

Київський національний університет будівництва і архітектури

Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

**БІТЮКОВ ДМИТРО ОЛЕГОВИЧ**

УДК 624.011.1

**ДИСЕРТАЦІЯ**

**РОБОТА БАГАТОШАРОВИХ БАЛОК З КЛЕСНОЇ ДЕРЕВИНИ  
ПРИ ДІЇ ІМПУЛЬСНИХ НАВАНТАЖЕНЬ**

192 – Будівництво та цивільна інженерія

19 – Архітектура та будівництво

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

\_\_\_\_\_ Бітюков Д.О.

Науковий керівник: Білик Сергій Іванович доктор технічних наук, професор, заслужений діяч науки і техніки України.

Київ – 2026

## АНОТАЦІЯ

*Бітюков Д.О.* Робота багат шарових балок з клеєної деревини при дії імпульсних навантажень. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 192 – Будівництво та цивільна інженерія, галузь знань 19 – Архітектура та будівництво. – Київський національний університет будівництва і архітектури. Міністерство освіти і науки України, Київ, 2026 р.

### **Основний зміст дисертаційної роботи**

Дисертаційна робота присвячена експериментальним та теоретичним дослідженням роботи дерев'яних балок з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини під дією зосередженого імпульсного навантаження (удару).

За результатами проведених експериментальних та теоретичних досліджень, оглядів та числових досліджень:

- проведено аналіз літературних наукових джерел та нормативної бази на рахунок сучасних методів розрахунку балок з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини на імпульсні впливи, зокрема на зосереджений імпульс (удар);
- проведено статичні випробування досліджуваних зразків балок з метою визначення модулів деформації та модулів деформації зсуву;
- розроблено експериментальну установку для дослідження динамічних властивостей дерев'яних балкових елементів;
- розроблено методологічний підхід експериментального дослідження динамічних властивостей дерев'яних балкових елементів на підставі роботи елемента під дією імпульсного навантаження;
- встановлено нові закономірності роботи балок з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини під час дії зосередженого імпульсного навантаження (удару) і порівняно їх динамічний відгук;
- розповсюджено теорію коливань пружних балок Тимошенко С.П. з урахуванням деформації зсуву перерізу на роботу балкових елементів з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини;

- узагальнено методологічні підходи дослідження фізико-механічних характеристик суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини.
- удосконалено аналітичні моделі прогнозування динамічного відгуку дерев'яних балок за рахунок уточнення декрементів затухання для балок з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини;

Дисертаційна робота спрямована на поглиблення наукового розуміння закономірностей поведінки складних інженерних систем в умовах динамічних впливів. Дослідження багатошарових дерев'яних балок при дії імпульсних навантажень розглядається як процес уточнення й розвитку існуючих теоретичних фізико-математичних моделей, через інтеграцію експериментального пізнання, чисельного моделювання та аналітичного узагальнення.

*У першому розділі* проведено аналіз та узагальнено сучасний стан наукових досліджень і світовий досвід застосування дерев'яних конструкцій в умовах динамічних навантажень. Проаналізовано особливості використання інженерних дерев'яних матеріалів, зокрема клеєної та перехресно-клеєної деревини, у сучасному будівництві, а також встановлено їхню ефективність при дії динамічних та імпульсних впливів. Розглянуто основні закономірності формування динамічного відгуку конструкцій, включаючи роль демпфувальних властивостей, механізми дисипації енергії та вплив конструктивних і матеріальних параметрів на процес затухання коливань. Проаналізовано підходи до визначення коефіцієнтів динамічності та їх нормативне забезпечення, а також особливості чисельного моделювання динамічної роботи конструкцій із використанням методу скінченних елементів. Встановлено, що, незважаючи на значний обсяг досліджень, питання динамічної роботи багатошарових дерев'яних балок при дії зосереджених імпульсних навантажень залишаються недостатньо вивченими, що обумовлює необхідність подальших експериментальних і теоретичних досліджень.

*В другому розділі* розроблено та реалізовано комплексну методику експериментальних досліджень дерев'яних балок із суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини. Програма випробувань передбачала послідовне

проведення статичних і динамічних досліджень із метою визначення жорсткісних і динамічних характеристик зразків.

На етапі статичних випробувань визначено пружні характеристики балок при поперечному згині в межах лінійно-пружної роботи матеріалу. Динамічні дослідження виконано із застосуванням спеціально розробленого стенда з маятниковим механізмом, що забезпечує відтворення однократного імпульсного навантаження та реєстрацію вільних коливань. Це дозволило встановити основні динамічні параметри, зокрема власні частоти і характеристики затухання.

Особливу увагу приділено забезпеченню чистоти експерименту: уніфікації умов виготовлення зразків, вдосконаленню опорних вузлів та застосуванню високоточної вимірювальної апаратури. Для підвищення достовірності результатів використано методи статистичної обробки даних із застосуванням критерію Стьюдента.

*У третьому розділі* наведено результати експериментальних досліджень фізико-механічних та динамічних характеристик балок із суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини. За результатами статичних випробувань визначено модулі деформації та модулі деформації зсуву: для суцільної деревини -  $E_{ST} = 7.66$  ГПа;  $G_{ST} = 0.48$  ГПа, для клеєної -  $E_{GLT} = 7.30$  ГПа;  $G_{GLT} = 0.46$  ГПа, для перехресно-клеєної -  $E_{CLT} = 5.88$  ГПа;  $G_{CLT} = 0.37$  ГПа. Встановлено, що найбільшу жорсткість мають балки із суцільної деревини, тоді як для багатошарових матеріалів спостерігається її зниження. Експериментальні залежності «навантаження–прогин» мають лінійний характер, що підтверджує роботу матеріалу в пружній області.

Дослідження динамічної поведінки показали, що максимальні переміщення балок зростають пропорційно величині імпульсного навантаження. На основі спектрального аналізу визначено власні частоти коливань, які становлять 75 Гц для суцільної деревини, 73 Гц - для клеєної та 67 Гц - для перехресно-клеєної, із задовільною збіжністю з теоретичними значеннями.

Встановлено експоненційний характер затухання коливань та визначено логарифмічний декремент затухання: для суцільної деревини  $\beta = 0.186$ , для

клеєної та перехресно-клеєної деревини  $\beta = 0.099$ , що свідчить про інтенсивніше розсіювання енергії у суцільній деревині.

Отримані результати підтверджують суттєвий вплив структури деревини на жорсткісні та динамічні характеристики балок.

**В четвертому розділі** виконано комплексне експериментально-теоретичне дослідження роботи дерев'яних балок із суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини при статичному та імпульсному навантаженні (ударі). Встановлено, що результати чисельного моделювання прогинів у програмному комплексі Dlubal RFEM5 добре узгоджуються з експериментальними даними статичних випробувань: для 1D та 3D моделей балок із суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини похибка не перевищує 1-3%, тоді як для CLT-балок при моделюванні 3D елементами зі збереженням орієнтації ламелей та застосуванням моделі матеріалу як для СД похибка досягає 17%.

Аналітичний розрахунок за методикою С.П. Тимошенка показав добру відповідність експерименту: відхилення становлять до 7.5% для клеєної деревини, до 11% для перехресно-клеєної та близько 1.5% для суцільної деревини. Чисельний динамічний аналіз у Dlubal RFEM5 модуль RF-DYNAM Pro дає консервативні результати із запасом: 10% (СД), 18% (КД) та 17% (ПКД).

Розраховані коефіцієнти динамічності за експериментальними даними становлять: 0.0632 (СД), 0.0559 (КД), 0.0545 (ПКД), а теоретично обчислені значення коефіцієнтів для трикутної апроксимації вихідного імпульсу: 0.0571 (СД), 0.0543 (КД) та 0.0476 (ПКД), відхилення складає до 13%.

Отримані результати підтверджують можливість використання спрощених аналітичних підходів і трикутної апроксимації імпульсного навантаження для інженерних розрахунків із достатньою точністю.

**Ключові слова:** деревина, балки, суцільна деревина, клеєна деревина, перехресно-клеєна деревина, власні коливання, декремент затухання, коефіцієнт динамічності, імпульсне навантаження, удар, динамічне навантаження, модуль деформації, модуль деформації зсуву, фізико-математичне моделювання роботи дерев'яних балок складеного перерізу, напружено-деформований стан, числові

дослідження, метод скінчених елементів, аналітичні дослідження, експериментальні дослідження на натурних зразках, експериментальний стенд, дисипація енергій, будівельні конструкції, числове моделювання.

## ABSTRACT

*Bitiukov D.* Behavior of multi-layer glued timber beams under impulsive loading.  
– Qualifying scientific work on the rights of the manuscript.

The thesis on conferment of a scientific degree of the Doctor of Philosophy on a specialty 192 – Building and civil engineering, area of knowledge 19 – Architecture and building. – Kyiv National University of Construction and Architecture. Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2026.

### **The main content of the thesis.**

The thesis is devoted to experimental and theoretical investigations of the behavior of solid, glued laminated timber, and cross-laminated timber beams subjected to concentrated impulsive loading (impact).

Based on the results of experimental, theoretical, review, and numerical studies:

- an analysis of scientific literature and regulatory documents concerning contemporary methods for calculating solid, glulam, and cross-laminated timber beams subjected to impulsive actions, particularly concentrated impulses (impact), was carried out;
- static tests of the investigated beam specimens were performed to determine the modulus of elasticity and shear modulus;
- an experimental setup for studying the dynamic properties of timber beam elements was developed;
- a methodological approach for the experimental investigation of the dynamic properties of timber beam elements based on their response to impulsive loading was developed;
- new regularities of the behavior of solid, glulam, and cross-laminated timber beams under concentrated impulsive loading (impact) were established and their dynamic responses were compared;
- Timoshenko's theory of elastic beam vibrations accounting for shear deformation was extended to the analysis of solid, glulam, and cross-laminated timber beam elements;

- methodological approaches to the investigation of the physical and mechanical characteristics of solid, glued laminated, and cross-laminated timber were generalized;
- analytical models for predicting the dynamic response of timber beams were improved by refining the damping decrements for solid, glulam, and cross-laminated timber beams.

The thesis aims to deepen the scientific understanding of the behavior of complex engineering systems under dynamic actions. The study of multilayer timber beams subjected to impulsive loading is considered as a process of refinement and development of existing theoretical physical-mathematical models through the integration of experimental investigations, numerical modelling, and analytical generalization.

*The first section* presents an analysis and generalization of the current state of scientific research and international experience in the application of timber structures under dynamic loading. Particular attention is paid to the use of engineered wood products, including glued laminated timber and cross-laminated timber, in modern construction and their effectiveness under dynamic and impulsive actions. The fundamental principles governing the dynamic response of structures are examined, including the role of damping properties, mechanisms of energy dissipation, and the influence of structural and material parameters on vibration decay. Approaches to determining dynamic amplification factors and their regulatory provisions are analyzed, together with numerical modelling techniques based on the finite element method. It is established that, despite the significant body of existing research, the dynamic behavior of multilayer timber beams subjected to concentrated impulsive loading remains insufficiently studied, necessitating further experimental and theoretical investigations.

*The second section* presents the development and implementation of a comprehensive experimental methodology for investigating solid, glulam, and cross-laminated timber beams. The testing program included sequential static and dynamic investigations aimed at determining the stiffness and dynamic characteristics of the specimens.

During the static testing stage, the elastic properties of beams under transverse bending within the linear-elastic range were determined. Dynamic investigations were conducted using a specially designed test rig equipped with a pendulum mechanism capable of reproducing a single impulsive load and recording free vibrations. This made it possible to determine the principal dynamic parameters, including natural frequencies and damping characteristics.

Special attention was paid to ensuring experimental reliability through the standardization of specimen manufacturing conditions, improvement of support assemblies, and the use of high-precision measuring equipment. Statistical data processing methods based on Student's t-test were applied to enhance the reliability of the obtained results.

*The third section* presents the results of experimental investigations of the physical-mechanical and dynamic characteristics of solid timber, glued laminated timber, and cross-laminated timber beams.

According to the static test results, the modulus of elasticity and shear modulus were determined as follows: for solid timber –  $E_{ST} = 7.66 \text{ GPa}$ ;  $G_{ST} = 0.48 \text{ GPa}$ ; for glued laminated timber –  $E_{GLT} = 7.30 \text{ GPa}$ ;  $G_{GLT} = 0.46 \text{ GPa}$ ; for cross-laminated timber –  $E_{CLT} = 5.88 \text{ GPa}$ ;  $G_{CLT} = 0.37 \text{ GPa}$ .

It was established that solid timber beams possess the highest stiffness, while multilayer timber materials exhibit reduced stiffness. The experimentally obtained load–deflection relationships demonstrate linear behavior, confirming the elastic performance of the material.

The investigation of dynamic behavior showed that the maximum beam displacements increase proportionally to the magnitude of the impulsive load. Spectral analysis enabled the determination of natural frequencies amounting to 75 Hz for solid timber, 73 Hz for glued laminated timber, and 67 Hz for cross-laminated timber, showing satisfactory agreement with theoretical values.

An exponential decay pattern of vibrations was identified, and the logarithmic decrement of damping was determined as follows:  $\beta = 0.186$  for solid timber and  $\beta =$

0.099 for both glued laminated timber and cross-laminated timber, indicating more intensive energy dissipation in solid timber.

The obtained results confirm the significant influence of timber structure on the stiffness and dynamic characteristics of beams.

*The fourth section* presents a comprehensive experimental-theoretical study of the behavior of solid timber, glued laminated timber, and cross-laminated timber beams under static and impulsive loading (impact).

It was established that the numerical simulation results for beam deflections obtained using the Dlubal RFEM5 software package are in good agreement with the experimental data from static tests. For 1D and 3D models of solid timber, glued laminated timber, and cross-laminated timber beams, the discrepancy does not exceed 1–3%. However, for CLT beams modelled using three-dimensional elements while preserving lamella orientation and applying a material model corresponding to solid timber, the discrepancy reaches 17%.

Analytical calculations based on the Timoshenko method demonstrated good agreement with experimental results: deviations amount to up to 7.5% for glued laminated timber, up to 11% for cross-laminated timber, and approximately 1.5% for solid timber. Numerical dynamic analysis performed using the RF-DYNAM Pro module of Dlubal RFEM5 provides conservative results with safety margins of 10% (solid timber), 18% (glued laminated timber), and 17% (cross-laminated timber).

The experimentally determined dynamic amplification factors are 0.0632 for solid timber, 0.0559 for glued laminated timber, and 0.0545 for cross-laminated timber. The theoretically calculated values obtained using a triangular approximation of the initial impulse are 0.0571, 0.0543, and 0.0476, respectively, with deviations not exceeding 13%.

The obtained results confirm the applicability of simplified analytical approaches and triangular impulse approximation for engineering calculations with sufficient accuracy.

**Key words:** timber, beams, solid timber, glued laminated timber, cross-laminated timber, natural vibrations, damping decrement, dynamic loading factor, impulsive loading, impact, dynamic loading, modulus of elasticity, shear modulus, physical-

mathematical modelling of composite cross-section beam, stress-strain state, numerical investigations, finite element method, analytical investigations, full-scale experimental studies, experimental setup, energy dissipation, building structures, numerical modelling.

## СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Статті у науковому виданні, включеному до переліку наукових фахових видань України категорії «А», яке цитується у реферативній базі Web of Science

1. Bilyk S.I., Bitiukov D.O. Comparison of experimentally obtained and theoretically determined in the Dlubal RFEM 5 software physical and mechanical properties of massive, glued laminated and cross-laminated timber beams // Strength of Materials and Theory of Structures. Scientific-and-technical collected articles. – К.: КНУБА, 2025. – Issue 114. – P. 101-110. DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2025.114.101-110>. *Особисто автором запропоновано методика та виконані розрахунки у програмному комплексі метода скінчених елементів для порівняння результатів із отриманими під час проведення експерименту.*

Статті у науковому виданні, включеному до переліку наукових фахових видань України категорії «А», яке цитується у реферативній базі Scopus

2. Bitiukov, D., & Bilyk, S. (2026). Effect of concentrated impulse loading (impact) on massive, glulam, and cross-laminated timber beams. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 1(7 (139), 26–37. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2026.353019>. *Особисто автором розроблено методика випробування, проведено експериментальні дослідження та виконана обробка експериментальних даних.*

Статті у науковому виданні, включеному до переліку наукових фахових видань України категорії «Б»

3. Бітюков Д.О., Білик С.І. Визначення та аналіз фізико-механічних характеристик балок з масивної, клеєної та перехресно-клеєної деревини // Просторовий розвиток: Науковий збірник. – К., КНУБА, 2025. – Вип. 11. – с.265-281. DOI: <https://doi.org/10.32347/2786-7269.2025.11.265-281>. *Особисто автором розроблено методика випробування, проведено експериментальні дослідження та виконана обробка експериментальних даних.*

4. Bitiukov D. Comparison of theoretical calculated deflections according to the Euler-Bernoulli and Tymoshenko beam models with experimentally obtained // *Budivelni konstruktsii. Teoriia i praktyka.* – K.: KNUBA, 2025. – Issue 16. – P. 100–109. DOI: <https://doi.org/10.32347/2522-4182.16.2025.100-109>

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

5. Білик С.І., Бітюков Д.О. Визначення фізико-механічних довготривалих властивостей балок з клеєної деревини // Міжнародний науково-технічний форум «Архітектура, Будівництво, Дизайн: Технологія, Енергетика, Менеджмент» (Тези доповідей міжнародного науково-технічного форуму). Київ 16-17.10.2024. С.108-109
6. Bilyk S., Bitiukov D. Determination and analysis of deformative characteristics of massive, glued laminated and cross-laminated timber beams // Future of science: innovations and perspectives. Proceedings of the 3rd International scientific and practical conference. SSPG Publish. Stockholm, Sweden. 2025. Pp. 50-52. URL: <https://sci-conf.com.ua/iii-mizhnarodna-naukovo-praktichna-konferentsiya-future-of-science-innovations-and-perspectives-26-28-01-2025-stokgolm-shvetsiya-arhiv/>
7. Bilyk S., Bitiukov D. Verification of experimentally obtained deformative characteristics of massive, glued laminated and cross-laminated timber beams in the Dlubal RFEM 5 software // Challenges and Opportunities in Modern Scientific Research: Collection of Scientific Papers "International Scientific Unity" with Proceedings of the 1st International Scientific and Practical Conference. February 19-21, 2025. Ivano-Frankivsk, Ukraine. P.186-188

## ЗМІСТ

АНОТАЦІЯ .....	2
ABSTRACT .....	7
СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ .....	12
ЗМІСТ .....	15
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ.....	17
ВСТУП.....	18
РОЗДІЛ 1. СУЧАСНИЙ СТАН ДОСЛІДЖЕНЬ РОБОТИ ДЕРЕВ'ЯНИХ КОНСТРУКЦІЙ ПРИ ДІЇ ДИНАМІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ.....	25
1.1. Світовий досвід застосування дерев'яних конструкцій для роботи на динамічні навантаження.....	25
1.2. Демпфувальні властивості дерев'яних конструкцій.....	31
1.3. Коефіцієнти динамічності для дерев'яних конструкцій .....	35
1.4. Динамічні розрахунки у програмних комплексах методу скінчених елементів .....	41
1.5. Висновки по розділу 1.....	45
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ.....	46
2.1. Обсяг зразків для експериментальних досліджень.....	46
2.2. Методика виготовлення зразків .....	47
2.2.1. Виготовлення балок для статичних випробувань .....	47
2.2.2. Підготовка балок для динамічних випробувань .....	49
2.3. Методика експериментальних досліджень.....	53
2.3.1. Статичне випробування дослідних зразків балок .....	53
2.3.2. Динамічне випробування дослідних зразків балок.....	59
2.4. Статистична обробка експериментальних даних.....	68
2.5. Висновки по розділу 2.....	70
РОЗДІЛ 3. РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ.....	71
3.1. Результати визначення фізико-механічних характеристик деревини .....	71
3.2. Результати експериментального дослідження балок з трьох типів деревини під дією зосередженого імпульса .....	80

3.3. Висновки по розділу 3.....	105
РОЗДІЛ 4. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА РОЗВ'ЯЗКИ ЗАДАЧІ РОЗРАХУНКУ БАЛОК ПІД ДІЄЮ ЗОСЕРЕДЖЕНОГО ІМПУЛЬСНОГО НАВАНТАЖЕННЯ (УДАРУ).....	106
4.1. Аналіз результатів статичних випробувань.....	106
4.2. Розв'язки задачі розрахунку дерев'яних балок під час дії імпульсного навантаження (удару) .....	114
4.2.1. Розв'язок задачі розрахунку дерев'яних балок під дією зосередженого імпульсного навантаження (удару) за методикою Тимошенко .....	115
4.2.2. Розв'язок задачі розрахунку дерев'яних балок під дією імпульсного навантаження (удару) у Dlubal RFEM 5 .....	125
4.3. Визначення коефіцієнтів динамічності для дерев'яних балок під дією імпульсного навантаження (удару) .....	131
4.4. Висновки по розділу 4.....	137
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ .....	139
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	142
ДОДАТКИ.....	155

## **ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ**

СД – суцільна деревина;

КД / Glulam / GLT – дощато-клеєна деревина;

ПКД / CLT – перехресно-клеєна деревина;

МСЕ – метод скінчених елементів

## ВСТУП

**Актуальність теми дослідження:** Сучасний етап розвитку будівельної галузі характеризується інтенсивним впровадженням інженерних дерев'яних матеріалів, зокрема клеєної та перехресно-клеєної деревини, що зумовлює формування нової парадигми проєктування великопрольотних і багатоповерхових будівель. Така тенденція обумовлена необхідністю реалізації принципів сталого розвитку, підвищенням екологічної ефективності будівництва та зниженням антропогенного впливу на довкілля. Водночас використання дерев'яних конструкцій супроводжується переходом до складніших конструктивних систем, для яких характерна підвищена чутливість до динамічних впливів.

Деревина як конструкційний матеріал вирізняється специфічним поєднанням фізико-механічних характеристик, зокрема відносно малою густиною, високим співвідношенням міцності до власної маси, а також вираженими в'язкопружними та демпфувальними властивостями. Це обумовлює її ефективну роботу в умовах динамічного навантаження, проте водночас ускладнює прогнозування напружено-деформованого стану конструкцій, особливо при дії короткочасних імпульсних впливів.

У сучасній інженерній практиці спостерігається зростання ролі динамічних навантажень різної природи, серед яких особливе місце займають імпульсні (ударні) впливи, що характеризуються малою тривалістю та значною інтенсивністю. Такі навантаження здатні викликати суттєве зростання внутрішніх зусиль і переміщень, формуючи складні нелінійні ефекти та визначаючи граничні стани конструкцій. При цьому традиційні розрахункові підходи, що базуються на квазістатичних моделях, не завжди забезпечують достатню точність оцінки динамічної реакції дерев'яних елементів.

Особливої актуальності набуває проблема визначення та обґрунтування параметрів динамічної поведінки дерев'яних конструкцій, таких як коефіцієнти динамічності та характеристики демпфування, які є ключовими для адекватного відображення процесів розсіювання енергії коливань. Для інженерних дерев'яних матеріалів ці параметри залежать від складної багаторівневої структури матеріалу,

технології виготовлення та особливостей роботи з'єднань, що потребує їх експериментального визначення та узагальнення.

Незважаючи на значний обсяг наукових досліджень у галузі динаміки будівельних конструкцій, питання динамічної роботи дерев'яних балок, зокрема з клеєної та перехресно-клеєної деревини, при дії зосередженого імпульсного навантаження залишаються недостатньо розробленими. Відсутність систематизованих експериментальних даних та узагальнених розрахункових залежностей обмежує можливості підвищення точності чисельного моделювання та удосконалення нормативної бази. Також у вітчизняних нормах відсутні розрахунки та динамічні характеристики для дерев'яних балок при дії зосередженого імпульсного навантаження (удару).

У зв'язку з цим дослідження, спрямоване на встановлення закономірностей динамічного відгуку дерев'яних балок різних типів при дії імпульсного навантаження, а також на визначення їхніх демпфувальних характеристик і коефіцієнтів динамічності, є своєчасним та актуальним. Отримані результати мають важливе теоретичне та прикладне значення для розвитку методів розрахунку, підвищення достовірності чисельного аналізу та забезпечення надійності дерев'яних конструкцій в умовах динамічних впливів.

#### **Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами:**

Тема дисертації та отримані результати узгоджуються з пріоритетними напрямами науково-технічної політики України відповідно до положень Постанови Кабінету Міністрів України від 30 квітня 2024 р. № 476 «Про затвердження переліку пріоритетних тематичних напрямів наукових досліджень і науково-технічних розробок на період до 31 грудня року, наступного після припинення або скасування воєнного стану в Україні».

**Мета роботи** полягає у дослідженні, аналізі та порівнянні динамічних характеристик дерев'яних балок вироблених з трьох типів деревини: суцільна, клеєна та перехресно-клеєна при дії імпульсного навантаження (удару).

**Об'єкт дослідження:** Процеси динамічного деформування дерев'яних балок, виготовлених із суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини при дії зосередженого імпульсного навантаження.

**Предмет дослідження:** Динамічні фізико-механічні характеристики дерев'яних балок виготовлених з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини при дії зосередженого імпульсного навантаження.

**Методи дослідження:**

- бібліографічний пошук наукових статей, які містять дані про роботу дерев'яних конструкцій при дії імпульсного навантаження;
- статичні та динамічні експериментальні випробування натурних зразків дерев'яних балок суцільного і складеного перерізів із клеєної і перехресно-клеєної деревини;
- числове моделювання статичної та динамічної роботи балок суцільного і складеного перерізів із клеєної і перехресно-клеєної деревини у програмному комплексі метода скінчених елементів;
- проведення теоретичних досліджень на основі методів будівельної механіки, опору матеріалів, теорії розрахунку дерев'яних балкових конструкцій;
- методи математичної статистики, аналіз, систематизація та узагальнення експериментальних даних, порівняння характеристик різних видів деревини.

**Основні задачі дослідження:**

- провести аналіз існуючого стану досліджень дерев'яних елементів на вплив динамічного імпульсного навантаження;
- розробити методику експериментальних досліджень дерев'яних балок при дії зосередженого імпульсного навантаження;
- провести експериментальне дослідження динамічних фізико-механічних характеристик балок з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини при дії зосередженого імпульсного навантаження (удару);

- на основі отриманих експериментальних даних визначити та дослідити декременти затухання і коефіцієнти динамічності для досліджуваних балок.

### **Наукова новизна отриманих результатів.**

*Уперше:*

- розроблено експериментальну нову установку для дослідження динамічних властивостей балкових елементів з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини;
- розроблено методологічний підхід експериментального дослідження динамічних властивостей балкових елементів з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини на підставі роботи елемента під дією імпульсного навантаження, що дає змогу встановити деформацію зсуву перерізу різних конструктивних елементів на частоту власних коливань та динамічний відгук на дію імпульсного навантаження.
- встановлено нові закономірності роботи балок з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини під час дії зосередженого імпульсного навантаження (удару) і порівняно їх динамічний відгук; встановлено вплив особливостей фізико-механічних характеристик різних конструктивних балкових елементів (узагальненої жорсткості перерізів з урахуванням деформації зсуву перерізу).
- розповсюджено теорію коливань пружних балок Тимошенко С.П. з урахуванням деформації зсуву перерізу на роботу балкових елементів з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини. Створено методологічний підхід визначення частоти власних коливань описаних дерев'яних конструктивних елементів з урахуванням деформації зсуву перерізу на основі експериментально-теоретичних даних.
- визначено експериментальні значення декрементів затухання коливань для досліджуваних балок з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини;

- отримано порівняльні коефіцієнти динамічності для балок з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини при дії зосередженого імпульсу.

*Узагальнено:*

- методологічні підходи дослідження фізико-механічних характеристик суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини.

*Удосконалено:*

- підходи до розрахунку дерев'яних балок під час дії зосередженого імпульсу шляхом уточнення значень коефіцієнтів динамічності для балок з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини;
- аналітичні моделі прогнозування динамічного відгуку дерев'яних балок за рахунок уточнення декрементів затухання для балок з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини;
- комплексну методика дослідження фізико-механічних характеристик балок з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини на основі експериментально-теоретичних положень: декременти затухання, а також визначені коефіцієнти динамічності під час дії зосередженого імпульсного навантаження (удару).
- удосконалена комплексна методика розрахунку балок з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини на основі експериментально-теоретичних положень розповсюджена на розрахунок аналогічних конструктивних дерев'яних елементів прольотом 6-12 м на дію імпульсного зосередженого навантаження.

**Наукова та практична цінність роботи** полягає в наступному:

- Розроблено експериментальний стенд для дослідження роботи дерев'яних балок в лабораторних умовах при дії зосередженого імпульсного навантаження (удару), який може бути використаний для подальших наукових досліджень і верифікації розрахункових моделей.
- Розроблено програмне забезпечення мовою програмування Python для розрахунку шарнірно закріплених дерев'яних балок при дії ударного навантаження, що дозволяє прогнозувати параметри напружено-

деформованого стану, переміщення та динамічні ефекти в конструкціях на стадії проєктування.

- На основі експериментально-теоретичних досліджень визначено фізико-механічні характеристики балок із суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини на основі експериментально-теоретичних положень: декременти затухання, а також визначені коефіцієнти динамічності при дії зосередженого імпульсного навантаження (удару).
- Результати дослідження можуть бути використані під час проєктування елементів будівельних конструкцій із суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини, а також при розробленні рекомендацій щодо врахування ударних навантажень у практиці проєктування будівель і споруд.

#### **Публікації.**

За результатами дослідження опубліковано 4 наукові праці, у тому числі: 2 статті у наукових фахових виданнях України категорії «Б»; 1 – у науковому фаховому виданні України категорії «А», яке індексується у наукометричній базі *Web of Science*; 1 – у науковому фаховому виданні України категорії «А», яке індексується у наукометричній базі *Scopus*; 3 тези наукових доповідей у збірниках матеріалів міжнародних конференцій.

#### **Особистий внесок здобувача.**

Основні результати та розробки, які відображають суть дисертації, виконані здобувачем самостійно. Вибір теми та формування основних завдань дослідження виконані спільно з науковим керівником. Особистий внесок здобувача полягає у формуванні задач дослідження, генерування ідей щодо їх виконання, підготовка та проведення експериментальних досліджень, чисельних розрахунків, аналіз їх результатів.

#### **Апробація результатів дисертації.**

Основні положення та результати дисертаційної роботи висвітлені та обговорені на наступних конференціях:

- Міжнародний науково-технічний форум «Архітектура, Будівництво, Дизайн: Технологія, Енергетика, Менеджмент» (Київ, Україна, 16-17.10.2024)
- Future of science: innovations and perspectives. Proceedings of the 3rd International scientific and practical conference. (Stockholm, Sweden, 26-28.01.2025)
- Challenges and Opportunities in Modern Scientific Research: Collection of Scientific Papers "International Scientific Unity" with Proceedings of the 1st International Scientific and Practical Conference (Ivano-Frankivsk, Ukraine, 19-21.02.2025)

### **Структура та обсяг роботи.**

Дисертаційна робота складається з переліку умовних позначень та скорочень, вступу, чотирьох розділів, загальних висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг роботи становить 188 сторінки, в тому числі: основна частина складає – 141 сторінок, список використаних джерел – 13 сторінок, додатки – 34 сторінка. Основна частина, крім тексту, включає таблиці, рисунки та формули.

### **Подяка.**

Висловлюю глибоку подяку науковому керівнику – Заслуженому діячу науки і техніки України, доктору технічних наук, професору, завідувачу кафедри металевих та дерев'яних конструкцій Білику Сергію Івановичу. Також завдячую сім'ї, моєму батьку Бітюкову Олегу Всеволодовичу за сприяння та всебічну допомогу.

# РОЗДІЛ 1. СУЧАСНИЙ СТАН ДОСЛІДЖЕНЬ РОБОТИ ДЕРЕВ'ЯНИХ КОНСТРУКЦІЙ ПРИ ДІЇ ДИНАМІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

## 1.1. Світовий досвід застосування дерев'яних конструкцій для роботи на динамічні навантаження

Деревина є одним із найдавніших конструкційних матеріалів, що використовуються у будівництві. Археологічні та історичні дослідження свідчать, що дерев'яні конструкції застосовувалися в інженерних спорудах ще кілька тисяч років тому. Деревина широко використовувалася під час зведення житлових будинків, культових споруд, мостів та оборонних укріплень у різних регіонах світу. Завдяки доступності матеріалу, відносно невеликій густині та достатньо високим міцнісним характеристикам деревина тривалий час залишалася одним із основних будівельних матеріалів.

Галілео Галілей у XVII столітті одним із перших здійснив наукові дослідження дерев'яних балок, вивчаючи їхню поведінку під дією навантаження. Він експериментально досліджував згин і розтяг брусів, зокрема вплив власної ваги на їхню міцність, та визначав умови руйнування. У своїх роботах учений показав, що міцність балки залежить від її геометричних розмірів і форми, заклавши основу подальшого розвитку теорії згину та науки про опір матеріалів [1, 2].

Особливо показовим є досвід традиційного дерев'яного будівництва у країнах Східної Азії. Архітектурні пам'ятки Китаю, Японії та Кореї демонструють високу стійкість до динамічних впливів, зокрема землетрусів. Така стійкість пояснюється особливостями конструктивних схем будівель, які передбачають використання каркасних систем із податливими з'єднаннями [3].

Поява технологій склеювання деревини сягає ще античного періоду, коли для підвищення міцності конструкцій використовували природні смоли та клеї тваринного походження з метою з'єднання окремих елементів [4].

Упродовж XX століття розвиток технологій обробки деревини сприяв появі нових конструкційних матеріалів, зокрема таких як клеєна деревина (GLT) та перехресно-клеєна деревина (CLT) [5]. Використання технології склеювання

дозволило виготовляти конструкційні елементи значних розмірів із покращеними механічними характеристиками. Завдяки сортуванню ламелей та їх раціональному розташуванню у перерізі вдалося суттєво зменшити вплив природних вад деревини, таких як сучки, тріщини або нерівномірність структури матеріалу.

Перше технічне рішення, що за своїми характеристиками наближалося до сучасної технології CLT, було запатентовано ще у 1920-х роках Френком Дж. Волшем і Робертом Л. Ваттсом у Такомі (штат Вашингтон). Разом із тим, у багатьох наукових джерелах як відправну точку розвитку цієї технології вказують 1985 рік, коли аналогічну конструктивну ідею було офіційно запатентовано у Франції [6].

Клеєна деревина характеризується високою міцністю, стабільністю геометричних розмірів та можливістю виготовлення великопрольотних елементів складної форми. Це значно розширило сферу застосування дерев'яних конструкцій у сучасному будівництві. Завдяки використанню інженерних дерев'яних матеріалів стало можливим зведення великопрольотних покриттів громадських будівель, спортивних споруд, мостів та промислових об'єктів.

Одним із найбільш перспективних матеріалів сучасного дерев'яного будівництва є перехресно-клеєна деревина (CLT), яка являє собою багатошарові панелі з взаємно перпендикулярним розташуванням шарів. Світове виробництво CLT у 2022 році оцінюється приблизно у 3 млн м<sup>3</sup>. За прогнозами міжнародних аналітичних організацій цей ринок демонструватиме стабільне зростання на рівні 14–15 % щорічно протягом наступних 5–7 років, що може призвести до збільшення виробничих потужностей приблизно до 5 млн м<sup>3</sup> CLT до 2030 року [7].

У сучасному будівництві спостерігається чітка тенденція до збільшення кількості багатоповерхових будівель із використанням інженерних дерев'яних матеріалів. За даними міжнародних досліджень, за останні роки кількість висотних будівель із дерев'яними несучими конструкціями у світі демонструє швидкий ріст [8]. Такий розвиток значною мірою пов'язаний із підвищенням вимог до екологічності будівництва, зменшенням вуглецевого сліду та впровадженням концепцій сталого розвитку у будівельній галузі.

У країнах Північної Америки, Скандинавії, Німеччині та Австрії активно розвивається концепція масивного дерев'яного будівництва (mass timber), яка передбачає використання великорозмірних дерев'яних панелей та клеєних елементів для створення несучих конструкцій будівель [9]. Такі конструкції дозволяють формувати просторові системи будівель із високою несучою здатністю та достатньою жорсткістю.

Однією з важливих причин зростання популярності дерев'яних конструкцій є їхня ефективна робота під дією динамічних навантажень. Завдяки відносно невеликій густині деревини її власна маса значно менша порівняно з бетоном або сталлю. Це призводить до зменшення інерційних сил, які виникають у конструкціях під час динамічних впливів, зокрема під час землетрусів або вітрових навантажень [10].

Крім того, деревина має достатньо високе співвідношення міцності до власної маси. Це дозволяє створювати конструкції великих прольотів з відносно невеликою масою, що позитивно впливає на їхню динамічну поведінку. В умовах динамічних впливів, таких як сейсмічні навантаження або ударні дії, менша маса конструкції призводить до зменшення інерційних сил, які безпосередньо пропорційні масі системи.

Досвід експлуатації дерев'яних будівель у сейсмонебезпечних районах, таких як Японія, США та Нова Зеландія, показує, що вони здатні ефективно протистояти сейсмічним впливам. Це підтверджується не тільки натурними спостереженнями, а й сучасними дослідженнями [11, 12].

Особливу увагу у сучасних дослідженнях приділяють динамічній поведінці багатоповерхових дерев'яних будівель. У таких спорудах важливими параметрами є власні частоти коливань, форми коливань та коефіцієнти демпфування [13]. Встановлено, що ці параметри значною мірою залежать від жорсткості конструктивної системи будівлі, маси перекриттів, жорсткості діафрагм та характеристик вузлів з'єднань.

Важливим аспектом динамічної роботи дерев'яних конструкцій є поведінка перекриттів. Через відносно невелику масу дерев'яні перекриття можуть бути

чутливими до вібрацій, що виникають під час руху людей або роботи обладнання. Дослідження показують, що для забезпечення комфортних умов експлуатації власна частота перекриття повинна перевищувати приблизно 8 Гц [14]. У випадку нижчих значень частоти можливе виникнення відчутних вібрацій, що може негативно впливати на експлуатаційні характеристики будівлі.

Для підвищення жорсткості перекриттів у сучасному будівництві часто використовують композитні системи, зокрема дерев'яно-бетонні конструкції. У таких системах бетонний шар працює переважно на стиск, тоді як дерев'яний елемент сприймає розтягуючі зусилля. Завдяки такій спільній роботі матеріалів значно підвищується жорсткість конструкції та зменшуються амплітуди коливань [15-25].

Окрім дерев'яно-бетонних систем, досліджуються також інші типи композитних конструкцій. Одним із таких напрямів є використання комбінованих CLT-сталевих балок, у роботі [26] проаналізовано їхню згинальну та вібраційну поведінку.

Крім того, важливим напрямом сучасних досліджень є використання чисельних методів для аналізу динамічної поведінки дерев'яних конструкцій. Найбільш поширеним є метод скінченних елементів, який дозволяє моделювати складні конструктивні системи та визначати їхні динамічні характеристики, такі як власні частоти, форми коливань та відгук конструкції на різні типи динамічних впливів [27–33].

Світова статистика свідчить про стрімке зростання застосування дерев'яних конструкцій у будівництві. За оцінками міжнародних дослідницьких організацій, наразі у світі існує 139 будівель з масивної деревини висотою від восьми поверхів, які або вже завершені, або перебувають на стадії будівництва, або пропонуються до реалізації [34].

У Таблиця 1.1 наведено дані розподілу типів каркасів за комбінаціями конструкційних матеріалів у завершених або незавершених дерев'яних будівлях висотою від восьми поверхів у всьому світі станом на лютий 2022 року.

Таблиця 1.1 – Розподіл будівель по типам каркасів та матеріалу споруди (Лютий 2022 р.) [34]

Матеріал споруди	Тип каркасу	Кількість будівель
Дерево	Несучі стіни	26
	Колони та балки	8
	Попередньо зібраний	3
Бетон - Дерево гібридна	Несучі стіни	8
	Колони та балки	18
	Попередньо зібраний	4
Бетон - Сталь - Дерево гібридна	Несучі стіни	1
	Колони та балки	9
	Попередньо зібраний	0
Сталь - Дерево гібридна	Несучі стіни	3
	Колони та балки	3
	Попередньо зібраний	1

Аналіз наведених даних свідчить, що значна частина сучасних багатоповерхових будівель із використанням деревини виконується у вигляді гібридних конструктивних систем. У таких системах деревина поєднується з бетоном або сталлю, що дозволяє оптимізувати конструктивні рішення та підвищити ефективність роботи будівлі.

Окремим напрямом досліджень є вивчення впливу швидкості навантаження на роботу дерев'яних елементів. У роботі [35] досліджено вплив швидкості навантаження на роботу клеєних дерев'яних балок. Автор показує, що зі зростанням швидкості навантаження змінюються жорсткість елементів, а також характер їхнього руйнування.

Також проводяться дослідження ударного навантаження на клеєні балки, підсилені CFRP-стрічками. За результатами роботи [36] встановлено, що

імпульсний характер навантаження суттєво впливає на напружено-деформований стан елементів та змінює механізм їх руйнування.

Таким чином, світовий досвід застосування дерев'яних конструкцій свідчить про їхню ефективність в умовах динамічних навантажень.

Досвід вітчизняних науковців щодо аналізу роботи дерев'яних конструкцій висвітлено у працях Білика С.І., Михайловського Д.В., Гомона П.С., Тонкачєєва В.Г., Кліменка В.З. та інших дослідників [37-45]. Також українські науковці широко досліджують питання динаміки серед них Дєдов О.П., Барабаш М.С., Азізов Т.Н., Кочкар'єв Д.В. [46-51]. Тематика динамічних впливів є актуальною не лише для дерев'яних конструкцій. Безпосередньо питання зосередженого імпульсного навантаження розглянуто у роботі [52], де досліджено вплив удару на сталеві ферми покриття. У дослідженні [53] встановлено суттєвий вплив вихрового збудження вітром на напружено-деформований стан сталевих конструкцій із суцільним перерізом. У дисертаційному дослідженні [54] розроблено аналітичний розв'язок задачі коливань в'язкопружної балки Тимошенка з демпферами в'язкого тертя та динамічними гасниками і дослідження їх впливу на динамічні характеристики системи. Визначено закономірності коливань та встановлено оптимальні параметри гасників для підвищення ефективності демпфування.

З огляду на зростання техногенних впливів і загроз, зокрема пов'язаних із терористичними актами, особливої актуальності набувають дослідження роботи сучасних дерев'яних конструктивних елементів на дії імпульсних навантажень.

У цьому контексті формується важлива науково-технічна проблема, що полягає у комплексному вивченні їх напружено-деформованого стану, несучої здатності та експлуатаційної надійності в умовах короткочасних інтенсивних динамічних впливів.

Незважаючи на значний обсяг проведених досліджень, питання динамічної роботи окремих елементів дерев'яних конструкцій, зокрема багат шарових балок із клеєної та перехресно-клеєної деревини під дією імпульсних навантажень, залишаються недостатньо вивченими. Це обумовлює необхідність проведення

подальших експериментальних та теоретичних досліджень у цьому напрямку із порівнянням відгуків із елементами з суцільної деревини.

## **1.2. Демпфувальні властивості дерев'яних конструкцій**

Однією з важливих характеристик динамічної роботи будівельних конструкцій є їхня здатність до розсіювання (дисипації) енергії коливань, що визначається демпфувальними властивостями матеріалу та конструктивної системи. Ця властивість безпосередньо впливає на амплітуду, частоту та тривалість коливань конструкції.

У фізичних системах демпфування – це втрата енергії коливальної системи внаслідок дисипації. Демпфування може бути обумовлене як внутрішніми процесами у матеріалі, так і зовнішніми чинниками, такими, як взаємодія з навколишнім середовищем. З точки зору механіки, демпфування – це вплив зсередини або ззовні на коливальну систему, який має ефект зменшення або запобігання її коливань. У реальних конструкціях демпфування є складним багатокомпонентним процесом, що включає декілька одночасно діючих механізмів енергетичних втрат.

Демпфування характеризує процес поступового зменшення амплітуди коливань конструкції після припинення дії зовнішнього навантаження і має важливе значення для аналізу поведінки будівель та споруд під дією динамічних впливів, таких як вітер, сейсмічні навантаження, рухомі людські та транспортні навантаження, технологічні вібрації та імпульсні впливи [55].

У процесі коливань частина механічної енергії системи перетворюється на теплову енергію внаслідок внутрішнього тертя матеріалу та інших дисипативних процесів. У будівельних конструкціях джерелами демпфування можуть бути матеріал конструкції, з'єднання між елементами, контактні поверхні, а також взаємодія конструкції з навколишнім середовищем [56]. Додатково для глобальних систем слід враховувати вплив ґрунтової основи та суміжних конструктивних елементів, які можуть змінювати загальні характеристики затухання.

Деревина як природний матеріал має відносно високі демпфувальні властивості. Це пояснюється складною анізотропною структурою деревини, що складається з клітинних елементів, які формують багаторівневу мікроструктуру матеріалу. Під час деформацій у цій структурі виникають процеси внутрішнього тертя, мікрозсувів та в'язкопружних ефектів, які сприяють розсіюванню енергії коливань [57-59].

На відміну від металевих або залізобетонних конструкцій, у дерев'яних конструкціях значна частина демпфування пов'язана з роботою вузлів з'єднань. Багато типів з'єднань (болтові, нагельні, шурупні) мають певну податливість і здатні деформуватися під дією навантаження. У процесі таких деформацій виникає тертя між елементами, локальні пластичні деформації та мікропереміщення, що сприяє додатковому розсіюванню енергії коливань [60-63].

Основні механізми демпфування у дерев'яних конструкціях можна поділити на такі дві групи [64-66]:

- внутрішнє демпфування матеріалу деревини;
- демпфування у з'єднаннях, контактне демпфування між елементами.

Внутрішнє демпфування обумовлене в'язкопружною поведінкою деревини, тоді як контактне демпфування пов'язане з тертям і взаємним ковзанням елементів. У реальних умовах ці механізми взаємодіють і формують сумарний ефект затухання.

Для оцінки демпфувальних властивостей конструкцій широко використовують два основних параметри: коефіцієнт демпфування  $\zeta$  [67] та логарифмічний декремент затухання  $\beta$  [68]. Логарифмічний декремент затухання характеризує інтенсивність зменшення амплітуди коливань і визначається за експериментальними даними на основі відношення амплітуд послідовних циклів.

Коефіцієнт демпфування  $\zeta$  - безрозмірний параметр, що характеризує ступінь демпфування коливальної системи і визначається як співвідношення фактичного демпфування до критичного демпфування. Критичне демпфування відповідає мінімальному значенню, за якого система не коливається.

$$\zeta = \frac{c}{c_{crit}} \quad (1.1)$$

де  $c$  – фактичне демпфування;  $c_{crit}$  – критичне демпфування.

Експериментальні дослідження показують, що коефіцієнт демпфування конструкцій дерев'яних перекриттів зазвичай знаходиться у межах 1–6 %, залежно від типу конструкції та умов її роботи [69, 70]. Для конструкцій із великою кількістю механічних з'єднань, а також за наявності податливих вузлів, значення демпфування може бути ще більшим, що позитивно впливає на зниження рівня вібрацій.

На величину демпфування дерев'яних конструкцій впливає ряд факторів, серед яких [71-73]:

- геометричні параметри конструкції;
- щільність;
- модуль деформації;
- модуль деформації зсуву;
- вологість матеріалу;
- тип та жорсткість вузлів з'єднань;
- умови закріплення конструкції.

Зокрема, збільшення вологості деревини може призводити до зростання внутрішнього демпфування, оскільки змінюються механічні властивості клітинної структури матеріалу та підвищується її в'язкопружні властивості [74-76]. Водночас це може супроводжуватися зниженням жорсткості та міцності матеріалу, що необхідно враховувати у розрахунках.

Значення коефіцієнтів демпфування, що використовуються у розрахунках, регламентуються різними нормативними документами та науковими рекомендаціями. Порівняння цих значень наведено у Таблиця 1.2.

Таблиця 1.2 – Порівняння значень коефіцієнтів демпфування конструкцій у нормативних документах

№	Нормативне джерело	Тип конструкції	Коефіцієнт демпфування $\zeta$ , %
1	Eurocode 1995-1-1 [77]	Перекриття	1
2	Eurocode 1998-1 [78]	Споруди	5
3	NBC (Канада) [79]	Споруди	1-2.5
4	CLT Handbook [80]	Перекриття	1-3
5	ISO 10137 [81]	Споруди	1-2
6	Eurocode 1991-1-4 [82]	Дерев'яні мости	1-2
7	Eurocode 1991-2 [83]	Мости	0.5-1.5

Аналіз наведених даних показує, що для споруд та елементів коефіцієнт демпфування знаходиться у межах 1–6 % від критичного демпфування, що узгоджується з експериментальними даними.

Значення демпфування широко використовують в чисельному моделюванні конструкцій у програмних комплексах методу скінченних елементів. У таких розрахунках коефіцієнт демпфування часто задається у вигляді моделі демпфування Релея [84, 85].

