

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ**

На правах рукопису

**МИЦЮК ДМИТРО ВІКТОРОВИЧ**

УДК 539.3

**НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ЕЛЕМЕНТІВ МЕТАЛЕВИХ  
КОНСТРУКЦІЙ З ДЕФЕКТАМИ РІЗНОГО ПОХОДЖЕННЯ**

192 - Будівництво та цивільна інженерія

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Науковий керівник  
Максим'юк Юрій Всеволодович  
доктор технічних наук,  
професор

Київ - 2026

## ЗМІСТ

Вступ.....	4
Розділ 1. Огляд підходів до розв'язання задач із визначення напружено-деформованого стану болтових з'єднань металевих елементів з початковими та набутими дефектами .....	13
1.1. Використання призматичного скінченного елемента для моделювання початкових геометричних недосконалостей .....	14
1.2. Моделювання особливостей напружено- деформованого стану в системі взаємодії в болтових з'єднаннях .....	17
1.3. Використання напіваналітичного методу скінченних елементів для побудови просторових розрахункових моделей болтового з'єднання та контактної взаємодії .....	19
Розділ 2. Неоднорідний призматичний скінченний елемент.....	22
2.1. Геометрія та система координат неоднорідного призматичного СЕ .....	23
2.2. Застосування НМСЕ для моделювання болтових з'єднань .....	26
2.3. Алгоритм розрахунку болтового з'єднання при використанні НМСЕ .....	29
Розділ 3. Підходи до створення розрахункової схеми та аналіз особливостей напружено-деформованого стану в системі взаємодії тіл (болт-деталі) .....	33
3.1. Підходи до моделювання болтів та натягу .....	34
3.2. Підходи до побудови розрахункової моделі болтового з'єднання з урахуванням просторового характеру напружено-деформованого стану, елементів довільної просторової геометрії вузла .....	43

3.3. Контактні напруження в зоні контакту болта з отвором .....	48
3.4. Порівняльний аналіз результатів НМСЕ із різними підходами до моделювання болтів та натягу з'єднання двох пластин при роботі болтів на зріз .....	51
3.5. Верифікація результатів розрахунку з'єднання двох пластин при роботі болтів на зріз із застосуванням програмного засобу Idea StatiCa .....	61
3.6. Верифікація результатів розрахунку з'єднання двох пластин при роботі болтів на зріз із експериментальними даними .....	65
3.7. Аналіз та верифікація напружено-деформованого стану фланцевого з'єднання кругових труб при дії згинального моменту.....	70
Розділ 4. Визначення впливу набутих дефектів в процесі експлуатації у болті фланцевого з'єднання мосту .....	92
4.1. Побудова розрахункової схеми фланцевого з'єднання з урахуванням дефектів.....	93
4.2. Аналіз напружено-деформованого стану і достовірність результатів .....	101
4.3. Визначення граничних навантажень та рекомендації щодо технічного обслуговування та моніторингу болтових з'єднань .....	108
Висновки .....	112
Список використаних джерел .....	117
Додаток А. Довідка про впровадження результатів дисертаційної роботи у навчальний процес .....	124
Додаток Б. Довідка про впровадження результатів дисертаційної роботи у наукових дослідженнях .....	126

## ВСТУП

Гарантування надійності та безпечної експлуатації механічних конструкцій, технологічного устаткування, будівель і споруд належить до ключових завдань сучасної інженерної практики. Вирішальну роль у цьому відіграє детальний аналіз напружено-деформованого стану (НДС) як основних несучих елементів, так і вузлових з'єднань, так як саме вони значною мірою визначають характер роботи всієї конструктивної системи в умовах навантаження.

Досвід експлуатації свідчить, що саме відмова або пошкодження з'єднань часто стають причиною аварійних ситуацій і втрати несучої здатності конструкцій загалом. У зв'язку з цим поглиблене дослідження НДС елементів з'єднань є необхідною передумовою підвищення їхньої довговічності, надійності та експлуатаційної безпеки.

Серед різних способів з'єднання конструктивних елементів — зварювання, заклепування, склеювання та інших — болтові з'єднання вирізняються особливою універсальністю та практичною доцільністю застосування. Їх популярність зумовлена високою технологічністю виготовлення, надійністю роботи в експлуатаційних умовах, простотою складання і розбирання без суттєвих матеріальних та часових витрат, а також широким спектром конструктивних варіантів.

Порівняно зі зварними з'єднаннями, болтові не створюють залишкових термічних напружень і забезпечують можливість повторного монтажу конструкції без погіршення її характеристик. Завдяки цим перевагам болтові з'єднання набули значного поширення в галузях машинобудування, будівництва та виробництва технологічного устаткування.

Водночас болтові з'єднання належать до найбільш відповідальних і критичних елементів конструкції, що потребують поглибленого та обґрунтованого розрахунку. Реальний розподіл зусиль у таких вузлах має складний характер і визначається сукупністю чинників: конструктивною

схемою з'єднання, кількістю та схемою розміщення болтів, величиною попереднього натягу, умовами контактної взаємодії сполучуваних елементів, а також наявністю початкових геометричних недосконалостей і технологічних дефектів.

Застосування спрощених розрахункових моделей, що традиційно використовуються для зменшення трудомісткості аналізу, не завжди дозволяє адекватно відтворити дійсний розподіл зусиль і напружень. У результаті це може спричинити як надлишкові витрати матеріалу через завищені коефіцієнти запасу, так і передчасне руйнування конструкції внаслідок недооцінки локальних концентрацій напружень.

Інтенсивний розвиток комп'ютерного моделювання та зростання обчислювальних можливостей зумовлюють підвищену потребу у створенні ефективних, точних і надійних алгоритмів чисельного аналізу напружено-деформованого стану вузлів болтових з'єднань. Серед сучасних підходів особливої уваги заслуговує напіваналітичний метод скінчених елементів (НМСЕ), який поєднує переваги аналітичних методів і класичного МСЕ. Така комбінація забезпечує зменшення розмірності задачі за збереження високої точності розрахунків, що визначає перспективність НМСЕ для детального дослідження НДС просторових болтових вузлів.

**Актуальність теми.** Точність і достовірність визначення НДС у болтах та елементах, що з'єднуються, суттєво впливає на надійність конструкції в цілому. При цьому більшість елементів вузлів може бути представлена у вигляді призматичних та кругових тіл, геометричні та фізико-механічні характеристики яких змінюються за всіма трьома напрямками. Це зумовлює необхідність аналізу НДС просторових об'єктів з неканонічною геометрією, що становить значну обчислювальну задачу і вимагає застосування спеціалізованих чисельних методів.

При створенні розрахункової моделі конструкції стики та з'єднання, як правило, задаються спрощено, а елементи вузлів примикання приймаються за розрахунком згідно з нормативними документами, серіями та посібниками.

