перерізу. В онову досліджень покладені результати отримані у 2 розділі дисертації.

Аналіз напружено-деформованого стану виконувався за відношенням значень дійсних напружень до розрахункового опору сталі за границею текучості.

$$\frac{\sigma_{x,z}}{\sigma_{x,0}}=\left(1-\frac{z^2}{l^2}\right)\frac{k_{MW}\left(k_{Awf}+\frac{1}{6}\right)}{f_{hz}^2\left(k_{Awf}\frac{f_{bz}}{f_{hz}}+\frac{1}{6}\right)}.$$

$$\frac{t_f b_{f,0}}{t_w h_0}=0,5;\;\; k_{Awf}\frac{f_{bz}}{f_{hz}}+\frac{1}{6}=0,6667.\;\; h_0=\sqrt{\frac{3}{2}\frac{M_{x,0}}{R_y\gamma_c t_w}}.$$

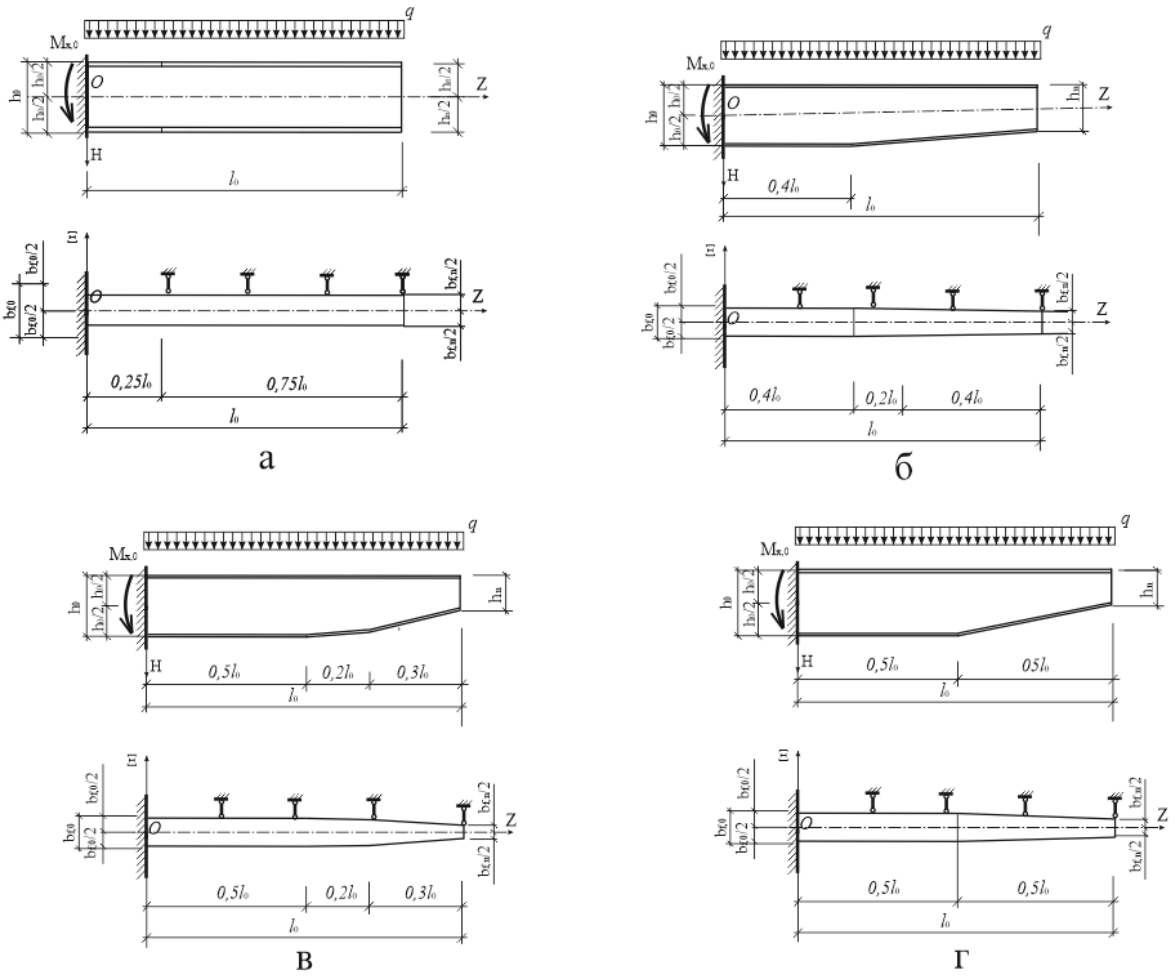


Рисунок 4.6. Варіанти схем раціональних конструкцій сталевих зварних двотаврових балок із постійним та змінним перерізом: а) балка із постійного перерізу (варіант 1), б) балка з постійним та змінним перерізом (варіант 2), в) балка з постійним та змінним перерізом (варіант 3), г) балка з постійним та змінним перерізом (варіант 4).

Варіанти раціональних конструктивних схем показані на рисунку 4.6 і порівнювались за витратами сталі з балкою постійного перерізу (варіант 1). У всі конструкціях прийнята однаковий опорний переріз. Результати розрахунку із характеристиками змінності перерізу балок наведені у таблиці 4.3. На рисунку 4.11 показані графіки змінності напруженого деформованого стану перерізів різних конструктивних форм зварних двотаврових сталевих балок змінного перерізу.

Таблиці 4.3. **Порівняння відносних витрат сталі різних раціональних конструктивних схем зварних двотаврових та характеристика градієнтів змінності перерізів по довжині елементів.**

Ділянка,	**Варіант 1**	**Варіант 2**	**Варіант 3**	**Варіант 4**
Ділянка 1	$0 \le \frac{z}{l} \le l,$ $\gamma_b = \gamma_h = 0.$	$0 \le \frac{z}{l} \le 0,4$ $\gamma_b = \gamma_h = 0$	$0 \le \frac{z}{l} \le 0,5$ $\gamma_b = \gamma_h = 0$	$0 \le \frac{z}{l} \le 0,5$ $\gamma_b = \gamma_h = 0$
Ділянка 2		$0,4 \le \frac{z}{l} \le 1,0$ $\gamma_b = \gamma_h = 0,2$	$0,5 \le \frac{z}{l} \le 0,7$ $\gamma_b = \gamma_h = 0,27$	$0,7 \le \frac{z}{l} \le 1,0$ $\gamma_b = \gamma_h = 0,25$
Ділянка 3			$0,7 \le \frac{z}{l} \le 1,0$ $\gamma_b = \gamma_h = 0,45$	
Витрати сталі відносні	**1,0**	**0,8816**	**0,8122**	**0,866**

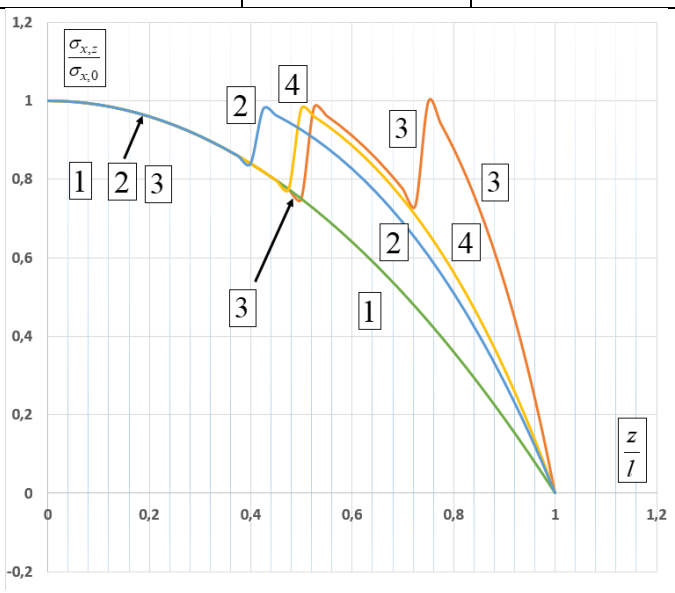


Рисунок 4.7. Графіки змінності напруженого деформованого стану різних конструктивних форм раціональних зварних двотаврових сталевих балок (рис. 4.6, таблиця 4.3): а) варіант 1), б) варіант 2, в) варіант 3, г) варіант 4.