Матриця коефіцієнтів в'язкого демпфування  $[C]$  у моделі Релея визначається як лінійна комбінація матриці жорсткості системи  $[K]$  та матриці мас системи  $[M]$  з коефіцієнтами  $\alpha$  та  $\beta$ , представленими як:

$$[C] = \beta[K] + \alpha[M] \quad (1.2)$$

де  $\alpha, \beta$  – коефіцієнти демпфування Релея.

Для визначення коефіцієнтів Релея ( $\alpha, \beta$ ) необхідно мати коефіцієнти демпфування ( $\zeta_i, \zeta_j$ ) для матеріалу на двох найнижчих власних частотах ( $\omega_i, \omega_j$ ).

$$\alpha = \frac{2\zeta_i\zeta_j\omega_i\omega_j}{\zeta_i\omega_i + \zeta_j\omega_j}; \beta = \frac{2\zeta_i\zeta_j}{\zeta_i\omega_i + \zeta_j\omega_j} \quad (1.3)$$

де  $\omega_i, \omega_j$  – кутові частоти власних коливань;  $\zeta_i, \zeta_j$  – коефіцієнти демпфування.

Таким чином, демпфувальні властивості дерев'яних конструкцій відіграють важливу роль у забезпеченні їхньої надійної роботи під дією динамічних навантажень. Висока здатність деревини та вузлів з'єднань до розсіювання енергії коливань забезпечує підвищену стійкість конструкцій до динамічних впливів, зниження рівня вібрацій та підвищення довговічності.

Однак для точного прогнозування поведінки дерев'яних конструкцій необхідно враховувати складну природу процесів демпфування, їх залежність від багатьох факторів, а також можливу нелінійність і змінність у часі. Це обумовлює необхідність подальших експериментальних і теоретичних досліджень, особливо для сучасних конструкцій із клеєної деревини, що працюють в умовах інтенсивних динамічних та імпульсних впливів.

### 1.3. Коефіцієнти динамічності для дерев'яних конструкцій

Під час проектування будівельних конструкцій, які піддаються дії змінних або короткочасних навантажень, важливе значення має врахування динамічного характеру прикладених сил. На відміну від статичних навантажень, динамічні впливи змінюються у часі та можуть викликати інерційні ефекти, що суттєво впливають на напружено-деформований стан конструкції. Динамічні навантаження можуть викликати значне збільшення внутрішніх зусиль і переміщень конструкції порівняно зі статичним навантаженням тієї ж величини. Для врахування цього ефекту у розрахунках застосовується коефіцієнт динамічності. Коефіцієнт динамічності є найбільш широко використовуваним параметром, оскільки він показує, у скільки разів статичне навантаження слід змінити, щоб врахувати виникаючий динамічний ефект [86].

Коефіцієнт динамічності - це безрозмірна величина, яка визначається як відношення максимального динамічного ефекту до відповідного статичного ефекту:

$$k_{dyn} = \frac{E_{dyn}}{E_{stat}} \quad (1.4)$$

де  $E_d$  – максимальний динамічний ефект;  $E_s$  – відповідний статичний ефект.

Під динамічним ефектом у даному випадку можуть розумітися переміщення, напруження, внутрішні зусилля або інші параметри, що характеризують роботу конструкції. Вибір конкретного параметра залежить від мети розрахунку та типу задачі.

Коефіцієнт динамічності широко застосовується у практиці інженерних розрахунків, оскільки дозволяє врахувати складний динамічний процес за допомогою відносно простих статичних моделей. У цьому випадку реальна динамічна дія замінюється еквівалентним статичним навантаженням, яке множиться на відповідний коефіцієнт динамічності. Такий підхід дозволяє уникнути складного розв'язання диференціальних рівнянь руху та значно спрощує інженерні розрахунки.

Разом з тим точність цього методу залежить від правильного вибору значення коефіцієнта, який повинен адекватно відображати характер навантаження та динамічні властивості конструкції. У випадку невірної визначення коефіцієнта можливе як недооцінювання, так і переоцінювання динамічних ефектів, що може призвести до небезпечних або економічно неефективних рішень.

Величина коефіцієнта динамічності залежить від ряду факторів, серед яких [87-90]:

- характер прикладеного навантаження (форма, тривалість та величина імпульсу);
- співвідношення частоти навантаження та власної частоти конструкції;
- демпфувальні властивості матеріалу та конструкції;
- фізико-механічні властивості конструкції;

- граничні умови.

Особливо важливим є співвідношення між періодом власних коливань конструкції  $T$  та часом дії імпульсу  $t_d$ , яке безпосередньо впливає на величину коефіцієнта динамічності. Це співвідношення визначає характер відгуку системи на динамічне навантаження.

У книзі [91] на прикладі імпульсу від вибухової хвилі наведені порівняння по трьом характерним співвідношенням тривалості дії імпульсу до періоду власних коливань і відгукам конструкцій:

- 1) Тривалість імпульсу значно більша ніж період власних коливань - навантаження можна характеризувати як квазі-статичне (Рисунок 1.1).

$$10 < \frac{t_d}{T} \quad (1.5)$$

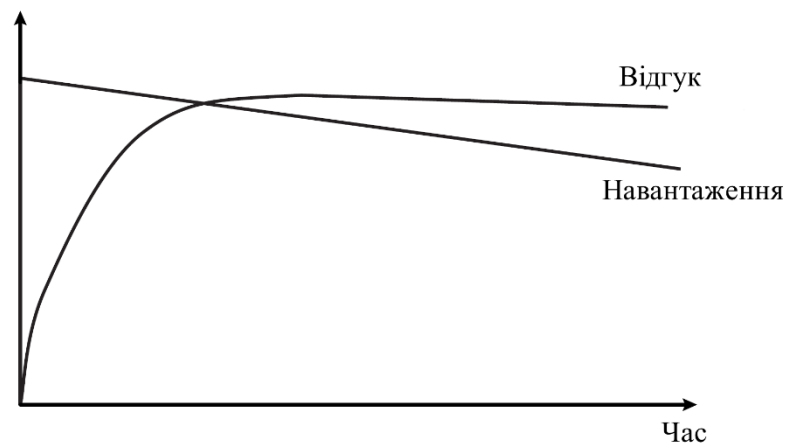


Рисунок 1.1 – Квазі-статичне навантаження

У цьому випадку конструкція встигає адаптуватися до навантаження, і її відгук близький до статичного. Динамічні ефекти незначні, а коефіцієнт динамічності наближається до одиниці.

- 2) Тривалість імпульсу значно менша ніж період власних коливань - навантаження можна характеризувати як імпульсне (Рисунок 1.2).

$$\frac{t_d}{T} < 0.1 \quad (1.6)$$

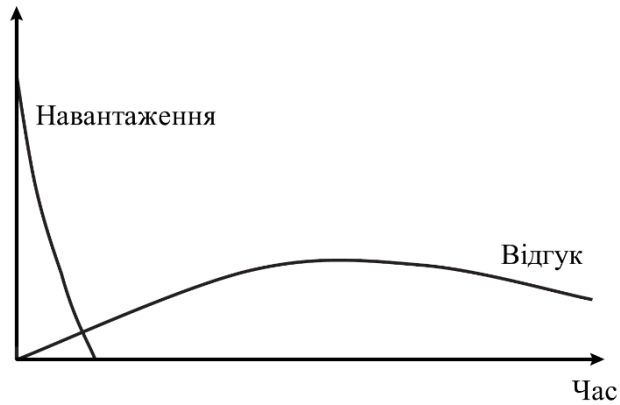


Рисунок 1.2 – Імпульсне навантаження

У цьому випадку навантаження діє дуже швидко, і конструкція не встигає відреагувати під час дії імпульсу. Основний рух продовжується вже після припинення навантаження, а максимальні переміщення можуть суттєво перевищувати статичні значення.

- 3) Тривалість імпульсу умовно відповідає періоду власних коливань - навантаження можна характеризувати як динамічне (Рисунок 1.3).

$$0.1 < \frac{t_d}{T} < 10 \quad (1.7)$$



Рисунок 1.3 – Динамічне навантаження

У цьому випадку спостерігається найбільш складна взаємодія між навантаженням і конструкцією, можливе виникнення резонансних явищ, що призводить до значного зростання динамічних ефектів.

Наведені вище характеристики належать до динамічних навантажень, а запропоновані автором назви відображають характер відгуку конструкції на зовнішній вплив. Такий підхід дозволяє спростити класифікацію навантажень і більш обґрунтовано підходити до вибору розрахункових моделей.

Наприклад, якщо до лінійно-пружної системи миттєво прикласти постійну силу, отримане переміщення буде рівно вдвічі більше, ніж при статичному прикладенні тієї самої сили. З цього можна зробити висновок, що в цьому випадку  $k_{dyn,max} = 2$ , що є класичним результатом теорії динаміки споруд [55] і широко використовується як орієнтовне значення для оцінки імпульсних впливів.

Для дерев'яних конструкцій, зокрема багатошарових балок із клеєної деревини, значення коефіцієнта динамічності може відрізнятися від аналогічних показників для сталевих або залізобетонних конструкцій. Це пов'язано з меншою масою, нижчою жорсткістю та вищими демпфувальними властивостями деревини.

Значення динамічних коефіцієнтів, що використовуються у розрахунках, регламентуються різними нормативними документами та науковими рекомендаціями. Порівняння цих значень наведено у Таблиця 1.3.

Аналіз наведених даних показує, що рекомендовані нормативними документами коефіцієнти динамічності знаходяться у межах 0.8–4.0. Такий широкий діапазон пояснюється різноманітністю типів навантажень та конструктивних систем, а також різними підходами до їх нормування.

Найменші значення характерні для гармонічних або періодичних навантажень, коли інерційні ефекти незначні. Значення, близькі до одиниці, зазвичай приймають для вітрових впливів або повільно змінних навантажень.

Таблиця 1.3 – Порівняння значень динамічних коефіцієнтів для дерев'яних конструкцій у нормативних документах

№	Нормативне джерело	Тип навантаження	Коефіцієнт динамічності $k_{dyn}$
1	ДБН В.2.6-161:2017 [92]	Миттєве	0.8-1.1
2	Eurocode 1991-1-1 [93]	Удар	1.4-2.0
3	Eurocode 1991-1-4 [82]	Вітер	1
4	Eurocode 1991-1-7 [94]	Удар	1-2
5	Eurocode 1991-3 [95]	Кран	0.9-3.0
6	Eurocode 1995-1-1 [77]	Миттєве	0.8-1.0
7	Eurocode 1998-1 [78]	Сейсмічне	1.5-4
8	CLT Handbook [80]	Підйом/Монтаж	1.1-1.6
		Транспортування	2.0-4.0

У дослідженні [50], на прикладі залізобетонних балок показано, що коефіцієнти динамічності можуть набувати значень, значно менших за одиницю. Встановлено, що їх величина залежить від співвідношення тривалості імпульсного навантаження до періоду власних коливань конструкції, а також від фази коливального процесу. У роботі розглянуто дві фази динамічної відповіді: перша - під час дії зовнішнього тиску, друга - на стадії вільних коливань. Зокрема, для залізобетонних балок довжиною 9 м отримано значення коефіцієнта динамічності  $k_{dyn1} = 0.047$  при співвідношенні  $t_d/T = 0.166$ .

Водночас найбільші значення коефіцієнта динамічності спостерігаються при імпульсних, ударних або сейсмічних впливах, де відбувається швидка передача енергії конструкції. У таких випадках можливе значне перевищення динамічних ефектів над статичними, що потребує особливої уваги при проектуванні.

Таким чином, коефіцієнт динамічності є важливим інженерним інструментом для врахування динамічної роботи конструкцій, в тому числі дерев'яних. Його правильне визначення дозволяє забезпечити надійність і безпеку конструкцій під дією змінних та імпульсних навантажень, а також оптимізувати їх конструктивні рішення.

#### **1.4. Динамічні розрахунки у програмних комплексах методу скінчених елементів**

Сучасне проектування дерев'яних конструкцій неможливе без використання чисельних методів розрахунку, зокрема методу скінчених елементів (МСЕ). Це пов'язано з ускладненням конструктивних рішень, застосуванням нових матеріалів (зокрема клеєної та багат шарової деревини), а також необхідністю врахування складних динамічних впливів. Метод скінчених елементів дозволяє враховувати складну геометрію, реальні граничні умови, анізотропні матеріальні властивості деревини та можливу нелінійність роботи конструкцій під дією динамічних навантажень (удар, імпульс, вітер, кранові навантаження, сейсмічні впливи). Програмні комплекси методу МСЕ широко застосовуються інженерами та науковцями всього світу як у практичному проектуванні, так і в наукових дослідженнях [96-103].

Метод скінчених елементів ґрунтується на поділі конструкції на окремі взаємопов'язані елементи (стрижневі, пластинчасті, оболонкові або об'ємні), для яких формулюються рівняння рівноваги або руху. У випадку динамічного аналізу для кожного елемента та системи в цілому записується рівняння руху, яке має загальний вигляд:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{Q(t)\} \quad (1.8)$$

[104]

де  $\{u\}, \{\dot{u}\}, \{\ddot{u}\}$  – вектори переміщень, швидкостей і прискорень;  $[K], [C], [M]$  – матриці жорсткості, демпфування і мас;  $\{Q(t)\}$  – вектор навантажень.

Розв'язання цього рівняння дозволяє визначити зокрема максимальні внутрішні зусилля, деформації та переміщення за динамічної дії. Залежно від типу задачі можуть використовуватися різні чисельні методи інтегрування (метод Ньюмарка, центральних різниць тощо), які реалізовані у сучасних програмних комплексах.

У програмних комплексах МСЕ застосовують різні види динамічного аналізу:

1. Модальний аналіз - дозволяє визначити власні частоти та форми коливань конструкції. Отримані характеристики є базовими для подальших динамічних розрахунків і дають змогу оцінити небезпеку виникнення резонансних явищ.
2. Гармонічний аналіз - застосовують для дослідження поведінки конструкцій під дією періодичних (гармонічних) навантажень. Це дає змогу виявити резонансні ефекти та прогнозувати поведінку конструкцій при різних частотах навантажень.
3. Динаміка в часі (time history) - дозволяє моделювати довільні навантаження, що змінюються у часі, включаючи імпульсні та ударні впливи. Цей тип аналізу є найбільш універсальним і точним, оскільки відтворює реальний процес навантаження та відгуку конструкції. Він широко застосовується для оцінки реакції конструкцій на вибухи, удари, сейсмічні впливи та інші складні імпульсні навантаження.

Наразі існує достатньо велика кількість розрахункових комплексів методу скінчених елементів, які відрізняються країною походження, інтерфейсом користувача, можливостями постпроцесингу, швидкістю роботи вирішувача, точністю алгоритмів та наявністю спеціалізованих модулів. Незважаючи на ці відмінності, базовий набір функцій (побудова моделі, задання навантажень, виконання статичних і динамічних розрахунків, аналіз результатів) є спільним для більшості програм.

Як приклад сучасних програмних комплексів методу скінчених елементів доцільно розглянути наступні:

- LIRA-FEM - вітчизняний програмний комплекс, що є сучасним представником сімейства ЛІРА. Перші представники цього сімейства були розроблені ще у 60-х роках ХХ століття. LIRA-FEM складається з модулів основної конфігурації та додаткових систем, має потужний розрахунковий процесор і орієнтований на виконання складних інженерних задач. Комплекс широко використовується в Україні та пострадянському просторі і є лідером за популярністю для виконання інженерних розрахунків в Україні [105].
- Dlubal RFEM - сучасний розрахунковий комплекс, який широко використовується у країнах Європи та США і набуває популярності в Україні. Версія RFEM 5 дозволяє ефективно моделювати та аналізувати конструкції, що складаються зі стрижнів, пластин, оболонки і об'ємних елементів. Програма підтримує як статичні, так і динамічні розрахунки, включаючи нелінійний аналіз. Завдяки модульній структурі користувач може підключати додаткові модулі для розрахунку конкретних типів конструкцій, зокрема дерев'яних та багатошарових елементів [106].

Аналіз основних можливостей показує, що обидва програмні комплекси забезпечують виконання основних типів динамічних розрахунків, включаючи модальний аналіз та розрахунок динаміки в часі. Беззаперечною перевагою LIRA-FEM є імплементація Українських норм проєктування. Разом з тим RFEM має спеціалізовані модулі для орієнтовані на розрахунки дерев'яних і багатошарових елементів, що може бути перевагою під час проєктування дерев'яних конструкцій.

Важливим аспектом динамічного розрахунку є правильне задання параметрів моделі, зокрема характеристик матеріалу, умов закріплення, масових характеристик та демпфування. Невірне задання цих параметрів може призвести до значних похибок у результатах.

Таблиця 1.4 – Порівняння функціоналу LIRA-FEM та Dlubal RFEM 5

Функція	LIRA-FEM	Dlubal RFEM5
Стандарти	Україна (ДБН, ДСТУ); Єврокоди (EN); США (ACI, AISC); Франція (BAEL)	Єврокоди (EN); США (ACI, ASCE); Канада (CAN, NBC); Німеччина (DIN)
Ізотропна лінійно-пружня модель матеріалу (1D)	+	+
Ортотропна пружня модель матеріалу (3D)	+	+
Модальний аналіз	+	+
Динаміка в часі	+	+
Матеріальне демпфування	+	+
Модуль розрахунку дерев'яних елементів	-	RF-TIMBER Pro
Модуль розрахунку багатошарових елементів	-	RF-LAMINATE

Обидва комплекси забезпечують достатній інструментарій для виконання інженерних високоточних розрахунків на динамічні навантаження як для окремих елементів, так і для конструкцій в цілому. Використання таких програмних засобів дозволяє значно підвищити точність прогнозування поведінки конструкцій, оптимізувати їх проєктні рішення та забезпечити необхідний рівень надійності і безпеки.

## 1.5. Висновки по розділу 1

На основі проведеного аналізу сучасного стану досліджень роботи дерев'яних конструкцій під дією динамічного навантаження, викладених у першому розділі, було сформульовано такі ключові висновки:

1. Встановлено, що сучасний розвиток будівництва характеризується активним зростанням застосування інженерних дерев'яних матеріалів (клеєної та перехресно-клеєної деревини), що дозволяє реалізовувати багатоповерхові та великопрольотні конструкції.
2. Показано, що дерев'яні конструкції є ефективними під дією динамічних навантажень завдяки малій власній масі, високому співвідношенню міцності до ваги та здатності до розсіювання енергії коливань.
3. Встановлено, що демпфувальні властивості дерев'яних конструкцій формуються як за рахунок внутрішньої структури матеріалу, так і за рахунок роботи вузлів з'єднань, що суттєво впливає на їх динамічну поведінку.
4. Проаналізовано підходи до врахування динамічних впливів через коефіцієнт динамічності, значення якого залежать від характеру навантаження, тривалості імпульсу та демпфувальних властивостей системи.
5. Встановлено, що сучасні дослідження динамічної роботи дерев'яних конструкцій базуються на застосуванні методу скінченних елементів, який дозволяє адекватно враховувати складну геометрію, анізотропію матеріалу та різні типи динамічних впливів на основі фізико-механічних характеристик матеріалу дерев'яних балкових конструкцій.
6. Визначено, що питання динамічної роботи багат шарових дерев'яних елементів під дією імпульсних навантажень залишаються недостатньо дослідженими, що обумовлює необхідність подальших експериментальних і теоретичних досліджень.
7. Сформовані задачі досліджень, які викладені у вступі до роботи.

## РОЗДІЛ 2.

### МЕТОДИКА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

#### 2.1.Обсяг зразків для експериментальних досліджень

Спираючись на поставлену мету та сформульовані задачі наукової роботи, було розроблено комплексну програму експериментальних досліджень. Основний фокус дослідження спрямовано на вивчення особливостей поведінки дерев'яних балок під дією короткочасних імпульсних навантажень.

Програма випробувань була структурована таким чином, щоб забезпечити послідовний перехід від статичних до динамічних характеристик. Зокрема, вона передбачала:

- Статичне калібрування: Попереднє проведення серії статичних випробувань на згин для визначення фактичних пружних характеристик матеріалів, що дозволяє в подальшому відтворити адекватну математичну модель конструкцій.
- Динамічне тестування: Випробування балок з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини (по одному репрезентативному зразку кожного типу) для аналізу власних частот, форм коливань та логарифмічного декременту затухання.

Одним із центральних завдань експерименту є проведення компаративного аналізу трьох фундаментальних типів конструкційної деревини, що відрізняються своєю внутрішньою структурою та технологією виготовлення:

- Суцільна деревина (СД) – базовий еталон, представляє матеріал природної анізотропної структури, показники якого є контрольними для порівняння з інженерними модифікаціями деревини.
- Клеєна деревина (КД / GLT) – матеріал, що набув найширшого застосування у сучасному промисловому та цивільному будівництві.
- Перехресно-клеєна деревина (ПКД / CLT) – розглядається як інноваційний композитний матеріал з перехресним орієнтуванням суміжних шарів ламелей.

Для забезпечення високої точності результатів і дотримання принципу «чистоти експерименту» було виконано контроль вихідної сировини, а також усі дослідні зразки виготовлялися з єдиної відібраної партії деревини сосни.

Таблиця 2.1 – Дослідні зразки балок

№	Позначення	Розміри [мм]			Кількість
		Висота	Ширина	Довжина	
1	СД	145	90	1960	1
2	КД				1
3	ПКД				1

## 2.2. Методика виготовлення зразків

### 2.2.1. Виготовлення балок для статичних випробувань

Основним завданням підготовчого етапу було створення експериментальних зразків, які б дозволили отримати достовірні дані щодо модуля пружності вздовж волокон з урахуванням модуля зсуву досліджуваних зразків деревини. Для цього всі балки пройшли попередній цикл статичних випробувань на поперечний згин.

Сировиною для виготовлення слугувала деревина сосни місцевого походження. На етапі відбору пиломатеріалів здійснювалася дефектоскопія: до складу серій не допускалися заготовки з вираженими вадами структури, такими як великі наскрізні сучки, серцевинні трубки або нахил волокон тощо. Такий ретельний відбір був необхідний для того, щоб локальні дефекти не спотворили загальну картину деформування конструкції та не призвели до отримання не достовірних результатів.

Важливим аспектом експерименту було забезпечення ідентичного рівня вологості для всіх типів балок, оскільки цей показник прямо впливає на щільність та пружні характеристики деревини. Контроль вологості здійснювався за допомогою голчастого електромікровологоміра VENETECH GM605 (діапазон вимірювання 0-41%, з точністю  $\pm 2\%$ ), а заміри проводилися у п'яти точках по

довжині кожної балки. Середнє значення вологості підтримувалося в діапазоні 7 - 9%, що відповідає експлуатаційному стану всередині приміщень.

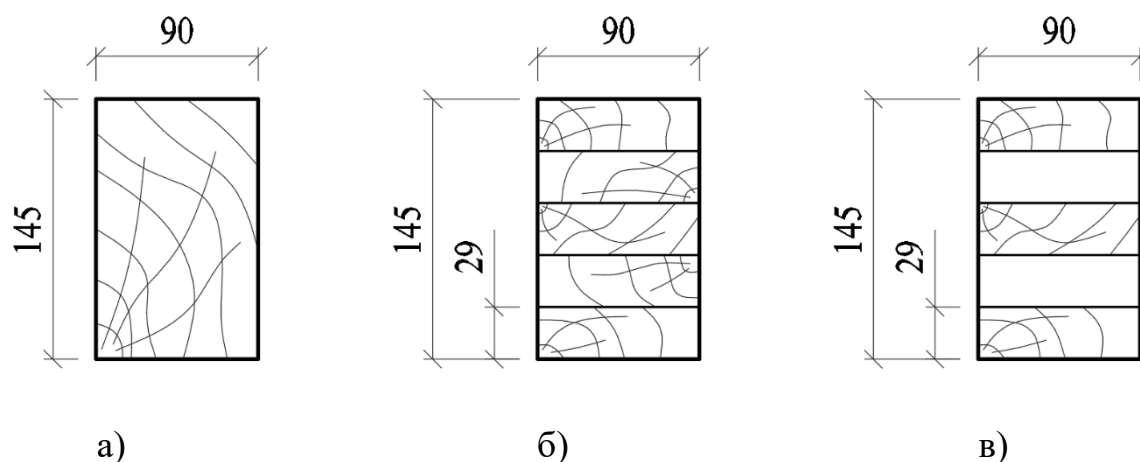


Рисунок 2.1 – Розміри поперечного перерізу балок : а) суцільної; б) клеєної; в) перехресно-клеєної деревини

Для виготовлення балок з клеєної (КД) та перехресно-клеєної (ПКД) деревини було реалізовано повний технологічний цикл, що включав у себе наступні етапи:

- Підготовка та калібрування ламелей: вихідний брус розпилювався на заготовки з номінальною товщиною 29 мм. З отриманих дощок формувалися пакети згідно з розрахунковою схемою кожного типу балки.
- Процес склеювання: був застосований професійний промисловий клей CASCO SILVA, який за класифікацією EN 204 відповідає класу вологостійкості D2. Клейова композиція наносилася рівномірним нормованим шаром за допомогою валика.
- Пресування: для створення необхідного контактного тиску та фіксації пакета використовувалися гвинтові струбцини, які встановлювались з кроком 400 мм [107]. Це технологічне рішення забезпечило отримання клейових швів мінімальної товщини, які практично не впливають на пружні характеристики елемента, але гарантують повну монолітність перерізу та сумісну роботу всіх шарів.

- Технологічне кондиціонування: після виймання з-під преса балки протягом семи діб витримували в кліматично контрольованому середовищі (температура  $25 \pm 2^\circ\text{C}$ , відносна вологість повітря  $60 \pm 5\%$ ). Цей етап важливий для завершення повної полімеризації клею та природної релаксації внутрішніх напружень, що виникли в деревині під час механічного стискання.
- Фінальна обробка: після повного затвердіння клейового складу виконувалося чистове стругання та фугування до проектних розмірів поперечного перерізу  $b = 90 \text{ мм}$ ,  $h = 145 \text{ мм}$  (Рисунок 2.1). Загальна довжина кожної балки після торцювання становила 1985 мм.

Паралельно з цим балки з суцільної деревини виготовлялися з цільного соснового бруса. За допомогою послідовного фугування та калібрування ці зразки були доведені до заданих геометричних параметрів із високим ступенем точності, що відповідає допускам для дерев'яних конструкцій.

З метою нівелювання будь-якого впливу випадкових кліматичних факторів на результати компаративного аналізу, всі типи балок (суцільні, клеєні та ПКД) проходили фінальний етап технологічної витримки в одному приміщенні. Це забезпечило ідентичність фізичного стану матеріалів, що є фундаментальною умовою для отримання об'єктивних та достовірних даних під час проведення подальшої серії статичних та динамічних випробувань.

### **2.2.2. Підготовка балок для динамічних випробувань**

Після завершення повної програми статичних випробувань було розпочато етап цільової підготовки тих самих дослідних зразків до динамічних тестів. Цей перехід був критично важливим, оскільки динамічний відгук конструкції суттєво відрізняється від статичного деформування. Оскільки амплітуда коливального процесу за своєю природою є знакозмінною характеристикою, випробувальні елементи потребували створення специфічних умов закріплення. З огляду на це, зразки підлягали значній конструктивній модернізації, яка полягала у докорінному перегляді та доопрацюванні опорних вузлів.

Ключовим технічним аспектом підготовки було забезпечення чистого симетричного коливального процесу. У разі класичного обпирання можуть виникнути паразитні зміщення через зміну довжини дуги вигину, що може спотворити отримані результати. Для уникнення виникнення небажаних паразитних моментів та неконтрольованих горизонтальних зміщень, було прийнято рішення розташувати осі опор суворо на нейтральній осі поперечного перерізу балки. Це відповідає геометричній середині висоти перерізу  $h/2 = 72.5$  мм.

Для реалізації умов, максимально наближених до ідеального шарнірного обпирання, та забезпечення вільного обертання перерізу навколо опорних точок, були застосовані фланцеві корпусні підшипники UCF205 (Рисунок 2.2). Кожен такий вузол є прецизійним механізмом, що складається з самоцентрованого кулькового підшипника, розміщеного у масивному квадратному корпусі з високоміцного чавуну. Корпус має чотири монтажні отвори, що дозволило жорстко зафіксувати вузол на балках за допомогою болтів M12. Використання вала діаметром 25 мм забезпечило необхідну жорсткість та витривалість вузла під час інтенсивних вібрацій та ударних навантажень. Конструктивна схема передбачала встановлення пари підшипників на кожну опору (по одному з кожного боку балки), що гарантувало стабільність просторового положення балки та виключало можливість її перекосу у горизонтальній площині під час експерименту.

Враховуючи виражену анізотропну структуру деревини та її високу схильність до зминання впоперек волокон, особливу увагу було приділено підсиленню контактних зон «метал-дерево». Для запобігання руйнуванню деревини під дією зосереджених сил, між чавунним корпусом підшипника та бічними поверхнями балки були інтегровані сталеві розподільчі пластини у формі кутиків (Рисунок 2.3, а). Використання таких пластин дозволило:

- мінімізувати локальне вминання металевих частин у структуру балки, що забезпечило стабільність натягу болтового з'єднання протягом усієї серії тестів.
- створити жорстку «обойму», яка перешкоджає розщепленню деревини.

- полегшити достатньо складний монтаж.



Рисунок 2.2 – Фланцевий корпусний підшипник UCF205, з болтами M12

Методика збурення вільних коливань у досліджуваних дерев'яних балках базувалася на принципі нанесення нормованого зосередженого імпульсу (ударної дії) у середині прольоту. Оскільки деревина, як анізотропний природний матеріал, характеризується відносно низькою міцністю на стиск впоперек волокон та високою схильністю до накопичення місцевих пластичних деформацій (зминання), прямий контакт сталеві кулі з поверхнею балки призвів би до нелінійної дисипації енергії.

Для мінімізації втрат енергії удару на необоротні пластичні деформації деревини у точці прикладання імпульсу по середині прольоту балки було інтегровано сталеву розподільчу пластину (Рисунок 2.3, б).

Вибір параметрів цієї пластини та методу її монтажу був обумовлений наступними факторами:

- Жорсткість: пластина виготовлена зі сталі марки С235 товщиною 5 мм. Така товщина забезпечує рівномірний розподіл навантаження на достатню площу.
- Технологія фіксації: жорстке приєднання до деревини здійснювалося чотирма самонарізними гвинтами діаметром 5 мм. Це дозволило створити

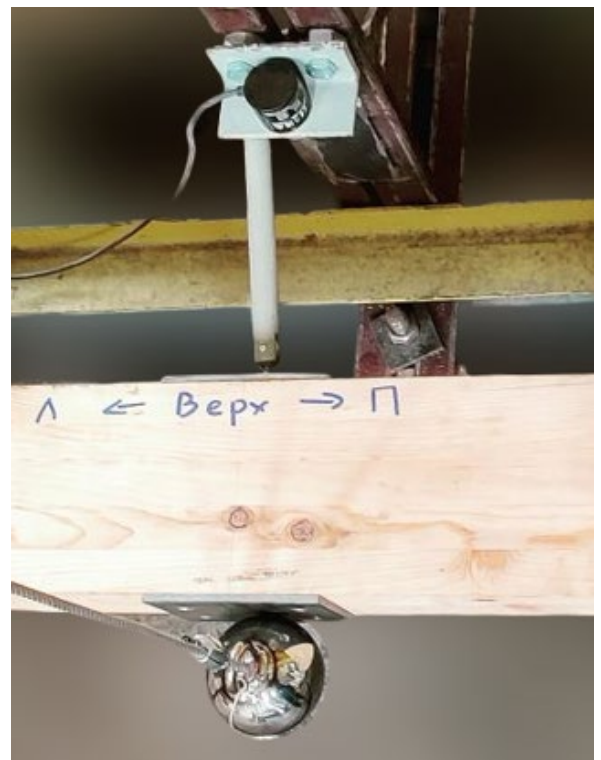
достатнє притискання у контактній зоні «метал-дерево», гарантуючи відсутність відриву пластини.

- Ідентичність умов для серійних тестів: встановлення пластини дозволило уніфікувати умови експерименту для всіх трьох типів балок (СД, КД та ПКД).

Аналогічний підхід був застосований для підготовки місця встановлення датчика системи реєстрації переміщень. Для забезпечення метрологічної чистоти експерименту була передбачена друга металева площадка (Рисунок 2.3, б). Шток датчика був закріплений не на м'якій структурі деревини, а на сталевій пластині, що виключало можливість локального змінання матеріалу в точці контакту з приладом. Оскільки швидкість коливального процесу є високою, будь-яка піддатливість у точці контакту штока датчика призвела б до появи шумів спотворення сигналу на осцилограмі.



а)



б)

Рисунок 2.3 – Сталеві розподільчі пластини: а) між корпусом підшипника та балкою; б) у точці прикладання зосередженого імпульса (удару), та кріплення штока датчика

Таким чином, інженерна модернізація точок прикладання імпульсу та зняття показів дозволила мінімізувати похибки, пов'язані зі специфікою матеріалу деревини, та забезпечити високу повторюваність результатів у межах всієї програми експериментальних досліджень.

## **2.3.Методика експериментальних досліджень**

### **2.3.1. Статичне випробування дослідних зразків балок**

Статичні випробування балок виконувались у лабораторії кафедри металевих і дерев'яних конструкцій КНУБА. Головною метою цього етапу було експериментальне визначення жорсткісних характеристик балок. Розрахункова схема випробувань прийнята по схемі класичного поперечного згину (Рисунок 2.4, а). Основним параметром, що підлягав фіксації, було значення вертикального прогину в середині прольоту балки, де виникають максимальні прогини.

Випробування дерев'яних балок здійснювалися на силовому лабораторному стенді, що має високу просторову жорсткість. Зразки встановлювалися у горизонтальному положенні за схемою однопрольотної шарнірно-обпертої балки. Для коректної передачі зусиль ліва опора була реалізована як шарнірно-нерухома, а права, – як шарнірно-рухома, що дало змогу балці вільно деформуватися в поздовжньому напрямку без виникнення розпору. Навантаження прикладалося вертикально у центрі прольоту. Після встановлення досліджуваного зразка в проектне положення проводилося встановлення та налаштування вимірювальних приладів для контролю величини навантаження та деформацій (Рисунок 2.4, б).

Для високоточної реєстрації вертикальних переміщень (прогинів) дослідних зразків по середині прольоту було застосовано прецизійний індикатор годинникового типу ИЧ-10. Даний прилад має робочий діапазон вимірювання 0 – 10 мм з ціною поділки 0.01 мм, що дозволяє фіксувати найменші зміни деформативного стану балок під впливом статичного навантаження.

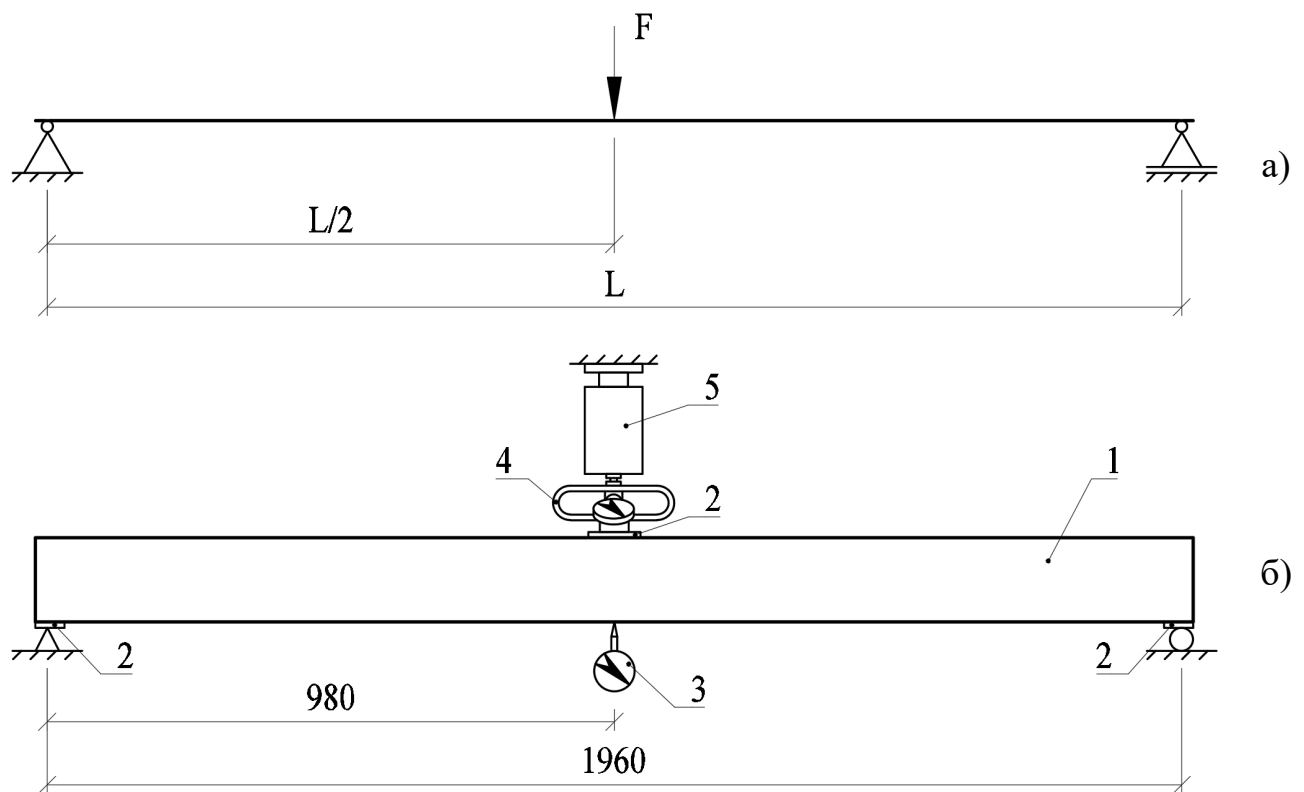


Рисунок 2.4 – а) Розрахункова схема статичного дослідження балок;

б) Схема випробувальної установки:

1 – балка; 2 – сталеві підкладки; 3 – індикатор ИЧ-10;

4 – динамометр ДОСМ-3; 5 – механічний домкрат

Для забезпечення чистоти експерименту та виключення похибок індикатор пройшов попередню процедуру тарування. Його фіксація у проектному положенні здійснювалася за допомогою спеціального штатива, оснащеного потужним магнітним кріпленням, що дозволяло жорстко приєднати вимірювальний прилад безпосередньо до нерухомої металеві рами випробувального стенду (Рисунок 2.5, а). Такий спосіб монтажу гарантував стабільність відліків у відносній системі координат «рама-зразок» протягом усього циклу випробувань, нівелюючи вплив сторонніх вібрацій.

Особливу увагу в методиці було приділено збереженню структурної цілісності деревини в зонах високої концентрації напружень. Враховуючи низьку міцність деревини на стиск впоперек волокон, у вузлах обпирання балок, а також безпосередньо в точці передавання зосередженого навантаження від домкрата,

було передбачено сталеві розподільчі пластини (Рисунок 2.4, б). Ці металеві елементи виконували роль жорстких прокладок, які розподіляли локальні зусилля, мінімізуючи місцеве вмінання деревини та забезпечуючи чистоту отриманих результатів (реєстрований приладами прогин є результатом виключно згину балки, а не її деформації за рахунок змінання волокон).

Навантаження дослідних зразків здійснювалось за допомогою механічного гвинтового домкрата, що дозволяло забезпечити достатньо високу плавність нарощування зусиль та уникати небажаних динамічних поштовхів, які могли б спотворити результати статичних вимірювань.

Оперативний контроль та точне вимірювання величини прикладеного зусилля здійснювалося за допомогою механічного динамометра стиснення ДОСМ-3 (Рисунок 2.5, б). Цей прилад, що належить до 3-го класу точності, був попередньо протарований в лабораторних умовах, що підтвердило лінійність його показів у всьому робочому діапазоні. Динамометр встановлювався безпосередньо між штоком домкрата та розподільчою пластиною на балці, що дозволяло фіксувати фактичне зусилля, яке передавалося на конструкцію.

Максимальне допустиме навантаження для кожного дослідного зразка визначалося попередньо на основі розрахункової оцінки напружено-деформованого стану балки за поперечного згину. Розрахунок для балок з суцільної та клеєної деревини виконувався відповідно до положень [92]. Оцінка навантаження для балок з суцільної та клеєної деревини виконувались як для суцільної деревини хвойних порід класу міцності С14.

$$\frac{\sigma_{m,k}}{f_{m,k}} \leq 1 \quad (2.1)$$

$$\sigma_{m,k} = \frac{M_k}{W_k} \quad (2.2)$$

де  $\sigma_{m,k}$  – характеристичне напруження згину;  $f_{m,k}$  – характеристичне значення міцності при згині;  $M_k$  – характеристичний згинальний момент;  $W_k$  – характеристичний момент опору перерізу.

Розрахунок балки з перехресно-клеєної деревини виконувався на основі положень з обчисленням ефективної жорсткості на згин.

$$(EI)_{eff} = \sum_{i=1}^n E_i \cdot b \cdot \frac{t_i^3}{12} + \sum_{i=1}^n E_i \cdot b \cdot t_i \cdot z_i^2 \quad (2.3) \quad [80]$$

де  $b$  – ширина балки;  $E_i$  – модуль деформації  $i$ -го шару ( $E_0$  – для поздовжніх ламелей;  $E_{90}$  – для поперечних ламелей);  $n$  – кількість шарів в балці;  $t_i$  – товщина  $i$ -го шару;  $z_i$  – відстань від центру  $i$ -го шару до нейтральної осі перерізу балки.

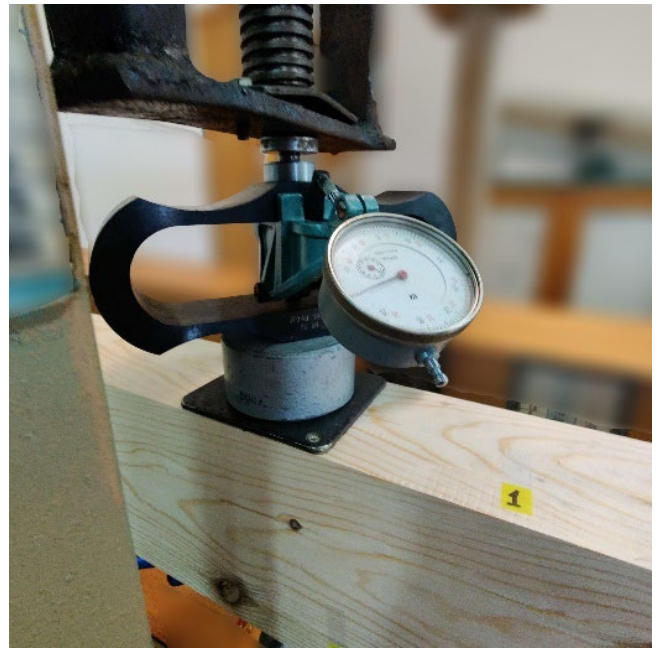
На основі розрахунків та з урахуванням запасу в межах 5-10%, було визначено граничні навантаження, які не повинні перевищуватись під час проведення статичних випробувань, для суцільної та клеєної деревини – 8.4 кН, для перехресно-клеєної – 6.8 кН.

Процес навантаження був чітко регламентований і проводився за методикою ступінчатого прикладання зусилля до верхньої грані елемента по центру його прольоту. Програма випробувань передбачала реалізацію 4-ох послідовних ступенів навантаження (0 - 60%, 60 - 80%, 80 - 95%, 95 - 100%). Особливістю прийнятої методики було прогресивне зменшення кроку: на кожному наступному етапі величина приросту навантаження скорочувалася (1 – 10%, 2 – 5%, 3 – 3%, 4 – 1% від максимально розрахованого навантаження).

Для мінімізації випадкових похибок, виключення впливу початкового обминання контактних поверхонь та забезпечення високої статистичної достовірності результатів, для кожної балки виконувався повний цикл досліджень, що складався з трьох незалежних випробувань. Результати кожного випробування ретельно порівнювалися між собою для підтвердження відтворюваності експериментальних даних.



а)



б)

Рисунок 2.5 – Вимірювальні прилади: а) індикатор ИЧ-10;  
б) динамометр ДОСМ-3

Безпосередньо перед початком активної фази експерименту було проведено комплекс підготовчих та контрольних заходів. Оскільки фактичні розміри виготовлених зразків можуть мати незначні відхилення від номінальних значень, було виконано уточнення геометричних параметрів кожної окремої балки. Після верифікації геометрії проводилося зняття початкових («нульових») відліків з усіх встановлених вимірювальних приладів. Ці дані були ретельно занесені до протоколу випробувань, слугуючи базою для подальших розрахунків деформацій.

Загальне компонування лабораторного обладнання та розташування дослідного зразка з перехресно-клеєної деревини (ПКД) у випробувальному стенді безпосередньо перед прикладанням першого ступеня навантаження представлені на Рисунок 2.6.

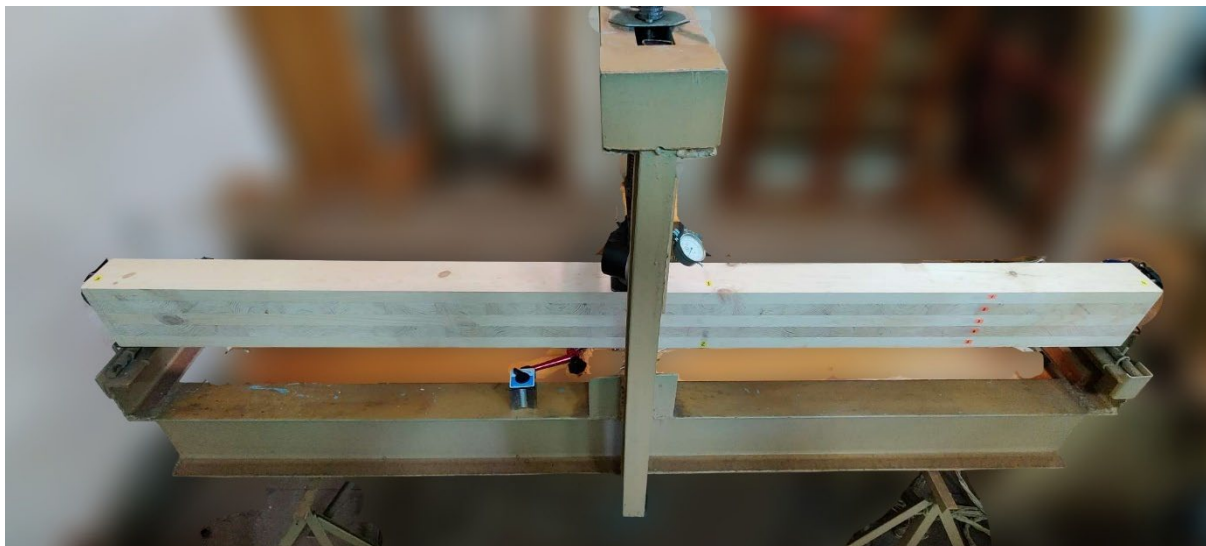


Рисунок 2.6 – Загальний вигляд досліджуваної балки з ПКД та випробувальної установки

Для забезпечення високої відтворюваності результатів та мінімізації похибок, випробування кожної балки на статичний згин здійснювалося суворо за наступним технологічним алгоритмом:

- 1) Метрологічна атестація зразка: виконання замірів геометричних параметрів поперечного перерізу зразка з точністю 0.1 мм ( $h$  - вистоя,  $b$  – ширина;  $L$  - довжина), з подальшим фіксуванням до журналу випробувань.
- 2) Монтаж та центрування: встановлення балки в робочу зону стенду. Особливу увагу приділено вертикальності вектора прикладання зусилля (навантаження) від домкрата.
- 3) Інсталяція вимірювальних систем: розміщення індикатора ИЧ-10 та динамометра ДОСМ-3. Після перевірки працездатності механізмів проводилася фіксація початкових значень, що відповідають ненавантаженому стану системи.
- 4) Ступеневе навантаження: прикладання зусилля згідно з програмою випробувань. На кожному етапі витримувалася пауза тривалістю до 5 хвилин. Це необхідно для релаксації місцевих напружень у матеріалі та стабілізації показів приладів, після чого здійснювалось зняття відліків.

5) Контроль пружного відновлення: після досягнення максимального запланованого зусилля навантаження проводилося плавне розвантаження системи. Балку витримували у вільному стані до моменту повної стабілізації стрілок датчиків. Повернення індикаторів у вихідне («нульове») положення слугувало підтвердженням того, що матеріал працював виключно у межах пружних деформацій без накопичення залишкових пошкоджень.

Програма проведених статичних випробувань була свідомо обмежена певним рівнем навантаження, що не передбачало доведення дослідних зразків до фази руйнування, утворення критичних тріщин або будь-якої іншої форми втрати ними несучої здатності. Такий підхід був зумовлений необхідністю збереження структурної цілісності та первинної жорсткості балок для їх подальшого використання у серії динамічних досліджень.

Усі конструктивні елементи (як суцільні, так і клеєні) було досліджено виключно в межах зони лінійної пружної роботи матеріалу.