Однак такі розрахунки не дають можливості для детального аналізу розподілу зусиль у вузлі. Це особливо критично в умовах необхідності врахування початкового натягу болтів при монтажі, який вносить додаткові складові у напружений стан з'єднання, а також за наявності початкових та набутих у процесі експлуатації дефектів — тріщин, корозійних уражень, порушень геометрії з'єднання тощо.

Детальний аналіз НДС на етапі проектування та в процесі експлуатації з'єднання відкриває широкі можливості для підвищення якості інженерних рішень. Зокрема, він дозволяє: прогнозувати поведінку елементів вузла в умовах реального експлуатаційного навантаження; оцінювати вплив початкових та набутих дефектів на залишкову довговічність окремих елементів; визначати критичні зони концентрації напружень та розробляти заходи з їх усунення; створювати науково обґрунтовані програми планових обстежень і технічного обслуговування з'єднань; підвищувати надійність та експлуатаційні показники конструкції загалом.

Наразі в галузі чисельного моделювання болтових з'єднань застосовуються різні підходи — класичний МСЕ, компонентний МСЕ (реалізований, зокрема, у програмному комплексі Idea StatiCa) та НМСЕ. Кожен із зазначених методів має свої переваги і обмеження: класичний МСЕ потребує значних обчислювальних ресурсів при тривимірному моделюванні; компонентний МСЕ є швидким, але обмеженим у деталізації НДС; НМСЕ дозволяє суттєво скоротити розмірність задачі та час розрахунку, зберігаючи при цьому достатню точність результатів. Проте питання розробки ефективних алгоритмів розрахунку болтових з'єднань саме на основі НМСЕ, з урахуванням усієї складності їх просторової роботи та можливістю прогнозування ресурсу, залишається недостатньо дослідженим.

Таким чином, актуальність теми визначається необхідністю створення ефективного алгоритму чисельного аналізу НДС елементів вузлів болтових з'єднань на основі НМСЕ. Такий алгоритм має забезпечити достовірне визначення розподілу зусиль і напружень у просторових елементах вузла з

урахуванням усієї складності їх геометрії, фізико-механічних властивостей та умов взаємодії, а також надати можливість прогнозування залишкового ресурсу конструкції. Розробка подібного алгоритму є важливим кроком до підвищення якості інженерних розрахунків, забезпечення безпеки та економічної ефективності конструкцій у процесі їх проектування та експлуатації.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.**

Дисертаційна робота виконана у відповідності до загального плану наукових досліджень кафедри будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури (КНУБА) за темами: «Теорія і методи дослідження неізотермічного фізично нелінійного деформування просторових тіл обертання з урахуванням динамічного навантаження» (0122U001709) (01.01.2022-31.12.2024 виконавець). «Розробка математичних моделей та методів дослідження процесів розповсюдження інтенсивних та вибухових динамічних навантажень в межах суцільних середовищ» (0125U001871) (01.01.2025-31.12.2027 виконавець). Автор брав безпосередню участь у виконанні цих науково-дослідних робіт як виконавець.

**Мета і задачі дослідження.** Метою дослідження є розробка на основі напіваналітичного методу скінченних елементів (НМСЕ) ефективного алгоритму чисельного аналізу напружено-деформованого стану болтових з'єднань металевих елементів, що забезпечує достовірне визначення розподілу зусиль і напружень у болтах та елементах, що з'єднуються, з урахуванням початкового натягу болтів та просторового характеру роботи вузла, з подальшою можливістю прогнозування механічної поведінки елементів вузла в умовах експлуатації та оцінки залишкового ресурсу конструкції в цілому.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі задачі:

- провести аналіз існуючих підходів до чисельного моделювання болтових з'єднань — класичного МСЕ, НМСЕ та компонентного МСЕ — визначити їх переваги, обмеження та галузі раціонального застосування.

- розробити алгоритм врахування початкового натягу болтів у розрахунковій моделі НМСЕ та дослідити його вплив на характер розподілу

зусиль і напружень у з'єднанні при різних рівнях попереднього натягу.

- розробити алгоритм побудови розрахункової моделі болтового з'єднання на основі НМСЕ з урахуванням просторового характеру напружено-деформованого стану, елементів довільної просторової геометрії вузла.

- виконати чисельне моделювання НДС типових болтових з'єднань із застосуванням розробленого алгоритму НМСЕ та провести верифікацію отриманих результатів шляхом їх зіставлення з результатами розрахунків у програмних комплексах ЛІРА САПР та Idea StatiCa.

- дослідити вплив різних підходів до моделювання болтів та їх натягу на точність і достовірність результатів розрахунку, виявити чинники, що найбільш суттєво впливають на НДС з'єднання.

- дослідити вплив початкових і набутих в процесі експлуатації дефектів окремих елементів вузла на їх залишкову довговічність та несучу здатність з'єднання в цілому.

- на основі отриманих результатів розробити практичні рекомендації щодо застосування розробленого алгоритму для аналізу НДС болтових з'єднань, прогнозування їх ресурсу та організації системи планового технічного обслуговування відповідальних вузлів металевих конструкцій.

*Об'єктом дослідження* є статична міцність та процеси деформування болтових з'єднань будівельних металевих конструкцій, що піддаються впливу експлуатаційних навантажень з урахуванням дефектів різного походження.

*Предметом дослідження* є величини параметрів напружено-деформованого стану та несуча здатність елементів металевих болтових з'єднань, а також величина залишкової довговічності.

**Методи дослідження.** Для досягнення мети дисертаційної роботи застосовано комплекс теоретичних і чисельних методів дослідження напружено-деформованого стану болтових з'єднань. Основним інструментом є напіваналітичний метод скінченних елементів, який поєднує аналітичні підходи з МСЕ та забезпечує ефективне моделювання контактної взаємодії і попереднього натягу болтів. Для верифікації результатів використано

тривимірні моделі класичного МСЕ (ЛІРА САПР), що дозволило оцінити розподіл напружень і деформацій. Додатково застосовано компонентний метод (Idea StatiCa) для порівняльного аналізу та визначення меж застосовності спрощених моделей. Оцінка довговічності виконувалась із використанням методів механіки руйнування з урахуванням дефектів. Розроблені алгоритми реалізовані у спеціалізованому програмному забезпеченні для моделювання просторових з'єднань. Достовірність результатів підтверджена шляхом порівняння з чисельними та експериментальними даними і аналізу збіжності рішень.