Висновки за розділом 4.

1. В цьому розділі розглянута задача раціонального проєктування елементів портальної рами із зварних двотаврів із змінною висотою стінки, та при змінній ширині полиці. Стійкість ригеля змінного перерізу в площині рами враховується за результатами робот проф. Білик С.І., та конструктивними заходами: розташуванням вертикальних і горизонтальних в'язей. Місцева стійкість стінки і полиці теж забезпечена необхідними відношеннями товщини полиці до ширини, а ще стійкість стінки забезпечена ребрами жорсткості.,

2. Сформульована задача нелінійного математичного програмування (4.5) описується в просторі змінних геометричних характеристик перерізу сталевого елемента із двотавра змінного перерізу: h_z , A_z , $t_{w,z}$ та обмежувальними функціями у вигляді умов забезпечення міцності кожного перерізу. Прийнято, що обмеження за міцністю за дією поперечної сили не є активними, але початкова товщина стінки визначається із умов міцності і стійкості. Також не активними вважаються обмеження за умовами стійкості стінки і полиць. За критерій оптимального проєктування вибрано критерій мінімальних витрат сталі елемента рами довжиною Δl_1 на кінцях якого діють згинальні моменти: $M_{x,n}$, $M_{x,0,}$ ($M_{x,0} > M_{x,n}$). Що дозволяє проектувати елемент рами змінного перерізу. Задача оптимального проєктування вирішується методом невизначених множників Лагранжа, з використанням умов Каруша-Куна-Такера.

Отримана нова аналітична формула для визначення оптимальної висоти перерізу двотавра по довжині балки з урахуванням впливу повздовжньої сили. Отримане нове співвідношення оптимального перерізу розподіл сталі зігнуто-стиснутого елемента рами із сталевого двотавра змінного перерізу: площа двох полиць дорівнює половині площі стінки ($2A_{fl} / A_w \approx 0,5$).

3. Для визначення градієнта змінності перерізу проведені числові дослідження, щоб уникнути топології при якій найбільші напруження виникають в перерізах де не дії максимальний згинальний момент. Встановлено, що існує граничне раціональне значення градієнта ($\gamma_b = \gamma_h = 1 - h_n / h_0$) змінності перерізу сталевого елемента рами змінного перерізу, при якому умови міцності

виконуються для кожного перерізу (таблиця 4.1): для $M_{x,n}/M_{x,0}$=0,1…0,5 відповідне значення γ_h=0,5…0,25. Таким чином, встановлена також нова закономірність впливу відношення кінцевих згинальних моментів на вибір раціональної конструкції сталевої балки змінного перерізу: при збільшенні різниці між значеннями кінцевих згинальних моментів відповідно градієнт змінності перерізу збільшується ($\gamma_b = \gamma_h$=1-h_n/ h_0), а відношення висоти перерізу найменшого перерізу двотавра до висоти максимального перерізу зменшується.

Також важливим результатом, стало підтвердження, що оптимальна висота сталевого двотавра змінного перерізу, яка визначенна з умов міцності за максимальним згинальним моментом забезпечує вихідні умови раціональної конструктивної форми.

Підтверджена достовірність отриманих результатів та достовірність аналітичного підходу до визначення раціональної конструкції за континуальною моделлю елемента зварного двотавра змінного перерізу сталевої портальної рами при дії згинальних моментів і повздовжніх сил. Отримані результати достатньо добре співпадають із значеннями оптимальних конструкцій елементів рам отриманими в роботах інших авторів, що також підтверджує достовірність отриманих результатів. Оптимальному розподілу сталі відповідає відношенням площі полиці і стінки для перерізів з максимальною висотою і для середніх перерізі двотаврових зігнуто-стиснутих елементів змінного перерізу в діапазоні значень $A_{fl} / A_w \approx 0{,}25 (2A_{fl} / A_w \approx 0, 5)$, а для найменших перерізі відповідає відношенням площі полиці і стінки $2A_{fl} / A_w \approx 0, 8…1{,}0.$ Ці характеристики оптимального перерізу корелюються із значеннями отриманими для балок із зварних двотаврів змінного переріз в 2 і 4 розділах цієї наукової праці. Таким чином отримані результати з оптимального проєктування рамних елементів можна застосовувати для оптимального проєктування та перевірки отриманих значень конструктивних рішень за інженерним методом.

4. Проведені числові дослідження і показана можливість отримання ефективних раціональних конструктивних форм сталевих зварних балок із

змінним перерізу з різними градієнтами змінності перерізу на окремих ділянках. Результати виконаних досліджень (таблиця 4.3) показують, що використання сталевих балок із змінним перерізом стінки і полиці дає економію сталі до 12%…19% порівняно з балками постійного перерізу. Економія металу досягається за рахунок додаткової можливості розподілити сталь по довжині балок відповідно до напружено -деформованого стану при оптимальному розподілені сталі по висоті кожного перерізу.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

1. Розглянуто новий клас сталевих балок змінного перерізу зі зварних двотаврів із змінною висотою стінки і ширини полки. Отримана вперше аналітична залежність закономірності зміни висоти балки і ширини полиці оптимальної конструкції двотаврової сталевої балки по її довжині з урахуванням ступеня змінності перерізу. Вирішена задача оптимального нелінійного програмування пошуку оптимальної висоти зварних двотаврів із змінним перерізом за методом невизначених множники Лагранжа з використанням умов Каруша-Куна-Такера. За числовими дослідженнями визначено раціональний градієнт змінності перерізу стінки і ширини полиці сталевої двотаврової балки за вимогами виконання умов міцності в кожному перерізі. Це дало змогу уникнути порушення умов міцності для перерізів, де не діє максимальний згинальний момент. Підтверджена і обґрунтована актуальність наукових досліджень за темою дисертації. Огляд літературних джерел показав, що актуальним є розвиток оптимального проєктування сталевих зварних двотаврів змінного перерізу.

2. Виконані числові дослідження та отримані закономірності чутливості отриманих раціональних конструктивних рішень, щодо схеми навантаження конструкції. Запропонована послідовність та визначено раціональне значення градієнта змінності висоти перерізу і ширини полиць при дії рівномірно-розподіленого навантаження і зосередженої сили. На прикладі консольної балки показано, що при дії рівномірно-розподіленого навантаження і зосередженої сили на вільному кінці балки максимальні напруження виникають не в перерізі, де діє максимальний згинальний момент, а в інших перерізах в залежності від градієнта змінності перерізу стінки і полиці. Таким чином, встановлена ще одна закономірність: при збільшенні впливу дії згинальних моментів від зосереджених сил градієнти змінності ширини полиці і стінки зменшуються і оптимальна конструктивна форма зварного сталевого двотавра стає більш пологою.

3. Отримано закономірність та отримана аналітична формула для визначення оптимальної висоти кожного перерізу конструкції за одночасним виконанням мінімальних витрат сталі, умов міцності та виконання умов другого граничного стану за прогинами. Цей новий науковий результат отриманий за методом Ейлера-Лагранжа за вирішенням задачі нелінійного програмування з визначення оптимальної конструктивної форми зварного сталевого двотавра із змінною висотою стінки та полиці за умовами мінімальних витрат сталі і виконання вимог другого граничного стану (обмеження за прогинами) з урахуванням вимог оптимальності кожного перерізу.