### **2.3.2. Динамічне випробування дослідних зразків балок**

Програма експериментальних досліджень дерев'яних балок на дію короткочасного динамічного навантаження була успішно реалізована на базі випробувального центру будівельних конструкцій КНУБА. Для проведення тестів було прийнято розрахункову схему однопролітної балки. Дана модель є класичною для оцінки напружено-деформованого стану конструкцій, що дозволяє найбільш наочно простежити вплив динамічного імпульсу на роботу досліджуваних зразків. Навантаження являє собою зосереджений імпульс, прикладений в центрі прольоту (Рисунок 2.7, а). Основним параметром, що підлягав фіксації під час експерименту, було переміщення балки у горизонтальній площині. Переміщення визначалися безпосередньо в точці прикладання навантаження за допомогою високочутливої вимірювальної апаратури. Фіксація даних саме в цій точці є ключовою для подальшого порівняння експериментальних значень із результатами теоретичних розрахунків та числового моделювання, оскільки вона відповідає максимальній амплітуді коливань балки за першої форми її власних коливань.

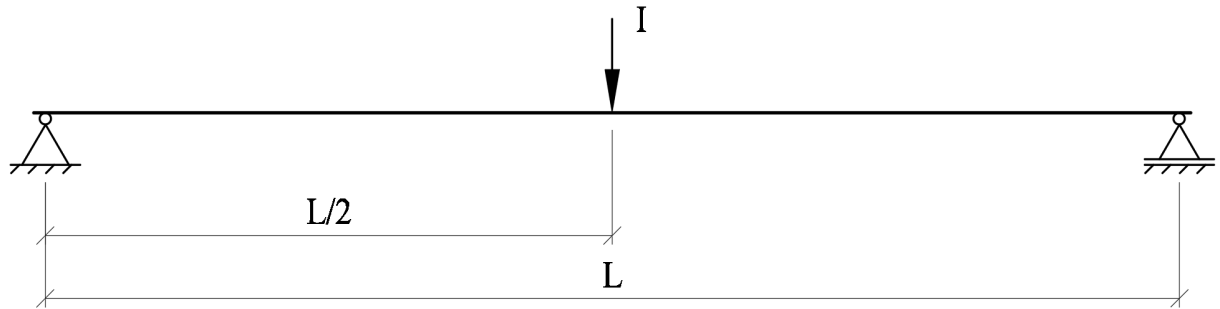


Рисунок 2.7 – Розрахункова схема динамічного дослідження балок

Для забезпечення чистоти експерименту та отримання достовірних даних про динамічний відгук конструкції, ключовим завданням було відтворення однократного зосередженого імпульсного впливу (удару). Традиційні схеми з вертикальним падінням вантажу часто мають суттєвий недолік – утворення серії повторних ударів, що відбуваються внаслідок відскоку кулі від поверхні зразка та її повторного падіння під дією сили тяжіння.

З метою уникнення цього явища та забезпечення чіткого одиночного імпульсу, була обрана схема прикладання горизонтального удару. Таке рішення дозволило фізично розмежувати вектор дії сили тяжіння та вектор ударного імпульсу: після контакту зі зразком вантаж маятника вільно відскакує у зворотному напрямку, не здійснюючи повторного впливу на об'єкт дослідження.

Технічна реалізація цього підходу була здійснена за допомогою спеціально спроектованого маятникового механізму. Роль ударного елемента (інерційної маси) виконувала сталева куля, що забезпечувало точковий контакт та стабільність передачі енергії. Для практичного втілення цієї методики було розроблено індивідуальний проект, за яким виготовлено та змонтовано випробувальний стенд (Рисунок 2.8).

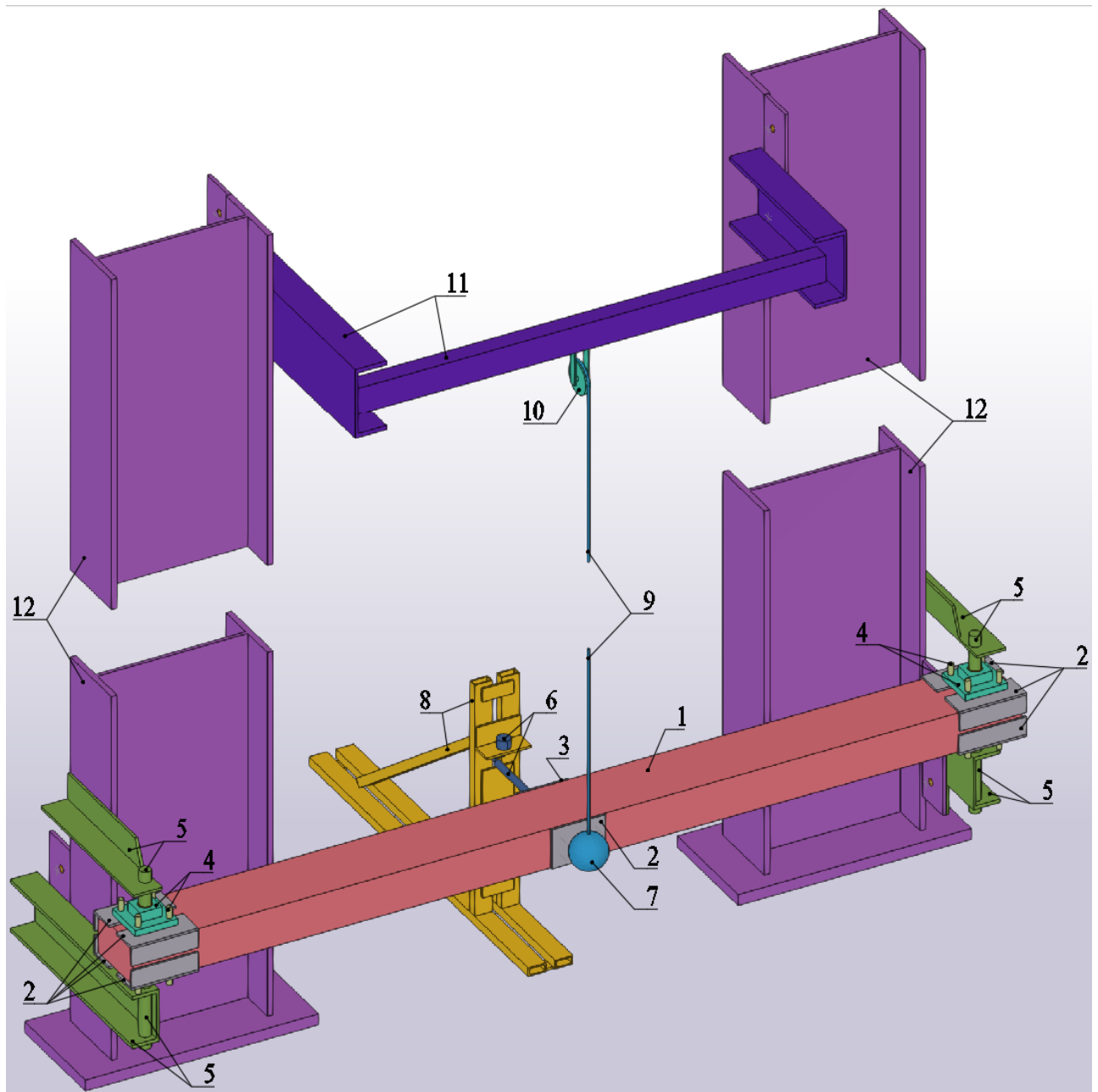


Рисунок 2.8 – 3D модель випробувальної установки:

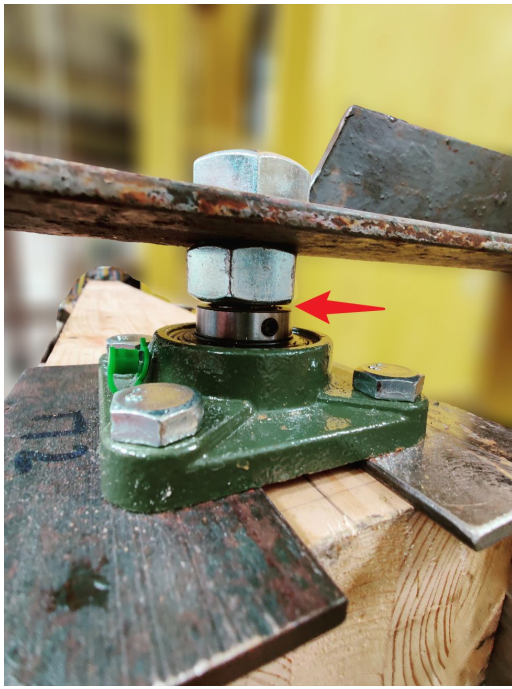
1 – балка; 2 – сталеві розподільчі підкладки; 3 – сталеві пластини для кріплення штока датчика; 4 – фланцевий корпусний підшипник UCF205 з болтами; 5 – елементи опори балки з валом; 6 – електронний датчик зі штоком; 7 – сталеві кулі (вантаж маятника); 8 – незалежна опора для датчика 6; 9 – сталевий трос (підвіс маятника); 10 – блок (опора маятника); 11 – рама для регулювання положення маятника у стані спокою; 12 – просторова рама для кріплення 5 та 11.

Експериментальні дослідження зразків дерев'яних балок проводились у випробувальній установці в горизонтальній площині. Таке специфічне положення було зумовлене обраною схемою горизонтального ударного впливу. Робота конструкції моделювалася відповідно до класичної схеми однопрольотної розрізної балки. Для забезпечення статичної визначеності та коректного розподілу зусиль було використано спеціальні опорні вузли: ліву опору виконано шарнірно-нерухомою, тоді як праву – шарнірно-рухомою.

З метою підвищення загальної просторової жорсткості валів опор балки та мінімізації паразитних деформацій у напрямку прикладання динамічного імпульсу, було впроваджено додаткове розкріплення. Вали опорних вузлів, що сприймають основне ударне навантаження, були жорстко зафіксовані у верхній частині за допомогою сталевих кутиків.

Окрему увагу під час монтажу було приділено забезпеченню чистоти роботи вузлів обертання. Для повного виключення ймовірності виникнення заклинювання або появи надлишкового механічного тертя в рухомих частинах, конструкцією було передбачено систему технологічних люфтів. Зокрема, під час встановлення корпусних підшипників було витримано зазори розміром 1 – 2 мм. Верхній зазор – між внутрішнім кільцем підшипника та фіксувальною гайкою вала (Рисунок 2.9, а), нижній зазор – між корпусом підшипника та сталевим елементом опори (Рисунок 2.9, б).

Впровадження цих регламентованих проміжків дозволило нівелювати вплив неточностей виготовлення металоконструкцій та температурних розширень. Це гарантувало, що динамічний відгук, який реєструється датчиками, є результатом виключно деформування деревини, а не опору затиснутих опорних вузлів, що є критично важливим для отримання достовірних даних.



а)



б)

Рисунок 2.9 – Технологічні зазори між внутрішнім кільцем підшипника

а) верхній; б) нижній

Після завершення монтажу та перевірки точності встановлення зразка в проектне положення, розпочинався етап налагодження вимірювального комплексу. Ключовим елементом системи моніторингу виступав прецизійний електронний датчик.

Для високоточної реєстрації кінематичних параметрів деформування балок під час удару було застосовано спеціалізований електронний датчик (Рисунок 2.10). Технічний потенціал приладу дозволяв охоплювати амплітуду коливань у діапазоні  $-5 \div +5$  мм. Висока чутливість пристрою із ціною поділки 0.023 мм забезпечила можливість фіксації навіть мікроскопічних відхилень конструкції на початкових та фінальних етапах динамічного впливу.

Особлива увага була приділена часовій дискретизації сигналу. Оскільки ударний процес характеризується високою швидкістю, крок запису показів було встановлено на рівні  $1.27 \cdot 10^{-4}$  с. Це дозволило отримати високу щільність даних на одиницю часу та детально побудувати осцилограму коливань. Загальна тривалість

безперервного запису становила близько 0.52 с, чого було цілком достатньо для повної реєстрації фази активного деформування та подальшого циклу затухаючих власних коливань зразка.

Для забезпечення чистоти експерименту було розроблено та виготовлено індивідуальну опорну конструкцію для кріплення приладу (Рисунок 2.10). Її головна особливість полягала у повній механічній незалежності від основного випробувального стенда. Опора монтувалася безпосередньо до силової підлоги випробувального центру.



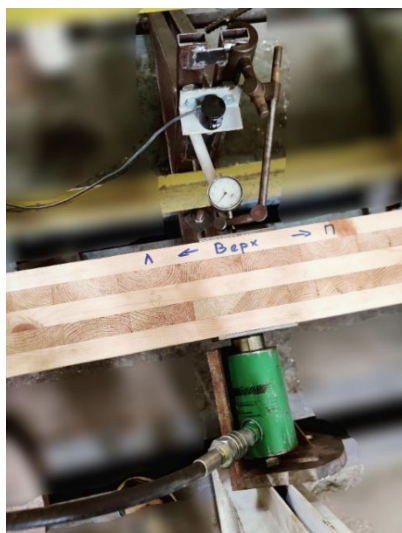
Рисунок 2.10 – Електронний датчик закріплений на опорі

Таке рішення було необхідним для елімінації паразитних вібрацій, які неминуче виникають у металевій рамі стенда під час удару. У разі закріплення датчика на спільній із балкою рамі, вібрації металоконструкцій могли накладитися на корисний сигнал, призвівши до отримання хибних або значно спотворених результатів.

Перед початком основної серії досліджень вимірювальний вузол у зборі пройшов процедуру попереднього налаштування та тарування (Рисунок 2.11, а). Це дозволило підтвердити лінійність вихідного сигналу та встановити точну

відповідність між показниками електронного датчика та фактичним фізичним переміщенням штока.

Генерація динамічного впливу на дослідні зразки здійснювалася за допомогою спеціально сконструйованого маятнікового механізму, що забезпечував стабільність та повторюваність параметрів удару. Система підвісу маятника була виконана з високоміцного сталевого троса діаметром 5 мм, що відповідає вимогам стандарту DIN 3060. Вибір такого типу підвішування обумовлений його низькою розтяжністю та здатністю витримувати значні динамічні ривки без залишкових деформацій, що критично важливо для збереження сталої траєкторії руху вантажу.



а)



б)

Рисунок 2.11 – а) тарування електронного датчика;  
б) вантаж і підвіс маятника

Верхня опорна точка маятника була реалізована через блок діаметром 8 см, який невілював тертя в опорній точці та плавність ходу системи. В ролі ударного елемента (вантаж) використовувалася сталева куля для промислового підшипника діаметром 80 мм. Фактична маса кулі становила 2.104 кг (Рисунок 2.11, б).

Конструкція стенда передбачала прикладання динамічного навантаження чітко по нормалі до бокової грані балки в точці, що відповідає середині її

розрахункового прольоту. Програма експериментальних досліджень передбачала варіювання енергії імпульсу шляхом зміни висоти падіння вантажу (амплітуди відхилення маятника). Випробування проводилися для трьох фіксованих рівнів висоти падіння: 100 мм, 200 мм та 300 мм.

З метою мінімізації випадкових похибок та отримання статистично достовірних результатів, методика передбачала проведення серій запусків. Для кожного дослідного зразка виконувався цикл із трьох послідовних випробувань на кожному з трьох рівнів висоти падіння.

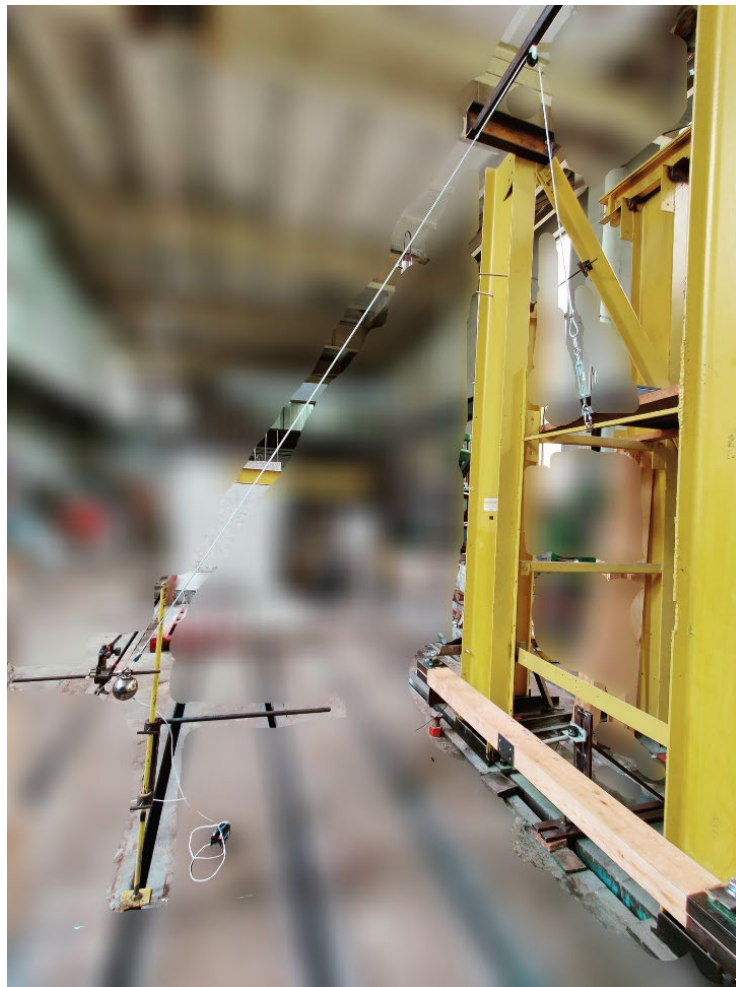


Рисунок 2.12 – Фіксація сталеві кулі у вихідній точці

Процес ініціації ударного впливу був повністю автоматизований для виключення людського фактора та забезпечення максимальної точності початкових параметрів руху. Фіксацію сталеві кулі у вихідній точці було

здійснено за допомогою спеціальних штативів, які попередньо виставлялися у проектне положення відповідно до заданої висоти падіння вантажу (Рисунок 2.12).

Для утримання та миттєвого вивільнення вантажу була розроблена система на основі потужного електромагніту, підключеного до дистанційного вимикача. Використання електромагнітного тримача замість механічних затискачів мало принципове значення для чистоти експерименту:

- Відсутність початкових збурень: під час розмикання електричного ланцюга куля починала рух виключно під дією сили тяжіння, без будь-яких додаткових імпульсів або вібрацій, які могли б виникнути за механічного від'єднання.
- Синхронізація: дистанційний пуск дозволив оператору одночасно контролювати спрацювання записуючої апаратури.
- Повторюваність: електромагніт забезпечував ідентичні умови старту для кожного з трьох послідовних запусків у межах однієї серії випробувань.

Процес дослідження балок на дію зосередженого імпульсу виконувався у чіткій методичній послідовності, що забезпечувало ідентичність умов для всієї серії зразків та мінімізувало похибки вимірювань. Повний цикл випробувань включав наступні етапи:

- 1) Первинний метрологічний контроль та ідентифікація зразка: на початковому етапі були проведені вимірювання фактичних геометричних параметрів кожної балки з точністю до 0.1 мм. Зафіксовано  $h$  - висоту,  $b$  – ширину;  $L$  – довжину зразків. Одночасно було проведено зважування на вагах із точністю до 0.1 кг для визначення щільності деревини. Отримані дані зафіксовано до робочого журналу випробувань.
- 2) Позичіонування зразка у випробувальному стенді: балку встановили у проектне положення згідно з прийнятою розрахунковою схемою. Особливу увагу було приділено центруванню зразка відносно опорних вузлів та ударної системи маятника.
- 3) Монтаж вимірювальної системи: проводилося встановлення електронного датчика переміщень на незалежну опору. Датчик позиціонувався таким

чином, щоб його шток знаходився у точці максимального прогину (середина прольоту) та мав необхідне положення для коректної реєстрації коливань в обох напрямках.

- 4) Комплексна перевірка працездатності апаратури: перед активною фазою виконано тестовий запуск системи збору даних. Перевірено якість проходження сигналу від датчика, відсутність сторонніх шумів та коректність спрацювання програмного забезпечення для запису осцилограм.
- 5) Підготовка навантажувального механізму (заряджання): вантаж маятника (сталеву кулю) відхиляли від вертикалі та фіксували електромагнітом у верхній точці. Висоту падіння контролювали за допомогою мірних штативів.
- 6) Реалізація динамічного впливу та реєстрація даних: шляхом дистанційного вимикання електромагніту здійснювався пуск вантажу. У момент контакту кулі з балкою відбувалося автоматичне ініціювання запису показів датчика.
- 7) Верифікація результатів та аналіз залишкових явищ: після повного затухання коливань було проведено аналіз фінальних показів датчика.

#### **2.4. Статистична обробка експериментальних даних**

Для оцінювання достовірності експериментальних результатів та врахування випадкових похибок вимірювань у роботі застосовано метод визначення довірчих інтервалів за критерієм Стьюдента. Такий підхід є доцільним у випадку малої вибірки, що відповідає умовам проведених експериментальних досліджень.

У межах експериментальної програми було досліджено балки з суцільної деревини, клеєної деревини та перехресно-клеєної деревини (CLT). Для кожного типу балки було виготовлено один зразок, який піддавався трьом повторним випробуванням з метою отримання статистично обґрунтованих результатів. Таким чином, обсяг вибірки для кожної серії випробувань становив  $n = 3$ .

Середнє значення досліджуваного параметра (наприклад, граничного навантаження, прогину або напружень) визначалося за формулою:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.4)$$

де  $x_i$  – результат окремого випробування;  $n$  – кількість випробувань.

Оцінка середньоквадратичного відхилення вибірки виконувалась за виразом:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.5)$$

Для визначення довірчого інтервалу середнього значення використовувався розподіл Стюдента, що є обґрунтованим за умови невідомої генеральної дисперсії та малого обсягу вибірки. Межі довірчого інтервалу визначались за формулою:

$$\bar{x} \pm t_{p,df} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (2.6)$$

де  $t_{p,df}$  – коефіцієнт Стюдента;  $p$  – рівень довірчої ймовірності;  $df$  – число ступенів свободи ( $df = n - 1$ ).

У даній роботі прийнято рівень довірчої ймовірності  $p = 95\%$ , що відповідає інженерній практиці та забезпечує достатню надійність отриманих результатів. Для кількості ступенів вільності  $df = 2$  коефіцієнт Стюдента приймається згідно з табличними даними  $t_{0.95,2} = 2.920$  [108].

Отримані довірчі інтервали дають змогу оцінити розсіювання експериментальних результатів та застосовуються для порівняльного аналізу роботи балок із різних типів деревини. Це забезпечує підвищення об'єктивності висновків щодо їхньої несучої здатності та деформативних характеристик.

## 2.5. Висновки по розділу 2

На основі розробленої науково-дослідної бази, проектування випробувального стенда та реалізації програми експериментальних досліджень, викладених у другому розділі, було сформульовано такі ключові висновки:

1. Методологічне обґрунтування статичних випробувань: запропоновано та детально описано методику експериментальних досліджень дерев'яних балок, виготовлених із трьох конструкційних типів: суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини. Методика спрямована на визначення фізико-механічних характеристик зразків під час роботи на згин.
2. Динамічний аналіз: розроблено методику дослідження динамічного відгуку балок із суцільної та клеєної деревини під дією однократного зосередженого імпульсу. Використання схеми горизонтального удару дозволило мінімізувати паразитні ефекти (повторні удари) та отримати чисту залежність амплітуди переміщень серединного перерізу балки від часу.
3. Технічна реалізація експерименту: в межах роботи було запроєктовано та виготовлено випробувальний стенд, оснащений маятниковим механізмом і прецизійними електронними датчиками.

## РОЗДІЛ 3.

### РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

#### 3.1. Результати визначення фізико-механічних характеристик деревини

У відповідності до розробленої комплексної програми статичних і динамічних випробувань (див. Розділ 2.3.1) на першому етапі було досліджено балки з трьох типів деревини на статичні навантаження. Метою експерименту стало вивчення закономірностей зміни модуля деформації зсуву балок різних конструкцій під час збільшення статичного навантаження в певному діапазоні. Було досліджено балки з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини – по одному зразку кожного типу матеріалу. Враховуючи виражену анізотропію деревини та матеріалів на її основі, значний вплив на їхні жорсткісні характеристики має модуль деформації зсуву, відповідно визначався модифікований модуль деформації деревини з урахуванням модуля деформації зсуву.

Базуючись на положеннях ДБН В.2.6-161:2017 [92], а саме на розрахунку елементів дерев'яних конструкцій за граничними станами експлуатаційної придатності, прогин шарнірно обпертих балок прямокутного поперечного перерізу включає у себе дві складові: прогин від згину та прогин від зсуву, який враховується із застосуванням підвищувального коефіцієнта.

Для випадку зосередженого навантаження у середині прольоту використовуються наступні залежності [92]:

- прогин від згину:

$$\delta_f = \frac{P}{4E_0b} \left( \frac{l_{ef}}{h} \right)^3 \quad (3.1)$$

- підвищувальний коефіцієнт при зсуві:

$$k_G = \left[ 1 + 1.2 \frac{E_0}{G_0} \left( \frac{h}{l_{ef}} \right)^2 \right] \quad (3.2)$$

де:  $E_0$  – модуль пружності матеріалу вздовж волокон;  $G_0$  – модуль зсуву;  $b$  – ширина елемента;  $h$  – висота елемента;  $l_{ef}$  – розрахунковий проліт.

Таким чином, повний прогин елемента визначається множенням складової прогину від згину на коефіцієнт урахування складової впливу зсуву:

$$\delta = \delta_f k_G \quad (3.3)$$

Слід зазначити, що для дерев'яних елементів внесок зсувних деформацій у загальний прогин є більш суттєвим у порівнянні з ізотропними матеріалами, такими як сталь або бетон. Це пояснюється відносно низьким значенням модуля зсуву  $G_0$ , що зумовлено волокнистою та виражено анізотропною структурою деревини. На відміну від ізотропних матеріалів, у яких механічні характеристики практично однакові в усіх напрямках, деревина характеризується значною різницею властивостей уздовж та впоперек волокон. Зокрема, модуль пружності вздовж волокон у декілька разів перевищує відповідні характеристики у поперечному напрямку, тоді як модуль зсуву залишається відносно низьким.

Фізично це пов'язано з особливостями мікроструктури деревини, яка складається з подовжених клітин, орієнтованих переважно вздовж стовбура. Така структура забезпечує високу жорсткість за розтягу та стискання вздовж волокон, проте значно гірше працює на зсув, оскільки зсувні деформації супроводжуються відносним переміщенням клітин та порушенням зв'язків між ними. Внаслідок цього навіть при відносно невеликих зсувних напруженнях можуть виникати помітні деформації, які вносять вагомий вклад у загальний прогин елемента.

За результатами проведених експериментальних досліджень (Рисунок 3.1) встановлено, що зразок балки з суцільної деревини (СД) характеризується високою жорсткістю та стійкістю до дії прикладеного навантаження. У всьому діапазоні навантажень спостерігається чітко виражений лінійний характер залежності навантаження-прогин, що свідчить про пропорційність між прикладеним зусиллям та відповідними деформаціями.

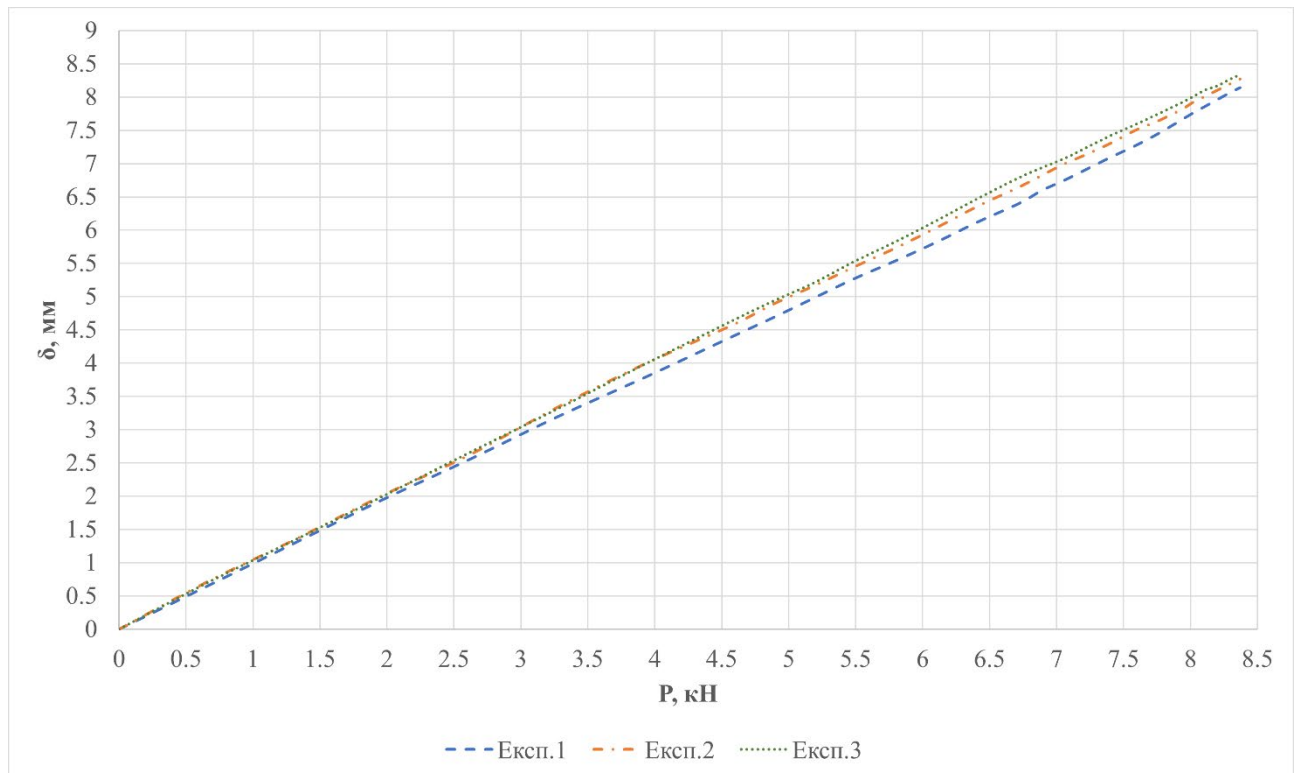


Рисунок 3.1 – Залежність прогинів від зусилля (СД)

Збереження лінійності даної залежності вказує на те, що робота матеріалу відбувається в межах пружної стадії без розвитку пластичних деформацій або локальних пошкоджень структури деревини.

Результати експериментальних досліджень балки з клеєної деревини (КД), представлені на Рисунок 3.2, свідчать про дещо більшу деформативність у порівнянні з балкою із суцільної деревини (СД). Це проявляється у збільшених значеннях прогинів за однакового рівня прикладеного навантаження, що вказує на зниження ефективної жорсткості елемента.

Зазначена особливість може бути пояснена структурною будовою клеєної деревини, яка складається з окремих ламелей, з'єднаних між собою клейовими прошарками. Незважаючи на те, що така технологія дозволяє отримати більш однорідний та контрольований матеріал, наявність міжшарових зон із відмінними механічними характеристиками може призводити до додаткових деформацій, зокрема зсувного характеру.

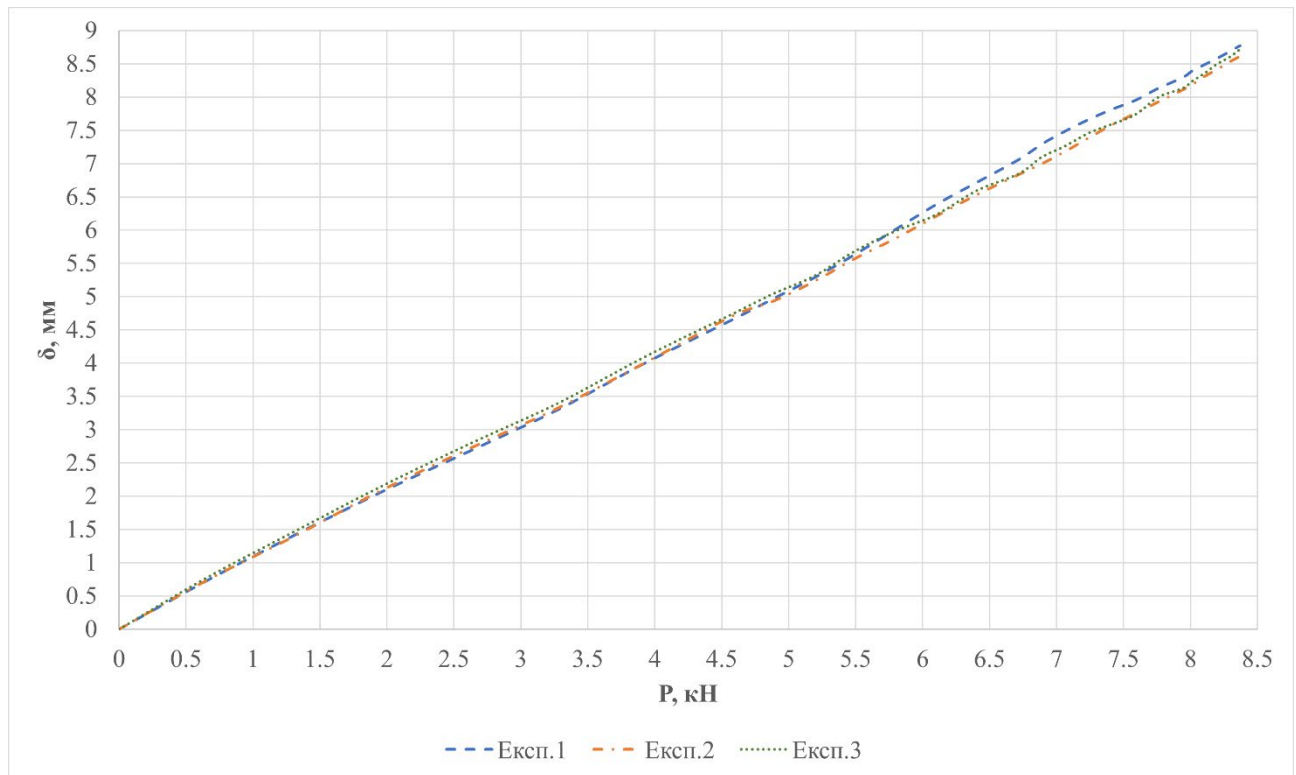


Рисунок 3.2 – Залежність прогинів від зусилля (КД)

Разом з тим, як і у випадку суцільної деревини, для балки з КД у всьому діапазоні навантажень зберігається чітко виражений лінійний характер залежності «навантаження–прогин». Це свідчить про роботу матеріалу в межах пружної стадії деформування та відсутність розвитку пошкоджень або порушення цілісності клейових з'єднань під час проведення експерименту.

Додатково слід відзначити, що стабільність лінійної залежності вказує на достатню якість виготовлення клеєного елемента, зокрема рівномірність розподілу напружень між ламелями та ефективну роботу клейових прошарків у передачі зусиль. Це підтверджує можливість застосування клеєної деревини в конструкціях, де важливими є не лише міцнісні, але й деформаційні характеристики.

Таким чином, отримані результати демонструють, що балки з клеєної деревини, дещо поступаючись суцільній деревині за жорсткістю, зберігають передбачуваний та стабільний характер роботи, що є важливою перевагою під час проєктування інженерних конструкцій.

Результати експериментальних досліджень балки з перехресно-клеєної деревини (ПКД), наведені на Рисунок 3.3, підтверджують суттєво підвищену деформативність досліджуваного зразка у порівнянні з балками з суцільної та клеєної деревини. Це проявляється у більших значеннях прогинів за відповідних рівнів навантаження, що свідчить про знижену ефективну жорсткість такого типу конструкції.

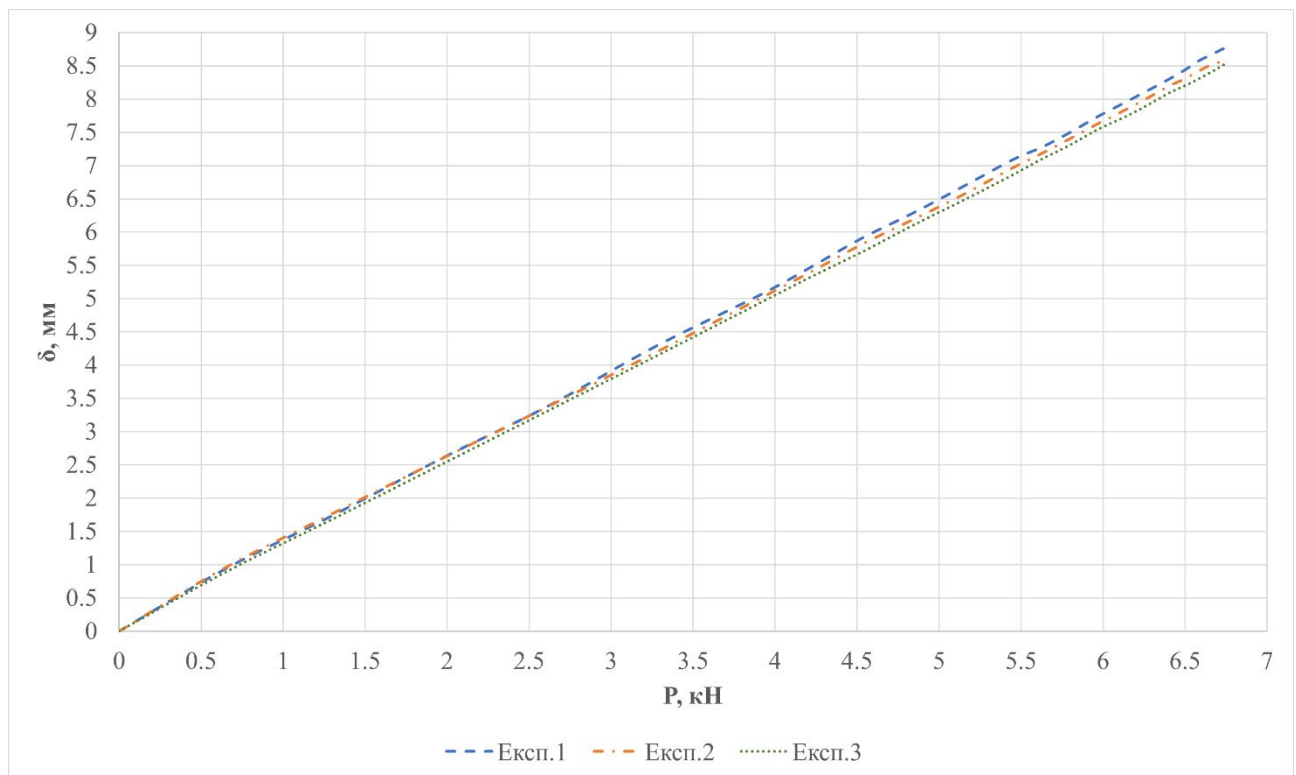


Рисунок 3.3 – Залежність прогинів від зусилля (ПКД)

Вказана особливість зумовлена специфічною багатошаровою структурою перехресно-клеєної деревини, у якій окремі шари орієнтовані взаємно перпендикулярно. У шарах, орієнтованих впоперек основного напрямку дії згинального моменту, модуль пружності є значно нижчим, що призводить до зменшення загальної згинальної жорсткості елемента. Крім того, така структура сприяє перерозподілу напружень між шарами та підвищенню ролі зсувних деформацій, особливо у міжшарових зонах.

Додатковим фактором, що впливає на зростання деформативності, є наявність клейових прошарків, які разом із перехресною орієнтацією волокон формують складний ортотропний матеріал із різко вираженою анізотропією механічних властивостей. У результаті виникає більш складний напружено-деформований стан, у якому значна частка загального прогину обумовлена саме зсувними деформаціями.

Разом з тим, незважаючи на підвищену деформативність, у всьому діапазоні прикладених навантажень для балки з ПКД зберігається лінійний характер залежності «навантаження-прогин». Це свідчить про те, що робота матеріалу відбувається в межах пружної стадії без порушення цілісності клейових з'єднань та без розвитку пошкоджень структури.

Таким чином, результати досліджень свідчать про те, що перехресно-клеєна деревина, попри нижчі жорсткісні характеристики, забезпечує стабільну та прогнозовану роботу в умовах статичного навантаження.

Достатньо висока збіжність результатів для кожного з окремих випробувань, а також збереження лінійної залежності між прикладеним навантаженням і відповідними прогинами для всіх досліджуваних зразків свідчать про стабільність експериментальних даних та їх достовірність. Невеликі розбіжності між окремими вимірюваннями підтверджують однорідність досліджуваних матеріалів і відсутність суттєвого впливу випадкових факторів або локальних дефектів на результати випробувань.

Лінійний характер залежності «навантаження–прогин» у всьому діапазоні прикладених зусиль вказує на те, що деформування балок відбувається в межах пружної стадії роботи матеріалу. Це означає, що після зняття навантаження конструкції здатні повністю відновлювати початкову форму без залишкових деформацій, а також не відбувається накопичення пошкоджень у вигляді мікротріщин або порушень міжшарових зв'язків.

Додатково це свідчить про збереження цілісності як масиву деревини, так і клейових з'єднань у випадку багат шарових зразків. Відсутність ознак деградації матеріалу або втрати жорсткості в процесі навантаження є важливим

підтвердженням коректності вибраного діапазону навантажень для проведення експериментальних досліджень.

Отримані результати створюють необхідну передумову для подальшого використання досліджуваних зразків у динамічних випробуваннях, зокрема при дослідженні впливу зосередженого імпульсного навантаження (удару). Робота матеріалу в пружній зоні забезпечує коректність інтерпретації динамічних ефектів, оскільки виключає вплив незворотних деформацій і дає змогу аналізувати суто пружно-інерційні характеристики системи, такі як власні частоти коливань та параметри затухання.

Таким чином, підтвердження пружного характеру роботи матеріалу та цілісності зразків є однією з ключових умов для подальшого дослідження динамічної поведінки дерев'яних балок і забезпечує надійність отриманих експериментальних результатів.

Прогини при максимальному навантаженні, передбаченому програмою експериментальних досліджень, наведено в Таблиця 3.1. Обробка результатів виконувалась із застосуванням статистичних методів, зокрема визначення довірчих інтервалів за критерієм Стьюдента [108] описаному у Розділ 2.4. Величини довірчих інтервалів складають СД – 2.1%, КД – 1.6% та ПКД – 2.5% від середнього значення прогину, що свідчить про задовільну повторюваність експериментальних результатів та відповідно підтверджують достовірність визначених закономірностей. Водночас слід зазначити, що використання обмеженої кількості експериментальних зразків для кожного типу матеріалу може впливати на точність оцінки статистичних характеристик.

Аналіз отриманих результатів показує, що балки з перехресно-клеєної деревини характеризуються найбільшим середнім значенням прогину (з огляду на майже на 25% менше прикладене навантаження у порівнянні з СД та КД), яке складає –  $\overline{\delta_{CLT}} = 8.64$  мм. Для балок із суцільної деревини середнє значення прогину дорівнює  $\overline{\delta_{ST}} = 8.25$  мм, тоді як для балок з клеєної деревини –  $\overline{\delta_{GLT}} = 8.70$  мм.

Таблиця 3.1 – Максимальне прикладене навантаження та переміщення дослідних зразків

Тип зразка	Максимальне навантаження	Прогин експериментальні дані			Статистична обробка*
	$P_{max}$ , кН	$\delta_1$ , мм	$\delta_2$ , мм	$\delta_3$ , мм	$\bar{\delta} \pm \Delta\delta$ , мм
СД	8.37	8.14	8.28	8.34	$8.25 \pm 0.17$
КД	8.37	8.78	8.62	8.72	$8.70 \pm 0.14$
ПКД	6.76	8.79	8.59	8.55	$8.64 \pm 0.22$

\* Довірчі інтервали визначено за розподілом Стьюдента при довірчій ймовірності  $p = 95\%$  та кількості ступенів саободи  $df = 2$ .

Введемо поняття модифікованого модуля деформації, який являє собою модуль деформації з урахуванням впливу модуля зсуву. Його можна представити у такому вигляді:

$$E^* = \frac{E_0}{k_G} \quad (3.4)$$

$$E^* = \frac{1}{\delta} \cdot \frac{P}{4b} \left( \frac{l_{ef}}{h} \right)^3 \quad (3.5)$$

Введення поняття модифікованого модуля деформації  $E^*$  дозволяє врахувати сумарний вплив як згинальних, так і зсувних деформацій. Фізично цей параметр характеризує ефективну жорсткість елемента як єдиної системи. Як випливає із співвідношення (3.4), значення  $E^*$  завжди є меншим за модуль пружності  $E_0$ , до того ж ця різниця зростає зі збільшенням впливу деформації зсуву.

Модифікований модуль деформації визначається на основі отриманих експериментальних даних залежності прогину від навантаження.

Далі на основі емпіричної залежності між модулем зсуву та модулем пружності вздовж волокон для дерев'яних елементів (3.6) обчислено середні значення цих характеристик.

$$G_{mean} = \frac{E_{mean}}{16} \quad (3.6)$$

[92]

Аналіз отриманих результатів (Таблиця 3.2) свідчить про те, що значення модифікованого модуля деформації  $E^*$ , модуля пружності  $E$  та модуля зсуву  $G$  закономірно зменшуються при переході від суцільної деревини до клеєної та перехресно-клеєної. Найвищі значення відповідних характеристик зафіксовано для балок із суцільної деревини, що може бути обумовлено безперервністю волокон і відсутністю міжшарових включень. Для клеєної деревини спостерігається незначне зниження жорсткісних показників, яке може бути пов'язане з наявністю клейових прошарків та певною неоднорідністю структури.

Таблиця 3.2 – Середні значення модифікованого модуля деформації, модуля деформації та модуля зсуву

Тип зразка	$E_{mean}^*$ , ГПа	$E_{mean}$ , ГПа	$G_{mean}$ , ГПа
СД	6.930	7.658	0.479
КД	6.609	7.303	0.456
ПКД	5.321	5.880	0.368

Найменші значення модулів характерні для перехресно-клеєної деревини, що пояснюється складною ортотропною будовою матеріалу та наявністю шарів із перпендикулярною орієнтацією волокон, у яких модуль пружності є значно нижчим. Це призводить до зменшення ефективної жорсткості елемента та зростання ролі зсувних деформацій у формуванні загального прогину.

Таким чином, на основі статичних випробувань балок із трьох типів деревини (СД, КД, ПКД) встановлено середні значення модифікованого модуля деформації, модуля деформації та модуля зсуву. Проведене визначення фізико-механічних характеристик на основі експериментальних даних дає змогу кількісно оцінити вплив структури матеріалу на його жорсткісні параметри та створює основу для

подальшого аналізу поведінки балок під дією динамічних та імпульсних навантажень.

### **3.2. Результати експериментального дослідження балок з трьох типів деревини під дією зосередженого імпульса**

У відповідності до розробленої програми динамічних випробувань (див. Розділ 2.3.2) було випробувано балки з трьох типів деревини. Досліджувались балки з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини, по одному зразку кожного типу матеріалу.

За результатами експерименту було отримано масив даних, який становить зафіксовані значення прогинів у відповідні моменти часу. На основі цих даних, визначивши усереднені значення за трьома випробуваннями для кожної точки, побудовано осцилограми коливальних процесів балок для трьох «висот падіння» вантажу.

Наведено середні значення для піків коливань (позитивні і негативні) за даними трьох випробувань балки з суцільної деревини.

В процесі експерименту фіксувалися прогини балок у різні моменти часу під дією імпульсного навантаження, що задавалося падінням вантажу з трьох різних висот. На основі отриманих даних було визначено усереднені значення прогину для кожної точки за трьома випробуваннями, що дозволило мінімізувати вплив випадкових похибок вимірювання та оцінити середню динамічну реакцію матеріалу. На підставі цих усереднених значень побудовано осцилограми коливальних процесів для всіх трьох висот падіння вантажу, що дозволяє проаналізувати зміну прогину у часі та визначити амплітуду і період коливань балки під дією імпульсу.

У Таблиця 3.3 наведено середні значення для піків коливань (позитивні та негативні) балки з суцільної деревини для кожної з трьох висот падіння вантажу.

Слід відзначити регулярність і періодичність коливальних піків у часі, що свідчить про переважно пружну роботу матеріалу, відсутність значних пластичних деформацій або мікропошкоджень структури деревини під час випробувань. Також

спостерігається поступове затухання коливань із часом, що відповідає наявності внутрішнього демпфування, зумовленого особливостями волокнистої структури деревини та взаємодією клітин з природною вологістю матеріалу.

Отримані результати дозволяють оцінити динамічну поведінку балки з суцільної деревини під дією імпульсного навантаження та встановити кореляцію між висотою падіння вантажу і амплітудою коливань. Ці дані є важливими для порівняння з динамічними характеристиками балок з клеєної та перехресно-клеєної деревини, а також для подальшого моделювання поведінки дерев'яних конструкцій під час імпульсних навантажень.

Наведені дані (Таблиця 3.3, Рисунок 3.4) демонструють закономірне збільшення амплітуди коливань зі зростанням висоти падіння: при  $h = 100$  мм максимальний позитивний прогин становить 1.14 мм, тоді як при  $h = 300$  мм він досягає 2.04 мм. Аналогічно збільшуються й негативні піки коливань, що свідчить про прямий вплив енергії удару на величину деформацій.