**Наукова новизна отриманих результатів** полягає у розробці алгоритму чисельного дослідження напружено-деформованого стану болтових з'єднань металевих конструкцій на основі напіваналітичного методу скінченних елементів (НМСЕ). Розроблений алгоритм забезпечує:

- розширення функціональних можливостей НМСЕ шляхом розроблення спеціалізованих обчислювальних процедур для моделювання складних болтових з'єднань як самостійного класу інженерних об'єктів;

- побудову математичної моделі пружного деформування окремих тіл і систем типу «тіло–болт» з урахуванням контактної взаємодії між елементами з'єднання та забезпеченням коректної передачі навантажень;

- створення обчислювального інструментарію для оцінювання залишкового ресурсу вузлів на основі модифікованих критеріїв механіки руйнування, що забезпечує підвищену точність прогнозування надійності конструкцій;

- встановлення раніше невідомих якісних закономірностей процесів деформування болтових з'єднань, які отримано в результаті застосування розробленого алгоритму і мають самостійне прикладне значення.

**Практичне значення одержаних результатів** у розробці та програмній реалізації ефективного алгоритму чисельного аналізу напружено-деформованого стану (НДС) болтових з'єднань металевих конструкцій на основі напіваналітичного методу скінченних елементів (НМСЕ), що забезпечує

достовірне визначення розподілу зусиль і напружень у болтах та елементах, що з'єднуються.

Розроблено п'ять варіантів (підходів) до моделювання болтів та їх попереднього натягу в розрахункових схемах НМСЕ і МСЕ, встановлено межі їх раціонального застосування залежно від цілей розрахунку та необхідної точності.

Розроблені методи дозволяють виконувати детальне дослідження впливу початкових і набутих у процесі експлуатації дефектів на НДС і несучу здатність болтового з'єднання. Отримані кількісні закономірності можуть бути безпосередньо використані для розроблення критеріїв технічного обслуговування та систем планового обстеження відповідальних вузлів металевих конструкцій.

**Достовірність отримуваних результатів** забезпечується коректним застосуванням класичних положень та теорем механіки деформівного твердого тіла, строгістю математичних перетворень і виведень при побудові розрахункових співвідношень НМСЕ для призматичних скінченних елементів зі змінною геометрією та неоднорідними фізико-механічними властивостями.

Вірогідність і збіжність результатів підтверджується розв'язанням тестових задач та систематичним зіставленням отриманих результатів з незалежними джерелами.

Достовірність результатів додатково підтверджується виконанням умов збіжності при змінюванні параметрів дискретних моделей НМСЕ — кількості скінченних елементів і гармонік апроксимації вздовж осі елемента. Ідентичність результатів тестових задач із відомими опублікованими розрахунковими і експериментальними даними свідчить про коректність реалізованих алгоритмів.

Таким чином, комплекс проведених верифікаційних розрахунків — зіставлення з тривимірним МСЕ, компонентним МСЕ (Idea StatiCa) та фізичним експериментом — підтверджує достовірність розробленого алгоритму НМСЕ та обґрунтованість практичних рекомендацій, сформульованих на основі

отриманих результатів.

**Особистий внесок здобувача** полягає у наступному: запропоновано та досліджено п'ять підходів до чисельного моделювання болтів і їх попереднього натягу в рамках НМСЕ і МСЕ, для кожного підходу виведено розрахункові залежності, визначено фізичний зміст, виконано порівняльний аналіз точності результатів; розроблено алгоритм побудови розрахункової моделі болтового з'єднання на основі НМСЕ з урахуванням просторового характеру НДС, довільної геометрії вузла та контактної взаємодії між елементами; реалізовано розрахункові схеми для двох принципово різних типів болтових з'єднань: з'єднання пластин при умовному зрізі болтів і фланцеве з'єднання при дії згинального моменту; виконано числові дослідження НДС болтового з'єднання пішохідного мосту з урахуванням набутих дефектів — раковин у тілі болта та деформацій болта; отримано нові результати розв'язання просторових задач про визначення НДС болтових з'єднань з дефектами різного походження. Встановлено раніше невідомі якісні закономірності розподілу напружень і деформацій у таких вузлах при різних рівнях попереднього натягу болтів і конструктивних схемах з'єднань.

**Апробація результатів дисертації.** Основні положення дисертаційної роботи доповідались та обговорювались на:

- Дослідження та порівняльний аналіз елементів вузла із застосуванням програмного комплексу та ручного розрахунку/«The X InternationalScientificandPracticalConference "Globalachievementsandcurrenttrendsinthedevelopmentofscience», March 11-13, 2024, Sofia, Bulgaria.

- Екстраполяція параметрів напружено-деформованого стану при розв'язання систем рівнянь нмсе в задачах визначення довговічності в просторових тілах/«Світ наукових досліджень. Випуск 28»: матеріали Міжнародної мультидисциплінарної наукової інтернет-конференції, м. Тернопіль, Україна – м. Ополе, Польща, 21-22 березня 2024 р.

- Розв'язання задач континуального руйнування тіл обертання при багато-

цикловому навантаженні /«The 7th International scientific and practical conference “Current challenges of science and education” (March 11-13, 2024) MDPC Publishing, Berlin, Germany. 2024. 129-131 p..

- Розв’язання задач континуального руйнування тіл обертання при багатоцикловому навантаженні /XVII International scientific and practical conference «The latest technologies of science implemented in use»//2025, Munich, Germany April 28-30. 238-239p.

- Verification of bolted connection calculation results with various approaches to bolt and tension model using ideastatica software./ X Міжнародна науково-практична конференція «EUROPEAN CONGRESS OF SCIENTIFIC DISCOVERY», 15-17.09.2025, Мадрид, Іспанія.

У повному обсязі дисертаційна робота доповідалась на кафедрі будівельної механіки КНУБА (м.Київ, 2026 р.).

**Публікації.** Результати дисертаційної роботи опубліковані в 14 наукових працях, у тому числі: 5 статей в науковому фаховому виданні України категорії «А», проіндексованих у базах даних Web of Science Core Collection та/або Scopus; 1 стаття у науковому виданні України категорії «Б»; 3 статті у науковому виданні іншої держави; 5 – тез наукових доповідей в збірниках матеріалів міжнародних конференцій.

**Подяки.** Автор вважає за необхідне виразити глибоку подяку науковому керівнику – доктору технічних наук, професору, професору кафедри будівельної механіки Максим’юку Юрію Всеволодовичу, а також доктору технічних наук, професору, професору кафедри будівельної механіки Пискунову Сергію Олеговичу.

## РОЗДІЛ 1

# ОГЛЯД ПІДХОДІВ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ІЗ ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ БОЛТОВИХ З'ЄДНАНЬ МЕТАЛЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ З ПОЧАТКОВИМИ ТА НАБУТИМИ ДЕФЕКТАМИ

Болтові з'єднання є одними з найпоширеніших конструктивних елементів у металевих будівельних конструкціях, мостобудуванні та машинобудуванні, а їх надійність безпосередньо визначає безпеку та довговічність всієї конструктивної системи. Разом з тим, як свідчить практика проектування та експлуатації, болтові з'єднання є зонами підвищеної концентрації пошкоджень, що зумовлено складним напружено-деформованим станом, контактною взаємодією деталей, а також наявністю різноманітних дефектів виробничого та експлуатаційного походження [1–4].