4. Розвинуті теоретичні положення оптимального проєктування елементів сталевих портальних рам із зварних двотаврів із змінною висотою стінки і змінною шириною полиць при врахуванні дії згинальних моментів на кінцях елемента рами та повздовжніх сил. Вирішена здача оптимального проєктування за методом невизначених множників Лагранжа з використанням умов Каруша-Куна-Такера за критерієм мінімальних витрат сталі при дії повздовжньої сили і кінцевих згинальних моментів та постійному значення поперечної сили ($M_{x,n}$, $M_{x,0,}$, $M_{x,0} > M_{x,n}$, $m_{xz}>0,15$). Отримана аналітична формула оптимальної висоти перерізу двотавра по довжині балки з урахуванням впливу повздовжньої сили. Вперше встановлено, що для елементів портальних рам з урахуванням дії згинальних моментів і повздовжніх сил із сталевих двотаврів змінного перерізу оптимальним розподілом сталі по висоті перерізу є закономірність оптимального проєктування перерізів: площа двох полиць дорівнює половині площі стінки.

5. Для визначення раціонального градієнта змінності перерізу проведені числові дослідження, щоб уникнути умови, при якій найбільші напруження виникають в перерізах, де не дії максимальний згинальний момент.

Встановлена також закономірність впливу відношення кінцевих згинальних моментів на вибір раціональної конструктивної форми сталевої балки змінного перерізу: при збільшенні різниці між значеннями кінцевих згинальних моментів відповідно градієнт змінності перерізу збільшується, а значення відношення

висоти перерізу найменшого перерізу сталевого двотавра до висоти максимального перерізу зменшується.

6. Підтверджена достовірність отриманих результатів та створеної фізико-математичної континуальної моделі міцності елемента сталевої портальної рами зварного двотавра змінного перерізу при дії згинальних моментів і повздовжніх сил. Отримані результати достатньо добре співпадають із значеннями оптимальних конструкцій елементів рам отриманими в роботах інших відомих авторів.

7. Результати виконаних досліджень показують, що використання сталевих балок із змінним перерізом стінки і полиці дає економію сталі до 12%…19% порівняно з балками постійного перерізу. Економія металу досягається за рахунок додаткової можливості розподілити сталь по довжині балок відповідно до напружено -деформованого стану при оптимальному розподілені сталі по висоті кожного перерізу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Баженов В.А. Варіаційні принципи і методи будівельної механіки: Підручник. — К.: Каравела, 2012. - 720 с. ISBN 978-966-2229-44-8https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2021/Bazhenov_2012_720.pdf
2. В.А. Баженов, О.І. Гуляр, С.О. Пискунов, С.В. Мицюк, Особливості реалізації моментної схеми скінчених елементів для визначення пружного стану просторових тіл складної форми. // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. збірник. – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 89. – С. 3-24.
3. Балук І. М. Оптимальне проектування реконструкції та підсилення стрижневих металевих конструкцій : автореф. дис. … канд. техн. наук : 05.23.01. Львів, 2016. 22 с.
4. Барабаш М.С. Комп’ютерні технології проектування металевих конструкцій: навч. посіб. / М.С. Барабаш, С.В. Козлов, Д.В. Медведенко. – К. : НАУ, 2012. – 572 с.
5. Барабаш М.С. Основи комп’ютерного моделювання: навч. посіб. / М.С. Барабаш, П.М. Кір’язєв, О.І. Лапенко, М.А. Ромашкіна. – К. : НАУ, 2019. – 500 с.
6. Барабаш М.С., Костира Н.О., Томашевський А.В. Визначення напру-жено-деформованого стану та міцності пошкоджених несучих конструкцій інструментами ПК «ЛІРАСАПР». //Український журнал будівництва та архітектури. Дніпро. – № 1(007). –2022. – С. 7-14. https://doi.org/10.30838/J.BPSACEA.2312.220222 .7.827.
7. Бейко І.В., Зінько П.М., Наконечний О.Г. Задачі, методи і алгоритми оптимізації. Навчальний посібник. — Рівне: Національний університет водного господарства та природокористування (НУВГП), 2011. — 624 с. — ISBN:978-966-327-184-2. https://scholar.google.com.ua/citations?view_op=view_citation&

8. Бейко І. В. Задачі, методи та алгоритми оптимізації: навчальний посібник, 2-ге вид., перероб. / І. В. Бейко, П. М. Зінько, О. Г. Наконечний. — К.: Видавничо-поліграфічний центр Київський університет, 2012. — 799 с.
9. Билык С.И. Стальные колонны с перфорированной стенкой переменной высоты для бескрановых производственных зданий: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук (05.23.01) / Науч. рук. М.М. Жербин; КИСИ, 18 листопада 1987 р. – К., 1987. – 18 с.
10. Білик С.І. Критерій оптимальної форми геометричної схеми рамного каркасу з похилими стояками навколо функціонального об’єму // Прикладна геометрія та інженерна графіка: Міжвід. наук. зб. / МОН України, КНУБА. – К., 2003. – Вип. 73. – С. 169-175.
11. Білик А.С. Визначення оптимальних конструктивних рішень ферм у експертній системі одностадійного оптимального проектування / Зб. наук.праць УНДПІСК ім. В.М.Шимановського. – Київ, вид-во «Сталь», 2009, вип. 4. – С.119-132. http://nbuv.gov.ua/UJRN/ZNPISK_2009_4_16http://nbuv.gov.ua/UJRN/ZNPISK_2009_4_16 .
12. Білик , А. ., & Терновий , М. . (2024). Вибір раціональної висоти сталевих балкових конструкцій з урахуванням коефіцієнта динамічності під час дії епізодичного навантаження. Будівельні конструкції. Теорія і практика, (15), 75–85. https://doi.org/10.32347/2522-4182.15.2024.75-85
13. Білик С. І. Раціональні сталеві каркаси малоенергоємних будівель із двотаврів змінного перерізу : дис. доктора. техн. наук : 05.23.01 /С.І. Білик – Київ, 2008. – 460 с.
14. Білик С. І. Раціональні сталеві каркаси малоенергоємких будівель із двотаврів змінного перерізу : автореф. дис. … д-ра техн. наук : 05.23.01. Київ, 2008. 33 с.

15. Білик С.І. Методика визначення оптимальної висоти сталевої двотаврової балки зі змінним перерізом стінки при розвитку обмежених пластичних деформацій / Зб. наук. праць Українського інституту сталевих конструкцій ім. В.М. Шимановського. К., Сталь, 2012. Вип.9. С.28-33 https://www.urdisc.com.ua/rl/info/9'2012.pdf

16. Білик С. І. Розвиток теорії розрахунку та проектування рамних каркасів змінного двотаврового перерізу з гнучкою стінкою / С. І. Білик, І. О. Скляров // Містобудування та територіальне планування. - 2010. - Вип. 38. - С. 48-56. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/MTP_2010_38_10

17. БІЛИК А. ., БІЛИК, С. ., ГЛІТІН, О. ., & ДЖАНОВ, Л. . (2022). Оптимальна висота сталевих двотаврових балок зі змінною шириною полиць. Будівельні конструкції. Теорія і практика, (12), 42–52. https://doi.org/10.32347/2522-4182.12.2023.42-52

18. Білик А., Нужний В., Джанов Л., Перестюк В. Особливості аналітичного розв'язку задачі про переміщення консольних сталевих балок зі змінною шириною полиць/А. Білик, В.Нужний, Л.Джанов, В. Перестюк // Зб.наук.праць Будівельні конструкції. Теорія і практика. № 7 (2020): – С. 85-92. https://doi.org/10.32347/2522-4182.7.2020.85-92

19. Білик С. І., Юрченко В. В. Оптимізація розміру відгину, що підкріплює полиці, у стержневих елементах конструкцій із холодногнутих профілів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2020. – Вип. 105. – С. 73-86. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.105.73-86.

20. Білик А.С., Джанов Л.В., Терновий М.І. Визначення оптимальної висоти сталевих двотаврів змінного перерізу за методикою множників Лагранжа Просторовий розвиток: Науковий збірник / Головн. ред. О. Шкуратов. – К., КНУБА, 2025. – Р. 282-112. DOI: 10.32347/2786-7269.2025.11.282-297.