Таблиця 3.3 – Результати досліджень балки з суцільної деревини

№	$h = 100$ мм		$h = 200$ мм		$h = 300$ мм	
	$t_{mean}$ , мс	$\delta_{mean}$ , мм	$t_{mean}$ , с	$\delta_{mean}$ , мм	$t_{mean}$ , с	$\delta_{mean}$ , мм
1	2.54	1.14	2.29	1.58	2.29	2.04
2	10.03	-1.09	10.03	-1.48	10.03	-1.83
3	16.5	0.85	16.63	1.23	16.63	1.52
4	24.38	-0.84	24.25	-1.24	24.25	-1.53
5	30.34	0.77	30.47	1.15	30.47	1.44
6	38.21	-0.73	37.96	-1.13	37.96	-1.41
7	44.43	0.64	44.56	0.97	44.69	1.24
8	51.42	-0.55	51.42	-0.93	51.42	-1.17
9	58.4	0.47	58.40	0.68	58.40	0.97

10	65.25	-0.45	65.25	-0.68	65.25	-0.96
11	72.11	0.41	72.11	0.64	72.24	0.85
12	78.96	-0.41	78.96	-0.62	79.09	-0.90
13	86.07	0.34	86.07	0.53	86.07	0.72
14	92.68	-0.30	92.68	-0.46	92.68	-0.59
15	99.53	0.26	99.53	0.41	99.53	0.53
16	106.39	-0.26	106.39	-0.39	106.51	-0.51
17	113.24	0.24	113.24	0.36	113.24	0.47
18	120.10	-0.21	120.10	-0.30	120.10	-0.41
19	127.21	0.16	127.21	0.28	127.21	0.34
20	133.81	-0.15	133.81	-0.22	133.81	-0.30
21	140.54	0.10	140.54	0.19	140.66	0.27
22	147.77	-0.10	147.77	-0.19	147.77	-0.25
23	155.01	0.10	155.01	0.15	155.01	0.21
24	162.25	-0.10	162.25	-0.12	162.25	-0.18
25	170.12	0.08	170.12	0.08	169.99	0.11
26	175.96	-0.08	175.96	-0.08	175.96	-0.10

Отримані експериментальні дані свідчать про те, що динамічний процес, зумовлений зосередженим імпульсним навантаженням, відбувається дуже швидко. Спостережувані коливання балок збуджуються ударом вантажу та досягають своєї максимальної амплітуди протягом перших декількох мілісекунд після контакту. Далі коливання поступово зменшуються, демонструючи наявність природного демпфування, властивого деревині.

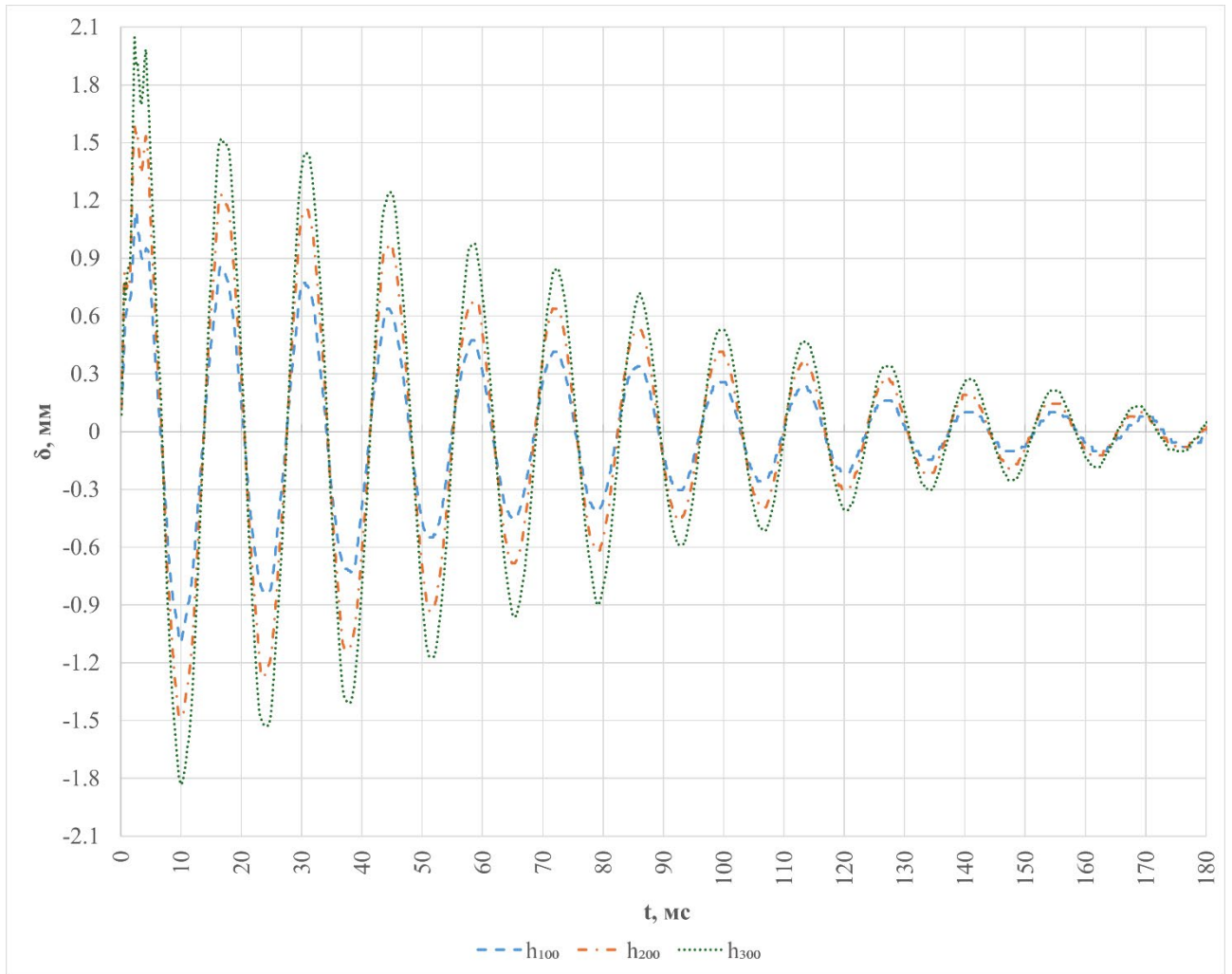


Рисунок 3.4 – Осцилограма коливань (СД)

За результатами аналізу осцилограм, коливання практично повністю зникають вже через 0.18 с після удару, що підтверджує ефективність дисипації енергії у структурі матеріалу. Це свідчить про високі пружні властивості суцільної деревини та швидке відновлення її форми після короткочасного навантаження.

Експериментальні дані за середнім значенням для піків коливань балки із клеєної деревини наведені у Таблиця 3.4. Ці дані відображають поведінку балки під дією зосередженого імпульсного навантаження та дозволяють оцінити динамічні характеристики матеріалу при різних рівнях енергії удару.

Таблиця 3.4 – Результати досліджень балки із клеєної деревини

№	$h = 100$ мм		$h = 200$ мм		$h = 300$ мм	
	$t_{mean}$ , мс	$\delta_{mean}$ , мм	$t_{mean}$ , с	$\delta_{mean}$ , мм	$t_{mean}$ , с	$\delta_{mean}$ , мм
1	2.41	1.07	2.29	1.58	2.29	1.96
2	10.03	-0.97	10.03	-1.40	10.03	-1.69
3	17.27	0.81	17.14	1.21	17.27	1.49
4	24.12	-0.81	24.12	-1.19	24.12	-1.43
5	30.98	0.78	31.1	1.16	30.98	1.43
6	37.96	-0.75	37.96	-1.10	37.96	-1.34
7	44.94	0.67	44.94	1.03	44.94	1.26
8	51.92	-0.63	51.92	-0.94	51.92	-1.16
9	59.03	0.57	59.03	0.87	59.03	1.07
10	66.02	-0.56	66.02	-0.83	66.02	-1.01
11	73.00	0.54	73.00	0.80	73.00	0.98
12	79.98	-0.50	79.98	-0.75	79.98	-0.92
13	86.96	0.47	86.96	0.68	86.96	0.84
14	93.95	-0.46	93.95	-0.65	93.95	-0.78
15	101.05	0.44	101.05	0.63	101.05	0.75
16	107.78	-0.45	107.78	-0.63	107.78	-0.77
17	114.89	0.43	114.89	0.61	114.89	0.73
18	121.88	-0.41	121.88	-0.57	121.88	-0.69
19	128.98	0.38	128.98	0.54	128.98	0.64
20	135.59	-0.36	135.59	-0.51	135.59	-0.60
21	142.82	0.34	142.82	0.49	142.82	0.58
22	149.55	-0.34	149.55	-0.49	149.55	-0.59

23	156.66	0.33	156.66	0.49	156.66	0.57
24	163.77	-0.33	163.77	-0.47	163.77	-0.56
25	170.75	0.31	170.75	0.43	170.75	0.51
26	177.48	-0.31	177.48	-0.43	177.48	-0.50

Як видно з таблиці, коливальні процеси розвиваються дуже швидко, а перші максимальні прогини спостерігаються вже через 2-3 мілісекунди після прикладання імпульсу. Амплітуда коливань зростає зі збільшенням висоти падіння вантажу, що пояснюється більшим імпульсом сили, переданим балці.

У порівнянні із суцільною деревиною, амплітуди піків для клеєної балки дещо менші при тих самих висотах падіння. Наприклад, при  $h = 300$  мм максимальний позитивний додатний піковий прогин для клеєної деревини становить 1.96 мм, тоді як для суцільної деревини він досягає 2.04 мм. Це може свідчити про підвищений рівень динамічного зміцнення матеріалу клеєної деревини та більш рівномірний розподіл напружень у її перерізі.

Дані дослідження балки виробленої з клеєної деревини (Таблиця 3.4, Рисунок 3.5), демонструють повільніший характер затухання власних коливань у порівнянні з балкою з суцільної деревини. Це може свідчити про те, що наявність клеєних прошарків у шаруватій структурі матеріалу дещо змінює розподіл внутрішніх напружень та уповільнює дисипацію енергії імпульсного впливу. У порівнянні з суцільною деревиною, амплітуди коливань залишаються помітними і після 0.18 с.

Спостерігається, що амплітуда досягає максимуму вже через 2-3 мілісекунди після удару, як і у випадку з суцільною деревиною, однак наступні коливання демонструють більш повільне зменшення амплітуди.

Крім того, симетрія між позитивними і негативними піками зберігається, що підтверджує пружну роботу балки та відсутність залишкових деформацій після проходження імпульсу.

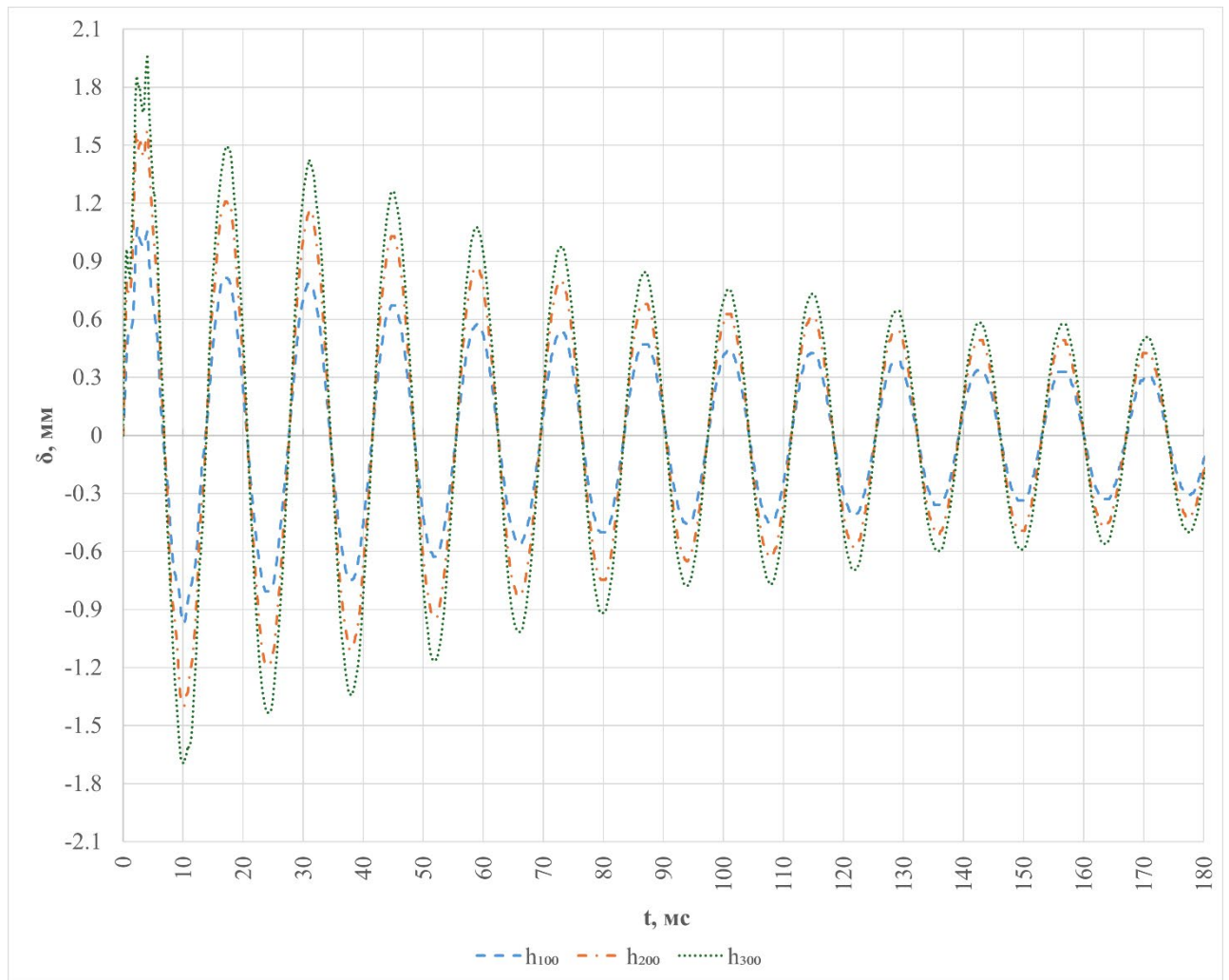


Рисунок 3.5 – Осцилограма коливань (КД)

Таким чином, результати демонструють, що балки з клеєної деревини ефективно працюють під час короткочасних імпульсних навантажень, забезпечуючи лінійний динамічний відгук, збереження пружної поведінки та помірно повільне затухання коливань у порівнянні із балками з суцільної деревини.

Усереднені значення у піках коливань балки з перехресно-клеєної деревини, наведені у Таблиця 3.5, отримані на основі обробки результатів трьох повторних випробувань для кожної з висот падіння вантажу.

Представлені результати охоплюють як додатні, так і від’ємні піки прогинів, що відповідають послідовним фазам коливань системи після прикладання імпульсного навантаження. Для кожного піка зафіксовано відповідний момент часу

та значення прогину, що дає змогу простежити зміну амплітуди коливань у часі та оцінити інтенсивність їх затухання.

Таблиця 3.5 – Результати досліджень балки з перехресно-клеєної деревини

№	$h = 100$ мм		$h = 200$ мм		$h = 300$ мм	
	$t_{mean}$ , мс	$\delta_{mean}$ , мм	$t_{mean}$ , с	$\delta_{mean}$ , мм	$t_{mean}$ , с	$\delta_{mean}$ , мм
1	2.79	1.21	2.92	1.63	2.92	2.03
2	11.68	-0.98	11.43	-1.39	11.17	-1.59
3	19.3	0.85	19.42	1.10	19.3	1.26
4	27.29	-0.84	26.79	-1.16	27.04	-1.34
5	34.79	0.73	34.4	1.04	34.4	1.21
6	42.78	-0.76	42.53	-0.98	42.15	-1.17
7	50.15	0.7	50.15	0.96	50.15	1.08
8	57.64	-0.66	57.64	-0.89	57.64	-1.15
9	65.25	0.64	65.25	0.84	65.25	0.98
10	73.25	-0.59	73.25	-0.79	73.25	-0.92
11	81	0.58	81	0.75	81	0.88
12	88.61	-0.56	88.61	-0.72	88.61	-0.85
13	96.36	0.56	96.36	0.70	96.36	0.82
14	104.1	-0.51	104.1	-0.64	104.1	-0.74
15	111.72	0.51	111.72	0.61	111.72	0.68
16	119.46	-0.47	119.46	-0.57	119.46	-0.64
17	127.08	0.47	127.08	0.57	127.08	0.64
18	134.82	-0.44	134.82	-0.54	134.82	-0.61
19	142.44	0.43	142.44	0.54	142.44	0.59
20	150.44	-0.41	150.44	-0.50	150.44	-0.55
21	157.93	0.41	157.93	0.48	157.93	0.53

22	165.93	-0.38	165.93	-0.46	165.93	-0.49
23	173.29	0.38	173.29	0.45	173.29	0.49
24	181.16	-0.38	181.16	-0.45	181.16	-0.49

Аналіз результатів, наведених у Таблиця 3.5, свідчить про чітко виражений коливальний характер роботи балки з перехресно-клеєної деревини після прикладення імпульсного навантаження. Коливальний процес характеризується поступовим зменшенням амплітуди переміщень у часі, що вказує на наявність внутрішнього демпфування матеріалу та дисипації енергії удару.

Максимальні початкові амплітуди коливань закономірно зростають зі збільшенням висоти падіння вантажу: для  $h = 100$  мм початковий прогин становить близько 1.21 мм, для  $h = 200$  мм — 1.63 мм, а для  $h = 300$  мм — 2.03 мм. Це підтверджує прямо пропорційну залежність між енергією ударного впливу та величиною початкової реакції конструкції.

У порівнянні з балкою із суцільної деревини, для ПКД характерні більші амплітуди коливань при однакових рівнях навантаження, а також повільніше затухання. Це вказує на меншу жорсткість та більшу деформативність перехресно-клеєної деревини.

Порівняно з клеєною деревиною, поведінка ПКД має спільні риси, однак для ПКД спостерігаються дещо більші початкові амплітуди (Рисунок 3.6). Це пояснюється складнішою багатошаровою структурою з перехресною орієнтацією волокон, яка знижує загальну жорсткість елемента та змінює механізми передачі зусиль між шарами.

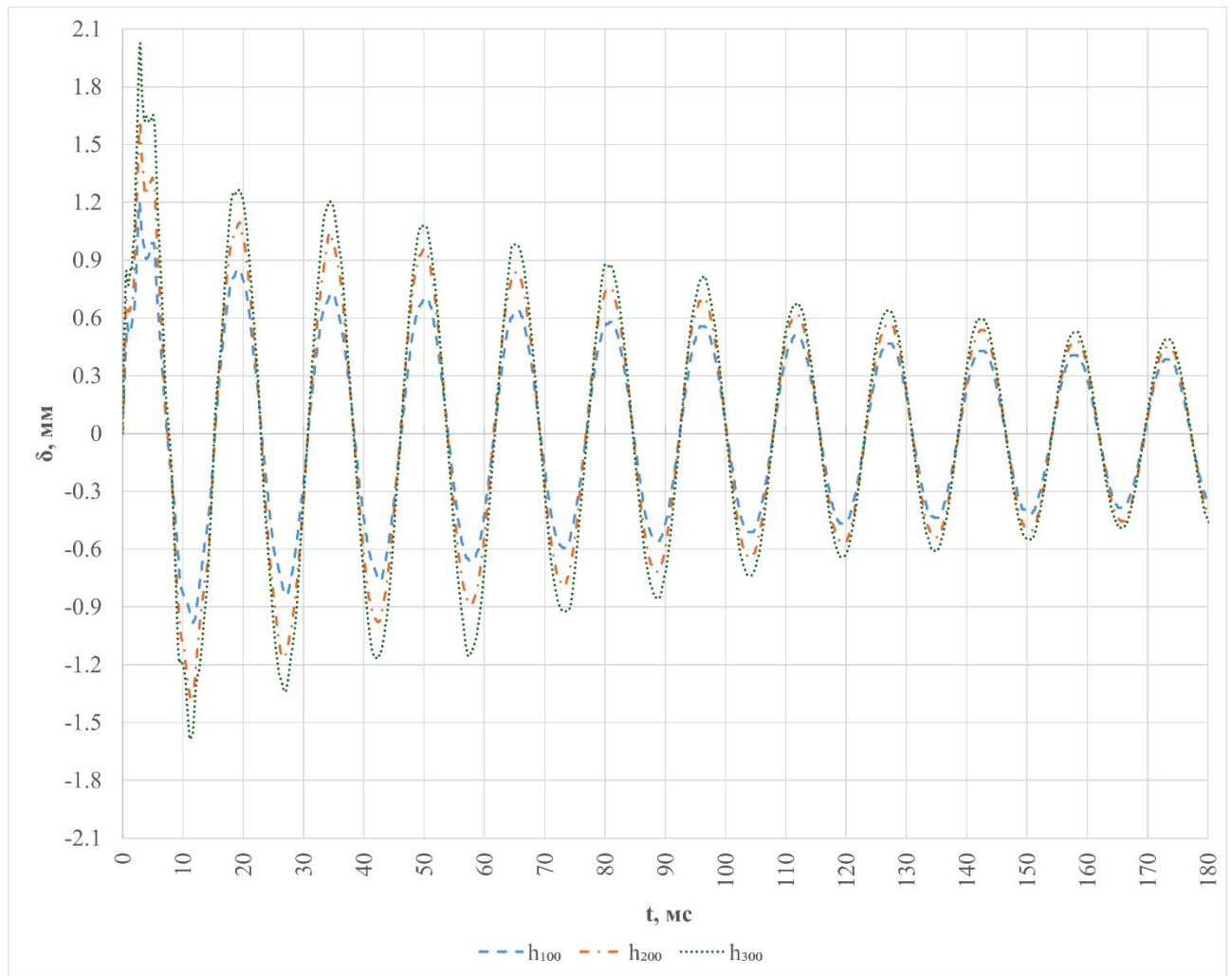


Рисунок 3.6 – Осцилограма коливань (ПКД)

На основі експериментальних даних встановлено, що для балки з перехресно-клеєної деревини характер затухання коливань є співставним із поведінкою балки з клеєної деревини під дією імпульсного навантаження. Зокрема, в обох випадках спостерігається відносно плавне зменшення амплітуди коливань у часі без різких стрибків чи локальних порушень регулярності процесу, що свідчить про подібні механізми внутрішнього демпфування у багатошарових матеріалах.

Водночас для балки з перехресно-клеєної деревини характерною є дещо більша тривалість коливального процесу, що проявляється у збереженні помітних амплітуд протягом більшого інтервалу часу. Це вказує на меншу ефективну жорсткість системи у порівнянні не лише з суцільною, але й частково з клеєною деревиною. Така особливість пояснюється перехресною орієнтацією шарів, що

знижує опір елемента деформаціям у напрямку дії навантаження та впливає на перерозподіл напружень між шарами.

Додатково встановлено, що під дією динамічного навантаження зберігається тенденція до збільшених деформацій, яка була виявлена під час статичних випробувань. Це підтверджує узгодженість результатів статичних і динамічних досліджень та свідчить про визначальну роль зниженої жорсткості матеріалу у формуванні його деформаційної відповіді.

Таким чином, отримані результати вказують на те, що балки з перехресно-клеєної деревини, зберігаючи подібні до клеєної деревини закономірності затухання коливань, характеризуються більшою деформативністю та тривалішим коливальним процесом.

Обробка результатів максимальних переміщень для кожного з типу досліджуваних зразків для трьох величин імпульсу виконувалась за методом визначення довірчих інтервалів за критерієм Стьюдента (Таблиця 3.6) [108].

Таблиця 3.6 – Максимальне переміщення дослідних зразків

Тип деревини	Висота падіння	Максимальне переміщення*
	$h$ , мм	$\delta_{max,mean} \pm \Delta\delta$ , мм
СД	100	$1.14 \pm 0.04$
	200	$1.58 \pm 0.06$
	300	$2.04 \pm 0.03$
КД	100	$1.07 \pm 0.04$
	200	$1.58 \pm 0.02$
	300	$1.96 \pm 0.05$
ПКД	100	$1.21 \pm 0.09$
	200	$1.63 \pm 0.02$
	300	$2.03 \pm 0.08$

\* Довірчі інтервали визначено за розподілом Стьюдента при довірчій ймовірності  $p = 95\%$  та кількості ступенів свободи  $df = 2$ .

Використання критерію Стьюдента є обґрунтованим у даному випадку, оскільки кількість експериментальних повторів для кожного варіанту навантаження є невеликою, а сам розподіл результатів можна вважати наближеним до нормального. Це дає змогу визначити інтервали, в межах яких із заданою довірчою ймовірністю знаходиться істинне значення максимального прогину.

За усередненими даними, за якими побудовані осцилограми коливань, проведено спектральний аналіз. Для визначення частотних характеристик коливань балки було застосовано спектральний аналіз із використанням алгоритму швидкого перетворення Фур'є (FFT) [109], реалізованого в середовищі Microsoft Excel.

Для зменшення впливу крайових ефектів під час обробки експериментальних даних, перед виконанням швидкого перетворення Фур'є до часових реалізацій сигналу (переміщень), було застосовано віконну функцію Хеннінга [110]. Використання віконних функцій є поширеним методом попередньої обробки сигналів у спектральному аналізі та дозволяє зменшити явище спектрального розтікання, яке виникає через скінченну довжину аналізованого сигналу.

Під час виконання дискретного перетворення Фур'є алгоритм передбачає періодичне продовження досліджуваного сигналу. Якщо на межах вибірки сигнал має різкі зміни або не є періодичним, це призводить до появи додаткових складових у спектрі та спотворення амплітуд. Для мінімізації цих ефектів початковий сигнал множиться на спеціальну вагову функцію – вікно Хеннінга, яке забезпечує плавне зменшення значень сигналу до нуля на початку та в кінці інтервалу аналізу.

Математично вікно Хеннінга має наступний вигляд:

$$w_j = \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos \left( \frac{2\pi \cdot j}{N} \right) \right] \quad (3.7) \quad [110]$$

де  $j$  – номер відліку сигналу ( $j = 0 \dots N - 1$ );  $N$  – загальна кількість точок у вибірці.

Застосування віконної функції дозволяє зменшити вплив крайових розривів сигналу та підвищити точність визначення спектральних характеристик досліджуваних коливань. Після множення експериментального сигналу на функцію вікна, було виконано швидке перетворення Фур'є, а для подальшого аналізу використано модуль комплексних коефіцієнтів спектра [109].

Експериментальні часові реалізації прогину балки  $\delta(t)$  отримували у вигляді дискретного масиву значень із рівномірним кроком дискретизації  $\Delta t$ .

У Excel обчислення було виконано за допомогою інструмента «Аналіз даних» → «Фур'є-аналіз» (надбудова Analysis ToolPak). Вхідними даними був стовпець значень прогину в часі після перетворення вікном Хеннінга. Побудова амплітудно-частотної характеристики дала змогу визначити власні частоти балки.

Застосування FFT у середовищі Excel забезпечило достатню точність визначення частотних параметрів та дозволило оперативно виконати спектральний аналіз без використання спеціалізованих програмних комплексів. Використаний підхід дав змогу перейти від часових реалізацій коливань до їх частотного представлення, що суттєво спрощує визначення власних частот коливань системи.

На спектрограмі (Рисунок 3.7) чітко ідентифікується домінуюча складова, що відповідає основній власній частоті коливань балки з суцільної деревини, яка становить близько 75 Гц. Наявність вираженого піку на цій частоті свідчить про те, що саме перша форма коливань визначає основний характер динамічної відповіді конструкції під дією імпульсного навантаження.

Разом з тим спектральний аналіз дозволив виявити додаткову частотну складову в діапазоні близько 79 Гц. Її поява може бути обумовлена рядом факторів, зокрема просторовою роботою елемента, неоднорідністю структури деревини, а також можливими відхиленнями геометричних характеристик зразка і характеристиками деревини вцілому. З інженерної точки зору така частота може інтерпретуватися як прояв вищих форм коливань або коливань у поперечному напрямі. Це свідчить, що навіть для відносно простих конструктивних елементів динамічна поведінка може мати складний багатокomпонентний характер.

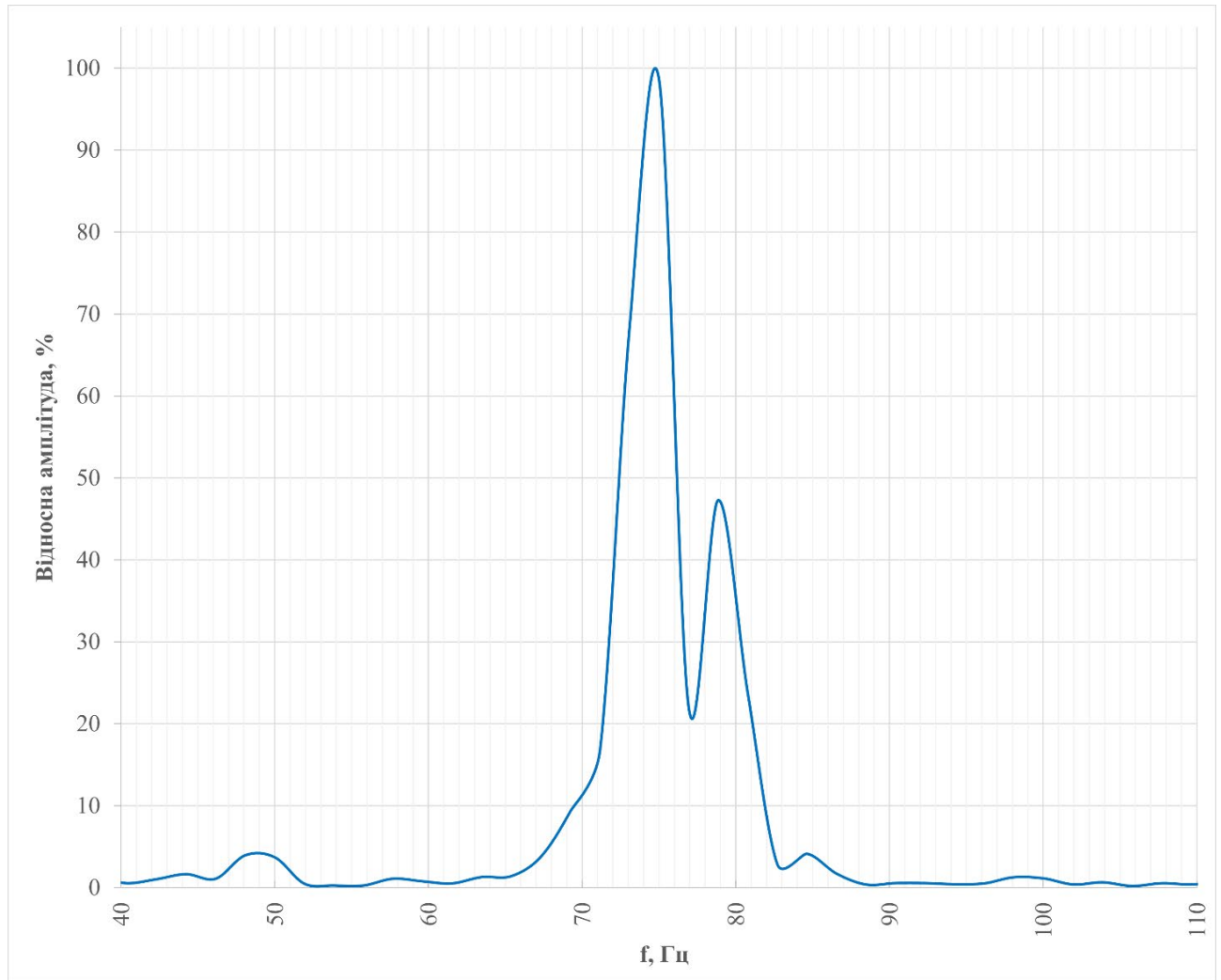


Рисунок 3.7 – Фрагмент спектрограми (СД)

Таким чином, проведений спектральний аналіз не лише дозволив визначити основну власну частоту балки з суцільної деревини, але й виявити додаткові особливості її динамічної роботи, що є важливим для більш глибокого розуміння механізмів коливань та подальшого вивчення та врахування цих ефектів.

На спектрограмі для балки з клеєної деревини (Рисунок 3.8) чітко видна домінуюча частотна складова на рівні близько 73 Гц, що відповідає основній власній частоті коливань даного зразка. Порівняно з балкою з суцільної деревини, значення цієї частоти є дещо нижчим, що узгоджується з результатами статичних випробувань та вказує на меншу ефективну жорсткість конструкції.

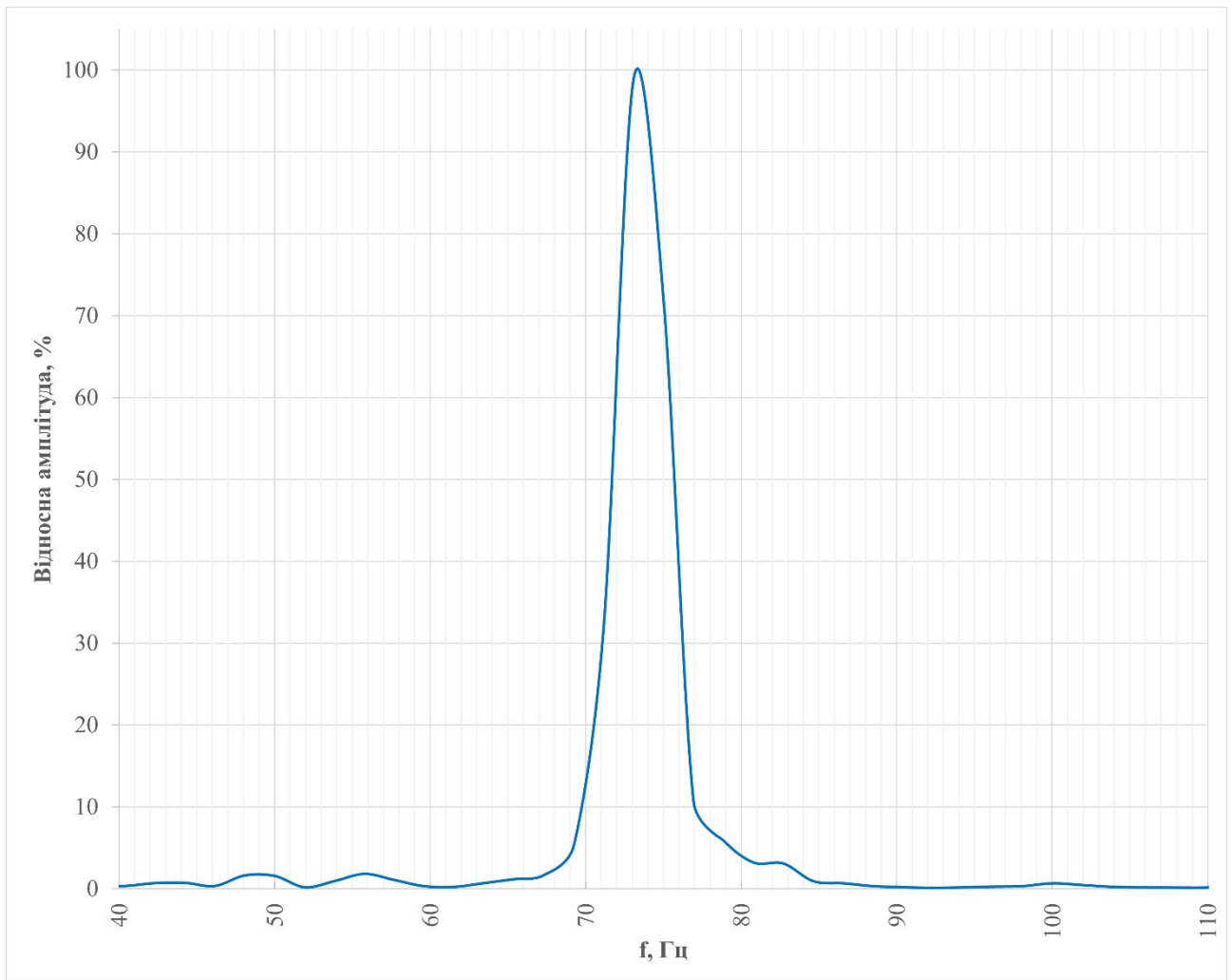


Рисунок 3.8 – Фрагмент спектрограми (КД)

Характерною особливістю спектра є відсутність додаткових виражених частотних піків у безпосередній близькості до основної частоти. Це свідчить про те, що коливальний процес відбувається переважно за однією домінуючою формою, без суттєвого залучення вищих мод або поперечних коливань. У результаті спектральна картина є більш «чистою» та однорідною, з чітко вираженим максимумом.

Причина такої поведінки може полягати в особливостях структури клеєної деревини. На відміну від суцільного матеріалу, клеєна деревина є багатошаровою композитною системою, сформованою з окремих ламелей та клейових прошарків. Технологія виготовлення передбачає відбір та орієнтацію ламелей, що дозволяє мінімізувати вплив природних дефектів.

Клейові прошарки, у свою чергу, виконують не лише функцію з'єднання, але й частково призводять до формування більш контрольованої та орієнтованої структури матеріалу. Вони сприяють більш рівномірному розподілу напружень між шарами та можуть зменшувати локальні концентрації деформацій, що, ймовірно, обмежує активацію додаткових форм коливань. У результаті динамічна відповідь такої системи стає більш стабільною та передбачуваною.

Таким чином, спектральний аналіз свідчить, що балки з клеєної деревини характеризуються більш впорядкованою динамічною поведінкою з домінуванням однієї основної частоти коливань.

Аналіз спектру частот власних коливань балки з перехресно-клеєної деревини (Рисунок 3.9) показує наявність однієї домінуючої частотної складової на рівні близько 67 Гц, яка відповідає основній формі коливань елемента. Вказане значення є найменшим серед усіх досліджуваних типів балок, що свідчить про знижену жорсткість конструкції та узгоджується з результатами як статичних, так і динамічних випробувань.

Спектральна картина характеризується відсутністю виражених додаткових піків, що може вказувати на переважання однієї форми коливань у загальній динамічній відповіді системи. Подібно до балки з клеєної деревини, відсутність другорядних частотних складових свідчить про відносно впорядкований характер коливального процесу та обмежену участь вищих форм або поперечних мод у досліджуваному діапазоні частот.

Зниження основної частоти до рівня 67 Гц у порівнянні з 73 Гц для клеєної та 75 Гц для суцільної деревини обумовлено особливостями структури перехресно-клеєної деревини. Перехресна орієнтація шарів призводить до зменшення ефективної жорсткості елемента в напрямку дії навантаження, а також до більш складного перерозподілу напружень між шарами.

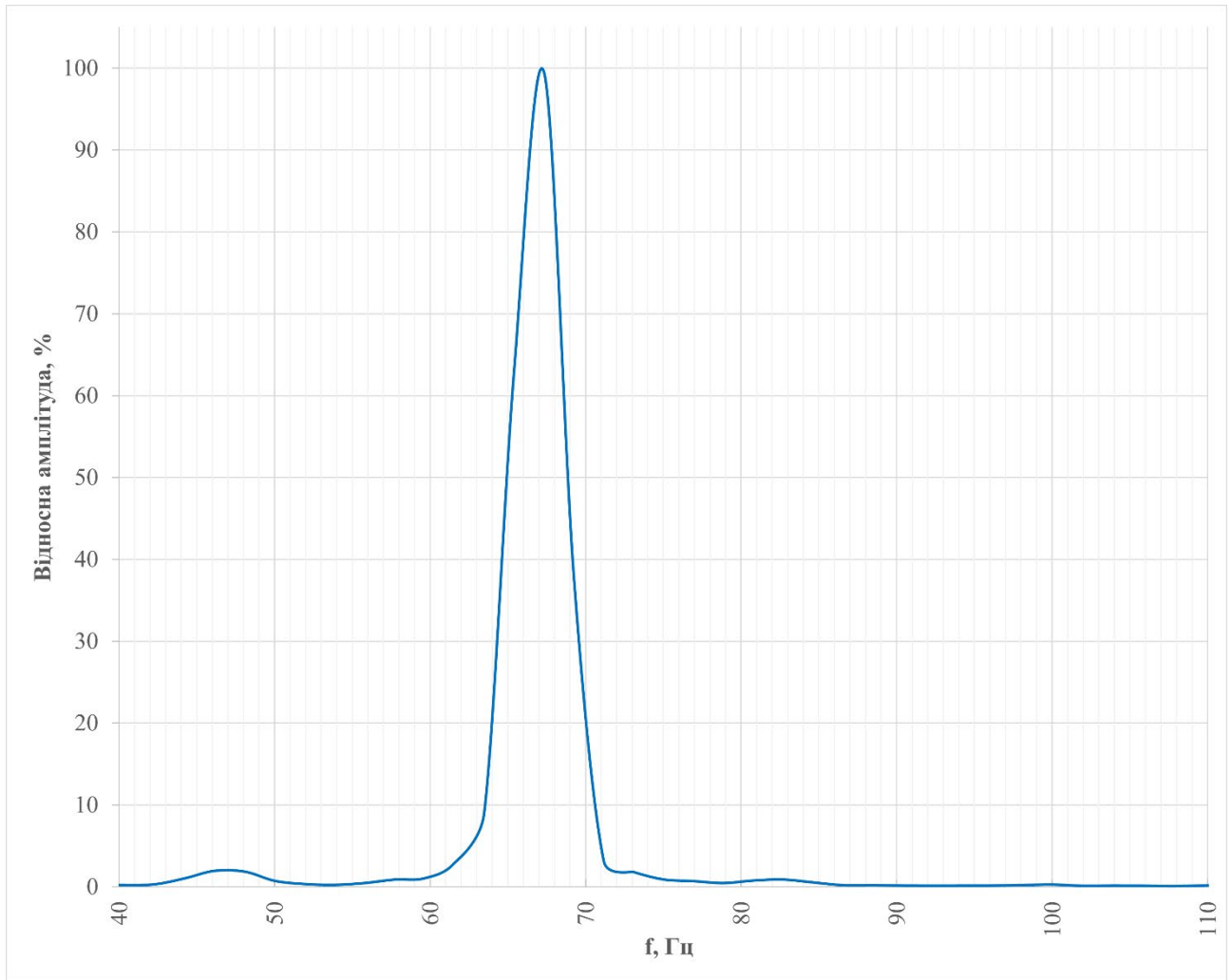


Рисунок 3.9 – Фрагмент спектрограми (ПКД)

Таким чином, спектральний аналіз підтверджує, що балки з перехресно-клеєної деревини характеризуються найменшою жорсткістю серед досліджуваних зразків, нижчою власною частотою та відносно простою частотною структурою з домінуванням однієї основної моди коливань.

Виконаємо порівняння експериментально отриманих даних із теоретично розрахованими.

Порівняння виконуємо за частотою власних коливань. Частоту власних коливань балки  $f_i$  можна отримати з кутової частоти:

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} \quad (3.8) \quad [111]$$

де  $\omega_i$  – кутова частота вільних коливань.

Кутова частота вільних коливань  $\omega_i$  шарнірно обпертої балки:

- без урахування впливу поперечного зсуву:

$$\omega_i = \frac{i^2 \pi^2}{l_{ef}^2} \sqrt{\frac{EIg}{A\rho}} \quad (3.9) \quad [111]$$

- з урахуванням поперечного зсуву (модуля деформації зсуву) та інерції повороту перерізу:

$$\omega_{G,i} = \frac{i^2 \pi^2}{l_{ef}^2} \sqrt{\frac{EIg}{A\rho}} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{i^2 \pi^2}{l_{ef}^2} \cdot \frac{I}{A} \left( 1 + \frac{E}{\kappa G} \right) \right\} \quad (3.10) \quad [112]$$

де  $i$  – номер форми коливань;  $l_{ef}$  – розрахунковий проліт;  $E$  – модуль деформації матеріалу;  $I$  – момент інерції перерізу;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $A$  – площа перерізу;  $\rho$  – об’ємна вага матеріалу;  $\kappa$  – коефіцієнт корекції жорсткості на зсув (залежить від форми поперечного перерізу,  $\kappa = 5/6$  для балок прямокутного поперечного перерізу);  $G$  – модуль деформації зсуву.

Як видно з аналітичного виразу (3.10), оскільки модуль деформації деревини більший за модуль зсуву деревини, то і вплив поперечного зсуву буде більшим ніж інерція кутів повороту. Також важливим є те, що врахування поперечного зсуву зменшує кутову частоту коливань балки.

Період коливань балок:  $T_i$  – час одного повного коливання, є зворотною характеристикою до лінійної частоти:

$$T_i = \frac{1}{f_i} \quad (3.11) \quad [111]$$

У Таблиця 3.7 наведено результати визначення власних частот коливань досліджуваних балок, отримані експериментальним шляхом, а також їх розрахункові значення з урахуванням впливу зсувних деформацій.

Таблиця 3.7 – Частоти власних коливань досліджуваних балок

Тип зразка	$f_{exp}$ , Гц	$f_{G,calc}$ , Гц
СД	75	73
КД	73	69
ПКД	67	62

Порівняння експериментальних ( $f_{exp}$ ) та розрахункових ( $f_{G,calc}$ ) значень показує задовільну збіжність результатів для всіх типів зразків. Розрахункові значення є дещо нижчими за експериментальні, що може бути пов'язано з прийнятими спрощеннями у розрахунковій моделі, зокрема врахуванням усереднених характеристик матеріалу, ідеалізацією граничних умов та припущеннями щодо рівномірності структури.

Для оцінки втрат енергії в коливальній системі, було вирішено застосувати логарифмічний декремент затухання, який вказує швидкість зменшення амплітуди коливань в часі.

Логарифмічний декремент затухаючих сусідніх коливань  $\beta_j$ :

$$\beta_j = \ln \frac{A_j}{A_{j+1}} \quad (3.12) \quad [113]$$

де  $j$  – номер коливання;  $A_j$  – амплітуда  $j$ -ого коливання.

Зменшення амплітуди коливань з часом описується експоненціальним законом. Експоненціальна огинаюча затухаючих коливань описується наступною функцією:

$$A(j) = A_0 e^{-\beta j} \quad (3.13) \quad [114]$$

Декремент затухання був визначений на основі усереднених експериментальних даних як середньо-арифметичне значення декрементів для позитивних і негативних піків семи послідовних коливань, починаючи з другого.

З огляду на те, що досліджуються саме вільні коливання, піки першого коливання були відбраковані. Відбраковування піків першого коливання є обґрунтованим, оскільки саме на початковій стадії, після прикладання імпульсного навантаження, система перебуває під впливом безпосереднього збудження. У цей момент можливі додаткові нелінійні ефекти, локальні пластичні деформації, а також похибки, пов'язані з умовами контакту та передачею імпульсу. Тому врахування лише наступних коливань дозволяє аналізувати вже усталений режим вільних коливань, який більш коректно характеризує власні демпфувальні властивості матеріалу та конструкції.

Таблиця 3.8 – Декременти затухання коливань досліджуваних балок

Тип зразка	$\beta_{mean}$
СД	0.186
КД	0.099
ПКД	0.099

Результати розрахунку декрементів затухання наведено у Таблиця 3.8. Отримані значення свідчать про суттєві відмінності у здатності досліджуваних матеріалів до розсіювання енергії коливань. Зокрема, для балки з суцільної деревини значення декременту затухання становить  $\beta_{mean} = 0.186$ , що є найбільшим серед усіх зразків. Це вказує на більш інтенсивне затухання коливань та вищі демпфувальні властивості, що можуть бути пов'язані як і з більш складним коливальним процесом (який також спостерігається і на спектрограмі), так і з природною неоднорідністю матеріалу і наявністю внутрішніх дефектів.

Для балок з клеєної та перехресно-клеєної деревини отримано однакові значення декременту затухання ( $\beta_{mean} = 0.099$ ), що свідчить про подібний характер дисипації енергії у цих матеріалах. Зниження декременту порівняно з суцільною деревиною може бути пояснено більш впорядкованою структурою,

наявністю клейових прошарків та рівномірнішим розподілом напружень, що зменшує внутрішні втрати енергії.

Таким чином, результати дослідження показують, що балки з суцільної деревини характеризуються швидшим затуханням коливань, тоді як клеєна та перехресно-клеєна деревина демонструють більш тривалий коливальний процес. Це узгоджується з попередніми спостереженнями щодо характеру коливань і має важливе значення для оцінки динамічної поведінки конструкцій.

Для наочності побудовані графіки експоненційних огинаючих коливань, що математично описують характер зниження амплітуди коливань та накладені на відповідні осцилограми. За нульовий відлік, для побудови експоненційних огинаючих, був прийнятий пік 3-го коливання.

Спільне відображення розрахункових та дослідних даних дозволяє оцінити доцільність застосування моделі логарифмічного декременту затухання коливань для досліджуваних типів балок, та відповідність реальному фізичному процесу.