Дефекти болтових з'єднань прийнято поділяти на дві принципові групи: початкові (виробничі та монтажні) та набуті (експлуатаційні). До початкових дефектів відносять відхилення геометрії отворів від проектних значень, включаючи овальність та конусність, неспівісність отворів у пакеті з'єднаних пластин, перекіс болта відносно площини з'єднання, а також недостатнє або надлишкове попереднє затягування. Дефекти різьбових поверхонь, зокрема порушення профілю різьби болта або гайки, та дефекти матеріалу у вигляді пор, неметалевих включень і розшарувань також належать до цієї категорії [5]. Набуті дефекти формуються під дією зовнішніх чинників у процесі експлуатації та характеризуються прогресивним розвитком. Найбільш поширеними серед них є корозійні пошкодження — рівномірна, питингова та щілинна корозія, — а також втомні тріщини, що ініціюються переважно від країв отворів, зминання і розроблення поверхонь отворів під дією зрізувальних болтів та розслаблення різьбового з'єднання під дією динамічних навантажень [6, 7].

Точна оцінка напружено-деформованого стану (НДС) болтових з'єднань з дефектами є складною задачею, що потребує комплексного підходу, який поєднує аналітичні, чисельні та експериментальні методи. Аналітичні методи, що ґрунтуються на класичних результатах теорії пружності, дають змогу отримати замкнені розв'язки для ідеалізованих конфігурацій. Зокрема, розв'язання Кірша описує розподіл напружень навколо кругового отвору в безмежній пластині під одноосним розтягом, а коефіцієнт концентрації напружень  $K_t = 3$  встановлює теоретичну верхню межу для цього класу задач [8, 9]. Для оцінки контактних напружень між болтом та стінкою отвору застосовується теорія Герца, а аналітичні моделі розподілу навантаження між витками різьби дозволяють встановити, що перший від площини затягування виток несе до 30–40 % загального осьового зусилля [10]. Водночас аналітичні методи мають суттєві обмеження при складній геометрії дефектів та нелінійній поведінці матеріалів, що обумовлює необхідність звернення до чисельних підходів.

Зважаючи на викладене, у даному розділі наведено результати досліджень у галузі визначення НДС болтових з'єднань металевих елементів з урахуванням початкових та набутих дефектів, розглянуто чисельні та аналітичні підходи до оцінки тріщиностійкості та несучої здатності з'єднань, а також визначено перспективні напрями подальших досліджень, пов'язані з інтеграцією методів структурного моніторингу та машинного навчання для прогнозування технічного стану конструкцій [11, 12].

### **1.1. Використання призматичного скінченного елемента для моделювання початкових геометричних недосконалостей**

Врахування початкових геометричних недосконалостей залишається однією з ключових проблем сучасної обчислювальної механіки. Будь-який реальний конструктивний елемент відхиляється від проектної геометрії — через технологічні допуски виробництва, залишкові напруження після

зварювання чи прокатки, або механічні пошкодження в процесі монтажу. У задачах втрати стійкості навіть незначні такі відхилення можуть істотно знизити несучу здатність конструкції, тому їх коректне відтворення у розрахунковій моделі є принципово важливим. Це своєю чергою вимагає спеціалізованих скінченно-елементних формулювань, здатних описувати геометрично нелінійну поведінку тіла з урахуванням малих, але геометрично значущих початкових відхилень від номінальної форми.

Серед інструментів числового аналізу тонкостінних стержнів і оболонок призматичні скінченні елементи займають особливе місце. Постійний поперечний переріз вздовж осі елемента дозволяє природно поєднати точність тривимірного опису напружено-деформованого стану з економічністю балочно-стержневих моделей. Розширення таких елементів на випадок початкових геометричних недосконалостей є актуальним завданням, якому присвячено чималий масив наукових публікацій.

Формування класу призматичних скінченних елементів для тонкостінних стержнів відбувалося переважно впродовж 1970–1990-х років. Було запропоновано двовузловий елемент зі сталим перерізом, у якому тривимірні функції форми вздовж осі поєднуються з класичною власовською інтерполяцією поперечних переміщень у площині перерізу. Важливим кроком стало залучення принципу Ху–Вашіцу та змішаних методів, що дало змогу позбутися ефектів зсувного замикання (shear locking), характерних для тонкостінних елементів [13]. На початку 2000-х було розроблено призматичні елементи на основі повного нелінійного тензора деформацій Гріна–Лагранжа з урахуванням ексцентриситету між центром зсуву та центроїдом перерізу, а також депланації [14]. Ці роботи переконливо показали: точне відтворення початкової конфігурації помітно підвищує точність розрахунку критичних навантажень порівняно зі спрощеними підходами.

У практиці скінченно-елементного моделювання виокремлюють три основні способи задання початкових геометричних недосконалостей. Перший — метод мод стійкості — полягає у накладанні власних форм з амплітудами,

визначеними за нормативними документами або за результатами аналізу чутливості. Шафер і Пекьоз [15] показали, що несуча здатність тонкостінних елементів особливо чутлива до недосконалостей у формі власних мод, а максимальні амплітуди місцевих і глобальних відхилень доцільно трактувати як випадкові величини. Другий спосіб — стохастичний: геометричні відхилення розглядаються як випадкові поля з відомими кореляційними функціями, що дозволяє оцінювати статистичний розкид критичних навантажень [16]. Цей підхід органічно вписується в рамки імовірнісного проектування. Третій спосіб спирається на реальні вимірювання — фотограмметрію або лазерне сканування [17]. Пряме введення вимірних відхилень у вузлові координати є обчислювально коректним за достатньої дрібності сітки і відповідного порядку поліноміальної інтерполяції.

Новітні дослідження зосереджені на поєднанні призматичних елементів із розширеними моделями матеріалів і нетрадиційними числовими підходами. В рамках розширеного МСЕ (X-FEM) геометричні нерегулярності можна вбудовувати безпосередньо в елемент, повністю обходячи необхідність переробки базової сітки [18]. Ізогеометричний аналіз (IGA) із використанням NURBS-поверхонь для опису довільних геометричних відхилень дає вищу точність при меншій кількості ступенів вільності, ніж у традиційних МСЕ-підходах [19]. Штучні нейронні мережі як сурогатні моделі, навчені на великих базах МСЕ-розрахунків, відтворюють вплив геометричних відхилень на несучу здатність сталевих стержнів із багаторазово меншими витратами часу [20]. Разом із тим якість навчальних вибірок безпосередньо залежить від точності вихідних призматичних елементних моделей, що підкреслює незмінну актуальність їх подальшого вдосконалення.