21. Білик С. І. Раціональні рамні каркаси постійного та змінного двотаврового перерізу з підвищеною гнучкістю стінки / С. І. Білик, І.О.Скляров // Збірник наукових праць Українського науково-дослідного та проектного інституту сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського. - 2010. - Вип. 5. - С. 199-209. http://nbuv.gov.ua/UJRN/ZNPISK_2010_5_22.

22. Білик С І. Конструктивні коефіцієнти та раціональна висота сталевої коробчастої балки постійного перерізу / С І. Білик, Л. І. Лавриненко // Будівельне виробництво. - 2017. - № 62(1).С. 33-38. http://nbuv.gov.ua/UJRN/buvu_2017_62%281%29__9

23. Бліхарський З.Я. Реконструкція та підсилення будівель та споруд : навч. пос. Львів: «Львівська політехніка», 2008. 108 с.

24. Ватуля Г. Л. Розрахунок і проектування комбінованих та сталебетонних конструкцій : автореф. дис. … д-ра техн. наук : 05.23.01. Харків, 2015. 44 с.

25. Волкова, В. Є. Числове моделювання напружено-деформованого стану балки з гнучкою стінкою [Електронний ресурс] / В. Є. Волкова, А. А. Макарова // Металеві конструкції. - 2011. - Т. 17, № 4. - С. 261-269. - Режим доступу: http://eadnurt.diit.edu.ua:82/jspui/bitstream/123456789/1244/1/Volkova_Makarova_MK.pdf.

26. Волкова, В. Є. Визначення напружено-деформованого стану конструкцій інженерних споруд. Оптимізація конструктивних рішень / В. Є. Волкова, М. С. Олійник // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. - 2011. - Вип. 37. - С. 146-150.

27. Гайдайчук В. В. Параметрична оптимізація колон при різній геометричній формі поперечного перерізу / В. В. Гайдайчук, О. О. Кошевий, О. В. Кошева // Містобудування та територіальне планування. - 2018. - Вип. 66. - С. 78-89. http://nbuv.gov.ua/UJRN/MTP_2018_66_10

28. Гордеєв В.М. Елементарні задачі оптимізації двотавра / Зб. наук. праць Українського науково-дослідного та проектного інституту сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського. К., Сталь, 2009. Вип.3. С.27-48

29. Глітін О. Б. Оптимізація поперечних рам каркасів з елементами змінної жорсткості. Дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук (05.23.01) / Наук. керівник. В.О. Пермяков; КНУБА, 21 березня 2008 р. – К., 2007. – 178 с.

30. Гілодо О.Ю. Металеві конструкції у питаннях та відповідях. Видавництво Астропрінт, Одеса 2019 р. - 120 с.

31. О.Ю. Гілодо, А.І. Бобилєва. Оптимізація проектних рішень металоконструкцій причальної галереї. Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури : зб. наук. пр..- Одеса, вип 66., 2017. - С. 22-27.

32. Гоголь М. В. Регулювання напружено-деформованого стану комбінованих сталевих конструкцій : дис. … д-ра техн. наук : 05.23.01. Полтава, 2019. 524 с.

33. Гоголь М. В. Регулювання напружено-деформованого стану комбінованих сталевих конструкцій : автореф. дис. … д-ра техн. наук : 05.23.01. Полтава, 2019. 40 с.

34. Гоголь, М. В. (2018). Регулювання напружень у сталевих комбінованих конструкціях: Монографія. К.: Вид-во «Сталь». 222 с.

35. Демчина Б.Г., Осадчук Т.Ю. Визначення міцності та довговічності скла на основі лінійно-пружної механіки руйнування / Опір матеріалів і теорія споруд: наук.- тех. збірн. – К.: КНУБА, 2018. – Вип. 100. – С. 40-58.

36. Джанов, Л. (2025). Раціональна топологія сталевих консольних балок зі змінною шириною полиць і висотою стінки при обмеженнях по прогину та міцності. Будівельні конструкції. Теорія і практика, (16), 158–170. https://doi.org/10.32347/2522-4182.16.2025.158-170

37. Джанов, Л. (2025) Пружна сталева балка, консольна балка, оптимізація за витратою сталі при обмеженнях по прогину, оптимальні поперечні перерізи двотавра за умовами міцності;, метод Лагранжа

38. *Джанов Л.*(2025). Раціональні сталеві конструкції навісів над трибунами стадіонів із використанням зварних двотаврів із змінною шириною полиці і висоти стінки. *Будівельні конструкції. Теорія і практика,* (17), 211–220 DOI: 10.32347/2522-4182.17.2025.211-220

39. Динник А.Н., Лесков В.Н. Подовжний угин та його застосування в техніці, тех. видав. Харків-Дніпропетровськ, 1932. –164 с.

40. Дробязко Л.Е. Легкі конструкції сільскогосподарських будівель. Киев: Будівельник, 1985. –136 с.

41. Іванченко Г.М., Кошевий О.О., Кошевий О.П. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на квадратному контурі при термосиловому навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 50-65. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.50-65.

42. Кінаш Р. І. Методи нормування тимчасових навантажень та оцінювання надійності будівельних конструкцій за умов неповної інформації: дис. ... д-ра техн. наук. Кінаш Роман Іванович. Київ, 2000. 530 с.

43. Ковальчук С. Б. Механіка деформування композитних брусів з криволінійною плоскою віссю. Дисертація на здобуття наукового ступеня докт. техн. наук: 01.02.04. Полтава-2021.- С-545.

44. Колесніченко С. В. Загальні принципи оцінки ризику експлуатації сталевих конструкцій та визначення їх залишкового ресурсу. /С. В. Колесніченко, Ю. В. Селютін, І. Ю. Черних, К. Б. Мнацаканян/ Scientific Journal «ScienceRise» №11(40)2017, С.37-42. DOI: 10.15587/2313-8416.2017.116444.

45. С. Колесніченко, І. Селютін, Ю. Грицук. Методологічні підходи до створення електронних баз даних безпеки експлуатації будівель. Серія конференцій IOP: Матеріалознавство та …, 2021 IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 1141 012024. https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/1141/1/012024/pdf

46. Костира Н.О., Малишев О.М., Бакуліна В.М. Особливості технічного обстеження та паспортизації прийнятих в експлуатацію об'єктів будівництва. //Machinery & Energetics. Journal of Rural Production Research. 2019. Vol. 10. № 1. P. 165–169. URL: http://dx.doi.org/10.31548/machenergy2019.01. 165

47. Комп'ютерні технології проектування металевих конструкцій. МС Барабаш, СВ Козлов, ДВ Медведенко. К.: НАУ,2012. – 568 с.

48. КОСТИРА, Н. ., & БАКУЛІНА, В. . (2022). ОСОБЛИВОСТІ ТЕХНІЧНОГО ОБСТЕЖЕННЯ ОБ'ЄКТІВ ПРИЛЕГЛИХ ДО ІСНУЮЧОЇ ЗАБУДОВИ. *Будівельні конструкції. Теорія і практика*, (12), 105–114. https://doi.org/10.32347/2522-4182.12.2023.105-114

49. Кошевий О.О., Кошевий О.П., Григор'єва Л.О. Чисельна реалізація багатокритеріальної параметричної оптимізації оболонки мінімальної поверхні на прямокутному контурі при термосиловому навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 309–324. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.108.309–324

50. Лавріненко Л. Області оптимальних параметрів сталевих гофрованих балок / Л. Лавріненко, Д. Олійник // Будівельні конструкції. Теорія і практика. - 2020. - Вип. 7. - С. 45-56. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/budktp_2020_7_7

51. Лавріненко Л.І., Зотіна А.С. Ефективні параметри малоелементних шпренгельних ферм із застосуванням двотаврових елементів з гофрованими стінками. Будівельні конструкції. Теорія і практика. Вип.4 (2019) С.56 – 69. doi.org/10.32347/2522-4182.4. 2019.56-69.