Для суцільної деревини експоненційні огинаючі характеризуються доволі крутим спаданням амплітуди коливань (Рисунок 3.10), що свідчить про інтенсивне затухання коливального процесу вже на початкових етапах після збудження. Така динамічна поведінка вказує на високий рівень внутрішнього демпфування матеріалу, внаслідок чого енергія коливань швидко розсіюється, а амплітуда переміщень суттєво зменшується протягом незначного проміжку часу. Також це може бути пов'язано з особливостями внутрішньої структури матеріалу суцільної деревини. Суцільна деревина має більш виражену природну неоднорідність (річні шари, мікротріщини, локальні дефекти, сучки), що сприяє підвищенню внутрішнього тертя, зміні вектору внутрішніх зусиль і, відповідно, швидшому розсіюванню енергії коливань.

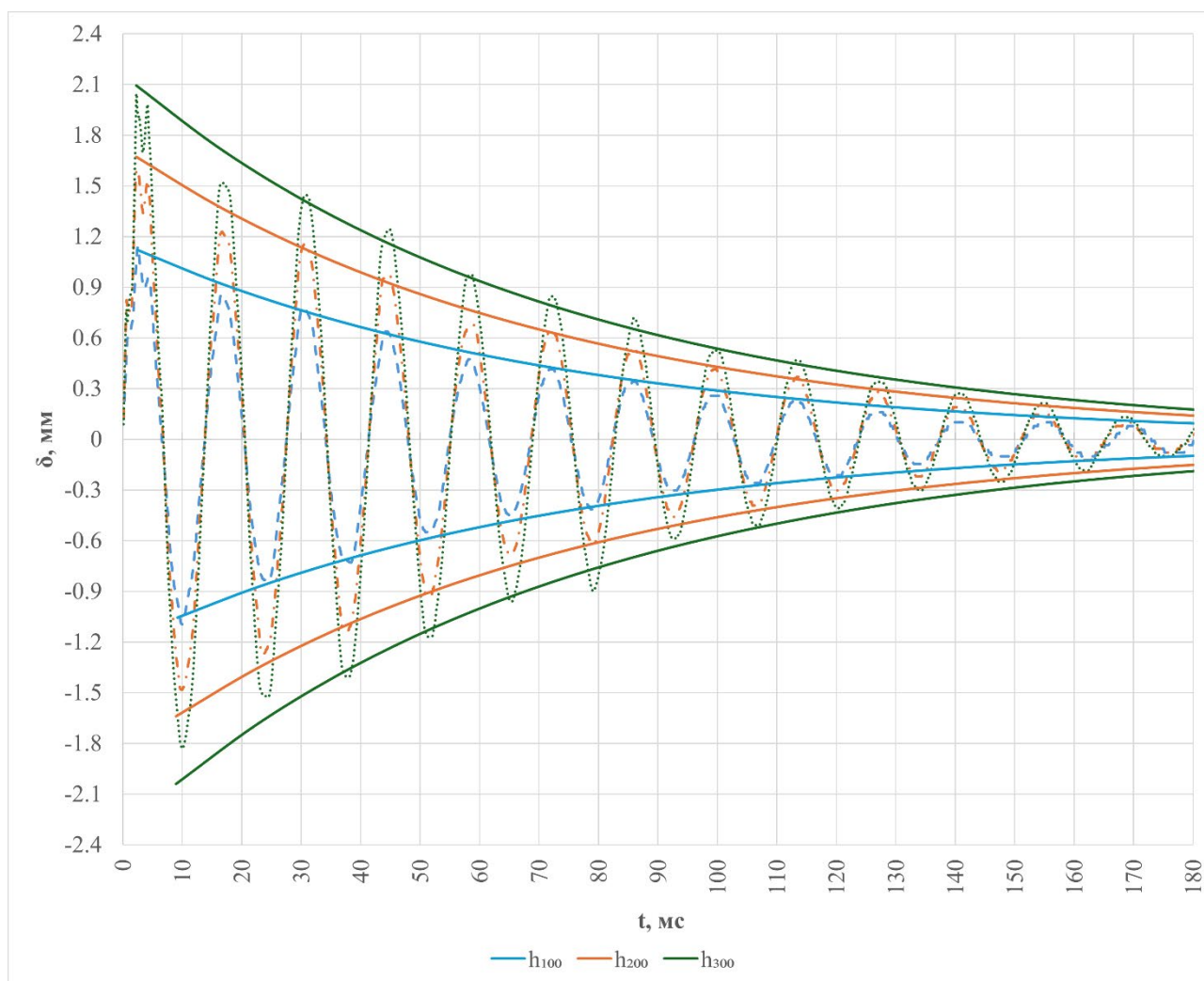


Рисунок 3.10 – Експоненційні огинаючі (СД)

Крім того, що зазначена особливість може бути пояснена структурною будовою суцільної деревини. Анізотропія суцільної деревини призводить до нерівномірного розподілу напружень і деформацій у різних напрямках, що також посилює ефекти внутрішнього демпфування. Важливим фактором є і можливість залучення до роботи не лише основної форми коливань, а й додаткових мод, у тому числі вигинних у взаємно перпендикулярних площинах та крутильних форм коливань. Через структурну неоднорідність і відсутність чітко впорядкованої будови матеріалу відбувається часткове перетікання енергії між різними модами коливань, що проявляється у вигляді складного просторового коливального процесу.

Залучення таких додаткових форм коливань сприяє більш інтенсивному розсіюванню енергії, оскільки кожна з мод характеризується власними механізмами демпфування. У результаті енергія, що вводиться в систему під час ударного навантаження, розподіляється між кількома формами руху та швидше втрачається.

Порівняння експоненційних огинаючих, для балок з суцільної та клеєної деревини (Рисунок 3.11), показує відмінності у швидкості затухання коливань.

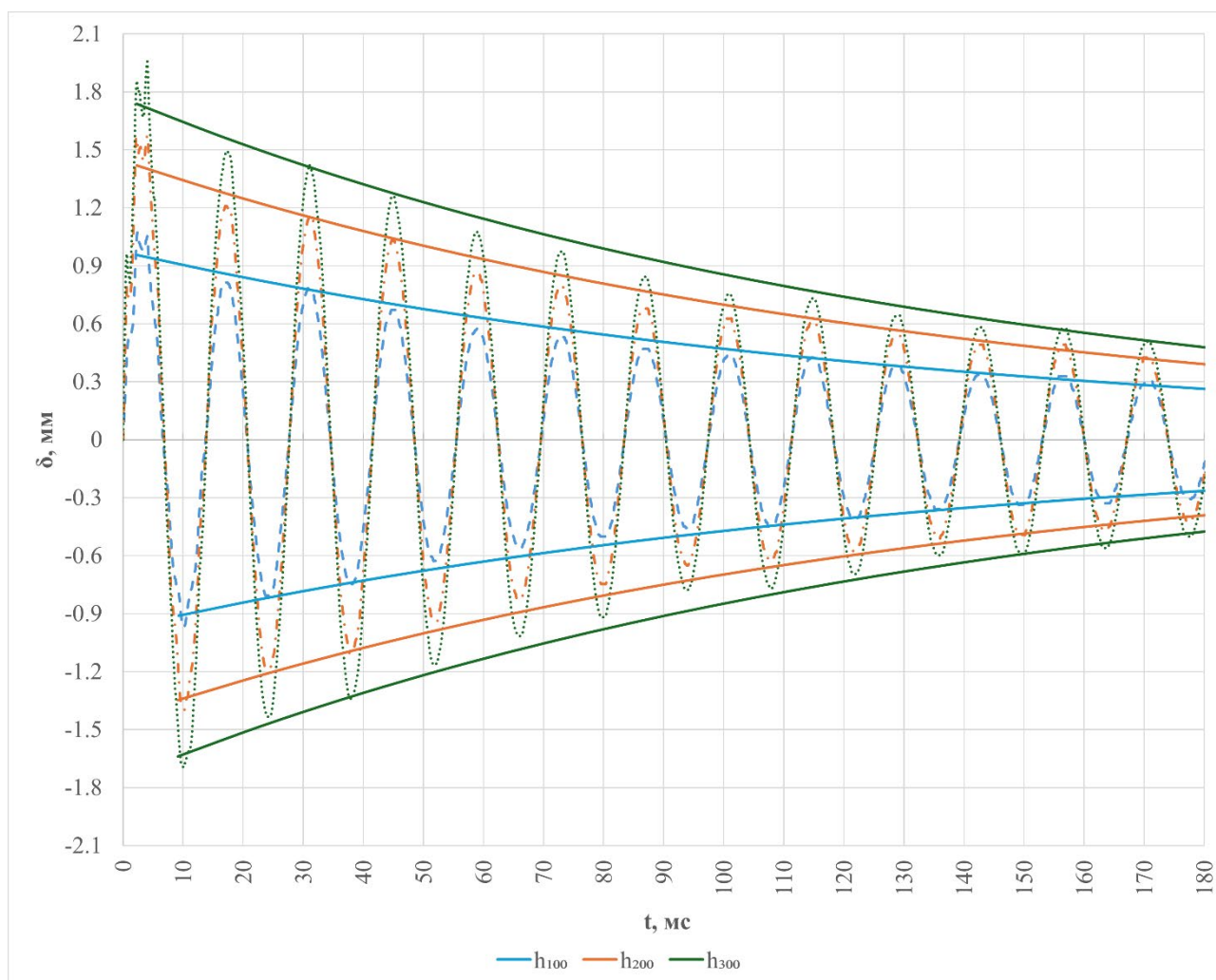


Рисунок 3.11 – Експоненційні огинаючі (КД)

Для клеєної деревини огинаючі мають більш плавний характер спадання, відповідно амплітуда коливань зменшується повільніше у часі. Це свідчить про меншу інтенсивність дисипації енергії коливань у досліджуваній системі або про інший характер внутрішнього демпфування матеріалу.

Клеєна деревина має шарувату, технологічно контрольовану структуру, яка формується шляхом склеювання окремих ламелей. Завдяки такій будові, а також наявності клейових прошарків між шарами, відбувається більш рівномірний та передбачуваний розподіл внутрішніх напружень у матеріалі під час імпульсного навантаження.

Особливістю експоненційних огинаючих для ПКД є їхня достатньо рівномірна та згладжена форма протягом усього інтервалу спостереження (Рисунок 3.12).

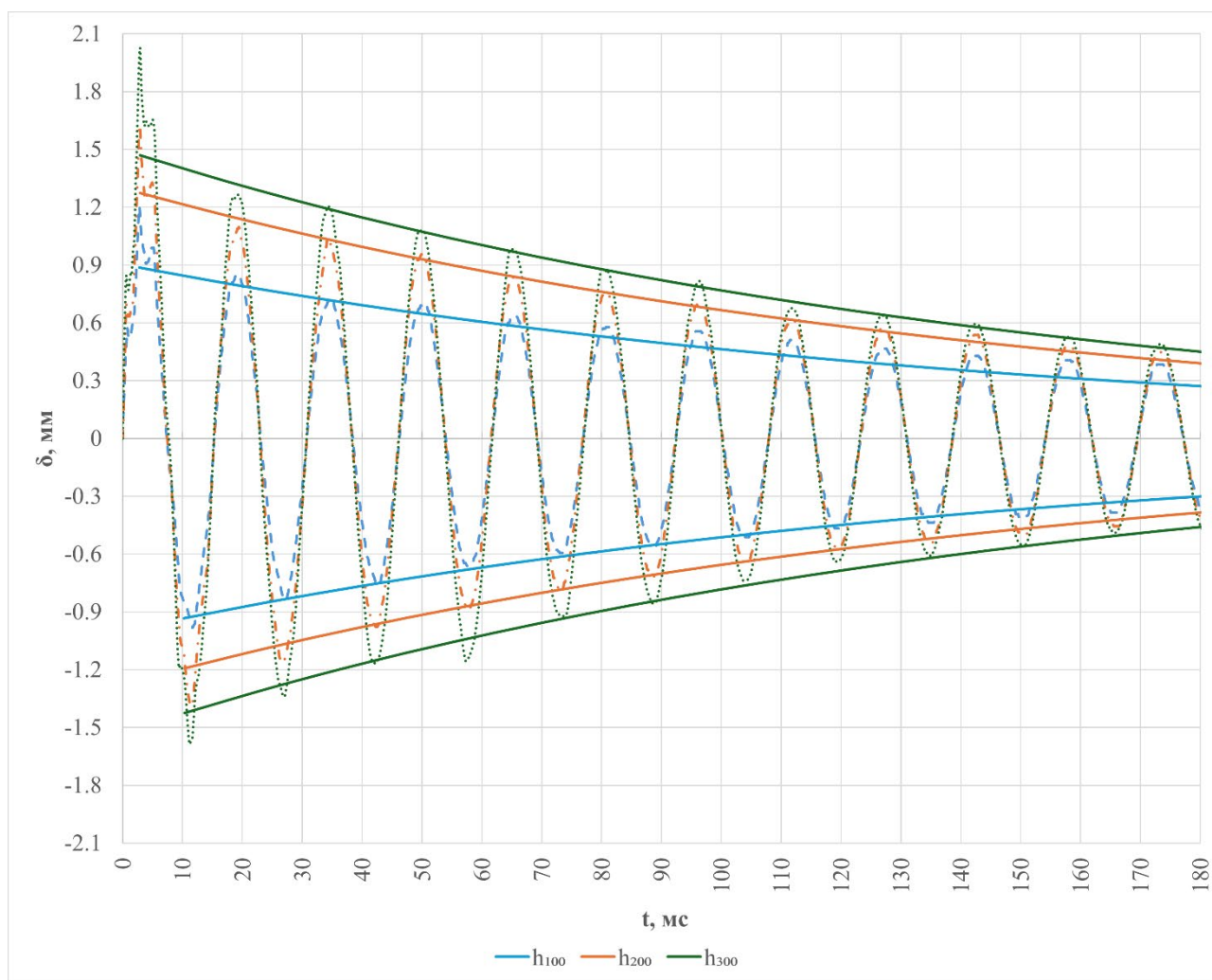


Рисунок 3.12 – Експоненційні огинаючі (ПКД)

На відміну від суцільної деревини, де у початковий період коливань часто спостерігається більш інтенсивне спадання амплітуди, у випадку перехресно-

клеєної деревини процес затухання відбувається більш стабільно. Це свідчить про більш рівномірний характер дисипації енергії у багатошаровій структурі матеріалу.

### 3.3. Висновки по розділу 3

За результатами проведених статичних та динамічних експериментальних досліджень дерев'яних балок можна зробити наступні висновки:

1. Експериментально визначено жорсткісні характеристики балок з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини. Встановлено, що середні значення модулів деформації та модулів деформації зсуву становлять: для балок з суцільної деревини –  $E_{ST} = 7.66$  ГПа;  $G_{ST} = 0.48$  ГПа, для клеєної деревини –  $E_{GLT} = 7.30$  ГПа;  $G_{GLT} = 0.46$  ГПа, для перехресно-клеєної деревини –  $E_{CLT} = 5.88$  ГПа;  $G_{CLT} = 0.37$  ГПа. Отримані результати підтверджують зниження жорсткісних характеристик для багатошарових матеріалів на основі деревини у порівнянні з суцільною деревиною.
2. Отримано експериментальні осцилограми вільних затухаючих коливань балок під дією зосередженого імпульсного навантаження. Визначено максимальні динамічні переміщення балок для різних величин імпульсу, які зростають пропорційно висоті падіння ударного вантажу (пропорційно потенційній енергії падіння).
3. Визначено частоти власних коливань досліджуваних балок на основі спектрального аналізу експериментальних даних. Встановлено, що основні частоти коливань становлять 75 Гц для балки з суцільної деревини, 73 Гц для клеєної деревини та 67 Гц для перехресно-клеєної деревини. Порівняння з теоретичними розрахунками показало задовільну збіжність результатів з відхиленням не більше 8%.
4. Встановлено закономірності затухання коливань дерев'яних балок різної конструктивної структури. Визначено, що суцільна деревина характеризується найбільш інтенсивним затуханням ( $\beta = 0.186$ ), тоді як для клеєної та перехресно-клеєної деревини спостерігається повільніше зменшення амплітуди коливань ( $\beta = 0.099$ ). Побудовані експоненційні огинаючі підтверджують експоненційний характер дисипації енергії та демонструють вплив структури деревини на динамічну поведінку балок.

## РОЗДІЛ 4.

### АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА РОЗВ'ЯЗКИ ЗАДАЧІ РОЗРАХУНКУ БАЛОК ПІД ДІЄЮ ЗОСЕРЕДЖЕНОГО ІМПУЛЬСНОГО НАВАНТАЖЕННЯ (УДАРУ)

#### 4.1. Аналіз результатів статичних випробувань

Аналіз експериментально отриманих фізико-механічних характеристик дерев'яних балок, виготовлених з трьох типів матеріалів (1 – масивна, 2 – клеєна та 3 – перехресно-клеєна деревина), проведено шляхом порівняння максимальних експериментально визначених значень (РОЗДІЛ 3, Таблиця 3.1) із теоретичними, розрахованими у програмному комплексі аналізу кінцевих елементів методу скінченних елементів (МСЕ) Dlubal RFEM 5.

З метою підтвердження експериментальних результатів дослідження було прийнято рішення виконати їх верифікацію шляхом порівняння теоретичних й експериментальних значень прогинів балок у середині прольоту.

Порівняльні розрахунки виконувались у три етапи:

- моделювання балок стрижневими елементами (1D);
- моделювання балок просторовими тривимірними елементами (3D);
- моделювання балки з перехресно-клеєної деревини з характеристиками матеріалу як для суцільної деревини, але з дотриманням напрямків волокон відповідних ламелей (Рисунок 4.1).

Вище зазначені етапи прийнято для можливості порівняння результатів залежно від особливостей моделювання: типи кінцевих елементів, моделі матеріалів, моделювання з урахуванням напрямку ламелей.

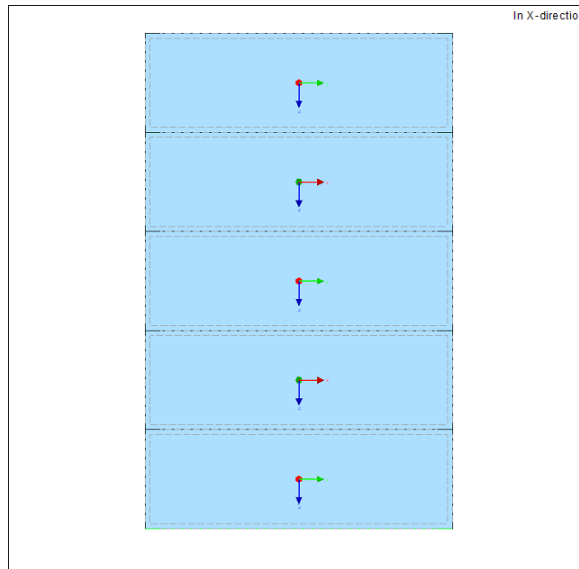


Рисунок 4.1 – Моделі CLT балки з просторових 3D-елементів та змінною орієнтацією шарів 3-ій етап (Dlubal RFEM 5)

Моделювання балок стрижневими елементами (1D). Для моделювання матеріалу деревини стрижневими кінцевими елементами використана ізотропна лінійно-пружна модель матеріалу [115]. Для моделювання матеріалів конструктивної деревини були використані попередньо розраховані середні значення модуля деформації  $E_{mean}$  та модуля деформації зсуву  $G_{mean}$  (РОЗДІЛ 3, Таблиця 3.2)

За результатами моделювання балок стрижневими 1D кінцевими елементами було зроблено порівняння розрахункових теоретичних прогинів із визначеними експериментально. Визначені теоретичні прогини для балок заданих стрижневими елементами зображені на Рисунок 4.2.

Порівнюючи реальні та розраховані у Dlubal RFEM 5 прогини балок, замодельованих стрижневими 1D кінцевими елементами, можемо відзначити, що результати за моделями балок з суцільної та клеєної деревини відповідають практично отриманим.

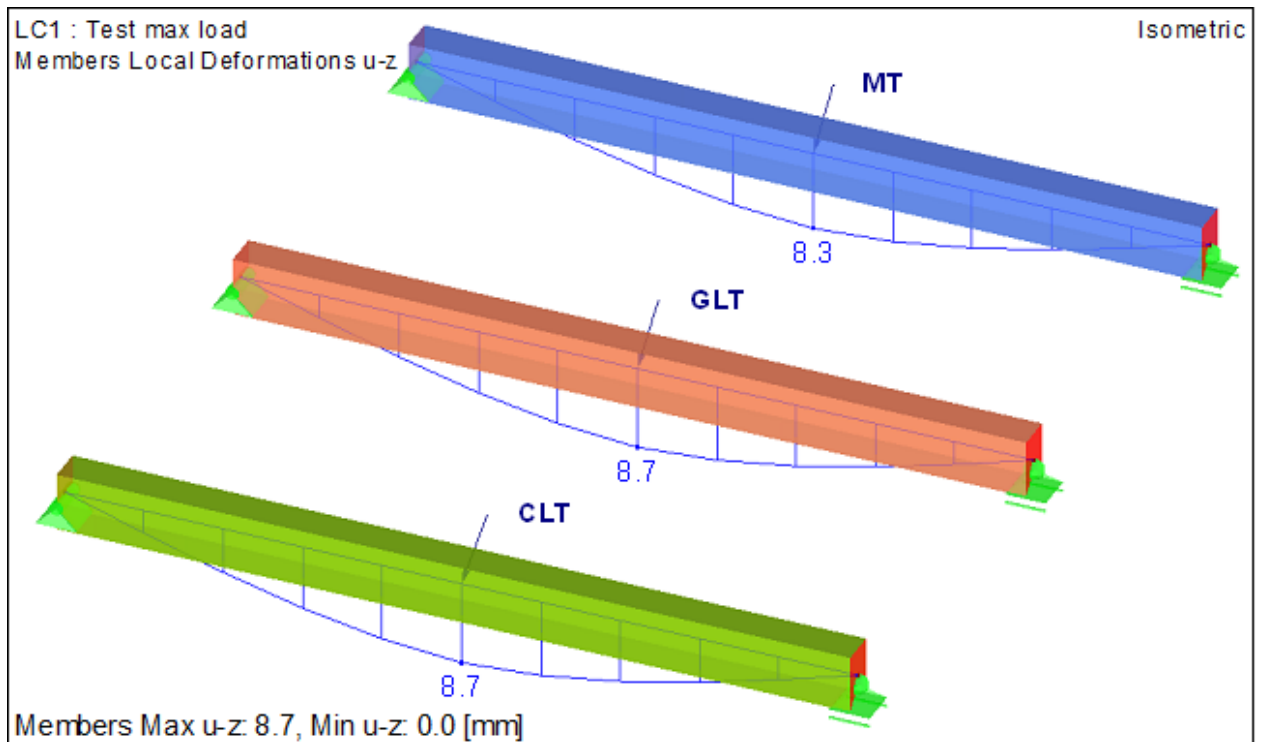


Рисунок 4.2 – Прогини балок замодельованих стрижневими 1D елементами (Dlubal RFEM 5)

Результати порівняння теоретичних прогинів для стрижневих елементів з експериментально визначеними наведені у Таблиця 4.1.

Таблиця 4.1 – Теоретичні (1D) та експериментально визначені прогини балок

Тип деревини	Навантаження, кН	Прогин, мм	
		Експеримент	Dlubal RFEM5 (1D)
СД	8.37	8.25 ± 0.17	8.3
КД	8.37	8.70 ± 0.14	8.7
ПКД	6.76	8.64 ± 0.22	8.7

Моделювання балок просторовими тривимірними елементами (3D). Для задання властивостей матеріалу деревини для просторових елементів використано ортотропну пружну 3D-модель [115].

Властивості деревини залежать від напрямку прикладання навантаження. Для деревини, у вирішенні тривимірних задач, необхідні дванадцять параметрів

пружності [116]. Це справедливо, якщо припустити, що деревина має три головні взаємно перпендикулярні осі щодо яких існує симетрія. Тому для деревини визначені такі три головні осі (Рисунок 4.3) [117]. Індекси  $x, y, z$  відповідають напрямкам головних осей:

- поздовжній ( $x$ ) – вісь паралельна напрямку волокон;
- тангенціальний ( $y$ ) – вісь перпендикулярна напрямку волокон та дотична до вікових кілець;
- радіальний ( $z$ ) – вісь нормальна до вікових кілець (перпендикулярна до волокон у радіальному напрямку).

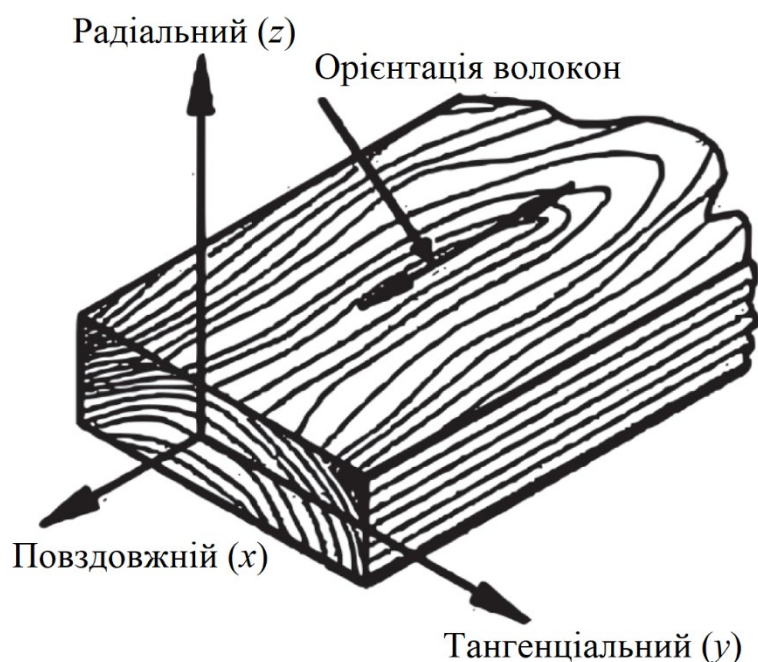


Рисунок 4.3 – Головні осі деревини у відповідності з орієнтацією волокон та віковими кільцями

Відповідно позначення, що застосовані у ортотропній пружній 3D -моделі для дванадцяти пружних параметрів деревини, наведені далі:

$E_x$  – модуль деформації у поздовжньому напрямку  $x$ ;

$E_y$  – модуль деформації у тангенціальному напрямку  $y$ ;

$E_z$  – модуль деформації у радіальному напрямку  $z$ ;

$G_{yz}, G_{xz}, G_{xy}$  – модуль зсуву у площині  $yz, xz, xy$ ;

$\nu_{yz}, \nu_{xz}, \nu_{xy}, \nu_{zy}, \nu_{zx}, \nu_{yx}$  – коефіцієнт Пуассона у площині

$yz, xz, xy, zy, zx, yx$ ;

Модулі деформації у поздовжньому напрямку прийнято рівними середнім модулям деформації  $E_{mean}$ , визначеними у РОЗДІЛ 3, Таблиця 3.2. У Таблиця 4.2 представлено прогнозовані значення модулів деформації та модулів зсуву залежно від модуля деформації у поздовжньому напрямку  $E_x$  для хвойних порід деревини [118].

Таблиця 4.2 – Прогнозовані модулі деформації та модулі деформації зсуву залежно від  $E_x$ , ГПа

$E_x$	$E_z$	$E_y$	$G_{xz}$	$G_{xy}$	$G_{yz}$
6.0	0.6990	0.3667	0.6564	0.6185	0.0518
7.0	0.7710	0.4069	0.6763	0.6366	0.0566
8.0	0.7856	0.4453	0.6962	0.6546	0.0612

Методом інтерполяції було визначено проміжні значення для досліджуваних типів деревини (Таблиця 4.3).

Таблиця 4.3 – Прогнозовані модулі деформації та модулі деформації зсуву залежно від  $E_x$ , ГПа

Тип деревини	$E_x$	$E_z$	$E_y$	$G_{xz}$	$G_{xy}$	$G_{yz}$
СД	7.658	0.781	0.432	0.689	0.648	0.060
КД	7.303	0.775	0.419	0.682	0.642	0.058
ПКД	5.880	0.690	0.362	0.654	0.616	0.051

Для моделей матеріалів було застосовано усереднені основні коефіцієнти Пуассона для хвойних порід деревини, які визначено і запропоновано у праці [119] (Таблиця 4.4).

Таблиця 4.4 – Середні коефіцієнти Пуассона для хвойних порід деревини

$\nu_{yz}$	0.35
$\nu_{xz}$	0.37
$\nu_{xy}$	0.42

Вторинні коефіцієнти Пуассона  $\nu_{zy}$ ,  $\nu_{zx}$ ,  $\nu_{yx}$  були розраховані автоматично програмним комплексом RFEM Dlubal 5. Оскільки теорія пружності враховує симетрію енергії деформації, не всі дванадцять параметрів пружності є незалежними. Якщо вірні дев'ять параметрів відомі, то інші три можна розрахувати. Ці кореляції визначені:

$$\frac{\nu_{zy}}{E_z} = \frac{\nu_{yz}}{E_y}; \quad \frac{\nu_{zx}}{E_z} = \frac{\nu_{xz}}{E_x}; \quad \frac{\nu_{yx}}{E_y} = \frac{\nu_{xy}}{E_x} \quad (4.1)$$

За результатами моделювання було зроблено порівняння розрахункових теоретичних прогинів, розрахованих у програмному комплексі RFEM Dlubal 5, із визначеними експериментально.

На Рисунок 4.4 зображені прогини балок замодельованих просторовими елементами.

Також окремо порівняно результати моделювання перехресно-клеєної балки окремими ламелями з дотриманням орієнтації головних осей та застосуванням моделі матеріалу з характеристиками для масивної деревини із змодельованою суцільним перерізом, але з моделлю матеріалу з характеристиками для перехресно-клеєної деревини.

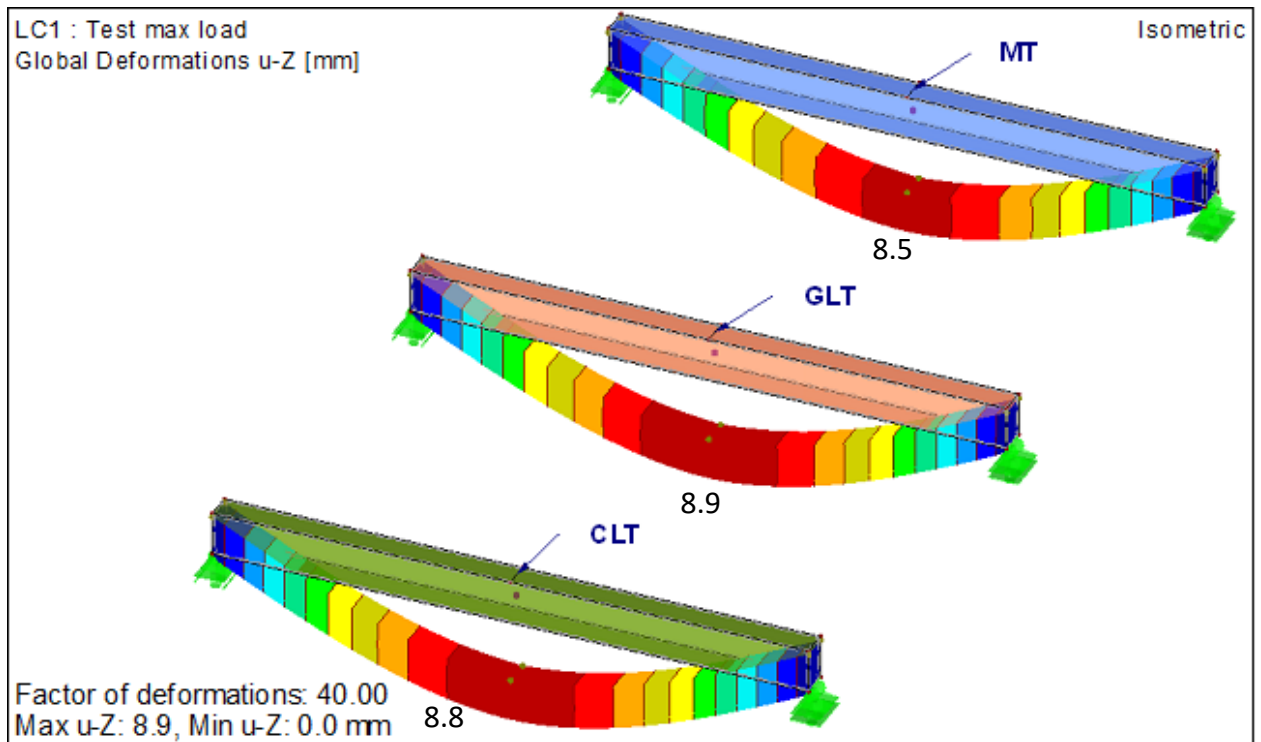


Рисунок 4.4 – Прогини балок замодельованих просторовими елементами (Dlubal RFEM 5)

Також окремо порівняно результати моделювання перехресно-клеєної балки окремими ламелями (з дотриманням орієнтації головних осей та характеристиками для масивної деревини) із результатами її моделювання суцільним перерізом (з використанням властивостей перехресно-клеєної деревини).

Порівняння прогинів CLT балок замодельованих описаними вище варіантами, наведені на Рисунок 4.5.

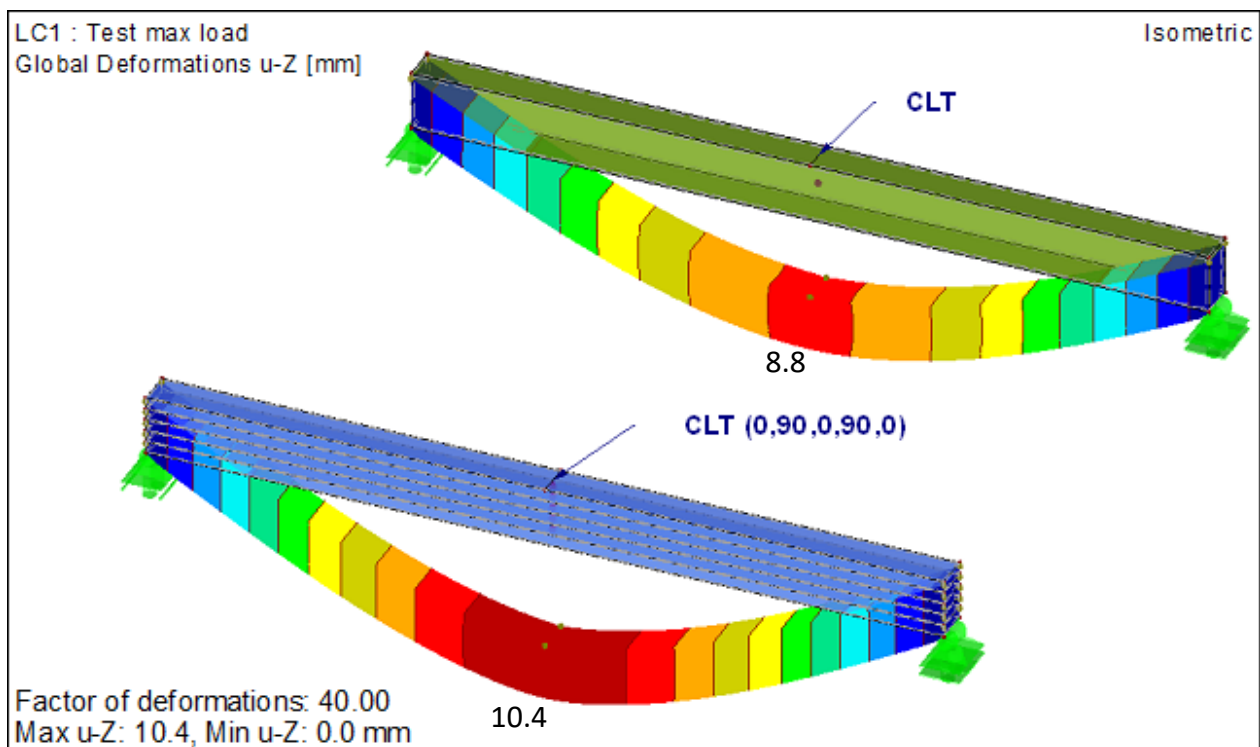


Рисунок 4.5 – Прогини CLT балок замодельованих просторовими 3D-елементами (Dlubal RFEM 5)

За результатами порівняння прогинів, визначених під час проведення експериментів та розрахованих у Dlubal RFEM 5, прогини балок замодельованих просторовими 3D кінцевими елементами, слід зазначити наступне:

- результати за моделями балок з суцільної та клеєної деревини мають високу відповідність експериментальним даним, а похибка перебуває в межах 1%;
- результати порівняння моделей балок з суцільної та клеєної деревини відповідають розрахунковим результатам за стрижневими елементами, а похибка у межах 3%;
- результати порівняння моделі перехресно-клеєної балки замодельованої суцільним перерізом і матеріалом визначеним для CLT балки показав добру відповідність результатів з розрахунком перехресно-клеєної балки замодельованої 1D елементами, і відповідає експериментальним;
- результати порівняння моделі перехресно-клеєної балки (CLT), замодельованої з урахуванням напрямку волокон ламелей і заданим

матеріалом ламелей визначеним для суцільної деревини показали запас у 17% відносно до інших моделей та результатів експерименту.

Результати порівняння теоретичних прогинів для просторових елементів з експериментально визначеними наведені у Таблиця 4.5.

Таблиця 4.5 – Теоретичні (3D) та експериментально визначені прогини балок

Тип деревини	Навантаження, кН	Прогин, мм	
		Експеримент	Dlubal RFEM5 (3D)
СД	8.37	8.25 ± 0.17	8.5
КД	8.37	8.70 ± 0.14	8.9
ПКД	6.76	8.64 ± 0.22	8.8 / 10.4*

\* Прогин CLT балки при моделюванні з урахуванням напрямків волокон ламелей та характеристиками матеріалу як для суцільної деревини

#### 4.2. Розв'язки задачі розрахунку дерев'яних балок під час дії імпульсного навантаження (удару)

Одні з перших узагальнених математичних моделей для розв'язання задач визначення напружено-деформованого стану балок під дією зосередженого імпульсу (удару) були запропоновані С. П. Тимошенком у середині ХХ століття.

У рамках класичної теорії балки динамічний відгук конструкції під дією ударного навантаження розглядається як задача збудження вільних коливань системи після прикладання короткочасного імпульсу. Розв'язок такої задачі базується на диференціальних рівняннях коливань балки, у яких враховуються масові характеристики елемента, жорсткісні характеристики, а також початкові умови, що визначаються параметрами імпульсу та закріплення. Аналітичні розв'язки дозволяють визначити часову залежність переміщень, швидкостей, зусилля.

З розвитком чисельних методів розрахунку будівельних конструкцій значного поширення набули методи кінцевих елементів, які дозволяють

досліджувати складні просторові системи з урахуванням реальної геометрії конструкцій та складних граничних умов. Одним із сучасних програмних комплексів, що реалізує такі підходи, є Dlubal RFEM 5. У цьому програмному середовищі реалізовано інструменти для виконання динамічного аналізу конструкцій, зокрема розрахунку їх відгуків на короткочасні імпульсні (ударні) навантаження.

З огляду на це, у межах даного дослідження було виконано порівняльний аналіз результатів експериментальних випробувань балок з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини з результатами, отриманими двома різними розрахунковими підходами:

- аналітичним розв'язком задачі динаміки балки на основі класичних положень теорії коливань;
- чисельним розрахунком із застосуванням методу кінцевих елементів у програмному комплексі Dlubal RFEM 5.

Таке порівняння дозволяє оцінити доцільність використаних теоретичних моделей, встановити ступінь відповідності розрахункових результатів експериментальним даним та визначити можливість застосування наведених підходів для прогнозування динамічної поведінки досліджуваних дерев'яних балок під дією імпульсних навантажень.

#### **4.2.1. Розв'язок задачі розрахунку дерев'яних балок під дією зосередженого імпульсного навантаження (удару) за методикою Тимошенко**

У межах розв'язання задачі визначення відгуку однопрольотної шарнірно обпертої балки під дією удару С. П. Тимошенко запропонував декілька рівнів наближеного розв'язку [120]. Зокрема, були сформульовані 1-ше та 2-ге наближення, які дозволяють отримати оцінку максимальних переміщень балки під час дії ударного навантаження, а також наведено більш детальний підхід, що враховує локальні деформації у зоні контакту ударного тіла з балкою.

При постановці задачі прийнято низку робочих положень, для створення адекватної моделі роботи балок з конструкційної деревини. Зокрема, вважається, що швидкість ударного тіла спрямована горизонтально, а впливом сили тяжіння під час короткочасного удару можна знехтувати. Таке припущення є обґрунтованим, оскільки тривалість ударної взаємодії є дуже малою порівняно з часом зміни швидкості під дією сили тяжіння.

Детальніше дослідження питання удару на призматичний стрижень було розглянуто з урахуванням впливу локальних деформацій. Це рішення автор базує на положеннях контактної теорії Герца, яка описує деформацію тіл під час їх короткочасного контакту і була сформульована на основі досліджень взаємодії куль.

Для визначення місцевих деформацій попередньо треба задатися типом поверхонь ударного тіла (сферична) та балки (пласка) в місці їхнього контакту. Тоді залежність між зусиллям що виникає в точці контакту та зближенням тіл, що ударяються внаслідок місцевих деформацій має такий вигляд:

$$P = \frac{4}{3} E' \sqrt{r \alpha^3} \quad (4.2) \quad [121]$$

де  $P$  – зусилля що виникає в точці контакту;  $E'$  – ефективний модуль деформації;  $r$  – радіус поверхні ударного тіла;  $\alpha$  – зближення тіл що ударяються.

$$\frac{1}{E'} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (4.3) \quad [121]$$

де  $E_1, E_2$  – модулі деформації тіл що контактують;  $\nu_1, \nu_2$  – коефіцієнти Пуассона тіл що контактують.

Вібраціями, що виникають під час удару в ударному тілі знехтувано. Для удару по середині прольоту балки переміщення у місці удару можна визначити з урахуванням вимушених коливань балки, спричинених змінним зусиллям  $P$  на основі відомих рішень для вимушених коливань призматичних стрижнів.

$$\delta = \sum_{i=1,3,5,\dots} \frac{1}{i^2} \cdot \frac{1}{\omega_G} \cdot \frac{2g}{ql_{ef}} \int_0^t P \sin \omega_G i^2 (t - t_1) dt_1 \quad (4.4)$$

[122]

де  $i$  - номер форми коливань;  $\omega_G$  - кутова частота власних коливань балки, яка відповідає основному тону;  $l_{ef}$  - розрахунковий проліт;  $g$  - прискорення вільного падіння;  $q$  - маса одиниці довжини балки;  $P$  - змінне зусилля в точці удару, що є функцією від  $t_1$ .

Якщо зближення  $\alpha$  скласти з отриманим переміщенням то отримаємо переміщення центру ваги кулі за проміжок часу від 0 до  $t$ . Те саме переміщення можна представити в іншому вигляді на основі розгляду руху кулі, яка має початкову швидкість  $v$  та зазнає дії змінної сили  $P$ . У будь-який момент  $t_1$  швидкість кулі дорівнює:

$$y_{t_1} = v - \frac{1}{m} \int_0^{t_1} P dt_1 \quad (4.5)$$

[122]

де  $m$  - маса кулі.

Тоді переміщення кулі на момент часу  $t$  набуває такого вигляду:

$$y = vt - \frac{1}{m} \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} P dt \quad (4.6)$$

[122]

Порівнюючи два вирази для одного і того самого переміщення отримано наступне рівняння:

$$vt - \frac{1}{m} \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} P dt =$$

$$= \alpha + \sum_{i=1,3,5,\dots} \frac{1}{i^2} \cdot \frac{1}{\omega_G} \cdot \frac{2g}{ql_{ef}} \int_0^t P \sin \omega_G i^2 (t - t_1) dt_1 \quad (4.7)$$

[122]

Дане рівняння можна розв'язати шляхом обчислення та, відповідно, визначити зміну  $P$  та  $\delta$  залежно від  $t$ .

Для наближеного розв'язку проміжок часу від 0 до  $t$  запропоновано розділити на рівні інтервали тривалістю  $\tau = t/n$  та припустити, що протягом кожного інтервалу зусилля  $P$  не змінюється та зберігає постійне середнє значення для даного інтервалу, тоді:

$$\begin{aligned} & \int_0^t P \sin \omega_G i^2 (t - t_1) dt_1 = \\ & = \frac{1}{\omega_G i^2} \{P_1 [\cos \omega_G i^2 (t - \tau) - \cos \omega_G i^2 t] + \\ & + P_2 [\cos \omega_G i^2 (t - 2\tau) - \cos \omega_G i^2 (t - \tau)] + \dots \\ & \dots + P_n [1 - \cos \omega_G i^2 \tau]\} \end{aligned} \quad (4.8)$$

де  $P_1, P_2, P_3, \dots$  - послідовні значення  $P$ .

Такий підхід дозволяє послідовно визначати параметри системи, переходячи від одного інтервалу часу до наступного.

У зв'язку з необхідністю проведення достатньо великої кількості ітераційних розрахунків переходячи від одного інтервалу до наступного було вирішено реалізувати алгоритм розв'язання задачі удару (Рисунок 4.6) за допомогою мови програмування Python [123] у середовищі Visual Studio Code. Python – інтерпретована об'єктно-орієнтована мова програмування високого рівня, що широко використовується для наукових та інженерних обчислень завдяки своїй простоті, розвиненим бібліотекам та можливості автоматизації складних розрахунків.

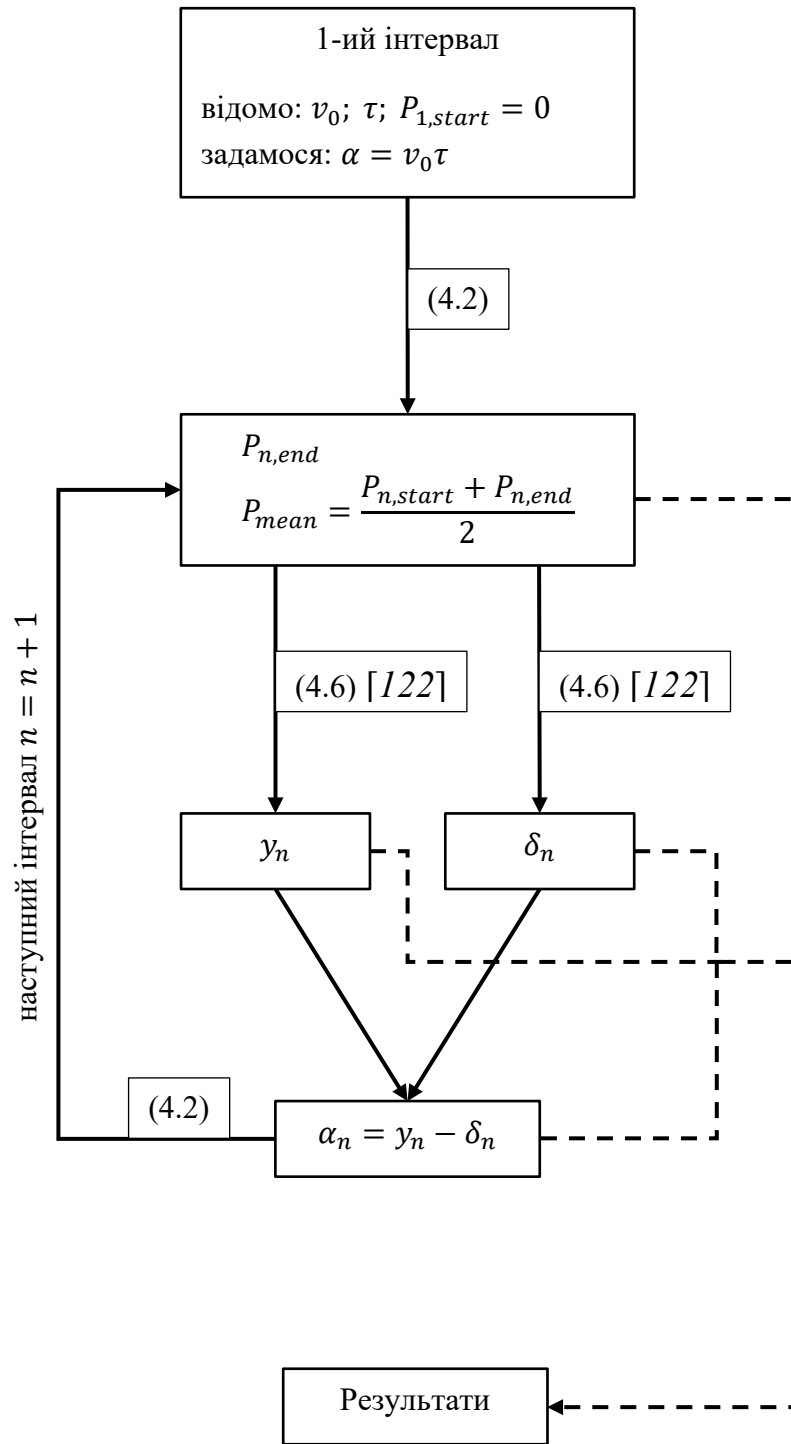


Рисунок 4.6 – Алгоритм розрахунку за методикою Тимошенко

Загальний вигляд середовища розробки та частина коду зображені на Рисунок 4.7.