Підсумовуючи, моделювання початкових геометричних недосконалостей за допомогою призматичних скінченних елементів становить добре опрацьований, проте відкритий науковий напрямок. Ключові здобутки — нелінійні формулювання на основі тензора Гріна–Лагранжа, методи задання недосконалостей через власні моди та стохастичні поля, дослідження взаємодії

загального і місцевого вибухання. Серед перспективних задач — урахування нелінійних властивостей матеріалу в умовах початкових відхилень і розвиток гібридних схем, що поєднують МСЕ-розрахунки з машинним навчанням для прискореного аналізу надійності конструкцій.

## **1.2. Моделювання особливостей напружено-деформованого стану в системі взаємодії в болтових з'єднаннях**

Огляд сучасних наукових джерел, присвячених дослідженню особливостей напружено-деформованого стану (НДС) у системі взаємодії тіл типу «болт–деталі», свідчить про значну увагу дослідників до проблем контактної взаємодії, локалізації напружень та впливу конструктивно-технологічних факторів на міцність і довговічність з'єднань [21–24]. Вивчення таких систем є складною багатофакторною задачею механіки деформівного твердого тіла, оскільки болтові з'єднання характеризуються складною геометрією контакту, нелінійністю матеріалів, наявністю початкових зазорів і сил попереднього затягування [26].

У класичних роботах з теорії пружності та контактної механіки сформульовано базові підходи до аналізу взаємодії тіл через контактні поверхні, зокрема у рамках задач Герца, теорії пружного контакту та узагальнених постановок контактних задач [25]. Значний внесок у розвиток цих підходів зроблено у працях, присвячених контактній взаємодії елементів конструкцій, де враховуються нелінійні ефекти, тертя та пластичні деформації [27]. У подальшому ці теоретичні положення були адаптовані до аналізу різьбових і болтових з'єднань [23].

Сучасні дослідження демонструють, що напружено-деформований стан у болтових з'єднаннях суттєво залежить від геометричних параметрів, умов навантаження та властивостей матеріалів [21, 22]. Використання методу скінченних елементів дозволяє адекватно описати складний розподіл напружень і деформацій у зоні контакту [22]. Максимальні напруження

виникають у крайових зонах отворів і можуть суттєво перевищувати середні значення, що обумовлює локальні руйнування [21].

Подальший розвиток отримали підходи до чисельного моделювання НДС болтових та різьбових з'єднань із застосуванням сучасних програмних комплексів [28]. Метод скінченних елементів дозволяє враховувати нелінійні властивості матеріалів, контактну взаємодію з урахуванням тертя, а також складні умови навантаження [28]. Це відкриває можливості для детального аналізу впливу конструктивних параметрів на розподіл напружень [27].

Особливу увагу у літературі приділено дослідженню різьбових з'єднань як різновиду системи «болт–деталі» [23]. Встановлено, що зміщення контактних поверхонь або геометричних параметрів різьби призводить до суттєвих змін у розподілі напружень, зокрема до їх концентрації у впадинах витків різьби та зниження контактного тиску на опорних поверхнях [23].

Важливим аспектом є врахування контактної жорсткості та умов тертя між елементами з'єднання [27]. Нерівномірність контактного тиску та геометрія поверхонь значною мірою визначають характер розподілу напружень і деформацій [25].

Аналіз літератури свідчить також про широке застосування експериментальних методів дослідження НДС, таких як тензометрія, фотоеластичність та цифрова кореляція зображень [29]. Експериментальні дослідження дозволяють верифікувати чисельні моделі та уточнювати параметри матеріалів і контактної взаємодії [29].

Окремий напрям досліджень пов'язаний із вивченням впливу дефектів і пошкоджень на напружено-деформований стан з'єднань [24]. Наявність дефектів призводить до перерозподілу напружень і виникнення локальних концентрацій [24].

Таким чином, дослідження напружено-деформованого стану в системі «болт–деталі» є складною міждисциплінарною задачею, яка потребує комплексного підходу [25–28].

### **1.3. Використання напіваналітичного методу скінчених елементів для побудови просторових розрахункових моделей болтового з'єднання та контактної взаємодії**

Класичні методи аналізу болтових з'єднань, засновані на спрощених плоских моделях, не дозволяють повною мірою відтворити просторовий характер напружено-деформованого стану (НДС) вузла та врахувати складну геометрію контактуючих поверхонь [40]. Тривимірна постановка задачі в рамках метода скінчених елементів (МСЕ) дозволяє отримати повну картину НДС, однак вимагає значних обчислювальних ресурсів, особливо при врахуванні нелінійної контактної взаємодії та можливого пластичного деформування матеріалу [40]. У зв'язку з цим особливої актуальності набуває використання напіваналітичного методу скінчених елементів (НМСЕ), що органічно поєднує переваги аналітичного підходу у напрямку вздовж осі симетрії конструкції та повноцінної чисельної дискретизації у поперечному перерізі вузла.

Теоретичні основи НМСЕ закладено в роботах, де метод застосовувався для аналізу осесиметричних тіл під несиметричним навантаженням шляхом розкладання всіх польових величин — переміщень, деформацій і напружень — у ряди Фур'є за кутовою координатою [35, 40]. Фундаментальна перевага такого підходу полягає в суттєвому зменшенні розмірності задачі: тривимірна задача теорії пружності зводиться до серії незалежних двовимірних задач для кожної гармоніки, що дозволяє значно скоротити обчислювальні витрати порівняно з повністю просторовими моделями [44]. Водночас, на відміну від класичного осесиметричного формулювання, НМСЕ зберігає здатність відтворювати повну просторову картину НДС вузла, включаючи компоненти напружень та переміщень, що залежать від кутової координати [34, 37]. Питання теорії і застосування НМСЕ до тривимірних задач механіки деформівного тіла та руйнування детально розглядаються в монографії [38], де обґрунтовано збіжність методу і наведено широкий клас тестових задач.

Для болтового з'єднання, геометрія якого характеризується наявністю осі симетрії вздовж стрижня болта, застосування НМСЕ є особливо виправданим. Конструктивний вузол включає болт із головкою і різьбовою частиною, гайку, шайби, а також з'єднувані елементи — пластини, фланці або профільні перерізи. При побудові розрахункової моделі кожен елемент описується відповідною скінченно-елементною сіткою у меридіональному перерізі, а розподіл величин за азимутальним напрямком апроксимується тригонометричними функціями [35]. Кількість утримуваних гармонік визначається характером зовнішнього навантаження та необхідною точністю розв'язку: для симетричного осьового навантаження достатньо нульової гармоніки, тоді як для відтворення вигину або поперечного зсуву необхідне включення перших і вищих гармонік. Особливості побудови призматичних скінченних елементів змінної геометрії у складі НМСЕ-комплексу, що дозволяють моделювати вузли довільної просторової форми, розглянуто в роботі [39].