52. Лізунов П.П. Коливання мембранної поверхні космічного відбивача /П.П.Лізунов, А.А.Гром // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2002. – Вип. 71. – С. 146-152

53. Лізунов П.П., Криксунов Е.З., Фесан О.М. Напружено-деформований стан замкнених конічних оболонок при складному обертанні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірник. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 102. – С. 191-198

54. Максим'юк Ю.В., Чулінда Л.І., Корчова Г.Л., Почка К.І. Пріоритетні напрями розвитку інфраструктури міжнародних аеропортів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 301-316. DOI: 10.32347/2410-2547.2022.109.301-316

55. Маневич А.І., Ракша С.В. Двокретеріальна оптимізація тонкостінних балок стержнів відкритого профілю // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук. техн. зб. Вип. 70.-КНУБА.-2002. –С.59-68.

56. Маневич А.І., Ракша С.В. Масленников А. М. Зв'язана втрата стійкості тонкостінних елементів при позацентровму стиску.//Міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові: Праці/За заг. Ред.. В Палаша, Б Кіндрацького. Львів: Штабар.-1996.-С.26-28.

57. Махінько А. В. Надійність елементів металоконструкцій під дією випадкових змінних навантажень: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Махінько Антон Володимирович. Полтава, 2006. 23 с.

58. Махінько А. В. Надійність металевих баштових опор зв'язку: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Махінько Антон Володимирович. Полтава, 2012. 40 с.

59. Металеві конструкції. Нілов О.О., Пермяков В.О., Шимановський О.В., Білик С.І., Лавріненко Л.І., Бєлов І.Д., Володимирський В.О. /Київ: Видавництво «Сталь», 2010 - 869 с.

60. Металеві конструкції. Том 2. Конструкції металевих каркасів промислових будівель./ Білик С.І., Шимановський О.В., Нілов О.О., Лавріненко Л.І., Володимирський В.О./ Камянець -Подільськ.

61. Методи оптимізації: Компьютерний практикум [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 124 «Системний аналіз» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: А.П. Яковлева, І.Я. Спекторський. – Електронні текстові дані (1 файл: 0,49 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 80 с. https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/222e5ba9-a5a6-4f94-acae-77bef6b23df7/content

62. Налепа О.І., Романюк В.В., Романюк Є.В., Мишко С.В.. Експериментальні дослідження малоелементної сталевої ферми покриття з двотавровим верхнім поясом змінної жорсткості прольотом 18 м. // Збірник наукових праць. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Рівне : НУВГП, 2024. Випуск 45. С. 201 – 213. DOI: 10.31713/budres.v0i45.22.

63. Налепа А.И. Стальная стропильная ферма с перфорированным верхним поясом переменной жесткости: дис. на соискание научн. степени канд. техн. наук : спец. 05.23.01. Киев, 1989. 193 с.

64. Немчинов Ю. І. Метод просторових скінчених елементів (з застосуванням до розрахунку будівель та споруд): монографія. Київ: НДІБК, 1995. 386 с.

65. Онищенко О. Г., Пічугін С. Ф., Онищенко В. О., Семко О. В., Стороженко Л. І., Ємельянова І. А., Ландар О. М. Високоефективні технології та комплексні конструкції в будівництві: монографія. Полтава: ПФ «Форміка», 2009. 404 с.

66. Основи комп’ютерного моделювання: навч. посіб. М.С. Барабаш, П.М. Кір’язєв, О.І. Лапенко, М.А. Ромашкіна. К.: НАУ-2019. -225 С.

67. Отрош Ю.А., Ковальов А.І., Рашкевич Н.В., Рудаков С.В. Вогнестійкість вогнезахищених сталевих конструкцій для підвищення рівня пожежної безпеки об’єктів. Problems of Emergency Situations. 2023. № 1(37) Харків: НУЦЗб. Стор 282-292.- http://repositsc.nuczu.edu.ua/bitstream/123456789/18073/1/%D0%9E%D1%82%D1%80%D0%BE%D1%88_20.pdf

68. Савицький М. В. Основи розрахунку надійності залізобетонних конструкцій в агресивних середовищах: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Савицький Микола Васильович. Дніпропетровськ, 1994. 41 с.

69. Савицький М. В., Пшінько П. О., Зінкевич А. М. Особливості забезпечення надійності та оцінки залишкового ресурсу конструкцій мостів в складних умовах експлуатації // Строительство, материаловедение, машиностроение. Серия: Инновационные технологии жизненного цикла объектов жилищно-гражданского, промышленного и транспортного назначения. 2016. № 91. С. 119–124.

70. Семко В.О. Оцінка надійності сталевих балок з дефектами [Текст] : дис... канд. техн. наук: 05.23.01 / Семко Володимир Олександрович ; Полтавський національний технічний ун-т ім. Юрія Кондратюка. - Полтава, 2007. - 203 с.

71. Семко, В.О. Надійність несучих та огороджувальних конструкцій із сталевих холодноформованих тонкостінних профілів [Текст] : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.23.01 / Семко Володимир Олександрович ; Полтав. нац. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка. - Полтава, 2017. - 42 с.

72. Семко О. В., Воскобійник О. П. Керування ризиками при проектуванні та експлуатації сталезалізобетонних конструкцій: монографія. Полтава: ПолтНТУ, 2012. 514 с.

73. Семко О. В. Надійність сталезалізобетонних конструкцій: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Семко Олександр Володимирович. Полтава, 2006. 28 с.

74. Сталеві конструкції. Том 1. Основи розрахунку, елементи конструкцій // Білик С.І., Шимановський О., Лавріненко Л.І., Нілов О.О. - 2024, 384 с.ий: «Друкарня «Рута»,2021. -448 с.

75. Перельмутер А. В., Юрченко В. В. Дослідження області несучої здатності тонкостінних стержневих елементів із холоднокатаних профілів (Load-bearing capacity region analysis of thin-walled structural members from coldformed profiles) // Science and construction. – No 3 (21), 2019. – p. 42 – 48 https://doi.org/10.33644/scienceandconstruction.v 21i3.110.

76. Пермяков В. О., Гоголь М. В. Рекомендації з проектування раціональних металевих несучих конструкцій перекрить та покрить. Львів: Видавництво Національного університету „Львівська політехніка”, 2006. 24 с.

77. Піскунов В. Г., Гриневицький Р. В. Розв'язання задачі коливань балок змінного перерізу методом скінченних різниць. *Проблемы прочности*. 2012. № 1. С. 75-81. URL: http://jnas.nbuv.gov.ua/article/UJRN-0000215424

78. Пискунов С.О, Мицюк С.В., Шкриль О.О. Визначення напружено-деформованого стану тіл обертання із використанням кругового скінченого елемента змінної площі поперечного перерізу Геотехнічна механіка: Міжвідомчий збірник наукових праць/Інститут геотехнічної механіки ім.. МС Полякова НАН України.–Дніпропетровськ, 2007. 198-223

79. Пискунов С.О., Рутковський В.А., Шкриль О.О. Призматичний скінченний елемент змінної геометрії // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. збірник. – К.: КНУБА, 2005. – Вип. 76. – С. 73-82. https://repositary.knuba.edu.ua/server/api/core/bitstreams/4bb1c306-c85b-4780-a053-4790049c6f54/content

80. Писаренко Г.С. Квітка О.Л., Уманський Е.С. Опір матеріалів: Підручник / Г.С.Писаренко. О.Л.Квітка, Е.С.Уманський; За ред. Г.С.Писаренка. – 2-ге вид. – К.: Вища шк., 2004. – 655 с .ISBN 966-642-056-2 8. https://chtyvo.org.ua/authors/Pysarenko_Hryhorii/Opir_materialiv/

81. Пічугін С. Ф., Чичулін В. П., Чичуліна К. В. Нові ресурсоекономні конструкції з профільних труб. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Вип. 32. Рівне, 2016. С. 243–248.