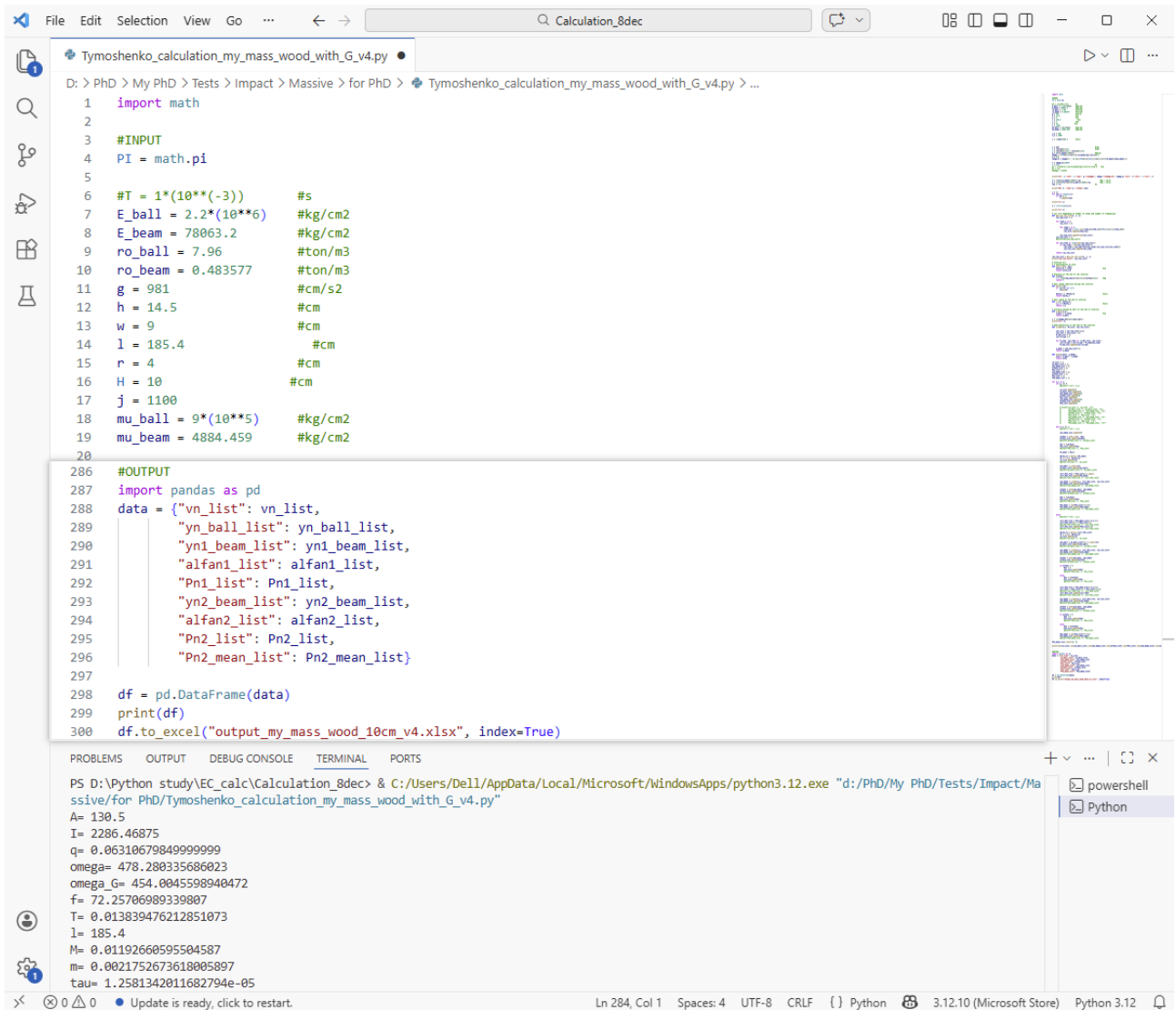


Рисунок 4.7 – Загальний вигляд середовища розробки VS Code

Результати обчислень формуються у таблиці та зберігаються для подальшого аналізу й побудови графічних залежностей за допомогою програмного забезпечення для роботи з електронними таблицями Excel (Таблиця 4.6).

За результатами проведених розрахунків було побудовано теоретичні графіки залежності контактного зусилля від часу для досліджуваних варіантів дерев'яних балок. Побудова таких графіків дозволяє проаналізувати динамічний характер взаємодії ударного тіла з балкою, а також визначити момент часу досягнення максимального контактного зусилля та тривалість ударної взаємодії.

Таблиця 4.6 – Форма таблиці і дані результати, за якими зберігаються у вихідний файл результати обчислень

№ інтервала	Швидкість кулі	Переміщення кулі	1-ша ітерація			2-га ітерація			
			Переміщення балки	Зближення	Зусилля в кінці інтервалу часу	Переміщення балки	Зближення	Зусилля в кінці інтервалу часу	Середнє зусилля на інтервалі часу
$n$	$v_n$ [м/с]	$y_n$ [мм]	$\delta_n^I$ [мм]	$\alpha_n^I$ [мм]	$P_n^I$ [кН]	$\delta_n^{II}$ [мм]	$\alpha_n^{II}$ [мм]	$P_n^{II}$ [кН]	$P_{n,mean}^{II}$ [кН]

Як видно з побудованих теоретичних графіків (Рисунок 4.8 - Рисунок 4.10), залежності контактного зусилля від часу мають плавний нелінійний характер, який за своєю формою наближений до параболічного. Водночас для інженерних розрахунків часто застосовують спрощені апроксимації часової залежності ударного навантаження, що дозволяє суттєво спростити подальші обчислення без значної втрати точності. У цьому випадку отримані криві «зусилля-час» можна з достатньою точністю апроксимувати трикутною діаграмою навантаження.

Аналіз отриманих графіків показує, що зі збільшенням висоти падіння вантажу відбувається зростання максимального контактного зусилля. За більшої висоти падіння зростає кінетична енергія ударного тіла, що призводить до інтенсивнішої взаємодії з балкою та більших значень контактних зусиль.

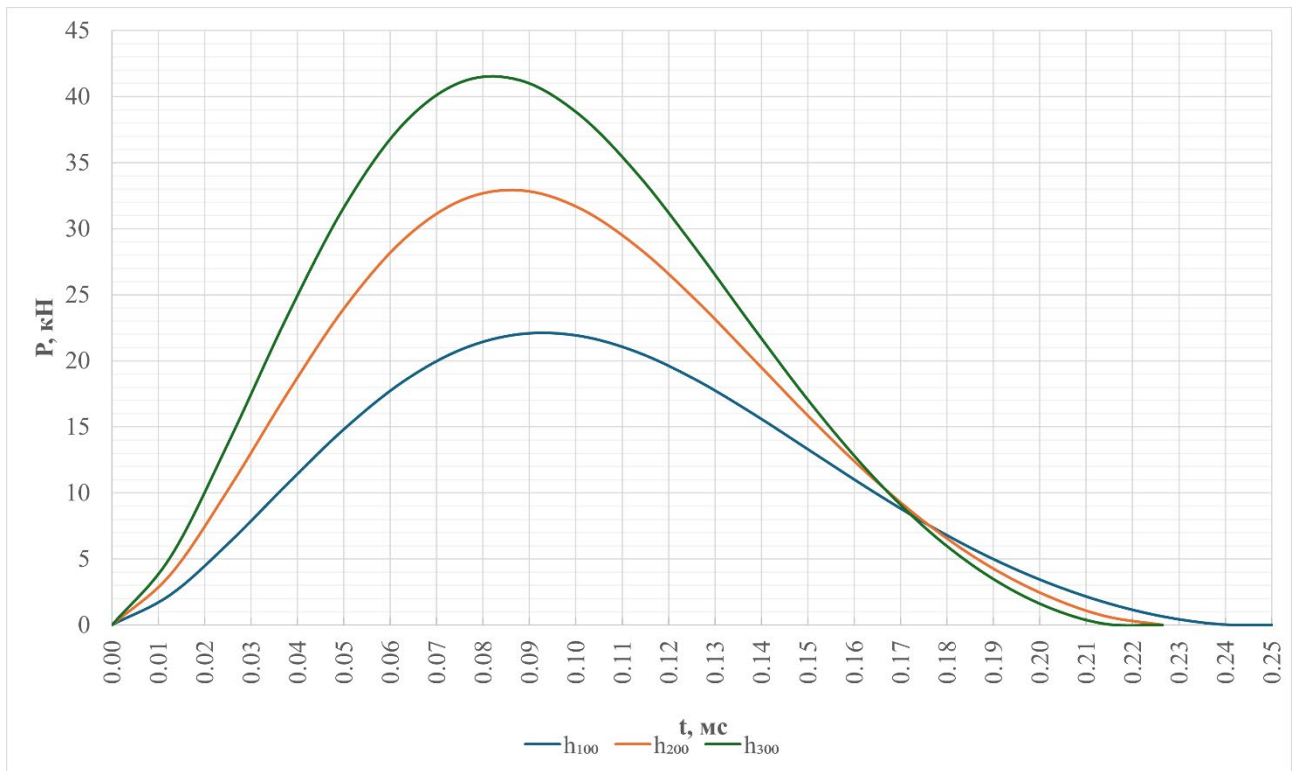


Рисунок 4.8 – Теоретично розраховані залежності зусилля в точці контакту від часу для балки з СД

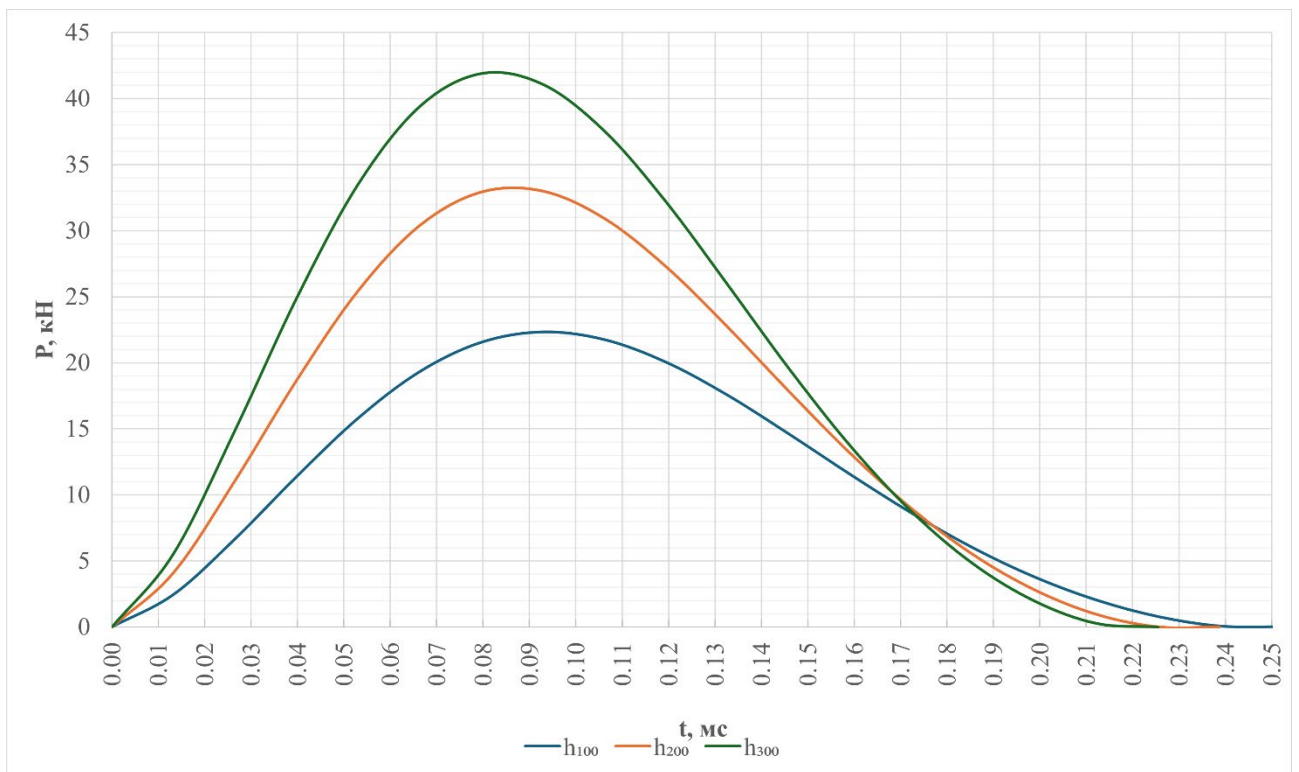


Рисунок 4.9 – Теоретично розраховані залежності зусилля в точці контакту від часу для балки з КД

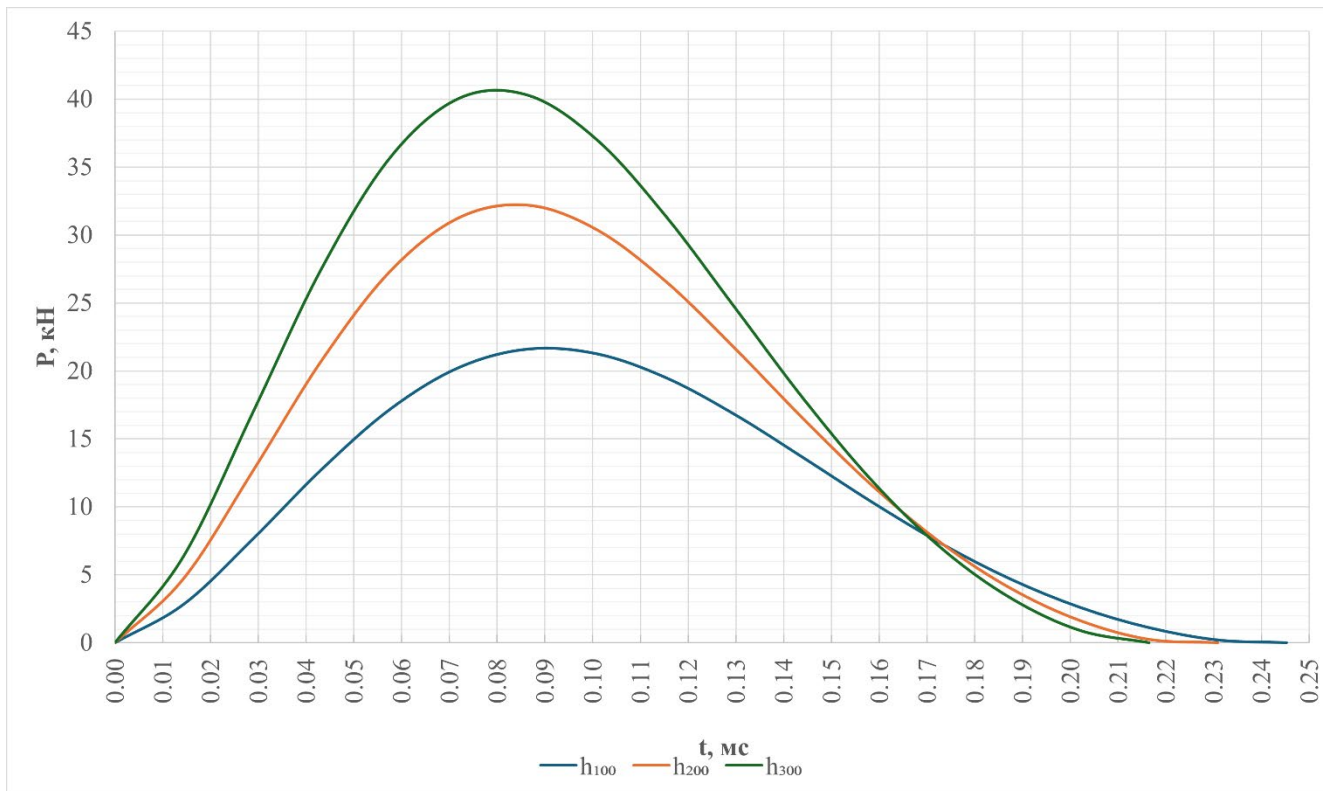


Рисунок 4.10 – Теоретично розраховані залежності зусилля в точці контакту від часу для балки з ПКД

Балки з клеєної деревини демонструють дещо більші значення максимального зусилля порівняно із суцільною деревиною, тоді як перехресно-клеєна деревина характеризується найменшими значеннями зусиль. Тривалість ударної дії для всіх типів є близькою, однак для перехресно-клеєної деревини вона незначно менша, що вказує на швидший процес взаємодії під дією удару. Загалом клеєна та суцільна деревина працюють подібно за силовими параметрами, тоді як перехресно-клеєна деревина відрізняється більш енергоємною поведінкою.

Загалом можна відзначити, що для всіх досліджених висот падіння найменші контактні зусилля характерні для балок з ПКД, однак всі три досліджуваних матеріали демонструють близькі за величиною результати, відхилення становить у межах 3% (Таблиця 4.7).

Таблиця 4.7 – Результати розрахунків

Тип деревини	Висота падіння, мм	Максимальне зусилля, кН	Тривалість впливу, мс	Максимальне переміщення, мм
СД	100	22.03	0.252	1.18
	200	32.91	0.226	1.63
	300	41.24	0.226	1.98
КД	100	22.35	0.252	1.19
	200	33.01	0.239	1.65
	300	41.89	0.226	2.00
ПКД	100	21.62	0.25	1.29
	200	32.19	0.235	1.83
	300	40.27	0.221	2.34

Таким чином, отримані теоретичні залежності зусилля в точці контакту від часу дають можливість більш детально дослідити динамічну поведінку дерев'яних балок під дією ударного навантаження, а також визначити основні параметри ударної взаємодії, такі як максимальне контактне зусилля, тривалість контакту та характер зміни навантаження у часі.

Порівняння результатів переміщень отриманих за методикою Тимошенко з усередненими експериментальними даними показує добру узгодженість між теоретичними розрахунками та результатами випробувань. Аналіз отриманих значень свідчить про те, що застосована методика дозволяє з достатньою точністю прогнозувати максимальні деформації дерев'яних балок під дією імпульсного навантаження (удару).

Зокрема, відхилення розрахункових значень максимальних переміщень перевищують експериментально отримані для балок з клеєної деревини максимум на 7.5%, для балок з перехресно-клеєної деревини на 11%. Водночас для балок з

суцільної деревини спостерігається повна відповідність результатів і навіть незначна недооцінка для висоти падіння 300 мм, яка становить близько 1.5%.

Загалом отримані результати свідчать про те, що аналітична методика Тимошенка може бути ефективно використана для інженерної оцінки динамічної поведінки дерев'яних балок з урахуванням впливу модуля деформації деревини на розтяг і модуля деформації зсуву під дією ударного навантаження. Невеликі відхилення між теоретичними та дослідними значеннями підтверджують достовірність отриманих результатів експериментальних робіт, аналітичних і числових досліджень, а також допустимість прийнятих робочих гіпотез і припущень та спрощень, що застосовуються у цьому підході для моделювання різних конструктивних рішень дерев'яних балок.

#### **4.2.2. Розв'язок задачі розрахунку дерев'яних балок під дією імпульсного навантаження (удару) у Dlubal RFEM 5**

Розв'язок задачі впливу удару на дерев'яні балки з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини виконувалось у програмному комплексі аналізу кінцевих елементів (MCE) Dlubal RFEM 5. Для виконання аналізу поведінки досліджуваної системи під дією короткочасного імпульсного навантаження було використано додатковий модуль RF-DYNAM Pro, який призначений для дослідження динамічної поведінки конструкцій.

Модуль RF-DYNAM Pro складається з декількох функціональних підмодулів, що дозволяють виконувати різні типи динамічного аналізу. У межах даного дослідження були використані два підмодулі [124]:

- RF-DYNAM Pro - Natural Vibrations – це базовий модуль, який виконує аналіз власних коливань для моделей елементів, поверхонь та твердих тіл;
- RF-DYNAM Pro – Forced Vibrations – це модуль для виконання багатомодального та багатоточкового аналізу спектрів відгуку, а також лінійного аналізу часової історії заданої конструкції.

У ході проведення експериментальних досліджень безпосереднє вимірювання контактної сили у місці взаємодії кулі з балкою не виконувалося.

У зв'язку з цим для виконання чисельного моделювання було прийнято рішення використовувати теоретичні залежності «зусилля-час», отримані за методикою Тимошенка (розглянуто у параграфі 4.2.1). Саме ці залежності були використані як вхідні параметри динамічного навантаження у розрахунках в програмному комплексі Dlubal RFEM 5.

Балки були змодельовані 1D стрижневими кінцевими елементами. Фізико-механічні характеристики матеріалів задавалися відповідно до експериментально визначених параметрів (Таблиця 3.2). Прийнята розрахункова схема балки відповідала умовам реального експерименту: ліва опора моделювалася як шарнірно-нерухома, а права – шарнірно-рухома, що відповідає класичній схемі шарнірно обпертої балки. Загальний вигляд розрахункової моделі наведено на Рисунок 4.11.

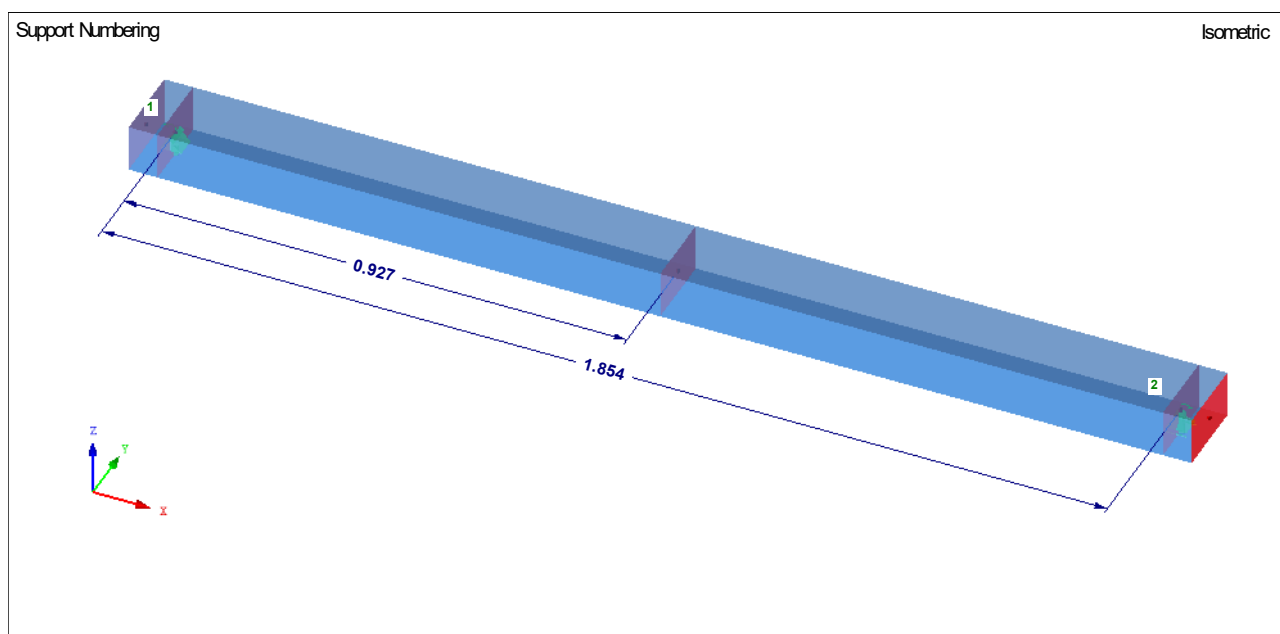


Рисунок 4.11 – Загальний вигляд розрахункової схеми у Dlubal RFEM 5 (1- шарнірно нерухома; 2- шарнірно рухома опора)

Для реалізації дії змінного у часі навантаження в точці прикладання зосередженого імпульсу (удару) у розрахунковій моделі було прикладено одиничну зосереджену силу, тоді як у модулі RF-DYNAM Pro задавалися відповідні функції «зусилля-час», які виступали у ролі коефіцієнтів масштабування

прикладеної сили. Таким чином фактичне навантаження у кожний момент часу визначалося як добуток одиничної сили на відповідний коефіцієнт часової функції. Загальний вигляд вікна вводу залежності «зусилля-час» у модулі RF-DYNAM Pro наведено на Рисунок 4.12.

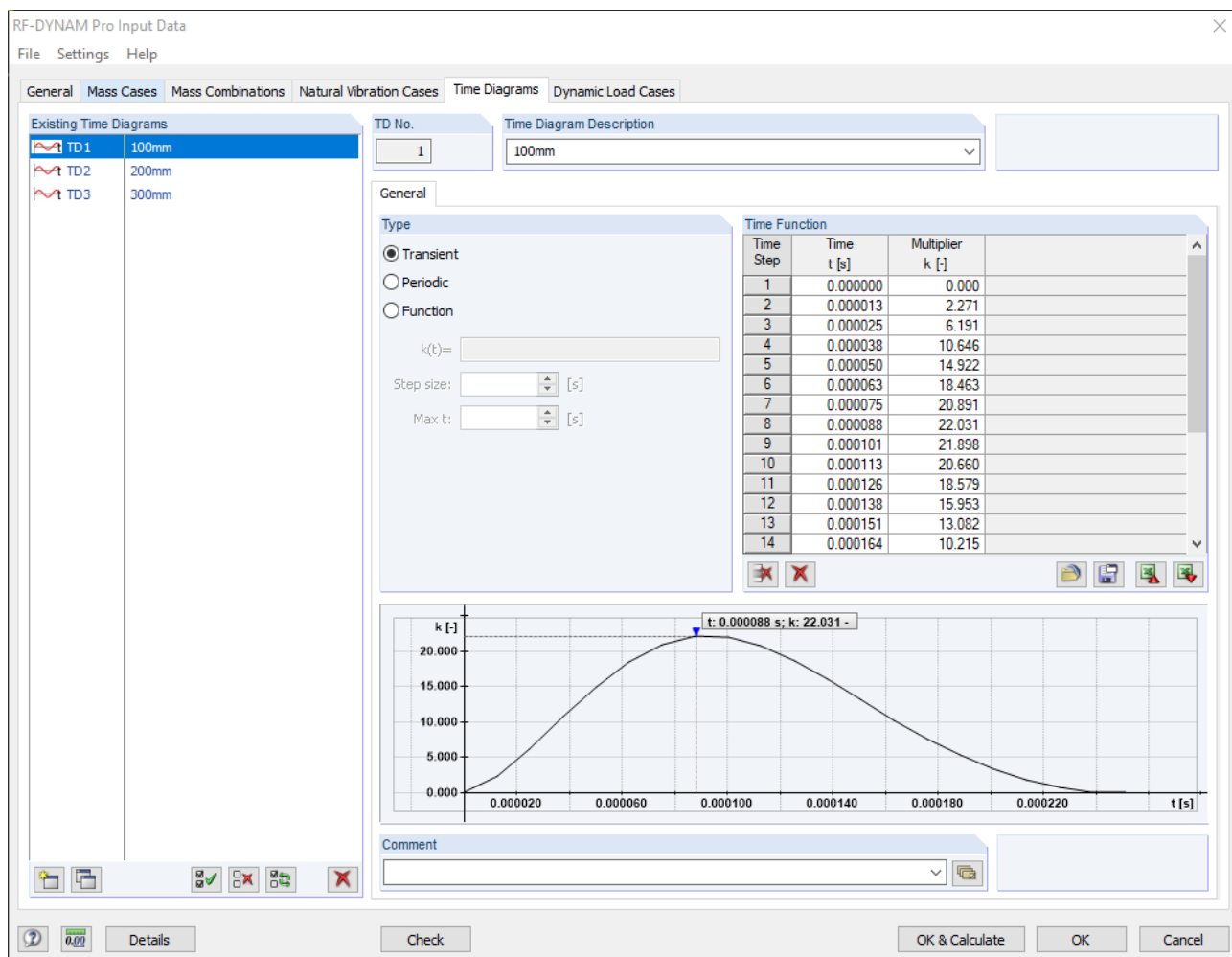


Рисунок 4.12 – Загальний вигляд вікна вводу залежності «зусилля-час» у RF-DYNAM Pro (на прикладі СД з висотою падіння 100мм)

Однією з важливих особливостей динамічного аналізу є врахування згасання коливань, яке виникає у реальних конструкціях внаслідок внутрішнього тертя матеріалу та втрат енергії у вузлах і з'єднаннях. У програмному комплексі RFEM реалізовано можливість врахування згасаючого характеру коливального процесу за допомогою моделі демпфування Релея (Rayleigh damping).

Для визначення коефіцієнтів демпфування Релея у RF-DYNAM Pro реалізована можливість розрахунку необхідних коефіцієнтів на основі кутової частоти коливань  $\omega$  та коефіцієнту демпфування  $\zeta$  за допомогою вбудованого калькулятора. Для переходу від логарифмічного декремента затухання до коефіцієнта демпфування використовують наступну залежність:

$$\zeta = \frac{\beta}{\sqrt{4\pi^2 + \beta^2}} \quad (4.9) \quad [125]$$

Визначені коефіцієнти демпфування наведені у Таблиця 4.8.

Таблиця 4.8 – Коефіцієнти демпфування

Тип зразка	$\zeta$
СД	0.0296
КД	0.0158
ПКД	0.0158

На Рисунок 4.13 показано загальний вигляд вікна вводу характеристик демпфування RF-DYNAM Pro.

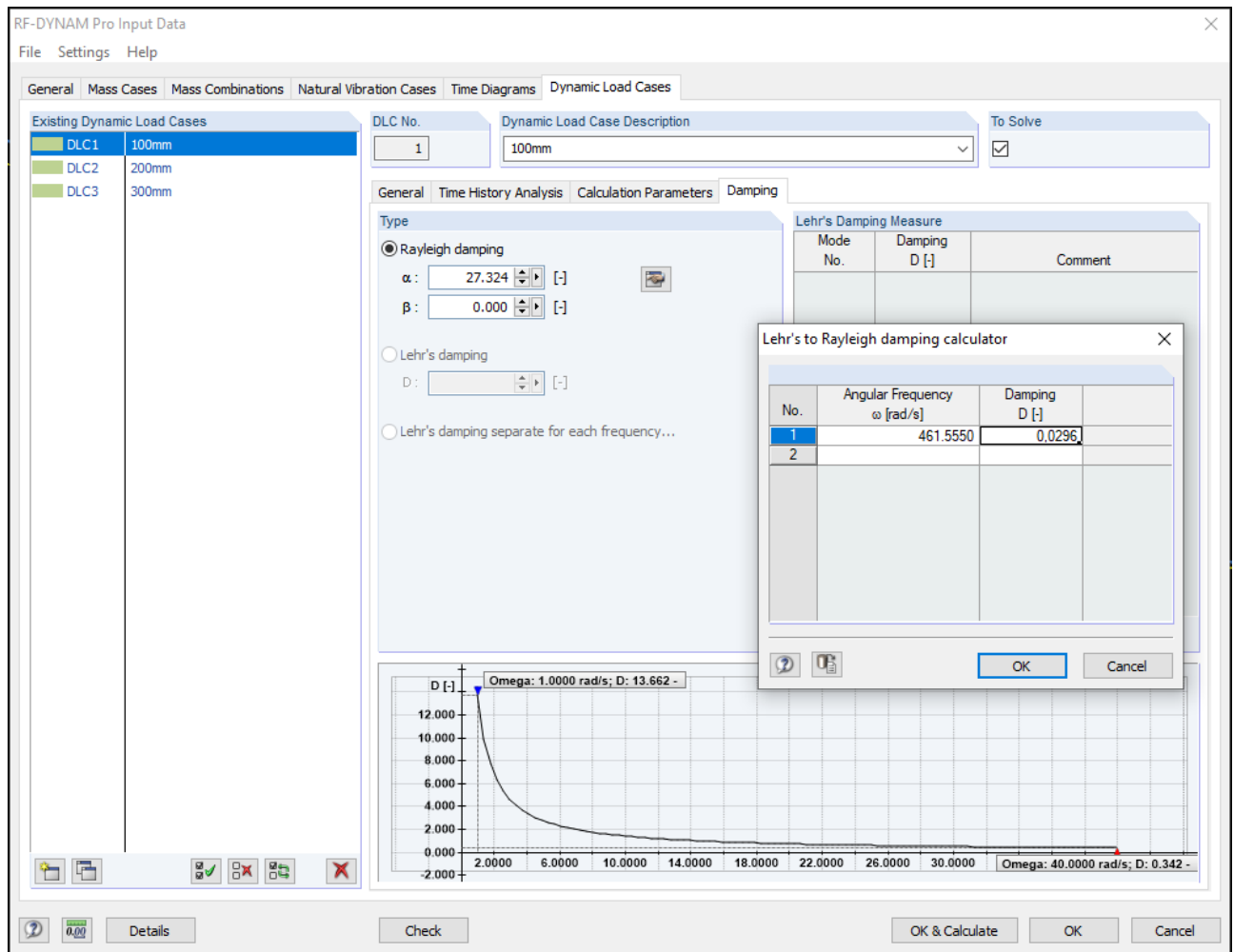


Рисунок 4.13 – Загальний вигляд вікна вводу характеристик демпфування RF-DYNAM Pro (на прикладі СД з висотою падіння 100 мм)

Розрахунок часової історії коливань конструкції виконувався з встановленим кроком за часом. Процес розрахунку обмежувався встановленням максимального часу моделювання, протягом якого аналізувалась поведінка.

Результати чисельного моделювання можуть бути візуалізовано у вигляді осцилограм коливань, що відображають зміну переміщень, швидкостей або прискорень у часі для вибраних вузлів конструкції. Приклад візуалізації результатів розрахунку переміщень наведено на Рисунок 4.14.

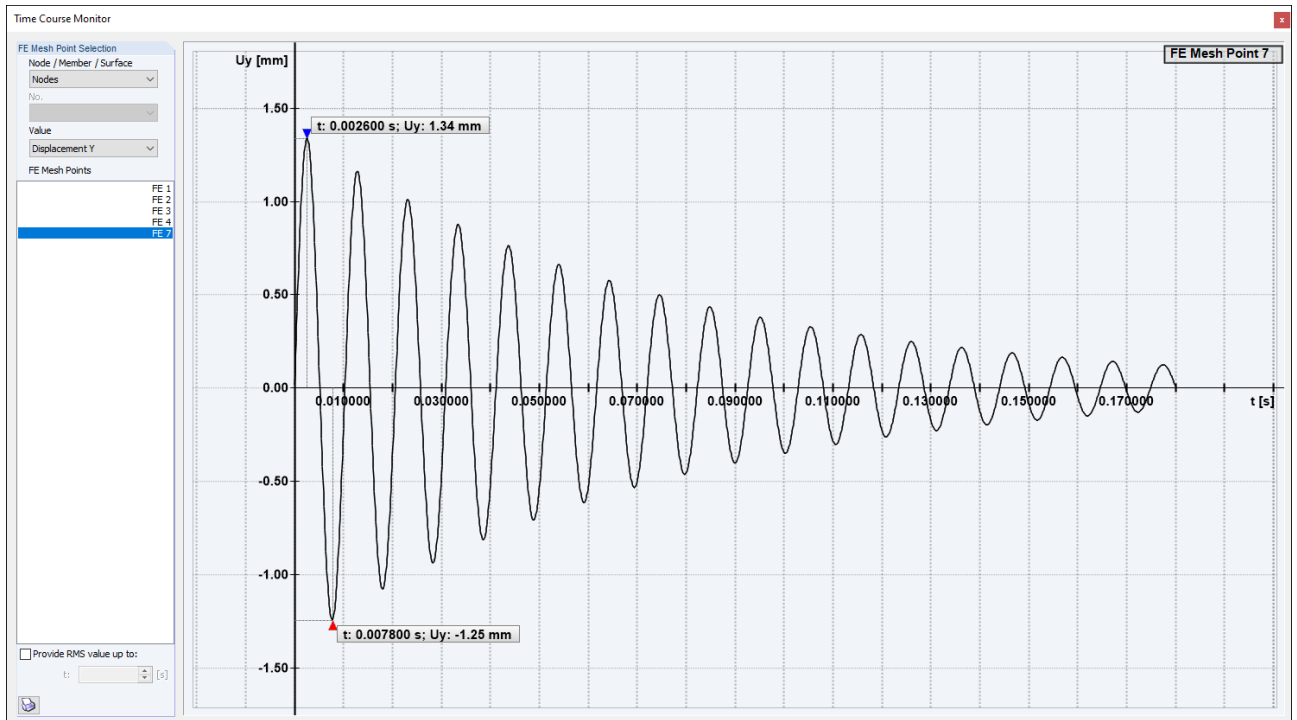


Рисунок 4.14 – Загальний вигляд вікна візуалізації результатів розрахунку RF-DYNAM Pro (на прикладі СД з висотою падіння 100 мм)

Таблиця 4.9 – Максимальні переміщення розраховані у RF-DYNAM Pro

Тип деревини	Висота падіння	Максимальне переміщення
	$h$ , мм	$\delta_{max}$ , мм
СД	100	1.34
	200	1.85
	300	2.23
КД	100	1.41
	200	1.95
	300	2.35
ПКД	100	1.51
	200	2.09
	300	2.52

На основі виконаних розрахунків було визначено максимальні значення переміщень балки у точці прикладання удару для різних типів деревини та різних висот падіння ударного тіла. Отримані результати наведені у Таблиця 4.9.

Порівняння результатів чисельного моделювання, отриманих у програмному комплексі Dlubal RFEM 5, з експериментальними даними показує достатньо добру узгодженість між розрахунковими та фактичними значеннями переміщень досліджуваних балок. Водночас встановлено, що у всіх розглянутих випадках результати чисельного аналізу характеризують наявність певного запасу відносно експериментально зафіксованих значень.

Зокрема, середнє відхилення для балок з суцільної деревини становить 10%, для балок з клеєної деревини – 18%, а для балок з перехресно-клеєної деревини – 17%. Таким чином, розрахунок у програмному комплексі демонструє дещо більші значення переміщень порівняно з експериментально отриманими результатами, що свідчить про консервативний характер прийнятої розрахункової моделі.

#### **4.3. Визначення коефіцієнтів динамічності для дерев'яних балок під дією імпульсного навантаження (удару)**

Для спрощення виконання інженерних розрахунків та зручнішого переходу від динамічного впливу до квазі-статичного загальноприйнятою є практика застосування коефіцієнтів динамічності  $k_{dyn}$ . На базі переміщень цей коефіцієнт визначають як відношення переміщення від динамічного навантаження в будь-який момент часу до переміщення від статичного прикладання зусилля  $F_1$ , яке використовується для визначення зміни зусилля в часі. Оскільки у лінійно-пружній системі переміщення, зусилля та напруження є пропорційними, коефіцієнт динамічності може бути застосований до будь-якого з них для отримання відношення динамічних та статичних впливів. Таким чином, використання коефіцієнта динамічності дозволяє визначати еквівалентні статичні параметри конструкції, які відповідають динамічному навантаженню.

$$k_{dyn} = \frac{\delta_{dyn}}{\delta_{st}} \quad (4.10)$$

де  $\delta_{dyn}$  - переміщення від динамічного навантаження;  $\delta_{st}$  - переміщення від відповідного статичного навантаження.

Коефіцієнт динамічності є безрозмірною величиною, яка не залежить від абсолютного значення прикладеного навантаження. Саме ця властивість робить його зручним для застосування у різних інженерних задачах, пов'язаних із розрахунком конструкцій на дію динамічних навантажень. Для багатьох інженерних задач практичний інтерес становить тільки максимальне значення коефіцієнта динамічності.

Однак у більшості практичних випадків навантаження має змінний характер, а його величина змінюється у часі. У випадках коли навантаження непостійним, зусилля  $F_1$ , на основі якого обчислюється коефіцієнт динамічності, – це певне довільно обране значення навантаження. Зазвичай, але не обов'язково, його приймають як максимальне значення якого досягає зусилля в будь-який момент на аналізованому проміжку часу [126].

Для досліджуваних балок було виконано розрахунок статичних переміщень у середині прольоту від пікових значень навантаження, отриманих у результаті теоретичних розрахунків контактних зусиль (Таблиця 4.7.). Результати відповідних розрахунків статичних переміщень наведені у Таблиця 4.10.

Таблиця 4.10 – Результати розрахунків статичних переміщень

Тип деревини	Висота падіння, мм	Максимальне зусилля, кН	Максимальне переміщення, мм
СД	100	22.03	18.66
	200	32.91	27.88
	300	41.24	34.94
КД	100	22.35	19.86

	200	33.01	29.33
	300	41.89	37.22
ПКД	100	21.62	23.85
	200	32.19	35.52
	300	40.27	44.43

На основі отриманих статичних переміщень та експериментально визначених максимальних динамічних переміщень було розраховано коефіцієнти динамічності для досліджуваних балок. При цьому враховано довірчі інтервали експериментальних результатів, яку наведено у Таблиця 3.6.

У Таблиця 4.11 наведені отримані коефіцієнти динамічності для всіх досліджуваних величин прикладених імпульсів. Курсивом виділені максимальні значення коефіцієнтів для кожного з типів матеріалів

Таблиця 4.11 – Коефіцієнт динамічності для досліджуваних балок на основі експериментальних даних

Тип зразка	Висота падіння, мм	Коефіцієнт динамічності
СД	100	<u>0.0632</u>
	200	0.0588
	300	0.0592
КД	100	<u>0.0559</u>
	200	0.0545
	300	0.0540
ПКД	100	<u>0.0545</u>
	200	0.0465
	300	0.0475

Аналіз отриманих коефіцієнтів динамічності показує, що їх значення для всіх досліджуваних зразків знаходяться у відносно вузькому діапазоні. Найбільші значення коефіцієнтів характерні для балки з суцільної деревини, тоді як найменші значення спостерігаються для балок з клеєної та перехресно-клеєної деревини.

Із залежностей навантаження-час, які були визначені теоретично і зображені на Рисунок 4.8 - Рисунок 4.10, бачимо що отримані імпульси з достатньою точністю можна апроксимувати трикутною діаграмою навантаження.

Важливою умовою такої апроксимації є збереження основних параметрів ударної взаємодії, а саме:

- максимального (пікового) значення контактного зусилля;
- загальної тривалості дії навантаження.

Збереження цих параметрів забезпечує близькість енергетичних характеристик реальної та апроксимованої залежностей, що дозволяє використовувати трикутну схему навантаження для подальших розрахунків динамічного відгуку конструкцій.

Таким чином, використання трикутної апроксимації є раціональним інженерним спрощенням, яке дає можливість значно полегшити подальший аналіз динамічної поведінки балок під дією імпульсного навантаження, зберігаючи при цьому достатню точність оцінки деформаційної поведінки досліджуваних елементів.

Під час розгляду переміщення тільки посередині прольоту (в точці прикладання зосередженого імпульсу) в інженерній практиці шарнірно закріплену балку можна ідеалізувати до системи з одним ступенем свободи (Single-Degree-Of-Freedom system / SDOF) [55].

Для визначення коефіцієнтів динамічності під дією трикутного імпульсу системи з одним ступенем свободи (SDOF), відомі такі залежності для різних інтервалів часу:

$$k_{dyn} = \frac{2}{t_d} \left( t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right), \quad 0 \leq t \leq \frac{1}{2} t_d$$

$$k_{dyn} = \frac{2}{t_d} \left\{ t_d - t + \frac{1}{\omega} \left[ 2 \sin \omega \left( t - \frac{t_d}{2} \right) - \sin \omega t \right] \right\}, \quad \frac{1}{2} t_d \leq t \leq t_d \quad (4.11)$$

$$k_{dyn} = \frac{2}{\omega t_d} \left[ 2 \sin \omega \left( t - \frac{t_d}{2} \right) - \sin \omega t - \sin \omega (t - t_d) \right], \quad t_d \leq t$$

де  $\omega$  – кутова частота власних коливань балки яка відповідає основному тону;  $t$  – момент часу що розглядається;  $t_d$  – час дії імпульсу.

На основі цих залежностей було визначено теоретичні значення коефіцієнтів динамічності для досліджуваних балок, та побудований графік залежності цих коефіцієнтів ( $k_{dyn,triang}$ ) залежно від відношення тривалості дії імпульсу ( $t_d$ ) до періоду власних коливань балок ( $T$ ) (Рисунок 4.15).

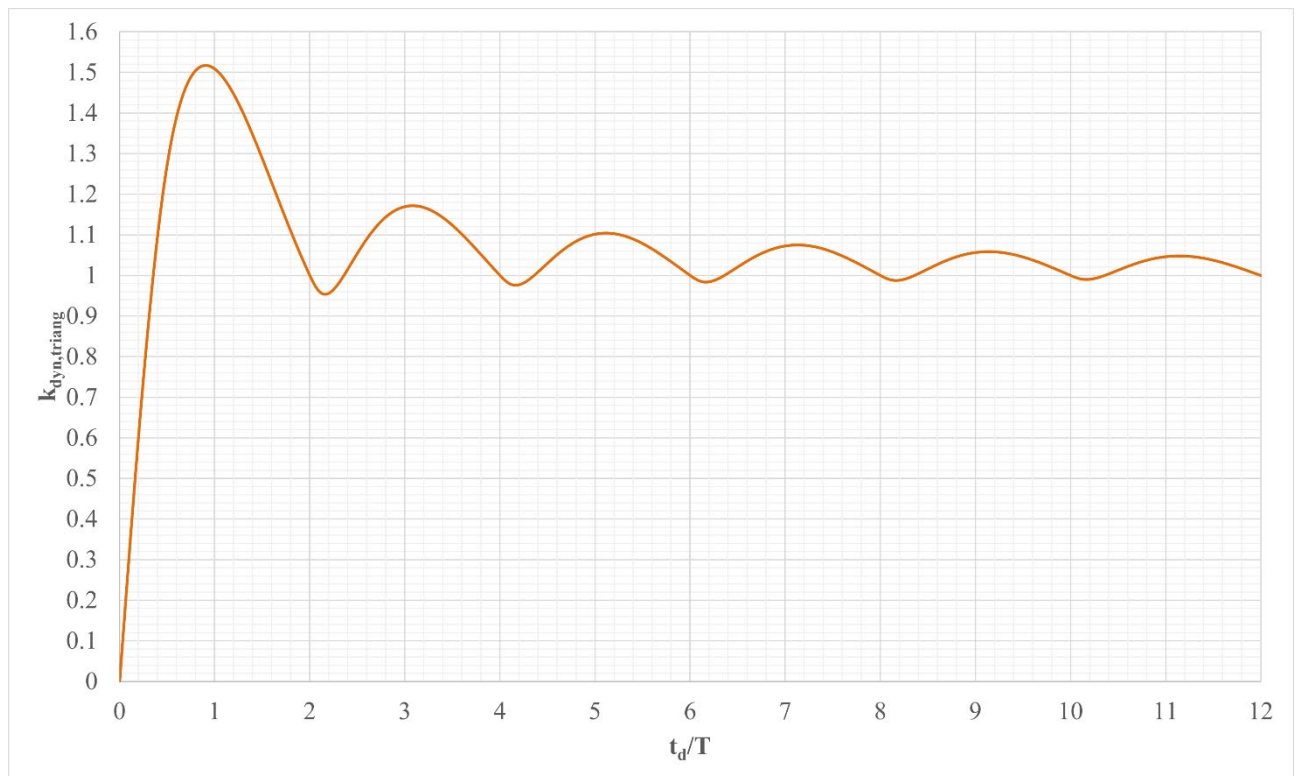


Рисунок 4.15 – Максимальний відгук системи за дії трикутного імпульсу

Для досліджуваних зразків маємо наступні відношення усереднених тривалостей дії імпульсу до періоду власних коливань балок ( $t_d/T$ ): 0.018 для

суцільної деревини, 0.017 для клеєної деревини та 0.016 для перехресно-клеєної деревини.

У Таблиця 4.12 наведено розраховані максимальні значення коефіцієнтів динамічності для кожної балки за трьох різних величин імпульсів.

Таблиця 4.12 – Максимальні теоретично визначені коефіцієнт динамічності для досліджуваних балок на основі трикутних імпульсів

Тип зразка	$k_{dyn,triang}$
СД	0.0571
КД	0.0543
ПКД	0.0476

Аналіз отриманих результатів показує, що теоретично визначені коефіцієнти динамічності для досліджуваних балок мають близькі значення, похибка відносно максимальних значень коефіцієнтів отриманих у Таблиця 4.11 становить СД - 10%, КД - 3.0% та ПКД - 13%). Найбільший коефіцієнт динамічності отримано для балок з суцільної деревини, тоді як для балок з перехресно-клеєної деревини він є найменшим. Балки з клеєної деревини займають проміжне положення.