Верифікація розрахункових моделей болтових з'єднань, побудованих на основі НМСЕ, здійснюється порівнянням результатів із даними повністю просторових МСЕ-розрахунків та із результатами фізичного експерименту. Дослідження, наведені в роботах [30, 31, 36], свідчать про те, що при правильному виборі кількості утримуваних гармонік і достатній густині сітки в зонах концентрації напружень НМСЕ забезпечує точність, порівнянну з тривимірними моделями, при скороченні часу розрахунку на один-два порядки. Особливо відчутна перевага НМСЕ проявляється при розрахунку болтових з'єднань у нелінійній постановці, коли необхідно виконати велику кількість ітерацій для досягнення рівноваги в контактних зонах та зонах пластичного деформування [32]. Ефективність застосування сучасних програмних комплексів при розрахунках масивних та оболонкових тіл складної геометрії проаналізована в роботі [33]. Зокрема, у порівняльних дослідженнях показано, що гібридне застосування НМСЕ та стандартних МСЕ-пакетів (NASTRAN,

ANSYS) дозволяє раціонально розподілити обчислювальне навантаження між різними рівнями деталізації розрахункової моделі.

Практична реалізація НМСЕ для задач механіки болтових з'єднань здійснюється в рамках спеціалізованих обчислювальних комплексів. В КНУБА розроблено та верифіковано НМСЕ-комплекс, що включає модулі для розрахунку пружних, пружно-пластичних та в'язкопружних задач з урахуванням контактної взаємодії і накопичення пошкоджень [38, 40]. Для моделювання технологічних процесів і розрахунку обладнання, до яких належать і задачі з болтовими з'єднаннями в хімічній промисловості, розроблено інтегровану систему, описану в роботі [43]. Застосування НМСЕ до дослідження динамічного деформування неоднорідних тіл обертання при імпульсному навантаженні, що є актуальним для болтових з'єднань конструкцій, що зазнають ударних впливів, описано в [37]. Неосесиметричний термонапружений стан тіл обертання з урахуванням пошкодження матеріалу чисельно досліджено в роботі [41], що підтверджує широкі можливості методу.

Таким чином, напіваналітичний метод скінченних елементів є ефективним і теоретично обґрунтованим інструментом для побудови розрахункових моделей болтових з'єднань, що враховують просторовий характер напружено-деформованого стану, довільну просторову геометрію вузлових елементів та нелінійну контактну взаємодію між ними. Метод забезпечує суттєве скорочення обчислювальних витрат порівняно з повністю просторовими МСЕ-підходами при збереженні фізичної адекватності результатів [38, 40]. Широке коло задач — від визначення параметрів НДС у зонах різьбових концентраторів до оцінки ресурсу при термомеханічному навантаженні — успішно вирішується в рамках єдиної НМСЕ-методології [30, 36]. Подальший розвиток методу пов'язаний із вдосконаленням алгоритмів контактної взаємодії для вищих гармонік, розробкою ефективних паралельних реалізацій, а також інтеграцією з методами оптимізації геометрії і попереднього натягу болтових з'єднань [40].

## РОЗДІЛ 2

### НЕОДНОРІДНИЙ ПРИЗМАТИЧНИЙ СКІНЧЕННИЙ ЕЛЕМЕНТ

Метод скінченних елементів (МСЕ) є одним з найбільш поширених інструментів числового аналізу напружено-деформованого стану (НДС) конструктивних елементів, зокрема болтових з'єднань, складних просторових вузлів та неоднорідних деформівних тіл. Традиційні підходи до моделювання тривимірних задач механіки деформівного твердого тіла часто потребують значних обчислювальних ресурсів через необхідність побудови дрібних сіток для досягнення необхідної точності.

Альтернативою є застосування так званих призматичних скінченних елементів підвищеної точності, розроблених у рамках моментної схеми скінченних елементів (НМСЕ). Дана методологія, детально розроблена у роботах В.А. Баженова, С.О. Піскунова та І.І. Солодея [45], дозволяє суттєво скоротити кількість ступенів вільності без втрати точності результатів, що особливо важливо при моделюванні болтів і різьбових з'єднань, де геометрія є витягнутою вздовж осі. Призматична форма базового скінченного елемента у рамках НМСЕ є особливо доцільною для моделювання тіл з домінуючим лінійним розміром вздовж однієї з координатних осей. У таких випадках уздовж поздовжнього напрямку застосовується підвищений порядок апроксимації, тоді як у поперечному перерізі може використовуватися відносно груба сітка, що зберігає адекватне відтворення геометрії і розподілу НДС. Поєднання цих властивостей робить НМСЕ-елементи природним вибором для аналізу болтових з'єднань, де необхідно одночасно враховувати тонку геометрію різьбового профілю та глобальний розподіл зусиль вздовж довжини болта.

У даному розділі викладено теоретичні основи неоднорідного призматичного скінченного елемента (СЕ) у рамках НМСЕ, описано вихідні співвідношення теорії пружності, апроксимаційні формули та варіаційний підхід до формування матриці жорсткості й вектора вузлових реакцій.

## 2.1 Геометрія та система координат неоднорідного призматичного СЕ

Для розгляду неоднорідних призматичних тіл використовується базисна декартова система координат. Відповідний неоднорідний призматичний СЕ може бути отриманий переміщенням чотирикутника довільної форми вздовж прямолінійної утворюючої (див. рисунок 2.1). Місцева система координат застосовується для визначення деформацій та напружень у межах СЕ.

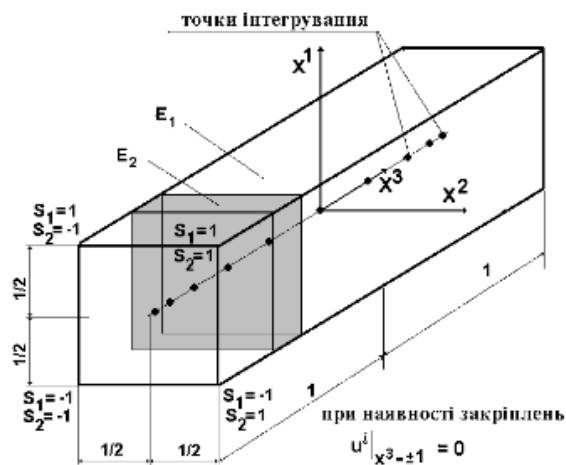


Рисунок 2.1 - Призматичний СЕ змінної геометрії

Торці елемента можуть бути довільно закріплені від переміщень в напрямках. Вздовж осі елемента, згідно з вимогами формули інтегрування Гаусса, розташована деяка кількість точок інтегрування  $K_m$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$  [45, 49]. Кількість точок інтегрування визначає порядок апроксимації вздовж осі елемента і обирається залежно від характеру розподілу навантажень та геометричних параметрів.