82. Пічугин С.Ф., Махінько А.В., Оцінка надійності металоконструкцій при дії випадкових навантажень. // Металлические конструкции: взгляд в прошлое и будущее. Сб. докл. VIII Украинской н-т. конф. – Ч І.–К.: Сталь, 2004. – С. 175-185.

83. Проектування раціональних комбінованих металевих конструкцій : навч. посіб. / В. О. Пермяков та ін. ; ред. В. О. Пермяков. Львів : Вид-во Нац. ун-ту «Львів. політехніка», 2005. 180 с.

84. Романюк В.В., Супрунюк В.В. Експериментальні дослідження прольотних конструкцій з перфорованих елементів за складного напружено-

деформованого стану // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех збірн. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 103. – С. 189-200. DOI: 10.32347/2410-2547.2019.103.189-200.

85. Романюк В. В. Вплив жорсткості фланцевого гребеневого вузла двошарнірної арки на перерозподіл зусиль в її елементах / В. В. Романюк, В. В. Супрунюк // Опір матеріалів і теорія споруд. - 2021. - Вип. 106. - С. 236-246. -DOI: 10.32347/2410-2547.2021.106.236-246. Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/omts_2021_106_21.

86. Романюк В. В. Несуча здатність перфорованих прогонів Z-подібного профілю за косого згину [Текст]: монографія / В. В. Романюк, В. Б. Василенко, В. В. Супрунюк. – Рівне: НУВГП, 2017. – 206 с.

87. Романюк В.В., Супрунюк В.В., Безнюк Л. І., Баран Д.Я. Вибір оптимальних параметрів розвитку висоти поперечного профілю пефорованих елементів. // Збірник наукових праць. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Рівне : НУВГП, 2023. Випуск 43. С. 187 – 198. DOI:10.31713/budres.v0i43.21.

88. К. О. Трапезон,, О. Г. Трапезон. Власні згинні коливання балки зі спеціальним законом зміни ширини. Вісник КрНУ імені Михайла Остроградського. Випуск 4/2021 (129). С.116-123. DOI: 10.30929/1995-0519.2021.4.116-123.

89. Чихладзе Е. Д. Удосконалення методів розрахунку і проектування сталебетонних і сталевих конструкцій промислових будівель і споруд. Харків, 2002. 126 с

90. Шимановський О. В., Гоголь М. В. Комбіновані сталеві конструкції нової генерації. Міжнародна конференція «BUILDING INNOVATIONS – 2018». Баку, 2018. С. 219–221.

91. Шимановський О. В., Цихановський В. К., Талах С. М. Оптимізація просторових комбінованих систем. За редакцією О. В. Шимановського. Київ: Сталь, 2012. 462 с.

92. Шимановський О. В., Гордеєв В. М., Микитаренко М. О., Оглобля О. І., Перельмутер А. В., Горохов Є. В., Денисов Є. В., Корольов В. П., Югов А. М. Аналіз технічного стану та проблем експлуатації будівельних металевих конструкцій в Україні // Будівельні конструкції, № 3, 2001. – с. 18-24.

93. Шимановський, О. В. Концептуальні основи системи технічного регулювання надійності й безпечності будівельних конструкцій [Текст] / А. В. Шимановський, В. П. Корольов // Промислове будівництво та інженерні споруди. – 2008. – № 1. – С. 3–9.

94. Юрченко В. В. Оптимізація конструктивної форми перехресних металевих систем: автореф. дис. …канд. техн. наук : 05.23.01. Київ, 2003. 19 с.

95. Bazhenov V.A. Budivelna mekhanika i teoriia sporud. Narysy z istorii (Construction mechanics and the theory of structures. Essays on history) / V.A. Bazhenov, Yu.V. Vorona, A.V. Perelmuter. – K.: Karavela, 2016. – 428 p. https://scadsoft.com/download/History.pdf.

96. Nikitas Bazeos, Dimitris L. Karabalis. Efficient computation of buckling loads for plane steel frames with tapered members. Engineering Structures. Volume 28, Issue 5, April 2006, Pages 771-775. - https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2005.10.004.

97. Barabash M.S., Kostyra N.O., Pysarevskiy B.Y. Strength-strain state of the structures with consideration of the technical condition and changes in intensity of seismic loads IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019. No 708. URL: https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/708/1/012044.

98. Paola Bertolini, Martin A. Eder Luca Taglialegne Paolo Sebastiano Valvo. Stresses in constant tapered beams with thin-walled rectangular and circular cross sections Thin-Walled Structures. Volume 137, April 2019, Pages 527-540. DOI: 10.1016/j.tws.2019.01.008.

99. Bilyk A. S. Modern methods of progressive collapse simulation of building and structures/A. S. Bilyk, A. I. Kovalenko// Construction, materials science, mechanical

engineering. PGASA. Dnipropetrovsk. - 87/2016 – P. 35-43,. http://smm.pgasa.dp.ua/article/view/72349.

100. S. Bilyk, O. Bashynska, O. Bashynskyi. Determination of changes inthermal stress state of steel beams in LIRA-SAPR software // Strength of Materials and Theory of Structures. – 2022. – № 108. – P. 182-202. Doi:10.32347/2410-2547.2022.108.189- 202.

101. Bilyk, S., Bilyk, A., Tonkacheiev, V. (2022). The stability of low-pitched vonMisestrusses with horizontal elastic supports. Strength of Materials and Theory of Structures, 108, 131–144. https://doi.org/10.32347/2410-2547.2022.108.131-144

102. Serhii Bilyk, Liudmyla Lavrinenko, Oleksii Nilov, Tetiana Nilova, Ihor Semchuk. Limit state theoretical and experimental investigation of corrugated sine-web under patch loading // Strength of Materials and Theory of Structures. – Kyiv: KNUBA, 2020. Issue 105. – P.152 – 164. DOI: 10.32347/2410-2547.2020.105.152-164. https://doi.org/10.32347/2410-2547.2020.105.152-164.

103. S.I., BilykA.S., Nilova T.O., Shpynda V.Z., Tsyupyn E.I. Buckling of the steel frames with the I-shaped cross-section columns of variable web height // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2018. – Issue 100. – P. 140-154. http://opir.knuba.edu.ua/files/zbirnyk-100/11-100_bylik.pdf.

104. Bilyk, S. I., & Yurchenko, V. V. (2020). Size optimization of single edge folds for coldformed structural members. Strength of Materials and Theory of Structures, (104), 73– 86. [in English] https://doi.org/10.32347/2410- 2547.2020.105.73-86.

105. E.J. O'Brien ∗, A.S. Dixon †Optimal plastic design of pitched roof frames for multiple loading/ Computers & Structures/ Volume 64, Issues 1–4, July–August 1997, Pages 737-740. - DOI: 10.1016/S0045-7949(96)00428-2

106. M. Babaei, H. Moharrami - Structures, 2022 Geometry and sizing optimization of steel gable frames with tapered members- Volume 42, August 2022, Pages 575-585.- DOI: 10.1016/j.istruc.2022.05.094

107. G. Balduzzi, M. Amindaghai, F. Auricchio, J. F¨ussl, Planar Timoshenko-like model for multilayer non-prismatic beams, International Journal of Mechanics and Materials in Design 14 (1) (2018) 51–70. DOI: 10.1007/s10999-016-9360-3

108. Brown, N.C.; Mueller, C.T. Design for structural and energy performance of long span buildings using geometric multi-objective optimization. Energy Build. 2016, 127, 748–761. DOI:10.1016/j.enbuild.2016.05.090

109. Jacques Heyman. On the minimum-weight design of a simple portal frame. International Journal of Mechanical Sciences. Volume 1, Issue 1, January 1960, Pages 121-134. -https://doi.org/10.1016/0020-7403(60)90034-5.