#### 4.4. Висновки по розділу 4

На основі проведеного комплексного аналізу отриманих результатів досліджень дерев'яних балок можна зробити такі висновки:

1. Проведено порівняння експериментально отриманих прогинів дерев'яних балок з результатами чисельного моделювання у програмному комплексі Dlubal RFEM 5. Встановлено, що для балок з суцільної та клеєної деревини результати розрахунків, отримані за допомогою стрижневих (1D) та просторових (3D) кінцевих елементів, добре узгоджуються з експериментальними даними. Для балки з перехресно-клеєної деревини встановлено, що результати розрахунку достатньо чутливі до способу моделювання матеріалу. Моделювання балки суцільним перерізом просторовими (3D) кінцевими елементами із використанням усереднених характеристик матеріалу ПКД призводить до відповідності прогинів із експериментальними, тоді як моделювання окремими ламелями з урахуванням орієнтації волокон із використанням усереднених характеристик матеріалу СД дає запас близько 17 %.
2. Реалізовано розрахунок дерев'яних балок на дію удару за методикою Тимошенка та з урахуванням впливу модуля деформації зсуву. Алгоритм розрахунку запрограмований мовою програмування Python, що дозволило оптимізувати часові витрати та визначити залежності контактної зусилля та переміщення від часу для балок за дії удару. Порівняння результатів переміщень отриманих за методикою Тимошенко з усередненими експериментальними даними показує, що розрахунок за даною методикою дає запас для клеєної деревини 7.5% та перехресно-клеєної – 11%, водночас для масивної деревини спостерігається незначна недооцінка у 1.5%.
3. За результатами чисельного моделювання у модулі RF-DYNAM Pro визначено максимальні переміщення балок за різних висотах падіння ударного тіла. Порівняння результатів отриманих у Dlubal RFEM 5 з експериментальними даними показує, що розрахунок у застосованому

програмному комплексі дає запас по всім типам досліджуваних матеріалів:  
СД – 10%, КД – 18%, ПКД – 17%.

4. На основі експериментальних та теоретичних результатів визначено коефіцієнти динамічності для досліджуваних балок (СД – 0.0632, КД – 0.0559 та ПКД – 0.0545). На базі залежностей контактного зусилля від часу апроксимованих до імпульсів трикутної форми визначені теоретичні значення коефіцієнтів динамічності (СД – 0.0571, КД – 0.0543 та ПКД – 0.0476). Отримані результати добре узгоджуються між собою.

## ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішено важливе науково-прикладне завдання щодо оцінки динамічного відгуку та визначення розрахункових параметрів балок з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини під дією зосередженого імпульсного навантаження (удару).

Основні результати та висновки роботи полягають у наступному:

1. Аналіз літературних джерел та нормативної бази показав, що впровадження інженерних дерев'яних матеріалів таких як клеєна та перехресно-клеєна деревина випереджає розвиток методів їх розрахунку на динамічні впливи. Встановлено, що чинні норми не містять методики розрахунку дерев'яних елементів на дію зосередженого імпульсного навантаження, також бракує вичерпних даних щодо декрементів затухання та коефіцієнтів динамічності балок з суцільної, клеєної та перехресно-клеєної деревини, що змушує інженерів використовувати надлишкові коефіцієнти запасу або квазістатичні моделі, які можуть спотворювати реальну роботу конструкції при дії удару.
2. Розроблено та апробовано методику випробувань балочних елементів на дію зосередженого імпульсного навантаження за схемою горизонтального удару. Запроектовано та виготовлено випробувальний стенд, завдяки якому було досягнуто:
  - виключено з аналізу гравітаційні ефекти та повторні удари («відскоки»), що забезпечило отримання «чистого» сигналу вільних затухаючих коливань;
  - досягнуто високої повторюваності результатів завдяки розробленій пусковій установці на базі електромагніту для фіксації вантажу у початковій точці;
  - використано сучасний прецизійний датчик для фіксації переміщень у реальному часі з високою частотою дискретизації.
3. Експериментально підтверджено суттєвий вплив структури матеріалу на статичну та динамічну жорсткість балок:

- встановлено, що середні значення модулів деформації та модулів деформацій зсуву для досліджуваних елементів становлять: для балки з суцільної деревини -  $E_{ST} = 7.66$  ГПа;  $G_{ST} = 0.48$  ГПа, для клеєної деревини -  $E_{GLT} = 7.30$  ГПа;  $G_{GLT} = 0.46$  ГПа, для перехресно-клеєної деревини -  $E_{CLT} = 5.88$  ГПа;  $G_{CLT} = 0.37$  ГПа.
  - встановлено, що основні частоти коливань визначені експериментально становлять 75 Гц для балки з суцільної деревини, 73 Гц для клеєної деревини та 67 Гц для перехресно-клеєної деревини, що показує задовільну збіжність з теоретичними розрахунками, відхиленням становить не більше 8%.
4. На основі експериментальних даних отримано характеристики затухання для різних типів дерев'яних балок:
- встановлено, що середні значення ларифмічних декрементів затухання для досліджуваних елементів становлять: для балки з суцільної деревини – 0.186, для клеєної та перехресно-клеєної деревини – 0.099, що відповідає коефіцієнтам демпфування 0.0296 (~3%) та 0.0158 (~1.6%);
  - виявлено, що суцільна деревина має найвищий потенціал розсіювання енергії. Це вказує на те, що більш упорядкована структура та клейові прошарки клеєної та перехресно-клеєної балок знижують коефіцієнт демпфування майже у два рази.
5. Комплексне порівняння експериментальних даних із результатами моделювання дозволило встановити:
- розроблений на мові програмування Python програмний інструмент на базі методики Тимошенка продемонстрував високу збіжність із експериментом. Запас для клеєної 3% та перехресно-клеєної деревини 5%, водночас для суцільної деревини спостерігається незначна недооцінка 1%. Це підтверджує критичну важливість врахування деформацій зсуву для дерев'яних балок при дії зосередженого імпульса;

- динамічний розрахунок у програмному комплексі MCE Dlubal RFEM5 (модуль RF-DYNAM Pro) на базі отриманих залежностей зусилля-час за методикою Тимошенко та з урахуванням визначених коефіцієнтів демпфування дає стійкий запас по переміщеннях СД – 10%, КД – 18%, ПКД – 17%.
6. Визначено експериментальні та теоретичні коефіцієнти динамічності.
- Встановлено, що для досліджуваних параметрів імпульсу значення коефіцієнти динамічності визначені на основі експериментальних даних становлять: СД – 0.0632, КД – 0.0559 та ПКД – 0.0545.
  - Визначено, що визначені теоретичні значення коефіцієнтів динамічності для залежностей контактного зусилля від часу апроксимованих до імпульсів трикутної форми мають високий рівень відповідності: СД – 0.0571, КД – 0.0543 та ПКД – 0.0476.
7. Вперше отримано порівняльну картину динамічного відгуку трьох типів дерев'яних балок (СД, КД, ПКД) в ідентичних умовах динамічного впливу. Уточнено значення параметрів демпфування та коефіцієнтів динамічності, що відображають специфіку багат шарової структури інженерної деревини. Дістали подальшого розвитку методи аналітичного розрахунку балок на удар шляхом адаптації моделі Тимошенка для багат шарових дерев'яних елементів.
8. Результати роботи можуть бути використані при розробці національних нормативів в частині розрахунку конструкцій на особливі впливи. Розроблений програмний код може бути інтегрований у системи автоматизованого проектування для швидкої перевірки динамічних відгуків дерев'яних балок на дію зосередженого імпульсу (удару).

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Максютова О. В., Демченко В. О. Історичні аспекти розвитку науки про опір матеріалів // Освіта і наука. 2024. Вип. 2(37). URL: <http://msu.edu.ua/>.
2. Тимошенко С. П. История науки о сопротивлении материалов. Москва : Наука, 1968. 360 с.
3. Pan L., Zhou M., Zhuang H., Wang J. Construction Forms and Seismic Performance of the Ancient Chinese Buildings Joined by Tenon–Mortise Joints // Applied Sciences. 2022. Vol. 12. 7505. DOI: <https://doi.org/10.3390/app12157505>.
4. Історія клеєного бруса: шлях від витоків до інновацій // Finnlog. URL: <https://finnlog.ua/blogi/istoriia-kleienoho-brusa-shliakh-vid-vytokiv-do-innovatsii/> (дата звернення: 31.03.2026)..
5. Brandner R., Flatscher G., Ringhofer A., Schickhofer G., Thiel A. Cross laminated timber (CLT): overview and development // Holz als Roh- und Werkstoff. 2016. Vol. 74. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00107-015-0999-5>.
6. Багатошарові клеєні дерев'яні панелі // Вікіпедія. URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Багатошарові\\_клеєні\\_дерев%27яні\\_панелі](https://uk.wikipedia.org/wiki/Багатошарові_клеєні_дерев%27яні_панелі) (дата звернення: 31.03.2026).
7. Приблизно 60 % світового ринку CLT припадає на Європу // Derevynnyk. URL: <https://derevynnyk.com/pryblyzno-60-svitovogo-rynku-clt-prypadaye-na-yevropu/>.
8. Nepal P., Johnston C. M. T., Ganguly I. Effects on Global Forests and Wood Product Markets of Increased Demand for Mass Timber // Sustainability. 2021. Vol. 13. 13943. DOI: <https://doi.org/10.3390/su132413943>.
9. Yan L., Klingner R., Al-Qudsi A., Chen H., Dand J. A. Current Market Landscape and Industry Voices in Key Timber Construction Markets // Buildings. 2025. Vol. 15. 3381. DOI: <https://doi.org/10.3390/buildings15183381>.
10. Abed J., Rayburg S., Rodwell J., Neave M. A Review of the Performance and Benefits of Mass Timber as an Alternative to Concrete and Steel for Improving the Sustainability of Structures // Sustainability. 2022. Vol. 14. 5570. DOI: <https://doi.org/10.3390/su14095570>.

11. Mishra P. et al. Resilient Seismic Design of Tall Mass Timber Buildings: Comparison of Two Full-Scale Tri-Axial Shake Table Tests // Proceedings of the Conference. 2025. P. 5784–5792. DOI: <https://doi.org/10.52202/080513-0714>.
12. Stepinac M., Sustersic I., Gavrić I., Rajcic V. Seismic Design of Timber Buildings: Highlighted Challenges and Future Trends // Applied Sciences. 2020. Vol. 10. DOI: <https://doi.org/10.3390/app10041380>.
13. Miyazu Y., Loss C. Evaluation of vibration properties of an 18-story mass timber–concrete hybrid building by on-site vibration tests // Journal of Civil Structural Health Monitoring. 2024. Vol. 14. P. 909–929. DOI: <https://doi.org/10.1007/s13349-024-00767-z>.
14. Hassan O. A. B. Effect of wooden floorboards on the vibration of timber floor // Scientific Reports. 2024. Vol. 14. 779. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-023-50015-5>.
15. Wen B., Tao H., Shi B., Yang H. Dynamic Properties of Timber–Concrete Composite Beams with Crossed Inclined Coach Screw Connections: Experimental and Theoretical Investigations // Buildings. 2023. Vol. 13. 2268. DOI: <https://doi.org/10.3390/buildings13092268>.
16. Perković N., Rajčić V., Barbalić J. Analytical and Numerical Verification of Vibration Design in Timber Concrete Composite Floors // Forests. 2021. Vol. 12. 707. DOI: <https://doi.org/10.3390/f12060707>.
17. Kozarić L., Varju Đ., Vojnić Purčar M., Bursać S., Čeh A. Experimental investigations and numerical simulations of the vibrational performance of composite timber-lightweight concrete floor structures // Engineering Structures. 2022. Vol. 270. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114908>.
18. Zhang L., Zhou J., Chui Y. H. Development of high-performance timber-concrete composite floors with reinforced notched connections // Structures. 2022. Vol. 39. P. 945–957. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.03.074>.
19. Xie Z., Hu X., Du H., Zhang X. Vibration behavior of timber-concrete composite floors under human-induced excitation // Journal of Building Engineering. 2020. Vol. 32. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2020.101744>.

20. Haijima A. et al. Behaviour Analysis of Timber–Concrete Composite Floor Structure with Granite Chip Connection // *Journal of Composites Science*. 2025. Vol. 9. 538. DOI: <https://doi.org/10.3390/jcs9100538>.
21. Shi B., Zhou X., Tao H., Yang H., Wen B. Long-Term Behavior of Timber–Concrete Composite Structures: A Literature Review on Experimental and Numerical Investigations // *Buildings*. 2024. Vol. 14. 1770. DOI: <https://doi.org/10.3390/buildings14061770>.
22. Azanawtran G. M. Multiphysics Modelling of Timber-Concrete Composite Structures: A Meta-Analysis of Material Synergies, Coupled Phenomena, and Hybrid Structural Solutions // *International Journal of Emerging Science and Engineering*. 2025. Vol. 13, no. 6. P. 26–31. DOI: <https://doi.org/10.35940/ijese.G2605.13060525>.
23. Ferrara G., Michel L., Ferrier E. Flexural behaviour of timber-concrete composite floor systems linearly supported at two edges // *Engineering Structures*. 2023. Vol. 281. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.115782>.
24. Tannert T. Prefabricated timber concrete composite floors // *Modular and Offsite Construction Summit*. Edmonton, Alberta, Canada, 2016. DOI: <https://doi.org/10.29173/mocs4>.
25. Tannert T., Endacott B., Brunner M., Vallée T. Long-term performance of adhesively bonded timber-concrete composites // *International Journal of Adhesion and Adhesives*. 2017. Vol. 72. P. 51–61. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijadhadh.2016.10.005>.
26. Böhm N., Vogelsberg A., Kühn B. Bending and vibration behaviour of CLT-Steel composite beams // *Journal of Sustainable Architecture and Civil Engineering*. 2024. Vol. 1, no. 34. P. 75–88. DOI: <https://doi.org/10.5755/j01.sace.34.1.35467>.
27. Zhou J., Hu J., Zhang B., Sun M., Wang S. Dynamic Characteristics Analysis and Finite Element Simulation of an Ancient Timber Building under Environmental Excitation // *Buildings*. 2024. Vol. 14. 771. DOI: <https://doi.org/10.3390/buildings14030771>.

28. Kozarić L. et al. Finite Element Analysis of Dynamic Characteristics and Bending Stiffness for Cross Laminated Timber Floor Panels with and without Openings // *Drvna industrija*. 2021. Vol. 72. P. 373–379. DOI: <https://doi.org/10.5552/drvind.2021.2037>.
29. Töpler J. et al. Finite element based design of timber structures. 2023. DOI: <https://doi.org/10.18419/opus-13594>.
30. Wang X., Meng Z., Lv X., Wei G. Dynamic Testing and Finite Element Model Adjustment of the Ancient Wooden Structure Under Traffic Excitation // *Buildings*. 2024. Vol. 14. 3527. DOI: <https://doi.org/10.3390/buildings14113527>.
31. Zhang C. et al. Experimental and nonlinear finite-element analysis study on lateral push resistance of San-dou components perpendicular and parallel to grain in traditional timber buildings // *Journal of Wood Science*. 2022. Vol. 68. 41. DOI: <https://doi.org/10.1186/s10086-022-02049-y>.
32. Mykhailovskyi D. V. Modeling and calculation of panel buildings made of cross-laminated timber // *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2023. Issue 110. P. 164–177. DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.110.164-177>.
33. Chapman J., Reynolds T., Harris R. A 30 level cross laminated timber building system and analysis of the eurocode dynamic wind loads // *12th World Conference on Timber Engineering*. Auckland, New Zealand, 2012. P. 49–56.
34. Safarik D., Elbrecht J., Miranda W. State of Tall Timber 2022 // *CTBUH Journal*. 2022. Issue I. P. 22–31.
35. Kara Alaşalvar M. A. Effects of loading type and loading rate on glulam sipo timber beams for flexural loading // *Black Sea Journal of Engineering and Science*. 2025. Vol. 8, Issue 1. P. 1–10. DOI: <https://doi.org/10.34248/bsengineering.1557319>.
36. Karagöz İşleyen Ü. et al. Investigation of impact behavior of glulam beam strengthened with CFRP // *Structures*. 2023. Vol. 51. P. 196–214. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.03.038>.
37. Bitiukov D., Bilyk S. Effect of concentrated impulse loading (impact) on massive, glulam, and cross-laminated timber beams // *Eastern-European Journal of Enterprise*

- Technologies. 2026. Vol. 1, no. 7 (139). P. 26–37. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2026.353019>.
38. Михайловський Д., Комар О. Аналіз існуючих досліджень деревини на ударні та балістичні навантаження // Будівельні конструкції. Теорія і практика. 2024. № 15. С. 19–28. DOI: <https://doi.org/10.32347/2522-4182.15.2024.19-28>.
  39. Лавріненко Л., Афанасьєва Л., Тонкачєєв В. Розрахунок на вогнестійкість конструктивних вузлових з'єднань за Єврокод // Будівельні конструкції. Теорія і практика. 2025. № 17. С. 79–91. DOI: <https://doi.org/10.32347/2522-4182.17.2025.79-91>.
  40. Лавріненко Л., Афанасьєва Л., Тонкачєєв В. Особливості роботи і розрахунку нагельних з'єднань дерев'яних конструкцій з врізними пластинами за EC5 // Будівельні конструкції. Теорія і практика. 2023. № 13. С. 124–138. DOI: <https://doi.org/10.32347/2522-4182.13.2023.123-138>.
  41. Кліменко В. З. Конструкції з клеєної деревини. Світовий досвід // Промислове будівництво та інженерні споруди. 2009. № 1. С. 39–43.
  42. Кліменко В. З. Вітчизняний досвід впровадження в капітальному будівництві конструкцій з клеєної деревини. Здобутки і проблеми // Будівництво України. 2009. № 5. С. 17–21.
  43. Кліменко В. З., Михайловський Д. В. Конструкції з клеєної деревини в балкових покриттях // Строительные материалы и изделия. 2011. № 2 (67). С. 14–17.
  44. Михайловський Д., Гомон П. Експериментальні дослідження попередньо напружених дерев'яних балок із цільної деревини // Будівельні конструкції. Теорія і практика. 2025. № 17. С. 30–40. DOI: <https://doi.org/10.32347/2522-4182.17.2025.30-40>.
  45. Михайловський Д., Гомон П. Дослідження роботи попередньо напружених дерев'яних балок з клеєної деревини // Містобудування та територіальне планування. 2024. № 87. С. 246–254. DOI: <https://doi.org/10.32347/2076-815x.2024.87.246-254>.

46. Nazarenko I. et al. Determining the influence of higher harmonics of nonlinear technological load in dynamic action systems // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2023. Vol. 4, no. 7 (124). P. 79–88. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2023.285419>.
47. Дєдов О. Динамічний аналіз технічних систем: від моделі до реальності // *Build Master Class 2025 : Conference proceedings international scientific-practical conference of young scientists*. Kyiv, 2025. P. 407–408. URL: <https://repository.knuba.edu.ua/handle/123456789/18890>.
48. Барабаш М. та ін. Моделювання динамічних навантажень вибухового типу в задачах дослідження міцності будівельних конструкцій з використанням ПК ЛІРА-САПР // *Наука та будівництво*. 2025. Т. 38, № 4. DOI: <https://doi.org/10.33644/2313-6679-4-2023-3>.
49. Varabash M. S., Pysarevskiy B. Y. Modeling of the subway dynamic influence on the ground structure // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2021. Vol. 17, no. 3. P. 14–23. DOI: <https://doi.org/10.22337/2587-9618-2021-17-3-14-23>.
50. Азізов Т. Н., Кочкаръов Д. В. Розрахунок перекриття підземної споруди за дії вибухової хвилі // *Sciences of Europe*. 2024. № 153. С. 122–127. DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.14227611>.
51. Перельмутер А., Азізов Т., Кочкаръов Д., Срібняк Н. Вплив запізнення приходу вибухової хвилі на динамічну поведінку захисної споруди // *Будівельні конструкції. Теорія і практика*. 2025. № 17. С. 17–29. DOI: <https://doi.org/10.32347/2522-4182.17.2025.17-29>.
52. Терновий М. І., Білик А. С. Вибір раціональної висоти сталеві ферми покриття для будівель і споруд з урахуванням дії зосередженого імпульсного навантаження // *Опір матеріалів і теорія споруд*. 2025. Вип. 114. С. 231–240. DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2025.114.231-240>.
53. Nuzhnyj V., Bilyk S. Revealing the influence of wind vortex shedding on the stressed-strained state of steel tower structures with solid cross-section // *Eastern-*

- European Journal of Enterprise Technologies. 2024. Vol. 3, no. 1 (129). P. 69–79. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2024.306181>.
54. Демедецька В. В. Динаміка в'язкопружної балки Тимошенка з демпферами в'язкого тертя та динамічними гасниками коливань : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.17. Дніпро, 2019.
  55. Chopra A. K. Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering. Pearson, 2017.
  56. Inman D. J. Engineering Vibration. Pearson, 2014.
  57. Lu J., Jiang J., Wu Y., Li X., Cai Z. Effect of Moisture Sorption State on Vibrational Properties of Wood // BioResources. 2012. Vol. 7, no. 2. P. 171–176. DOI: <https://doi.org/10.13073/0015-7473-62.3.171>.
  58. Widyanto S. A. et al. The effect of geometric structure on stiffness and damping factor of wood applicable to machine tool structure // International Journal of Science and Engineering. 2013. Vol. 4, no. 2. P. 57–60. DOI: <http://dx.doi.org/10.12777/ijse.4.2.2013.57-60>.
  59. Nop P., Tippner J. Influence of dimensions of wooden samples for determination of acoustic parameters and sound timbre // Applied Acoustics. 2022. Vol. 196. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2022.108895>.
  60. Reynolds T., Harris R., Chang W.-S. Viscoelastic embedment behaviour of dowels and screws in timber under in-service vibration // European Journal of Wood and Wood Products. 2013. Vol. 71, no. 5. P. 623–634. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00107-013-0720-5>.
  61. Reynolds T., Harris R., Chang W.-S. Dynamic stiffness and damping of dowel-type connections for timber structures under service conditions // World Conference of Timber Engineering. Auckland, New Zealand, 2012. P. 566–573.
  62. Awaludin A. et al. Beam to Column Timber Joints with Pretensioned Bolts // Civil Engineering Dimension. 2011. Vol. 13, no. 2. P. 59–64. DOI: <https://doi.org/10.9744/ced.13.2.59-64>.

63. Wakashima Y. et al. Friction-based connectors with wooden dowels for timber shear walls: Shake table and time-dependent test // *Engineering Structures*. 2024. Vol. 307. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2024.117838>.
64. Zieliński T. Acoustical investigations of the influence of moisture contents in oak wood on the damping of its free vibrations // *Archives of Acoustics*. 2002. Vol. 27, no. 1.
65. Yeh C.-T., Hartz B. J., Brown C. B. Damping sources in wood structures // *Journal of Sound and Vibration*. 1971. Vol. 19, no. 4. P. 411–419. DOI: [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(71\)90612-2](https://doi.org/10.1016/0022-460X(71)90612-2).
66. Zhang X. et al. Nonlinear dynamic analysis of ancient timber structures with rotary friction dampers // *Journal of Building Engineering*. 2025. Vol. 100. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jobe.2024.111707>.
67. Damping ratio // Wikipedia. 2026. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Damping#Damping\\_ratio](https://en.wikipedia.org/wiki/Damping#Damping_ratio) (дата звернення: 15.03.2026).
68. Logarithmic decrement // Wikipedia. 2026. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Logarithmic\\_decrement](https://en.wikipedia.org/wiki/Logarithmic_decrement) (дата звернення: 15.03.2026).
69. Jarnerö K., Brandt A., Olsson A. Vibration properties of a timber floor assessed in laboratory and during construction // *Engineering Structures*. 2015. Vol. 82. P. 44–54. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.10.019>.
70. Neilson J. H. et al. Experimental and Numerical Dynamic Properties of Two Timber Footbridges Including Seasonal Effects // *International Journal of Civil Engineering*. 2021. Vol. 19. P. 1239–1250. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40999-021-00624-w>.
71. Opazo-Vega A., Muñoz-Valdebenito F., Oyarzo-Vera C. Damping Assessment of Lightweight Timber Floors Under Human Walking Excitations // *Applied Sciences*. 2019. Vol. 9, no. 18. 3759. DOI: <https://doi.org/10.3390/app9183759>.
72. Cetrangolo G. et al. Influence of boundary conditions on the natural frequencies and damping of timber beams of sweet chestnut // *Construction and Building Materials*.

2015. Vol. 94. P. 613–619. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.07.047>.
73. Labonnote N. Damping in Timber Structures : PhD Thesis. 2012.
74. Merhar M., Moutou Pitti R. The Influence of Thermal Modification, Moisture Content, Frequency, and Vibration Direction Plane on the Damping of Spruce Wood // *Forests*. 2025. Vol. 16. 1055. DOI: <https://doi.org/10.3390/f16071055>.
75. Lu J. et al. Effect of moisture sorption state on vibrational properties of wood // *Forest Products Journal*. 2012. Vol. 62, no. 3. P. 171–176. DOI: <https://doi.org/10.13073/0015-7473-62.3.171>.
76. Buchelt B., Krüger R., Wagenführ A. The vibrational properties of native and thermally modified wood in dependence on its moisture content // *European Journal of Wood Products*. 2023. Vol. 81. P. 947–956. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00107-022-01919-y>.
77. EN 1995-1-1:2004. Eurocode 5: Design of timber structures – Part 1-1: General – Common rules and rules for buildings.
78. EN 1998-1:2004. Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance – Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings.
79. The National Building Code of Canada 2020.
80. Canadian CLT Handbook / ed. by E. Karacabeyli, S. Gagnon. Vancouver : FPIInnovations, 2019.
81. ISO 10137:2007. Bases for design of structures – Serviceability of buildings and walkways against vibrations.
82. EN 1991-1-4:2005. Eurocode 1: Actions on structures – Part 1-4: Wind actions.
83. EN 1991-4:2004. Eurocode 1: Actions on structures – Part 2: Traffic loads on bridges.
84. Barabash M., Pisarevskyi B., Bashynskyi Y. Material Damping in Dynamic Analysis of Structures (With LIRA-SAPR Program) // *Civil and Environmental Engineering*. 2020. Vol. 16, no. 1. P. 63–70. DOI: <https://doi.org/10.2478/cee-2020-0007>.

85. Barabash M., Pikul A. Material damping in dynamic analysis of structures // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2017. Vol. 13. P. 13–18. DOI: <https://doi.org/10.22337/1524-5845-2017-13-3-13-18>.
86. Paeglite I., Paeglitis A., Smirnovs J. Dynamic amplification factor for bridges with span length from 10 to 35 meters // Engineering Structures and Technologies. 2015. Vol. 6, no. 4. P. 151–158. DOI: <https://doi.org/10.3846/2029882X.2014.996254>.
87. Pisal A. Y., Jangid R. S. Dynamic response of structure with tuned mass friction damper // International Journal of Advanced Structural Engineering. 2016. Vol. 8. P. 363–377. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40091-016-0136-7>.
88. Liu H. et al. Dynamic Amplification Analysis of the Main Girder of Cable-Stayed Bridges After Cable Rupture Using the Modal Superposition Method // Buildings. 2025. Vol. 15. 596. DOI: <https://doi.org/10.3390/buildings15040596>.
89. Kalin J., Žnidarič A., Anžlin A., Kreslin M. Measurements of bridge dynamic amplification factor using bridge weigh-in-motion data // Structure and Infrastructure Engineering. 2022. Vol. 18, no. 8. P. 1164–1176. DOI: <https://doi.org/10.1080/15732479.2021.1887291>.
90. Huang Y. H., Tsai M. T. Amplification Factor for Wood-Concrete Hybrid Structures Based on Dynamic Numerical Simulation // Key Engineering Materials. 2021. Vol. 873. P. 65–69. DOI: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.873.65>.
91. Cormie D., Mays G., Smith P. Blast Effects on Buildings. 3rd ed. London : ICE Publishing, 2019. 344 p.
92. ДБН В.2.6-161:2017. Конструкції будинків і споруд. Дерев'яні конструкції. Основні положення. Київ : Мінрегіон України, 2017. 111 с.
93. EN 1991-1-1:2002. Eurocode 1: Actions on structures – Part 1-1: General actions – Densities, self-weight, imposed loads for buildings.
94. EN 1991-1-7:2006. Eurocode 1: Actions on structures – Part 1-7: General actions – Accidental actions.
95. EN 1991-3:2006. Eurocode 1: Actions on structures – Part 3: Actions induced by cranes and machinery.

96. Mykhailovskyi D. V. Method of calculation of panel buildings from cross-laminated timber // *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2021. Issue 107. P. 75–88. DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2021.107.75-88>.
97. Mykhailovskyi D. V. Modeling and calculation of panel buildings made of cross-laminated timber // *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2023. Issue 110. P. 164–177. DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.110.164-177>.
98. Іванченко Г. М. та ін. Побудова розв'язувальних рівнянь напіваналітичного методу скінченних елементів для призматичних тіл складної форми // *Управління розвитком складних систем*. 2021. № 46. С. 55–62. DOI: <https://doi.org/10.32347/2412-9933.2021.46.55-62>.
99. Максим'юк Ю. та ін. Вузлові реакції та коефіцієнти матриці жорсткості скінченного елемента на основі представлення переміщень поліномами // *Будівельні конструкції. Теорія і практика*. 2021. № 9. С. 54–62. DOI: <https://doi.org/10.32347/2522-4182.9.2021.54-62>.
100. He J. et al. Finite-element modeling framework for predicting realistic responses of light-frame low-rise buildings under wind loads // *Engineering Structures*. 2018. Vol. 164. P. 53–69. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.01.034>.
101. Ichanska N. V., Usenko I. S., Usenko D. V., Pinchuk N. M. Numerical modeling of the impact of complex loads on building materials // *Modern Construction and Architecture*. 2025. No. 14. P. 33–45. DOI: <https://doi.org/10.31650/2786-6696-2025-14-33-45>.
102. Bilyk S. I., Bitiukov D. O. Comparison of experimentally obtained and theoretically determined in the Dlubal RFEM 5 software physical and mechanical properties of massive, glued laminated and cross-laminated timber beams // *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2025. Issue 114. P. 101–110. DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2025.114.101-110>.
103. Reynolds T., Harris R., Chang W.-S. Ambient Vibration Testing and Modal Analysis of Multi-Storey Cross-Laminated Timber Buildings // *TRADA Research Summary*. 2014.

104. Легостаєв А. Д., Гречух Н. А., Яковенко О. О. Побудова розрахункових моделей МСЕ різноманітних конструкцій при визначенні їх динамічних характеристик і напруженого стану від дії статичних і динамічних навантажень // Опір матеріалів і теорія споруд. 2011. № 87.
105. Системи ЛІРА-САПР. URL: <https://www.liraland.ua/lira/systems/>.
106. What is RFEM 5 // Dlubal. URL: <https://www.dlubal.com/en/products/older-products/rfem-5/what-is-rfem-5>.
107. ДСТУ Б В.2.6-151:2010. Конструкції дерев'яні клеєні. Загальні технічні умови. Київ : Мінрегіонбуд України, 2011. 21 с.
108. NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods. 2012. DOI: <https://doi.org/10.18434/M32189>.
109. Pecar B. FFT method and how to calculate DFTs in Excel. 2023. DOI: <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.12227.78881>.
110. Heinzl G., Rüdiger A., Schilling R. Spectrum and spectral density estimation by the Discrete Fourier transform (DFT), including a comprehensive list of window functions and some new flat-top windows. Hannover : Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik, 2002.
111. Артёмов В. Як визначити частоту і період власних коливань балки // Dystlab. URL: <https://dystlab.store/uk/blog/engineering/203-20230403> (дата звернення: 11.11.2025).
112. Timoshenko S. Vibration Problems in Engineering. 2nd ed. New York : D. Van Nostrand Company, 1937. URL: <https://archive.org/details/vibrationproblem031611mbp/page/n3/mode/2up>.
113. Ozymok Y. I., Pavlyuk R. V., Kapral Y. R. Calculation of optimal parameters of the foundation for woodworking machines with large dynamic loads // Strength of Materials and Theory of Structures. 2022. Issue 109. P. 473–484. DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2022.109.473-484>.
114. Biselli A., Coleman M. P. The exact Frequency equations for the Euler-Bernoulli beam subject to boundary damping // International Journal of Acoustics and

- Vibration. 2020. Vol. 25, no. 2. P. 183–189. DOI: <https://doi.org/10.20855/ijav.2020.25.21574>.
115. Online Manuals RFEM 5, 4.3 Materials // Dlubal. URL: <https://www.dlubal.com/en/downloads-and-information/documents/online-manuals/rfem-5/004203> (дата звернення: 07.04.2025).
116. Kossakowski P. G. Influence of anisotropy on the energy release rate GI for highly orthotropic materials // Journal of Theoretical and Applied Mechanics. 2007. Vol. 45, no. 4. P. 739–752.
117. Afshar R. et al. Full scale finite element modelling and analysis of the 17th-century warship Vasa: A methodological approach and preliminary results // Engineering Structures. 2021. Vol. 231. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111765>.
118. Otani L. B. et al. Determination of wood and byproducts elastic moduli using the Impulse Excitation Technique. White paper ITC-05 / ATCP. 2022.
119. Bodig J., Goodman J. R. Prediction of elastic parameters for wood // Wood Science. 1973. Vol. 5, no. 4. P. 249–264.
120. Timoshenko S. P. The collected papers. New York – London – Toronto : McGraw-Hill Publishing Company, 1953. P. 225–236.
121. Popov V. L., Heß M., Willert E. Handbook of Contact Mechanics: Exact Solutions of Axisymmetric Contact Problems. Berlin ; Heidelberg : Springer, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-662-58709-6>.
122. Тимошенко С. П. Курс теорії пружності / за ред. Е. І. Григолюка. Київ : Наукова думка, 1972. 504 с.
123. Virtanen P. et al. SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python // Nature Methods. 2020. Vol. 17. P. 261–272. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2>.
124. Dlubal Software GmbH. RF-DYNAM Pro: Program description. Tiefenbach, Germany : Dlubal Software GmbH, 2020.
125. Inman D. J. Engineering Vibration. 5th ed. Upper Saddle River, NJ : Pearson Education, 2008. P. 43–48.
126. Biggs J. M. Introduction to Structural Dynamics. New York : McGraw-Hill, 1964.

## ДОДАТКИ

*Додаток А*

Протокол проведення статичних випробувань для балки з суцільної деревини

Навантаження	Прогин		
1	2	3	4
$P$ , кН	$\delta_1$ , мм	$\delta_2$ , мм	$\delta_3$ , мм
0.00	0.00	0.00	0.00
0.65	0.64	0.71	0.69
1.31	1.30	1.35	1.34
1.96	1.94	2.01	1.99
2.62	2.56	2.63	2.66
3.27	3.19	3.34	3.31
3.92	3.78	3.99	3.98
4.58	4.40	4.58	4.64
4.88	4.68	4.89	4.93
5.19	4.98	5.17	5.21
5.49	5.27	5.45	5.53
5.80	5.54	5.74	5.83
6.10	5.82	6.04	6.14
6.41	6.12	6.36	6.48
6.72	6.40	6.65	6.79
6.89	6.60	6.83	6.94
7.06	6.75	7.00	7.08
7.24	6.93	7.16	7.26
7.41	7.10	7.32	7.43

*Продовження додатку А*

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
7.59	7.27	7.51	7.59
7.76	7.45	7.65	7.75
7.94	7.67	7.83	7.93
8.02	7.76	7.93	8.01
8.11	7.86	8.02	8.11
8.20	7.96	8.11	8.17
8.29	8.06	8.20	8.27
8.37	8.14	8.28	8.34

## Протокол проведення статичних випробувань для балки з клеєної деревини

Навантаження	Прогин		
	2	3	4
$P$ , кН	$\delta_1$ , мм	$\delta_2$ , мм	$\delta_3$ , мм
0.00	0.00	0.00	0.00
0.65	0.73	0.73	0.77
1.31	1.42	1.40	1.47
1.96	2.07	2.09	2.15
2.62	2.68	2.72	2.79
3.27	3.30	3.32	3.39
3.92	4.00	4.00	4.09
4.58	4.66	4.71	4.74
4.88	4.97	4.93	5.04
5.19	5.29	5.23	5.31
5.49	5.63	5.57	5.68
5.80	6.02	5.88	5.99
6.10	6.39	6.21	6.23
6.41	6.73	6.54	6.60
6.72	7.07	6.84	6.85
6.89	7.30	7.00	7.10
7.06	7.49	7.18	7.26
7.24	7.67	7.39	7.46
7.41	7.82	7.58	7.59

*Продовження додатку Б*

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
7.59	7.96	7.76	7.74
7.76	8.14	7.93	8.00
7.94	8.30	8.11	8.13
8.02	8.41	8.20	8.25
8.11	8.50	8.32	8.37
8.20	8.59	8.42	8.50
8.29	8.69	8.53	8.60
8.37	8.78	8.62	8.72

Протокол проведення статичних випробувань для балки  
з перехресно-клеєної деревини

Навантаження	Прогин		
	2	3	4
1	2	3	4
$P$ , кН	$\delta_1$ , мм	$\delta_2$ , мм	$\delta_3$ , мм
0.00	0.00	0.00	0.00
0.65	0.94	0.96	0.89
1.31	1.75	1.78	1.70
1.96	2.59	2.59	2.50
2.62	3.39	3.39	3.32
3.27	4.28	4.19	4.13
3.92	5.07	5.02	4.95
4.23	5.49	5.42	5.34
4.53	5.91	5.82	5.70
4.84	6.29	6.19	6.10
5.15	6.69	6.57	6.48
5.45	7.09	6.97	6.86
5.63	7.28	7.19	7.10
5.80	7.50	7.41	7.31
5.97	7.74	7.64	7.55
6.15	7.97	7.86	7.75
6.32	8.19	8.09	7.98
6.41	8.31	8.21	8.10
6.50	8.44	8.31	8.20

*Продовження додатку В*

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
6.58	8.57	8.42	8.30
6.67	8.68	8.53	8.42
6.76	8.79	8.59	8.55

Протокол проведення динамічних випробувань для балки з суцільної деревини  
(кожен 10-ий вимір)

Час, с	Переміщення для відповідної висоти падіння, мм								
	$h = 100$			$h = 200$			$h = 300$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.27	0.67	0.65	0.63	0.76	0.78	0.72	0.83	0.85	0.87
2.54	1.16	1.14	1.12	1.57	1.56	1.52	1.91	1.93	1.90
3.81	0.93	0.88	0.88	1.44	1.44	1.42	1.85	1.86	1.84
5.08	0.71	0.71	0.68	0.97	1.04	1.02	1.33	1.34	1.30
6.35	0.08	0.12	0.10	0.17	0.26	0.24	0.35	0.36	0.31
7.62	-0.46	-0.44	-0.46	-0.68	-0.62	-0.64	-0.79	-0.76	-0.74
8.89	-0.91	-0.91	-0.91	-1.26	-1.24	-1.26	-1.51	-1.52	-1.50
10.16	-1.09	-1.06	-1.06	-1.47	-1.47	-1.47	-1.82	-1.84	-1.81
11.43	-0.88	-0.86	-0.84	-1.22	-1.26	-1.22	-1.58	-1.54	-1.54
12.70	-0.44	-0.44	-0.41	-0.59	-0.66	-0.64	-0.82	-0.81	-0.81
13.96	0.08	0.08	0.08	0.15	0.08	0.10	0.08	0.11	0.09
15.23	0.53	0.50	0.50	0.73	0.68	0.73	0.95	0.94	0.94
16.50	0.86	0.86	0.84	1.22	1.22	1.22	1.51	1.52	1.50
17.77	0.79	0.77	0.77	1.15	1.18	1.15	1.49	1.48	1.46
19.04	0.48	0.48	0.46	0.71	0.75	0.71	0.93	0.94	0.94
20.31	0.03	0.03	0.03	0.08	0.15	0.10	0.17	0.18	0.18
21.58	-0.46	-0.44	-0.44	-0.62	-0.57	-0.59	-0.73	-0.74	-0.74
22.85	-0.75	-0.73	-0.75	-1.13	-1.11	-1.11	-1.42	-1.41	-1.39

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
24.12	-0.82	-0.82	-0.86	-1.24	-1.24	-1.24	-1.53	-1.52	-1.52
25.39	-0.73	-0.71	-0.68	-1.00	-1.02	-1.02	-1.29	-1.28	-1.25
26.66	-0.30	-0.30	-0.30	-0.44	-0.48	-0.48	-0.64	-0.63	-0.63
27.93	0.15	0.15	0.17	0.24	0.19	0.21	0.24	0.25	0.25
29.20	0.57	0.55	0.55	0.86	0.82	0.82	1.02	1.03	1.03
30.47	0.77	0.77	0.77	1.15	1.15	1.15	1.44	1.46	1.43
31.74	0.71	0.68	0.68	1.04	1.06	1.04	1.33	1.34	1.32
33.01	0.35	0.35	0.35	0.57	0.64	0.62	0.82	0.81	0.81
34.28	-0.06	-0.06	-0.06	-0.03	0.03	-0.01	0.03	0.02	0.02
35.55	-0.46	-0.44	-0.44	-0.64	-0.59	-0.62	-0.73	-0.74	-0.74
36.82	-0.71	-0.68	-0.68	-1.11	-1.09	-1.11	-1.35	-1.34	-1.32
38.09	-0.77	-0.71	-0.71	-1.11	-1.13	-1.11	-1.42	-1.41	-1.39
39.36	-0.57	-0.57	-0.57	-0.84	-0.88	-0.86	-1.11	-1.10	-1.10
40.63	-0.24	-0.21	-0.21	-0.35	-0.39	-0.37	-0.48	-0.47	-0.47
41.89	0.19	0.17	0.19	0.28	0.24	0.26	0.28	0.29	0.29
43.16	0.50	0.46	0.46	0.82	0.77	0.77	1.00	1.01	1.01
44.43	0.64	0.64	0.64	0.97	0.97	0.95	1.22	1.23	1.23
45.70	0.53	0.53	0.50	0.84	0.86	0.84	1.11	1.12	1.10
46.97	0.26	0.26	0.26	0.44	0.48	0.44	0.64	0.65	0.63
48.24	-0.08	-0.08	-0.10	-0.08	-0.03	-0.06	-0.03	-0.02	-0.04
49.51	-0.39	-0.37	-0.37	-0.55	-0.53	-0.55	-0.66	-0.65	-0.65
50.78	-0.55	-0.55	-0.53	-0.91	-0.88	-0.91	-1.13	-1.12	-1.12
52.05	-0.55	-0.53	-0.53	-0.91	-0.91	-0.91	-1.18	-1.16	-1.16

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
53.32	-0.44	-0.35	-0.41	-0.62	-0.66	-0.64	-0.86	-0.85	-0.83
54.59	-0.10	-0.06	-0.10	-0.17	-0.21	-0.21	-0.30	-0.29	-0.29
55.86	0.17	0.24	0.17	0.28	0.26	0.26	0.30	0.34	0.31
57.13	0.37	0.41	0.37	0.59	0.57	0.57	0.79	0.81	0.76
58.40	0.48	0.46	0.48	0.68	0.66	0.68	0.97	0.99	0.96
59.67	0.35	0.35	0.35	0.59	0.62	0.59	0.79	0.81	0.81
60.94	0.15	0.15	0.15	0.26	0.28	0.26	0.39	0.40	0.40
62.21	-0.12	-0.12	-0.12	-0.15	-0.12	-0.15	-0.12	-0.11	-0.13
63.48	-0.35	-0.35	-0.35	-0.50	-0.48	-0.50	-0.62	-0.63	-0.60
64.75	-0.46	-0.44	-0.44	-0.66	-0.66	-0.68	-0.93	-0.94	-0.87
66.02	-0.41	-0.41	-0.41	-0.64	-0.64	-0.64	-0.93	-0.92	-0.85
67.29	-0.26	-0.26	-0.26	-0.39	-0.41	-0.41	-0.66	-0.65	-0.56
68.55	-0.03	-0.03	-0.01	-0.03	-0.06	-0.03	-0.19	-0.18	-0.09
69.82	0.24	0.24	0.24	0.35	0.32	0.32	0.30	0.31	0.38
71.09	0.37	0.37	0.37	0.59	0.59	0.59	0.68	0.69	0.74
72.36	0.41	0.41	0.41	0.64	0.64	0.64	0.84	0.85	0.85
73.63	0.30	0.30	0.30	0.48	0.50	0.50	0.68	0.69	0.67
74.90	0.10	0.10	0.10	0.17	0.21	0.19	0.28	0.29	0.29
76.17	-0.15	-0.12	-0.15	-0.19	-0.15	-0.17	-0.17	-0.18	-0.18
77.44	-0.32	-0.32	-0.32	-0.48	-0.46	-0.48	-0.59	-0.58	-0.58
78.71	-0.41	-0.41	-0.41	-0.59	-0.59	-0.59	-0.86	-0.87	-0.85
79.98	-0.37	-0.37	-0.35	-0.55	-0.57	-0.57	-0.82	-0.81	-0.81
81.25	-0.21	-0.21	-0.19	-0.30	-0.32	-0.30	-0.55	-0.54	-0.54

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
82.52	0.01	0.01	0.03	0.03	0.01	0.01	-0.10	-0.09	-0.09
83.79	0.24	0.24	0.24	0.35	0.32	0.32	0.32	0.34	0.34
85.06	0.32	0.32	0.32	0.50	0.50	0.50	0.59	0.60	0.58
86.33	0.35	0.35	0.32	0.53	0.53	0.53	0.71	0.72	0.69
87.60	0.24	0.24	0.21	0.35	0.37	0.37	0.50	0.54	0.51
88.87	0.06	0.06	0.03	0.10	0.12	0.10	0.17	0.18	0.18
90.14	-0.15	-0.15	-0.15	-0.19	-0.17	-0.19	-0.19	-0.20	-0.20
91.41	-0.26	-0.26	-0.26	-0.39	-0.37	-0.39	-0.48	-0.47	-0.47
92.68	-0.30	-0.30	-0.30	-0.46	-0.46	-0.46	-0.59	-0.58	-0.58
93.95	-0.26	-0.26	-0.26	-0.37	-0.39	-0.39	-0.53	-0.51	-0.51
95.21	-0.12	-0.12	-0.10	-0.17	-0.19	-0.19	-0.28	-0.27	-0.27
96.48	0.06	0.06	0.06	0.08	0.06	0.06	0.03	0.04	0.04
97.75	0.19	0.19	0.19	0.30	0.28	0.28	0.35	0.36	0.36
99.02	0.26	0.26	0.26	0.41	0.41	0.39	0.50	0.51	0.51
100.29	0.26	0.26	0.26	0.39	0.39	0.39	0.53	0.51	0.51
101.56	0.15	0.15	0.15	0.26	0.26	0.26	0.35	0.36	0.36
102.83	-0.01	-0.01	-0.01	0.01	0.03	0.03	0.08	0.09	0.07
104.10	-0.15	-0.15	-0.15	-0.21	-0.19	-0.19	-0.24	-0.22	-0.22
105.37	-0.24	-0.24	-0.24	-0.37	-0.35	-0.37	-0.44	-0.45	-0.45
106.64	-0.26	-0.26	-0.26	-0.39	-0.39	-0.39	-0.50	-0.51	-0.51
107.91	-0.21	-0.21	-0.21	-0.30	-0.30	-0.30	-0.44	-0.43	-0.43
109.18	-0.08	-0.08	-0.08	-0.12	-0.12	-0.12	-0.21	-0.20	-0.20
110.45	0.08	0.06	0.08	0.10	0.10	0.10	0.08	0.09	0.09

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
111.72	0.19	0.19	0.19	0.28	0.28	0.28	0.32	0.34	0.34
112.99	0.24	0.24	0.24	0.37	0.37	0.35	0.46	0.47	0.47
114.26	0.21	0.21	0.21	0.32	0.35	0.32	0.44	0.45	0.45
115.53	0.12	0.12	0.10	0.19	0.21	0.19	0.28	0.29	0.29
116.80	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	0.01	0.01	0.03	0.04	0.04
118.07	-0.15	-0.12	-0.15	-0.19	-0.17	-0.19	-0.21	-0.20	-0.20
119.34	-0.21	-0.19	-0.19	-0.28	-0.28	-0.28	-0.37	-0.36	-0.36
120.61	-0.21	-0.21	-0.21	-0.30	-0.30	-0.30	-0.41	-0.40	-0.40
121.88	-0.15	-0.15	-0.15	-0.21	-0.21	-0.21	-0.32	-0.31	-0.31
123.14	-0.03	-0.03	-0.03	-0.06	-0.08	-0.08	-0.12	-0.11	-0.13
124.41	0.06	0.06	0.08	0.10	0.10	0.10	0.10	0.11	0.11
125.68	0.15	0.15	0.15	0.24	0.24	0.24	0.28	0.29	0.29
126.95	0.17	0.17	0.15	0.28	0.28	0.28	0.35	0.34	0.34
128.22	0.15	0.15	0.15	0.24	0.24	0.24	0.32	0.31	0.31
129.49	0.08	0.08	0.06	0.10	0.12	0.12	0.17	0.18	0.18
130.76	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.01	-0.03	-0.01	0.00	0.00
132.03	-0.10	-0.10	-0.10	-0.15	-0.15	-0.15	-0.19	-0.18	-0.18
133.30	-0.15	-0.15	-0.15	-0.21	-0.21	-0.21	-0.28	-0.29	-0.29
134.57	-0.15	-0.15	-0.15	-0.21	-0.21	-0.21	-0.30	-0.29	-0.29
135.84	-0.08	-0.08	-0.08	-0.12	-0.12	-0.12	-0.21	-0.20	-0.20
137.11	-0.01	-0.03	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.06	-0.04	-0.04
138.38	0.06	0.06	0.06	0.10	0.10	0.10	0.12	0.13	0.13
139.65	0.10	0.10	0.10	0.19	0.19	0.19	0.24	0.25	0.25