Застосування призматичних елементів є особливо доцільним при чисельному аналізі болтових з'єднань, де стержень болта являє собою витягнуте тіло обертання з різьбою. Розбиття стержня болта на кілька призматичних СЕ вздовж осі дозволяє точно відтворити розподіл нормальних і дотичних напружень у перерізах та зонах контакту гайки й фланця [46, 47].

Розподілення переміщень в межах поперечного перерізу СЕ описується білінійним законом:

$$u_{m'} = \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} u_{m'(S_1 S_2)} \left( \frac{1}{2} S_1 x^1 + \frac{1}{2} S_2 x^2 + S_1 S_2 x^1 x^2 + \frac{1}{4} \right) \quad (2.1)$$

а в напрямку утворюючої для апроксимації переміщень використовується розкладення за системою координатних функцій  $\phi^{(l)}$ , утвореної на основі поліномів Лагранжа і Міхліна [45]:

$$u_{m'} = \sum_{l=0}^L \bar{u}_{m'}^l \phi^{(l)}, \quad (2.2)$$

$$\text{де } \phi^0 = \frac{1}{2}(1 - x^3), \quad \phi^1 = \frac{1}{2}(1 + x^3),$$

$$\phi^l = f^l p^l - f^{(l-2)} p^{(l-2)}, \quad f^l = \sqrt{(4l^2 - 1)^{-1}}$$

Така двоетапна апроксимація — білінійна по перерізу і лагранжева/міхлінська вздовж осі — є відмітною рисою НМСЕ. Вона дозволяє моделювати витягнуті тіла (зокрема, болти, шпильки, анкерні стержні) з мінімальною кількістю елементів і водночас зберігати точність визначення НДС як у перерізі, так і вздовж осі [45, 48].

Згідно до моментної схеми скінченних елементів [45] величини напружень і деформацій подаються у вигляді розкладу в ряд Маклорена:

$$\begin{aligned} \sigma^{\alpha\alpha} &= \overset{\circ}{\sigma}^{\alpha\alpha} + \overset{\circ}{\sigma}_{,(3-\alpha)}^{\alpha\alpha} x^{(3-\alpha)}, \quad \sigma^{12} = \overset{\circ}{\sigma}^{12}, \\ \sigma^{\alpha\alpha} &= \overset{\circ}{\sigma}_{33}^{\alpha\alpha} + \overset{\circ}{\sigma}_{,(3-\alpha)}^{\alpha\alpha} x^{(3-\alpha)}, \quad \sigma^{33} = \overset{\circ}{\sigma}^{33} + \overset{\circ}{\sigma}_{,(3-\alpha)}^{33} x^\alpha, \end{aligned} \quad (2.3)$$

де  $\overset{\circ}{\sigma}^{ij}$  та  $\overset{\circ}{\sigma}_{,\alpha}^{ij}$  - коефіцієнти розкладення напружень.

$$\varepsilon_{\alpha\alpha} = \overset{\circ}{\varepsilon}_{\alpha\alpha} + \overset{\circ}{\varepsilon}_{\alpha 3,(3-\alpha)} x^{(3-\alpha)}, \quad \varepsilon_{12} = \overset{\circ}{\varepsilon}_{12}$$

$$\varepsilon_{\alpha 3} = \overset{\circ}{\varepsilon}_{\alpha 3} + \overset{\circ}{\varepsilon}_{\alpha 3, (3-\alpha)} x^{(3-\alpha)}, \quad \varepsilon_{\alpha \alpha} = \overset{\circ}{\varepsilon}_{33} + \overset{\circ}{\varepsilon}_{33, \beta} x^{\beta}, \quad (2.4)$$

$$\text{де } \overset{\circ}{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon_{ij} \Big|_{x^{\alpha}=0}, \quad \overset{\circ}{\varepsilon}_{ij, \beta} = \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x^{\beta}} \Big|_{x^{\beta}=0}$$

Коефіцієнти розкладання прирощення напружень, пов'язані з коефіцієнтами розкладання прирощень деформацій законом Гука, векторна форма якого має вигляд [45]:

$$\left\{ \overset{\circ}{\sigma} \right\} = \left[ \overset{\circ}{D} \right] \left\{ \overset{\circ}{\varepsilon} \right\}, \quad \left[ \overset{\circ}{D} \right] = \left[ \overset{\circ}{C}_{ijkl} \right], \quad (2.5)$$

$$\text{де } \left[ \overset{\circ}{D}_{, \alpha} \right] = \left[ \left[ C^{ij(3-\alpha)(3-\alpha)} \right] \left[ C^{ij33} \right] \left[ C^{ij(3-\alpha)} \right] \right]$$

Вирази матриці жорсткості і вектора вузлових реакцій отримані виходячи з варіаційного принципу Лагранжа:

$$\sum_{n=1}^N (\delta W_n - \delta A_n) = 0 \quad (2.6)$$

З урахуванням вище наведених формул взаємозв'язку коефіцієнтів розкладання прирощень напружень і деформацій, та після виконання інтегрування в межах поперечного перерізу СЕ [45], вираз варіації енергії одного СЕ набуває вигляду:

$$\delta W = \int_{x^3=-1}^{x^3=1} \left\{ \delta \left\{ \overset{\circ}{\varepsilon} \right\}^T \left[ \overset{\circ}{D} \right] \left\{ \overset{\circ}{\varepsilon} \right\} + \frac{1}{12} \sum_{\alpha=1}^2 \left( \delta \left\{ \overset{\circ}{\varepsilon}_{, \alpha} \right\}^T \left[ \overset{\circ}{D}_{, \alpha} \right] \left\{ \overset{\circ}{\varepsilon}_{, \alpha} \right\} \right) \right\} \sqrt{g} dx^3 \quad (2.7)$$