110. X.Z. Chen *et al.*.Optimization design of large span portal-rigid steel frame with tapered sections under wind-induced drift constraint. Engineering Structures. Volume 194, 1 September 2019, Pages 396-405.- https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.04.090

111. Hohol M., Marushchak U., Peleshko I., Sydorak D. (2022) Rationalization of the Topology of Steel Combined Truss. In: Bieliatynskyi A., Breskich V. (eds) Safety in Aviation and Space Technologies. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-85057-9_9.

112. Gogol M. The combined metal structures with the calculating regulation efforts. Journal of civil engineering, environment and architecture. 2015. Vol. XXXII, no. 4/2015. P. 107–118. URL: https://doi.org/10.7862/rb.2015.181 (date of access: 06.09.2024).

113. Haug E. J., Arora J. S. Applied optimal design: mechanical and structural systems. – John Wiley & Sons, 1979. – 520 p. https://www.researchgate.net/profile/Edward-Haug-2/publication/327630206_Applied_Optimal_Design/links/5b9a68e145851574f7c3d08a/Applied-Optimal-Design.pdf.

114. Donald M., Olsson and Lloyd S. Nelson . The Nelder-Mead Simplex Procedure for Function Minimization. TECHNOMETRICSQ VOL. 17, NO. 1, FEBRUARY 1975. - P. 45-51/ - https://www.stat.cmu.edu/technometrics/70-79/VOL-17-01/v1701045.pdf.

115. G.P. Dube, P.C. Dumir. Tapered thin open section beams on elastic foundation—I. Buckling analysis. Computers & Structures. Volume 61, Issue 5, December 1996, Pages 845-857. - https://doi.org/10.1016/0045-7949(96)00112-5.

116. Liubomyr Dzhanov, Serhii Bilyk, Artem Bilyk. Rational topology of steel i-beams with various gradients of changing wall height and shelf width at specified sections along the length of the beamApril 2025, p.p. 155-164. Strength of Materials and Theory of Structures. DOI:10.32347/2410-2547.2025.114.155-164.

117. Hodges DH, Peters DA. On the lateral buckling of uniform slender cantilever beams. Int J Solids Struct 1975;11:1269–80. https://core.ac.uk/download/pdf/11421973.pdf

118. Ivanchenko G.M., Koshevyi O.O., Koshevyi O.P. A numerical study of the multicriteria parametric optimization of the displacement and weight of a two-connected conical shell of minimal surface under thermal and power loading // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2023. – Issue 111. – P. 102-112.

119. Ibrahim S.M.; Carrera E.; Petrolo M.; Zappino E. (2012). Buckling of composite thin walled beams by refined theory. In: COMPOSITE STRUCTURES, vol. 94, pp. 563-570. - ISSN 0263-8223 Availability: This version is available at : http://porto.polito.it/2439019/ since: September 2011 Publisher: ELSEVIER Published version: DOI:10.1016/ j.compstruct.2011.08.020

120. A. Katsumura a, Y. Tamura b, O. Nakamura. Universal wind load distribution simultaneously reproducing largest load effects in all subject members on large-span cantilevered roof. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. Volume 95, Issues 9–11, October 2007, Pages 1145-1165. https://doi.org/10.1016/j.jweia.2007.01.020.

121. A. Kaveh et al.Optimal design of pitched roof frames with tapered members using ECBO algorithm Smart Structures and Systems. June 2017. Smart Structures and Systems 19(6):643-652. -DOI:10.12989/sss.2017.19.6.643.

122. Kaveh, A. Optimum design of castellated beams using the tug of war algorithm. In Applications of Metaheuristic Optimization Algorithms in Civil Engineering;

Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2017; (pp. 9–30). DOI:10.1007/978-3-319-48012-1_2.

123. McKinstray, R., Lim, J. B. P., Tanyimboh, T. T., Phan, D. T., & Sha, W. (2016). Comparison of optimal designs of steel portal frames including topological asymmetry considering rolled, fabricated and tapered sections. Engineering Structures, 111, 505–524. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.12.028.

124. Lizunov P.P., Pogorelova O.S., Postnikova T.G. Selection of the optimal design for a vibro-impact nonlinear energy sink//Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected21,22, articles. – K.: KNUBA. 2023. – Issue111. – P. 13-24. DOI: 10.32347/2410-2547.2023.111.13-24.

125. A.I. Manevich, Serhii Raksha. Two-criteria optimization of H-section bars–beams under bending and compression. (October 2007) Thin-Walled Struct. 45(10):898-901. DOI:10.1016/j.tws.2007.08.027

126. I. Medved , Yu. Otrosh , N. Rashkevich , A. Kondratiev. Optimization of calculations of building structures. Механіка та математичні методи / Mechanics and mathematical methods. V/1/ 2 023. Стор. 6-13 / Page 6-13. http://mmm-journal.com.ua/journals/9/1.pdf.

127. Mela, K., Heinisuo, M. Weight and cost optimization of welded high strength steel beams. Engineering Structures. 2014. No. 79. Pp. 354–364. https://www.academia.edu/116219844/Weight_and_cost_optimization_of_welded_high_strength_steel_beams.

128. Powell, Michael J. D. (1973). On Search Directions for Minimization Algorithms. Mathematical Programming. 4: 193—201. doi:10.1007/bf01584660

129. Tetiana Nilova, Ihor Semchuk. Stress-strain state of beam corrugated web under patch loading // Strength of Materials and Theory of Structures. – Kyiv: KNUBA, 2019. Issue 102. – P.53 –61. ISSN 2410-2547. DOI: 10.32347/2410-2547.2019.102.53-61.

130. J. A. Nelder , R. Mead/ A Simplex Method for Function Minimization/ The Computer Journal, Volume 7, Issue 4, January 1965, P. 308–313, https://doi.org/10.1093/comjnl/7.4.308.

131. Daji Lin a, Liang Gao b, Jie Gao. The Lagrangian-Eulerian described Particle Flow Topology Optimization (PFTO) approach with isogeometric material point method /Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.Volume 440, 15 May 2025, 117892 https://doi.org/10.1016/j.cma.2025.117892.

132. Nguyen, T-T., Lee, J., Optimal design of thin-walled functionally graded beams for buckling problems, Composite Structures (2017), doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.07.024.

133. Guo-Qiang Li a, Jin-Jun Li . A tapered Timoshenko–Euler beam element for analysis of steel portal frames. Journal of Constructional Steel Research. Volume 58, Issue 12, December 2002, Pages 1531-1544.

134. Ozbasaran H. и Yilmaz T. 2018 Shape optimization of tapered I-beams with lateral-torsional buckling, deflection and stress constraints. Volume 143, April 2018, Pages 119-130 https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2017.12.022.

135. W. Prager, “Optimality criteria in structural design,” Proceedings of National Academy for Science, vol. 61, no. 3, pp. 794–796, 1968.

136. W. Prager, J. E. Taylor. Problems of Optimal Structural Design. J. Appl. Mech. Mar 1968, 35(1): 102-106 (5 pages). https://doi.org/10.1115/1.3601120

137. W. Prager, “Optimality criteria in structural design,” Proceedings of National Academy for Science, vol. 61, no. 3, pp. 794–796, 1968.

138. W. Prager, J. E. Taylor. Problems of Optimal Structural Design. J. Appl. Mech. Mar 1968, 35(1): 102-106 (5 pages). https://doi.org/10.1115/1.3601120.

139. Peleshko I. D., Yurchenko V. V. Parametric optimization of metal rod structures using the modified gradient projection method. International applied mechanics. 2021. Vol. 57, no. 4. P. 440–454. URL: https://doi.org/10.1007/s10778- 021-01096-0.