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
140.92	0.10	0.10	0.10	0.19	0.19	0.19	0.28	0.27	0.27
142.19	0.08	0.08	0.08	0.15	0.15	0.15	0.21	0.22	0.22
143.46	0.03	0.03	0.03	0.06	0.06	0.06	0.10	0.11	0.11
144.73	-0.03	-0.03	-0.03	-0.06	-0.06	-0.06	-0.06	-0.04	-0.04
146.00	-0.08	-0.08	-0.08	-0.15	-0.15	-0.15	-0.19	-0.18	-0.18
147.27	-0.10	-0.10	-0.10	-0.19	-0.19	-0.19	-0.26	-0.25	-0.25
148.54	-0.10	-0.10	-0.10	-0.17	-0.17	-0.17	-0.26	-0.25	-0.25
149.80	-0.08	-0.08	-0.08	-0.10	-0.10	-0.10	-0.17	-0.16	-0.16
151.07	-0.03	-0.03	-0.03	0.01	-0.01	-0.01	-0.03	-0.02	-0.02
152.34	0.03	0.03	0.03	0.10	0.10	0.10	0.10	0.11	0.11
153.61	0.08	0.08	0.08	0.15	0.15	0.15	0.19	0.20	0.20
154.88	0.10	0.10	0.10	0.15	0.15	0.15	0.21	0.22	0.20
156.15	0.10	0.10	0.10	0.12	0.12	0.12	0.17	0.18	0.18
157.42	0.06	0.06	0.06	0.06	0.08	0.06	0.08	0.09	0.09
158.69	-0.01	-0.01	-0.01	-0.03	-0.01	-0.03	-0.03	-0.02	-0.02
159.96	-0.06	-0.06	-0.06	-0.10	-0.10	-0.10	-0.12	-0.13	-0.13
161.23	-0.10	-0.10	-0.10	-0.12	-0.12	-0.12	-0.19	-0.18	-0.18
162.50	-0.10	-0.10	-0.10	-0.12	-0.12	-0.12	-0.19	-0.18	-0.18
163.77	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.10	-0.11	-0.11
165.04	-0.06	-0.06	-0.06	-0.01	-0.01	-0.01	-0.03	-0.02	-0.02
166.31	-0.01	-0.01	-0.01	0.06	0.03	0.03	0.06	0.07	0.07
167.58	0.03	0.03	0.03	0.08	0.08	0.08	0.12	0.11	0.11
168.85	0.06	0.06	0.08	0.10	0.10	0.10	0.12	0.13	0.13

*Продовження додатку Г*

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
170.12	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.10	0.11	0.09
171.39	0.06	0.06	0.06	0.03	0.03	0.03	0.03	0.04	0.04
172.66	0.01	0.01	0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.03	-0.04	-0.04
173.93	-0.03	-0.03	-0.03	-0.06	-0.06	-0.06	-0.10	-0.09	-0.09
175.20	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.10	-0.09	-0.11
176.46	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.10	-0.09	-0.11
177.73	-0.08	-0.08	-0.08	-0.06	-0.06	-0.06	-0.06	-0.04	-0.04
179.00	-0.06	-0.06	-0.06	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	0.00	0.00
180.27	-0.01	-0.01	-0.01	0.03	0.03	0.03	0.06	0.07	0.07

Протокол проведення динамічних випробувань для балки з клеєної деревини  
(кожен 10-ий вимір)

Час, с	Переміщення для відповідної висоти падіння, мм								
	$h = 100$			$h = 200$			$h = 300$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.27	0.56	0.56	0.54	0.76	0.78	0.72	0.86	0.81	1.00
2.54	1.07	1.06	1.02	1.48	1.50	1.46	1.82	1.79	1.78
3.81	1.05	1.04	1.00	1.57	1.54	1.50	1.89	1.86	1.89
5.08	0.67	0.66	0.64	1.01	1.01	1.03	1.26	1.25	1.24
6.35	0.11	0.15	0.12	0.25	0.29	0.31	0.37	0.40	0.44
7.62	-0.36	-0.32	-0.32	-0.54	-0.51	-0.47	-0.62	-0.60	-0.59
8.89	-0.76	-0.77	-0.75	-1.05	-1.05	-1.01	-1.38	-1.37	-1.35
10.16	-0.96	-1.00	-0.95	-1.39	-1.41	-1.39	-1.69	-1.70	-1.69
11.43	-0.76	-0.79	-0.75	-1.19	-1.19	-1.16	-1.53	-1.54	-1.56
12.70	-0.36	-0.39	-0.37	-0.54	-0.54	-0.56	-0.71	-0.72	-0.71
13.96	0.09	0.06	0.08	0.11	0.09	0.07	0.08	0.07	0.06
15.23	0.56	0.55	0.53	0.76	0.78	0.76	0.91	0.94	0.97
16.50	0.78	0.79	0.77	1.16	1.16	1.16	1.38	1.39	1.40
17.77	0.81	0.79	0.77	1.19	1.21	1.19	1.44	1.48	1.51
19.04	0.54	0.55	0.53	0.78	0.81	0.81	0.97	1.01	1.02
20.31	0.11	0.12	0.12	0.20	0.20	0.22	0.28	0.31	0.32
21.58	-0.36	-0.35	-0.32	-0.51	-0.51	-0.47	-0.57	-0.56	-0.55
22.85	-0.69	-0.68	-0.68	-1.01	-1.01	-1.01	-1.24	-1.21	-1.18

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
24.12	-0.81	-0.82	-0.79	-1.19	-1.19	-1.19	-1.44	-1.43	-1.42
25.39	-0.69	-0.73	-0.68	-1.03	-1.03	-1.03	-1.22	-1.21	-1.20
26.66	-0.34	-0.35	-0.32	-0.49	-0.51	-0.54	-0.64	-0.65	-0.66
27.93	0.11	0.10	0.10	0.13	0.13	0.11	0.15	0.16	0.15
29.20	0.56	0.55	0.53	0.78	0.78	0.76	0.95	0.94	0.95
30.47	0.76	0.77	0.75	1.10	1.10	1.07	1.33	1.34	1.35
31.74	0.76	0.75	0.75	1.10	1.12	1.10	1.33	1.37	1.35
33.01	0.49	0.50	0.48	0.76	0.76	0.78	0.93	0.96	0.97
34.28	0.07	0.08	0.08	0.13	0.13	0.16	0.15	0.18	0.19
35.55	-0.36	-0.35	-0.32	-0.49	-0.49	-0.47	-0.59	-0.56	-0.55
36.82	-0.65	-0.66	-0.64	-0.94	-0.96	-0.94	-1.15	-1.14	-1.13
38.09	-0.74	-0.77	-0.73	-1.10	-1.12	-1.10	-1.33	-1.34	-1.35
39.36	-0.60	-0.64	-0.62	-0.92	-0.94	-0.94	-1.13	-1.12	-1.13
40.63	-0.27	-0.30	-0.28	-0.40	-0.43	-0.43	-0.50	-0.54	-0.53
41.89	0.13	0.10	0.12	0.18	0.18	0.16	0.21	0.20	0.19
43.16	0.49	0.48	0.46	0.74	0.74	0.72	0.86	0.87	0.88
44.43	0.65	0.66	0.64	1.01	1.01	0.99	1.22	1.21	1.22
45.70	0.63	0.66	0.62	0.96	0.96	0.96	1.18	1.19	1.18
46.97	0.40	0.44	0.41	0.63	0.63	0.65	0.77	0.78	0.79
48.24	0.07	0.08	0.08	0.11	0.11	0.13	0.15	0.16	0.17
49.51	-0.29	-0.28	-0.28	-0.45	-0.45	-0.43	-0.55	-0.54	-0.53
50.78	-0.56	-0.57	-0.55	-0.83	-0.83	-0.81	-1.02	-1.01	-1.00
52.05	-0.63	-0.64	-0.62	-0.94	-0.94	-0.94	-1.15	-1.16	-1.18

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
53.32	-0.49	-0.53	-0.50	-0.76	-0.76	-0.76	-0.95	-0.96	-0.95
54.59	-0.25	-0.26	-0.24	-0.34	-0.36	-0.36	-0.44	-0.45	-0.44
55.86	0.11	0.10	0.10	0.16	0.16	0.13	0.19	0.18	0.17
57.13	0.43	0.41	0.39	0.63	0.63	0.63	0.75	0.76	0.77
58.40	0.56	0.55	0.55	0.85	0.85	0.85	1.04	1.05	1.04
59.67	0.56	0.57	0.53	0.83	0.83	0.83	1.00	1.01	1.02
60.94	0.36	0.39	0.37	0.54	0.54	0.54	0.64	0.67	0.66
62.21	0.07	0.08	0.08	0.09	0.09	0.11	0.10	0.13	0.15
63.48	-0.25	-0.24	-0.24	-0.38	-0.38	-0.36	-0.48	-0.47	-0.46
64.75	-0.47	-0.48	-0.46	-0.74	-0.74	-0.72	-0.91	-0.90	-0.88
66.02	-0.56	-0.57	-0.55	-0.83	-0.83	-0.83	-1.02	-1.01	-1.02
67.29	-0.47	-0.48	-0.46	-0.69	-0.69	-0.69	-0.84	-0.85	-0.86
68.55	-0.25	-0.26	-0.26	-0.34	-0.36	-0.36	-0.41	-0.43	-0.44
69.82	0.07	0.06	0.06	0.11	0.11	0.09	0.12	0.11	0.12
71.09	0.38	0.37	0.35	0.56	0.54	0.54	0.66	0.67	0.66
72.36	0.51	0.53	0.50	0.78	0.78	0.76	0.95	0.94	0.95
73.63	0.51	0.53	0.50	0.76	0.78	0.76	0.93	0.94	0.93
74.90	0.34	0.35	0.35	0.49	0.49	0.51	0.59	0.60	0.62
76.17	0.07	0.08	0.08	0.09	0.09	0.11	0.10	0.11	0.12
77.44	-0.25	-0.24	-0.24	-0.38	-0.36	-0.34	-0.44	-0.43	-0.41
78.71	-0.45	-0.46	-0.44	-0.67	-0.67	-0.65	-0.82	-0.81	-0.79
79.98	-0.49	-0.50	-0.50	-0.74	-0.76	-0.74	-0.93	-0.92	-0.91
81.25	-0.43	-0.44	-0.44	-0.63	-0.63	-0.63	-0.75	-0.76	-0.75

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
82.52	-0.20	-0.21	-0.21	-0.27	-0.29	-0.29	-0.35	-0.36	-0.35
83.79	0.09	0.06	0.08	0.13	0.11	0.11	0.12	0.13	0.15
85.06	0.34	0.32	0.32	0.49	0.49	0.49	0.62	0.60	0.59
86.33	0.47	0.46	0.46	0.67	0.67	0.67	0.82	0.83	0.82
87.60	0.47	0.46	0.46	0.65	0.65	0.65	0.77	0.81	0.79
88.87	0.31	0.30	0.30	0.43	0.43	0.45	0.50	0.51	0.53
90.14	0.07	0.08	0.08	0.07	0.07	0.09	0.06	0.09	0.10
91.41	-0.20	-0.19	-0.19	-0.29	-0.29	-0.29	-0.37	-0.36	-0.35
92.68	-0.40	-0.39	-0.39	-0.56	-0.56	-0.56	-0.68	-0.67	-0.66
93.95	-0.45	-0.46	-0.46	-0.65	-0.65	-0.65	-0.77	-0.78	-0.77
95.21	-0.38	-0.39	-0.39	-0.54	-0.54	-0.54	-0.64	-0.65	-0.64
96.48	-0.18	-0.21	-0.19	-0.25	-0.25	-0.27	-0.30	-0.31	-0.30
97.75	0.07	0.06	0.06	0.11	0.11	0.09	0.12	0.11	0.12
99.02	0.29	0.28	0.28	0.45	0.45	0.43	0.53	0.51	0.53
100.29	0.43	0.44	0.41	0.60	0.60	0.60	0.73	0.72	0.73
101.56	0.43	0.44	0.41	0.60	0.60	0.60	0.71	0.72	0.73
102.83	0.27	0.28	0.28	0.38	0.38	0.40	0.46	0.47	0.48
104.10	0.04	0.03	0.03	0.04	0.04	0.07	0.06	0.07	0.08
105.37	-0.22	-0.21	-0.21	-0.29	-0.29	-0.29	-0.37	-0.36	-0.35
106.64	-0.40	-0.41	-0.39	-0.56	-0.56	-0.56	-0.66	-0.65	-0.66
107.91	-0.45	-0.46	-0.44	-0.63	-0.63	-0.63	-0.77	-0.76	-0.77
109.18	-0.36	-0.37	-0.35	-0.51	-0.51	-0.51	-0.64	-0.63	-0.64
110.45	-0.16	-0.17	-0.17	-0.22	-0.22	-0.22	-0.28	-0.29	-0.30

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
111.72	0.09	0.08	0.08	0.13	0.11	0.11	0.12	0.13	0.12
112.99	0.31	0.30	0.30	0.45	0.45	0.45	0.53	0.51	0.50
114.26	0.43	0.41	0.41	0.60	0.60	0.58	0.71	0.72	0.71
115.53	0.40	0.41	0.39	0.58	0.58	0.58	0.68	0.69	0.71
116.80	0.27	0.26	0.26	0.38	0.38	0.38	0.46	0.47	0.48
118.07	0.04	0.03	0.03	0.07	0.07	0.07	0.06	0.09	0.10
119.34	-0.20	-0.19	-0.19	-0.27	-0.27	-0.25	-0.32	-0.29	-0.30
120.61	-0.36	-0.37	-0.35	-0.51	-0.51	-0.49	-0.62	-0.60	-0.59
121.88	-0.40	-0.41	-0.41	-0.58	-0.58	-0.56	-0.71	-0.69	-0.68
123.14	-0.34	-0.35	-0.32	-0.47	-0.47	-0.47	-0.59	-0.58	-0.57
124.41	-0.16	-0.17	-0.17	-0.22	-0.22	-0.22	-0.28	-0.29	-0.28
125.68	0.07	0.06	0.06	0.09	0.09	0.09	0.10	0.09	0.10
126.95	0.27	0.28	0.26	0.40	0.38	0.38	0.46	0.45	0.46
128.22	0.38	0.37	0.37	0.54	0.54	0.54	0.62	0.63	0.64
129.49	0.38	0.39	0.37	0.51	0.51	0.51	0.62	0.63	0.64
130.76	0.25	0.26	0.24	0.34	0.34	0.36	0.41	0.43	0.44
132.03	0.04	0.06	0.03	0.07	0.07	0.07	0.08	0.09	0.10
133.30	-0.18	-0.17	-0.17	-0.25	-0.25	-0.22	-0.28	-0.27	-0.26
134.57	-0.31	-0.32	-0.32	-0.45	-0.45	-0.43	-0.53	-0.51	-0.53
135.84	-0.36	-0.37	-0.35	-0.51	-0.51	-0.51	-0.59	-0.60	-0.59
137.11	-0.29	-0.30	-0.30	-0.40	-0.43	-0.40	-0.50	-0.49	-0.48
138.38	-0.13	-0.15	-0.12	-0.18	-0.18	-0.20	-0.24	-0.22	-0.24
139.65	0.07	0.06	0.06	0.11	0.09	0.09	0.10	0.11	0.10

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
140.92	0.25	0.26	0.24	0.36	0.36	0.36	0.41	0.43	0.41
142.19	0.34	0.35	0.32	0.49	0.49	0.49	0.57	0.58	0.57
143.46	0.31	0.32	0.32	0.47	0.47	0.47	0.55	0.56	0.57
144.73	0.20	0.21	0.21	0.29	0.29	0.29	0.35	0.36	0.35
146.00	0.00	0.01	0.01	0.02	0.02	0.02	0.01	0.04	0.03
147.27	-0.18	-0.19	-0.19	-0.27	-0.27	-0.25	-0.30	-0.29	-0.28
148.54	-0.31	-0.32	-0.30	-0.45	-0.45	-0.45	-0.53	-0.54	-0.53
149.80	-0.34	-0.35	-0.32	-0.49	-0.49	-0.49	-0.59	-0.58	-0.59
151.07	-0.27	-0.28	-0.26	-0.40	-0.40	-0.40	-0.48	-0.47	-0.48
152.34	-0.11	-0.12	-0.10	-0.16	-0.16	-0.16	-0.21	-0.22	-0.21
153.61	0.09	0.08	0.08	0.13	0.13	0.13	0.12	0.13	0.12
154.88	0.27	0.26	0.26	0.38	0.36	0.36	0.44	0.45	0.44
156.15	0.34	0.32	0.32	0.49	0.49	0.47	0.57	0.56	0.57
157.42	0.31	0.32	0.30	0.45	0.45	0.45	0.53	0.54	0.55
158.69	0.20	0.21	0.19	0.27	0.27	0.29	0.32	0.34	0.35
159.96	0.00	0.01	0.01	0.00	0.00	0.02	0.01	0.02	0.03
161.23	-0.18	-0.19	-0.17	-0.27	-0.27	-0.25	-0.30	-0.29	-0.28
162.50	-0.31	-0.30	-0.30	-0.43	-0.43	-0.43	-0.53	-0.51	-0.50
163.77	-0.34	-0.32	-0.32	-0.47	-0.47	-0.47	-0.57	-0.56	-0.55
165.04	-0.27	-0.28	-0.26	-0.36	-0.36	-0.36	-0.44	-0.45	-0.44
166.31	-0.11	-0.12	-0.12	-0.13	-0.16	-0.16	-0.19	-0.20	-0.21
167.58	0.07	0.06	0.06	0.11	0.09	0.09	0.10	0.11	0.10
168.85	0.25	0.24	0.21	0.31	0.31	0.31	0.39	0.38	0.39

*Продовження додатку Д*

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
170.12	0.31	0.30	0.30	0.43	0.43	0.43	0.50	0.49	0.50
171.39	0.29	0.30	0.30	0.40	0.40	0.40	0.46	0.47	0.48
172.66	0.18	0.19	0.19	0.25	0.25	0.25	0.28	0.29	0.30
173.93	0.00	0.01	0.03	0.00	0.00	0.02	0.01	0.02	0.03
175.20	-0.16	-0.15	-0.15	-0.25	-0.25	-0.22	-0.28	-0.27	-0.26
176.46	-0.27	-0.28	-0.28	-0.38	-0.38	-0.38	-0.46	-0.47	-0.46
177.73	-0.31	-0.30	-0.30	-0.43	-0.43	-0.43	-0.50	-0.49	-0.50
179.00	-0.25	-0.26	-0.26	-0.31	-0.34	-0.31	-0.39	-0.40	-0.39
180.27	-0.09	-0.10	-0.10	-0.11	-0.13	-0.13	-0.17	-0.18	-0.17

Протокол проведення динамічних випробувань для балки з клеєної деревини  
(кожен 10-ий вимір)

Час, с	Переміщення для відповідної висоти падіння, мм								
	$h = 100$			$h = 200$			$h = 300$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.27	0.48	0.57	0.50	0.65	0.63	0.67	0.91	0.72	0.90
2.54	1.04	1.11	1.04	1.39	1.37	1.41	1.82	1.61	1.72
3.81	0.88	0.95	0.91	1.25	1.23	1.28	1.67	1.59	1.68
5.08	0.97	1.04	0.95	1.30	1.32	1.32	1.69	1.59	1.68
6.35	0.44	0.50	0.37	0.58	0.65	0.60	0.82	0.83	0.83
7.62	-0.10	-0.01	-0.12	-0.09	-0.02	-0.07	0.03	0.04	0.04
8.89	-0.53	-0.41	-0.53	-0.72	-0.69	-0.72	-0.86	-0.78	-0.81
10.16	-0.88	-0.75	-0.88	-1.07	-1.03	-1.19	-1.15	-1.23	-1.28
11.43	-1.04	-0.79	-1.02	-1.39	-1.34	-1.43	-1.40	-1.63	-1.68
12.70	-0.91	-0.64	-0.86	-0.96	-0.96	-1.14	-1.13	-1.25	-1.30
13.96	-0.59	-0.37	-0.55	-0.69	-0.65	-0.76	-0.62	-0.87	-0.92
15.23	-0.10	0.10	-0.10	-0.02	-0.07	-0.04	0.10	-0.04	-0.02
16.50	0.39	0.50	0.41	0.49	0.54	0.58	0.59	0.51	0.51
17.77	0.75	0.77	0.75	0.92	0.94	0.96	1.09	1.14	1.16
19.04	0.84	0.86	0.84	1.07	1.03	1.12	1.15	1.30	1.32
20.31	0.77	0.73	0.75	0.94	0.94	1.01	1.00	1.19	1.23
21.58	0.46	0.44	0.46	0.54	0.56	0.60	0.50	0.74	0.76
22.85	0.10	0.08	0.06	0.07	0.07	0.07	-0.03	0.09	0.07

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
24.12	-0.32	-0.30	-0.35	-0.54	-0.49	-0.56	-0.62	-0.60	-0.63
25.39	-0.68	-0.57	-0.68	-0.90	-0.92	-0.99	-1.11	-1.05	-1.16
26.66	-0.84	-0.71	-0.88	-1.14	-1.12	-1.23	-1.22	-1.34	-1.41
27.93	-0.86	-0.62	-0.82	-1.01	-0.99	-1.07	-1.02	-1.21	-1.23
29.20	-0.55	-0.35	-0.53	-0.65	-0.65	-0.69	-0.62	-0.81	-0.81
30.47	-0.19	0.01	-0.15	-0.13	-0.13	-0.16	-0.03	-0.16	-0.18
31.74	0.26	0.39	0.26	0.38	0.38	0.40	0.53	0.49	0.49
33.01	0.57	0.66	0.57	0.76	0.76	0.83	0.97	0.96	1.07
34.28	0.71	0.71	0.73	1.01	1.03	1.10	1.09	1.25	1.28
35.55	0.64	0.64	0.73	0.87	0.90	0.94	0.93	1.10	1.12
36.82	0.44	0.44	0.46	0.54	0.56	0.58	0.53	0.72	0.74
38.09	0.12	0.10	0.10	0.07	0.11	0.09	0.01	0.13	0.13
39.36	-0.30	-0.26	-0.30	-0.40	-0.38	-0.43	-0.50	-0.47	-0.49
40.63	-0.62	-0.50	-0.62	-0.81	-0.78	-0.83	-0.91	-0.94	-0.99
41.89	-0.77	-0.62	-0.75	-0.94	-0.94	-1.01	-1.15	-1.14	-1.19
43.16	-0.84	-0.64	-0.71	-0.87	-0.87	-0.94	-1.02	-1.12	-1.12
44.43	-0.62	-0.39	-0.48	-0.58	-0.58	-0.63	-0.66	-0.83	-0.74
45.70	-0.26	-0.06	-0.12	-0.11	-0.13	-0.16	-0.17	-0.25	-0.16
46.97	0.15	0.30	0.26	0.38	0.36	0.38	0.37	0.34	0.45
48.24	0.48	0.57	0.57	0.76	0.76	0.78	0.79	0.83	0.94
49.51	0.64	0.66	0.73	0.92	0.92	0.96	0.93	1.14	1.16
50.78	0.71	0.64	0.73	0.90	0.87	0.94	0.84	1.10	1.12
52.05	0.53	0.44	0.53	0.60	0.63	0.65	0.53	0.78	0.78

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
53.32	0.24	0.12	0.21	0.18	0.22	0.22	0.06	0.27	0.27
54.59	-0.15	-0.21	-0.17	-0.27	-0.22	-0.27	-0.44	-0.29	-0.29
55.86	-0.48	-0.48	-0.48	-0.65	-0.63	-0.69	-0.84	-0.78	-0.83
57.13	-0.66	-0.62	-0.66	-0.85	-0.83	-0.90	-1.04	-1.16	-1.21
58.40	-0.68	-0.59	-0.66	-0.83	-0.83	-0.90	-0.97	-1.12	-1.16
59.67	-0.53	-0.44	-0.50	-0.60	-0.63	-0.65	-0.71	-0.85	-0.87
60.94	-0.21	-0.15	-0.19	-0.20	-0.22	-0.22	-0.26	-0.36	-0.36
62.21	0.12	0.17	0.15	0.25	0.22	0.25	0.24	0.18	0.18
63.48	0.46	0.46	0.48	0.63	0.60	0.67	0.64	0.67	0.69
64.75	0.64	0.59	0.64	0.81	0.81	0.87	0.91	0.99	1.03
66.02	0.66	0.57	0.64	0.78	0.78	0.85	0.84	0.99	1.01
67.29	0.50	0.39	0.48	0.56	0.58	0.60	0.57	0.72	0.74
68.55	0.21	0.12	0.21	0.20	0.22	0.22	0.17	0.27	0.29
69.82	-0.12	-0.17	-0.12	-0.20	-0.16	-0.20	-0.26	-0.20	-0.22
71.09	-0.41	-0.44	-0.41	-0.56	-0.54	-0.60	-0.64	-0.67	-0.69
72.36	-0.57	-0.55	-0.57	-0.76	-0.72	-0.81	-0.82	-0.90	-0.94
73.63	-0.62	-0.55	-0.59	-0.76	-0.74	-0.81	-0.84	-0.94	-0.99
74.90	-0.48	-0.39	-0.46	-0.56	-0.54	-0.60	-0.64	-0.76	-0.81
76.17	-0.21	-0.12	-0.19	-0.20	-0.20	-0.20	-0.24	-0.34	-0.36
77.44	0.10	0.17	0.12	0.20	0.18	0.20	0.19	0.11	0.11
78.71	0.41	0.41	0.41	0.54	0.54	0.58	0.55	0.56	0.58
79.98	0.57	0.53	0.57	0.72	0.72	0.76	0.79	0.90	0.94
81.25	0.62	0.53	0.59	0.72	0.74	0.78	0.77	0.87	0.92

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
82.52	0.48	0.39	0.48	0.54	0.56	0.58	0.57	0.67	0.69
83.79	0.26	0.17	0.24	0.25	0.27	0.27	0.21	0.31	0.34
85.06	-0.06	-0.12	-0.06	-0.13	-0.11	-0.13	-0.19	-0.13	-0.13
86.33	-0.35	-0.37	-0.35	-0.47	-0.45	-0.49	-0.55	-0.54	-0.56
87.60	-0.53	-0.50	-0.53	-0.67	-0.65	-0.72	-0.73	-0.81	-0.83
88.87	-0.57	-0.53	-0.57	-0.69	-0.69	-0.74	-0.75	-0.94	-0.87
90.14	-0.48	-0.41	-0.46	-0.56	-0.56	-0.58	-0.66	-0.76	-0.69
91.41	-0.26	-0.19	-0.24	-0.27	-0.27	-0.29	-0.30	-0.43	-0.34
92.68	0.03	0.10	0.06	0.09	0.09	0.09	0.08	0.02	0.11
93.95	0.32	0.35	0.35	0.45	0.45	0.47	0.44	0.45	0.56
95.21	0.53	0.50	0.53	0.63	0.63	0.67	0.68	0.69	0.81
96.48	0.57	0.53	0.57	0.69	0.67	0.74	0.75	0.85	0.85
97.75	0.48	0.41	0.48	0.56	0.56	0.58	0.57	0.67	0.69
99.02	0.28	0.19	0.28	0.29	0.31	0.31	0.28	0.38	0.38
100.29	0.01	-0.06	0.01	-0.04	0.00	-0.02	-0.08	-0.02	-0.04
101.56	-0.26	-0.30	-0.26	-0.36	-0.34	-0.36	-0.41	-0.43	-0.43
102.83	-0.46	-0.46	-0.46	-0.58	-0.56	-0.60	-0.64	-0.67	-0.69
104.10	-0.53	-0.48	-0.53	-0.63	-0.63	-0.67	-0.68	-0.74	-0.78
105.37	-0.48	-0.41	-0.46	-0.54	-0.54	-0.56	-0.64	-0.63	-0.67
106.64	-0.28	-0.21	-0.28	-0.31	-0.31	-0.31	-0.37	-0.36	-0.38
107.91	-0.03	0.03	-0.01	0.00	0.00	0.00	-0.03	0.00	0.00
109.18	0.26	0.28	0.26	0.31	0.31	0.34	0.28	0.38	0.40
110.45	0.44	0.44	0.44	0.54	0.54	0.56	0.50	0.63	0.65

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
111.72	0.53	0.48	0.53	0.60	0.60	0.63	0.57	0.72	0.74
112.99	0.48	0.39	0.46	0.54	0.54	0.56	0.55	0.63	0.65
114.26	0.30	0.21	0.28	0.31	0.34	0.34	0.28	0.38	0.38
115.53	0.06	-0.01	0.06	0.02	0.04	0.02	-0.01	0.02	0.02
116.80	-0.21	-0.26	-0.21	-0.29	-0.25	-0.29	-0.32	-0.31	-0.31
118.07	-0.41	-0.41	-0.41	-0.49	-0.47	-0.51	-0.53	-0.56	-0.58
119.34	-0.48	-0.44	-0.48	-0.56	-0.56	-0.58	-0.59	-0.65	-0.67
120.61	-0.46	-0.39	-0.44	-0.51	-0.49	-0.54	-0.50	-0.58	-0.60
121.88	-0.28	-0.21	-0.28	-0.29	-0.29	-0.31	-0.26	-0.34	-0.36
123.14	-0.06	0.01	-0.03	-0.02	-0.02	-0.02	0.03	0.00	0.00
124.41	0.21	0.26	0.21	0.27	0.27	0.29	0.32	0.34	0.34
125.68	0.41	0.39	0.41	0.49	0.49	0.51	0.55	0.58	0.58
126.95	0.48	0.44	0.48	0.56	0.56	0.58	0.59	0.65	0.67
128.22	0.46	0.37	0.44	0.49	0.51	0.54	0.50	0.58	0.60
129.49	0.30	0.21	0.28	0.31	0.34	0.31	0.28	0.36	0.38
130.76	0.08	0.01	0.06	0.04	0.07	0.04	0.01	0.07	0.07
132.03	-0.17	-0.21	-0.17	-0.25	-0.22	-0.25	-0.28	-0.27	-0.27
133.30	-0.37	-0.37	-0.37	-0.45	-0.43	-0.47	-0.50	-0.51	-0.54
134.57	-0.46	-0.41	-0.44	-0.54	-0.51	-0.56	-0.55	-0.60	-0.65
135.84	-0.44	-0.37	-0.41	-0.49	-0.49	-0.51	-0.48	-0.56	-0.58
137.11	-0.28	-0.21	-0.28	-0.31	-0.31	-0.34	-0.30	-0.36	-0.38
138.38	-0.08	-0.01	-0.06	-0.07	-0.07	-0.07	-0.01	-0.07	-0.07
139.65	0.17	0.19	0.17	0.22	0.22	0.22	0.28	0.27	0.27

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
140.92	0.37	0.35	0.37	0.43	0.45	0.47	0.48	0.51	0.54
142.19	0.44	0.41	0.44	0.51	0.54	0.56	0.55	0.60	0.63
143.46	0.44	0.37	0.41	0.49	0.49	0.51	0.50	0.58	0.60
144.73	0.30	0.24	0.28	0.34	0.34	0.36	0.30	0.38	0.40
146.00	0.10	0.03	0.10	0.09	0.11	0.09	0.06	0.11	0.13
147.27	-0.12	-0.17	-0.12	-0.16	-0.13	-0.16	-0.19	-0.16	-0.18
148.54	-0.32	-0.35	-0.32	-0.40	-0.38	-0.40	-0.41	-0.43	-0.45
149.80	-0.41	-0.39	-0.41	-0.49	-0.47	-0.51	-0.50	-0.56	-0.56
151.07	-0.41	-0.37	-0.41	-0.49	-0.47	-0.51	-0.48	-0.54	-0.58
152.34	-0.30	-0.24	-0.28	-0.34	-0.34	-0.36	-0.32	-0.38	-0.40
153.61	-0.10	-0.06	-0.10	-0.11	-0.11	-0.11	-0.08	-0.13	-0.13
154.88	0.10	0.17	0.12	0.13	0.13	0.13	0.17	0.16	0.16
156.15	0.30	0.32	0.30	0.36	0.36	0.38	0.39	0.40	0.40
157.42	0.41	0.39	0.41	0.47	0.47	0.49	0.48	0.54	0.54
158.69	0.41	0.37	0.41	0.45	0.47	0.49	0.46	0.51	0.56
159.96	0.30	0.24	0.30	0.34	0.36	0.36	0.32	0.38	0.40
161.23	0.12	0.06	0.12	0.13	0.16	0.13	0.10	0.16	0.16
162.50	-0.08	-0.12	-0.08	-0.11	-0.09	-0.11	-0.15	-0.11	-0.11
163.77	-0.28	-0.30	-0.28	-0.31	-0.29	-0.34	-0.35	-0.36	-0.36
165.04	-0.39	-0.37	-0.39	-0.45	-0.43	-0.45	-0.46	-0.47	-0.49
166.31	-0.39	-0.37	-0.39	-0.45	-0.45	-0.47	-0.44	-0.49	-0.49
167.58	-0.30	-0.24	-0.28	-0.34	-0.31	-0.34	-0.30	-0.36	-0.36
168.85	-0.12	-0.06	-0.10	-0.11	-0.13	-0.13	-0.08	-0.13	-0.13

*Продовження додатку Е*

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
170.12	0.08	0.12	0.10	0.11	0.09	0.11	0.15	0.13	0.13
171.39	0.28	0.30	0.28	0.31	0.31	0.34	0.35	0.36	0.38
172.66	0.39	0.35	0.39	0.43	0.43	0.45	0.46	0.49	0.49
173.93	0.39	0.35	0.39	0.43	0.45	0.45	0.44	0.49	0.51
175.20	0.30	0.24	0.30	0.31	0.34	0.36	0.30	0.38	0.38
176.46	0.12	0.06	0.12	0.13	0.16	0.13	0.10	0.16	0.18
177.73	-0.08	-0.12	-0.08	-0.11	-0.09	-0.09	-0.12	-0.09	-0.09
179.00	-0.26	-0.28	-0.26	-0.31	-0.29	-0.31	-0.32	-0.34	-0.34
180.27	-0.37	-0.37	-0.37	-0.43	-0.43	-0.45	-0.46	-0.47	-0.47

Приклад розрахунку шарнірно обпертої балки з клеєної деревини на дію зосередженого трикутного імпульсу на основі отриманих фізико-механічних характеристик матеріалу, та демпфувальних властивостей.

Вихідні дані балки:

$$l_{ef} = 6.0 \text{ м};$$

$$b = 140 \text{ мм};$$

$$h = 360 \text{ мм};$$

$$E_{mean,0} = 7.303 \text{ ГПа};$$

$$G_{mean,0} = 0.456 \text{ ГПа};$$

$$\rho = 0.513 \text{ т/м}^3;$$

$$\zeta = 0.0158;$$

Вихідні дані імпульсу: Імпульс трикутної форми.

$$t_d = 0.018 \text{ с};$$

$$P_{max(t_d/2)} = 20 \text{ кН};$$

Визначення максимального динамічного прогину виконано у програмному комплексі Dlubal RFEM 5.

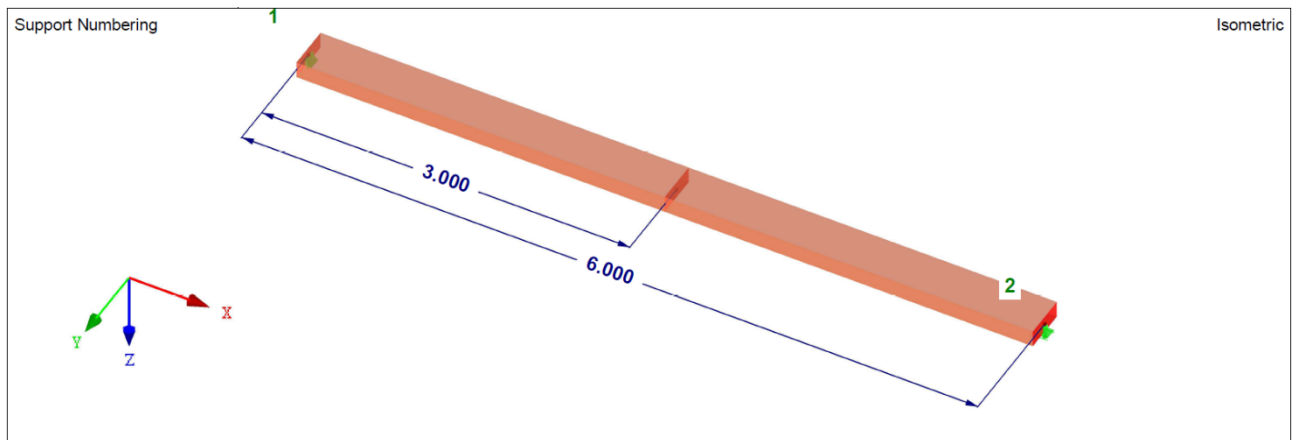


Рисунок Є.1 – Розрахункова схема у Dlubal RFEM 5

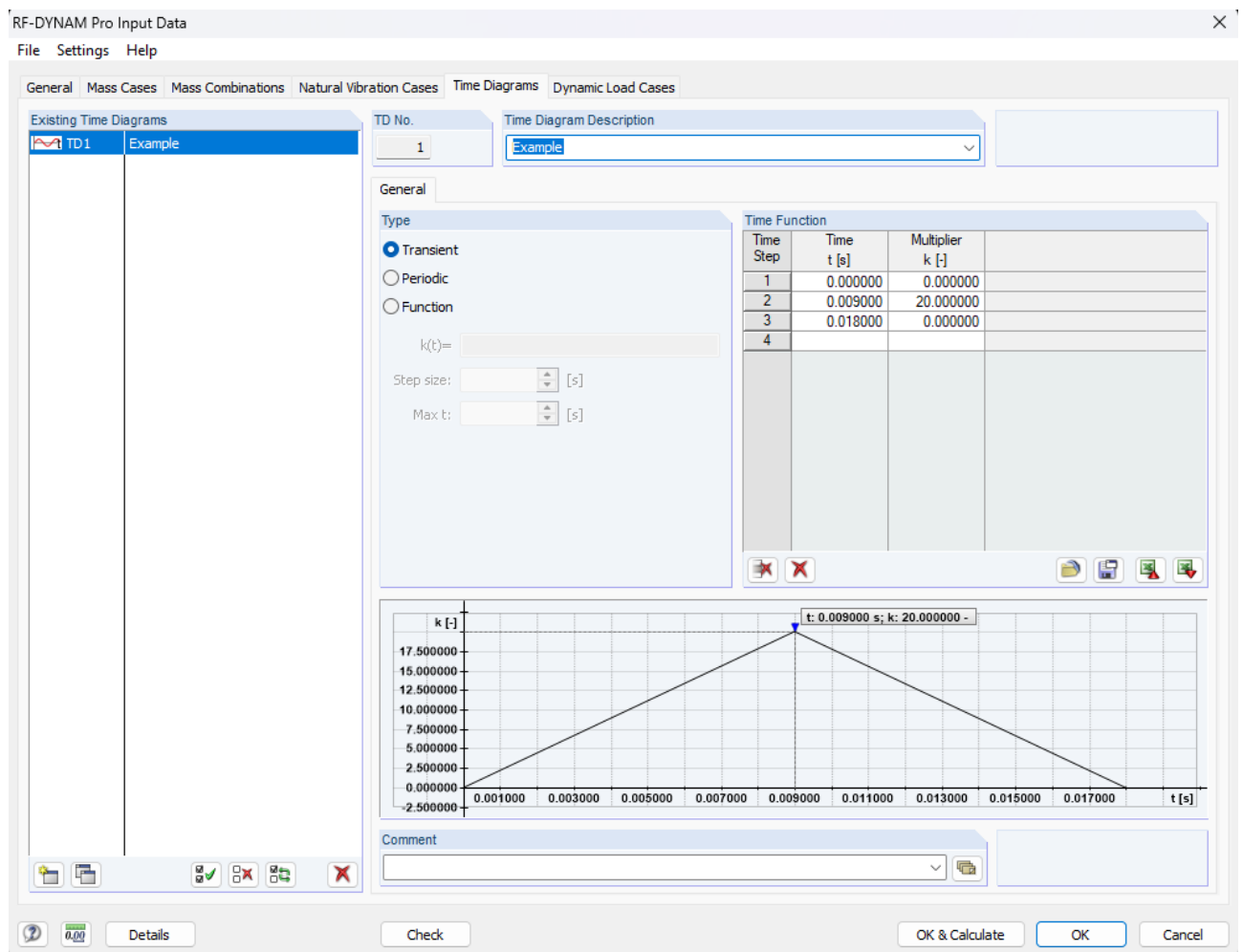


Рисунок Є.2 – Задання імпульсу (RF-DYNAM Pro)

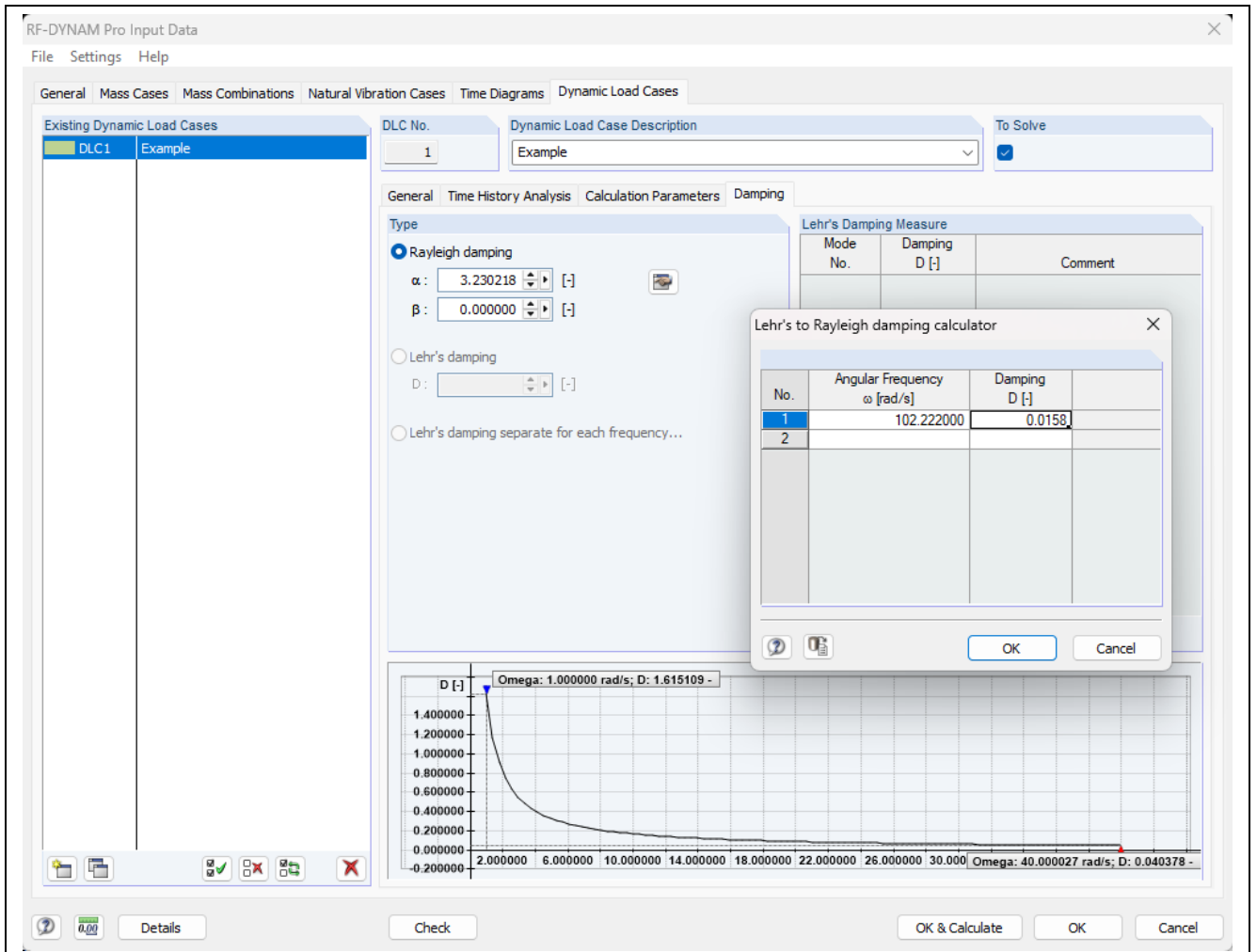


Рисунок Є.3 – Задання характеристик демпфування (RF-DYNAM Pro)

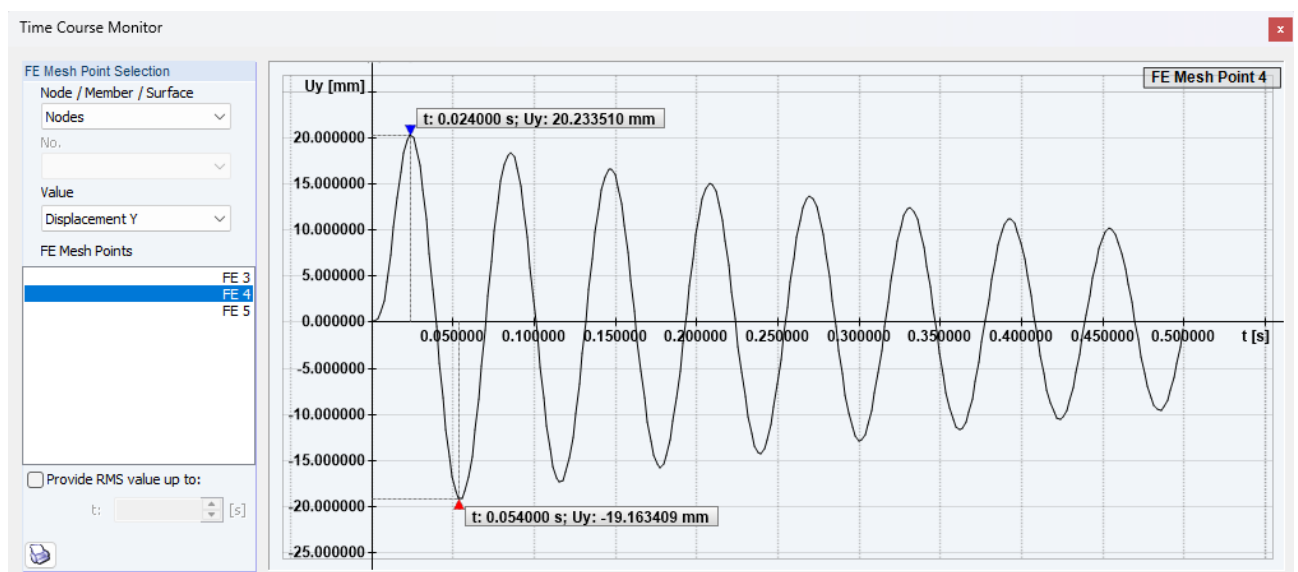


Рисунок Є.4 – Візуалізація результатів розрахунку (RF-DYNAM Pro)

Максимальний динамічний прогин становить  $\delta_{dyn} = 20.2$  мм.

Для максимального заданого тиску ( $P_{max(t_d/2)} = 20$  кН) визначено максимальний статичний прогин, що становить  $\delta_{st} = 24.2$  мм.

Коефіцієнт динамічності становить  $k_{dyn} = 0.835$ .

Період власних коливань  $T = 0.0615$  с. Співвідношення тривалості дії імпульсу до періоду власних коливань  $t_d/T = 0.29$ .

## Довідка про апробацію наукової праці



### Confirmation Letter

on the Application of Research Results

The results obtained in the PhD research conducted by Dmytro Bitiukov on the topic "Behavior of multi-layer glued timber beams under impulsive loading" were applied in the alternative design of timber roof structures for an industrial building in Inčukalns, Latvia.

*[Handwritten signature]*  
VIESTURS UZULENS

Viesturs Uzulēns  
Project Manager  
2026-06-10

*/Логотип/:* upb  
з 1991 року

Довідка  
про апробацію результатів наукової праці

Результати дисертаційної роботи Бітюкова Дмитра на тему «Робота багатошарових балок з клеєної деревини при дії імпульсних навантажень» були використані при варіантному проектуванні дерев'яних конструкцій перекриття промислової будівлі у м. Інчукалнс, Латвія.

*/підпис/*  
Вістурс Узулєнс

Вістурс Узулєнс  
Керівник проекту  
10.06.2026 р.

АТ «УПБ» (UPB AS), Реєстр. № 42103000187, вул. Дзінтару, 17, м. Лієпая, LV-3401, Латвія  
Представництво в Ризі: вул. Латгалес, 246, м. Рига, LV-1063, Латвія

+371 63489333  
upb@upb.lv, www.upb.lv

БЮРО ПЕРЕКЛАДІВ "АТЛАНТ" | "ATLANT" TRANSLATION AGENCY  
+38(044)223-85-25; +38(099)307-33-60; +38(068)584-40-70  
E-mail: atlant.perevod@gmail.com; Web: https://perevod.agency  
Засвідчую правильність перекладу  
The above is a true translation of the original document  
з англійської на українську мову  
from \_\_\_\_\_ into \_\_\_\_\_  
Директор бюро перекладів Калюжний Д.Д.  
Head of Translation agency  
Дата/Date 12.06.2026



Всього  
прошито  
(або прошнуровано),  
пронумеровано  
і скріплено печаткою  
2 (два)  
аркушів