140. Perel'muter A.V. Synthesis problems in the theory of structures (brief historical review) https://cyberleninka.ru/article/n/zadachi-sinteza-v-teorii-sooruzheniy-kratkiy-istoricheskiy-obzor

141. Perelmuter, A., & Yurchenko, V. (2013). Parametric optimization of steel shell towers of high-power wind turbines. Procedia Engineering, 57, 895–905. 11th

International Conference on Modern Building Materials, Structures and Techniques (MBMST 2013). [in English] https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.04.113.

142. Quan, C., Kucukler, M., & Gardner, L. (2020). Design of web-tapered steel I-section members by second-order inelastic analysis with strain limits. Engineering Structures, 224, 111242. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.11124 2.

143. Mehmet Polat Saka and Zong Woo Geem. Mathematical and Metaheuristic Applications in Design Optimization of Steel Frame Structures: An Extensive ReviewHindawi Publishing Corporation Mathematical Problems in Engineering Volume 2013, Article ID 271031, 33 pages http://dx.doi.org/10.1155/2013/271031

144. M. P. Saka Optimum Design of Steel Frames using Stochastic Search Techniques Based on Natural Phenomena: A ReviewIn book: Civil Engineering Computations: Tools and Techniques (pp.105-147) Chapter: 6 Publisher: Saxe-Coburg PublicationsDOI:10.4203/csets.16.6.

145. M. Saka. Optimum design of steel frames with tapered members. Comput. Struct Volume 63, Issue 4, May 1997, Pages 797-811. https://doi.org/10.1016/S0045-7949(96)00074-0.

146. H. Saffari, R. Rahgozar, R. Jahanshahi. An efficient method for computation of effective length factor of columns in a steel gabled frame with tapered members. Journal of Constructional Steel Research. Volume 64, Issue 4, April 2008, Pages 400-406. https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2007.09.001

147. M. Savytskyi, V. Danishevskyy, A. Gaidar, Dynamic modelling and optimal design of buildings with friction dampers using particle swarm optimization. UJCEA 1, 14 (2021).

148. Sudeok Shon, Sengwook Jin, Seungjae Lee Minimum Weight Design of Sinusoidal Corrugated Web Beam Using Real-Coded Genetic Algorithms. Mathematical Problems in Engineering. Vol. 2017, Article ID 9184292. 2017. 13 p.p. doi.org /10.1155/2017/ 9184292.

149. Soltani, M.; Atoufi, F.; Mohri, F.; Dimitri, R.; Tornabene, F. Nonlocal Analysis of the Flexural–Torsional Stability for Tapered Thin-Walled Beam-Columns.

Nanomaterials 2021, 11, 1936. https:// doi.org/10.3390/nano11081936 DOI:10.3390/nano11081936.

150. Trayana Tankova, Luís Simões da Silva, Liliana Marques. Buckling resistance of non-uniform steel members based on stress utilization: General formulation. Journal of Constructional Steel Research.Volume 149, October 2018, Pages 239-256. https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2018.07.022.

151. Trayana Tankova ∗, João Pedro Martins, Luís Simões da Silva, Rui Simões, Helder D. Experimental buckling behaviour of web tapered I-section steel columns Craveiro Journal of Constructional Steel Research. Volume 147, August 2018, Pages 293-312 https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2018.04.015.

152. Timoshenko S.P. , Gere M. J. Theory of Elastic Stability// McGRAW-HILL INTERNATIONAL BOOK COMPANY. 1961. 541 P/ https://structures.dhu.edu.cn/_upload/article/files/c2/53/6997426d46cb8f09fcd5d26175e2/5bcfea4b-34b9-48f7-966b-a74ab5ddae8c.pdf

153. Timoshenko S. P. History of strength of materials: With a brief account of the history of theory of elasticity and theory of structures. New York : McGraw-Hill, 1953.-439P. https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/53533336/_Timoshenko__Stephen_P.__History_of_Strength_of_MaBookZZ.org.pdf.

154. Thomas K.H. Tam, Alan Jennings. Optimal plastic design of frames with tapered membersComputers & Structures Volume 30, Issue 3, 1988, Pages 537-544. - https://doi.org/10.1016/0045-7949(88)90287-8.

155. C.M Wang, V. Thevendran, K.L. Teo, S. Kitipornchai. Optimal design of tapered beams for maximum buckling strength.- Engineering Structures, Volume 8, Issue 4, October 1986, Pages 276-284. - https://doi.org/10.1016/0141-0296(86)90035-0

156. V. Volkova. Dynamic Smoothing Effect in Non-Linear Dynamic System under Polyharmonic External Excitation. In Materials Science Forum (Vol. 968, pp. 421–426). 2019. Trans Tech Publications, Ltd. URL: https://doi.org/10.4028/ww.scientific.net/msf.968.421.

157. Yurchenko V. Searching for shear forces flows in arbitrary cross-sections of thin-walled bars: numerical algorithm and software implementation // Strength of

Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles. – Kyiv: KNUBA, 2019. – Issue 103. – p. 82 – 111. https://doi.org/10.32347/2410-2547.2019.103.82- 111.

158. Yurchenko V. V., Peleshko I. D.. Searching for optimal prestressing of steel bar structures based on sensitivity analysisfile/ Archives of Civil Engineering Vol LXVI, ISSUE 3, 2020, p.525-540.

159. Yang, Y.; Yau, J. Stability of Beams with Tapered I-Sections. J. Eng. Mech. 1987, 113, 1337–1357. Journal of Engineering Mechanics 113(9)DOI:10.1061/(ASCE)0733-9399(1987)113:9(1337)

160. Z. Vrcelj, M.A. Bradford, Elastic distortional buckling of continuously restrained I-section beam columns, J. Constr. Steel Res. 62 (2006) 223–230. doi:10.1016/j.jcsr.2005.07.04.

ДОДАТОК А
ДОВІДКИ ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАУКОВОЇ РОБОТИ

ТОВАРИСТВО З ОБМЕЖЕНОЮ ВІДПОВІДАЛЬНІСТЮ
КОНСТРУКТОРСЬКО-БУДІВЕЛЬНИЙ ЦЕНТР

02160, м. Київ, Дніпровський р-н, вул. Червоноткацька,
27/2 р/р 26001387678 в АТ „Райффайзен Банк Аваль",
МФО 380805 ЄДРПОУ 38408113

ДОВІДКА

Про впровадження результатів дисертаційної роботи
Джанова Любомира Володимировича

Джанов Любомир Володимирович (сертифікат інженера проектувальника АР021005) був залучений до проектування сталевого каркасу проекту «Нове будівництво торгівельної будівлі із адміністративними та складськими приміщеннями за адресою: Київська обл., м.Обухів, вул. Каштанова, 19-А». Результати досліджень дисертаційної роботи Джанова Л.В. «Раціональні сталеві балки змінного перерізу» були застосовані під час розробки конструктивного рішення різних варіантів даного об'єкту. Методика раціонального проектування застосовувалась для прийняття остаточного варіанту

Директор ТОВ «КБЦ» Якимчук Я.В.

1

ФІЗИЧНА ОСОБА ПІДПРИЄМЕЦЬ
СОЛОХА ІГОР ОЛЕГОВИЧ
Кваліфікаційний сертифікат виконавця робіт пов'язаних із створенням об'єктів архітектури Серія АР №000093

ДОВІДКА

Про впровадження результатів дисертаційної роботи
Джанова Любомира Володимировича

Результати наукових досліджень двотаврових балок із змінною висотою стінки і полиці, що наведені в дисертаційній роботі Джанова Л.В. «Раціональні сталеві балки змінного перерізу» використані під час варіантного проектування несучого каркасу «Спорт Парк Арена м.Харків 1-ша черга будівництва – «Футбольна академія»».

Фізична особа підприємець /20.10.2025/ Солоха І.О.

ФОП Солоха Ігор Олегович,
Вул. Вишняківська,17, кв.8 м. Київ, 02140
ІПН 3087221874. Свід. №20650000000039737
п/р 26009052759929 в «ПАТ КБ Приватбанк» МФО 300711
тел. +38 067 323 22 11
email: soloh@ukr.net