Кінцеві вирази вектора амплітудних вузлових реакцій  $\left\{ \overset{\circ}{R}_l \right\}$  і матриці жорсткості  $[K]$  неоднорідного призматичного СЕ поперечного перерізу мають наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
\left\{ \overset{\circ}{R}_l \right\} &= \left\{ \left[ \overset{\circ}{B}_1 \right]_{\Pi}^T \{ \sigma \}_l + \left[ \overset{\circ}{B}_2 \right]_{\Pi}^T \{ \sigma \}_{l3} + \right. \\
&+ \left. \frac{1}{12} \sum_{m=1}^M \left( \left[ \overset{\circ}{B}_{1,\alpha} \right]_{\Pi}^T \{ \sigma \}_{l\alpha} + \left[ \overset{\circ}{B}_{2,\alpha} \right]_{\Pi}^T \{ \sigma \}_{l\alpha 3} \right) \right\} \sqrt{\overset{\circ}{g}} \\
[K]_{ln \Pi} &= \left\{ \left[ \overset{\circ}{B}_1 \right]_{\Pi}^T [D]_{00}^{ln} \left[ \overset{\circ}{B}_1 \right]_{\Pi} + \left[ \overset{\circ}{B}_2 \right]_{\Pi}^T [D]_{30}^{ln} \left[ \overset{\circ}{B}_1 \right]_{\Pi} + \right. \\
&+ \left[ \overset{\circ}{B}_1 \right]_{\Pi}^T [D]_{03}^{ln} \left[ \overset{\circ}{B}_2 \right]_{\Pi} + \left[ \overset{\circ}{B}_2 \right]_{\Pi}^T [D]_{33}^{ln} \left[ \overset{\circ}{B}_2 \right]_{\Pi} + \\
&+ \frac{1}{12} \sum_{\alpha=1}^2 \left( \left[ \overset{\circ}{B}_{1,\alpha} \right]_{\Pi}^T [D]_{00\alpha}^{ln} \left[ \overset{\circ}{B}_{1,\alpha} \right]_{\Pi} + \left[ \overset{\circ}{B}_{2,\alpha} \right]_{\Pi}^T [D]_{30\alpha}^{ln} \left[ \overset{\circ}{B}_{1,\alpha} \right]_{\Pi} \right. \\
&+ \left. \left[ \overset{\circ}{B}_{1,\alpha} \right]_{\Pi}^T [D]_{03\alpha}^{ln} \left[ \overset{\circ}{B}_{2,\alpha} \right]_{\Pi} + \left[ \overset{\circ}{B}_{2,\alpha} \right]_{\Pi}^T [D]_{33\alpha}^{ln} \left[ \overset{\circ}{B}_{2,\alpha} \right]_{\Pi} \right) \right\} \sqrt{\overset{\circ}{g}} \quad (2.8)
\end{aligned}$$

Дані вирази є основою для програмної реалізації неоднорідного призматичного СЕ в пакетах числового аналізу. Після асемблювання глобальної матриці жорсткості та вирішення системи лінійних рівнянь визначаються вузлові переміщення, на основі яких обчислюються деформації та напруження в будь-якій точці тіла.

## 2.2 Застосування НМСЕ для моделювання болтових з'єднань

Болтові з'єднання належать до найбільш поширених і відповідальних конструктивних вузлів у будівництві, машинобудуванні та аерокосмічній галузі. Їх точне числове моделювання є принципово важливим інженерним завданням, оскільки від характеру розподілу напружень і деформацій безпосередньо залежать ключові експлуатаційні характеристики вузла: несуча здатність, жорсткість під навантаженням та опір втомному руйнуванню при циклічних впливах [46].

Традиційне тривимірне моделювання болтових з'єднань методом

скінченних елементів пов'язане з цілим рядом суттєвих практичних труднощів. Складна геометрія різьби вимагає побудови надзвичайно густих та дрібних розрахункових сіток, що саме по собі є трудомістким процесом. Окрему проблему становить специфічна форма болта як витягнутого тіла з великим відношенням довжини до діаметра, що призводить до значного збільшення кількості елементів і відповідного зростання обчислювальних витрат. Застосування напівдискретного методу скінченних елементів (НМСЕ) у таких задачах дозволяє скоротити кількість необхідних елементів на порядок при збереженні цілком достатньої точності отримуваних результатів [47].

Призматичний скінченний елемент, побудований на основі НМСЕ, виявляється природно адаптованим до геометрії болтового стержня. Поперечний переріз елемента — кільцевий або шестикутний залежно від конфігурації болта — апроксимується білінійними функціями форми, що забезпечує коректне відображення геометрії в площині перерізу. Водночас розподіл вздовж осі болта — включаючи розподіл зусилля попереднього натягу та контактні зусилля в зоні різьбового з'єднання — моделюється поліномами Лагранжа–Міхліна вищого порядку. Така комбінація апроксимацій дозволяє точно відтворювати локальну концентрацію напружень у корені різьби та в зонах контакту без необхідності локального подрібнення сітки, що є принциповою перевагою підходу [45, 48].

Результати чисельного аналізу болтових з'єднань з використанням НМСЕ демонструють задовільну і навіть високу відповідність як аналітичним розв'язкам для спрощених модельних задач, так і експериментальним даним, отриманим при фізичних випробуваннях. При цьому обчислювальні витрати — за показниками часу розрахунку та обсягу пам'яті — виявляються суттєво нижчими порівняно з традиційними підходами на основі повноцінних тривимірних скінченних елементів [47].

Викладене дозволяє зробити висновок про те, що НМСЕ є ефективним і перспективним інструментом для широкого класу інженерних задач, пов'язаних із моделюванням витягнутих неоднорідних тіл. Серед таких задач особливе місце займають аналіз болтових з'єднань різних типів, розрахунок різьбових

стержнів і шпильок, дослідження анкерних систем у ґрунті та бетоні, а також інші конфігурації, де геометрія елемента характеризується домінуючим поздовжнім виміром.

Важливим аспектом застосування НМСЕ до болтових з'єднань є коректне врахування попереднього натягу болта. Попередній натяг створює стиск у пакеті пластин та розтяг у стрижні болта ще до прикладання зовнішнього навантаження. В рамках НМСЕ попередній натяг може задаватися двома способами: через еквівалентну температурну деформацію стрижня або через безпосереднє прикладання вузлових зусиль до перерізу болта у зоні гайки. Перший підхід є простішим у реалізації, тоді як другий дозволяє точніше відтворити фізичну картину затягування кріплення. В обох випадках призматичний елемент природно сприймає такого роду навантаження завдяки своїй поздовжній апроксимації поліномами Лагранжа–Міхліна [45, 48].

Окремої уваги заслуговує моделювання контактної взаємодії між стрижнем болта і стінками отвору. У реальних болтових з'єднаннях між стрижнем і отвором існує конструктивний зазор, величина якого залежить від класу точності виготовлення. При поперечному зсуві пластин відбувається вибирання цього зазору і подальша передача зусилля через контакт. В рамках НМСЕ контактна взаємодія моделюється введенням спеціальних контактних елементів або через задання умов нерозтягання у відповідних вузлах сітки. Такий підхід дозволяє враховувати одностороннє защемлення (відсутність зусиль розтягу між поверхнями), що принципово важливо для правильного відображення механіки з'єднання [46, 49].

З точки зору верифікації результатів, підхід на основі НМСЕ демонструє добру узгодженість з аналітичними розв'язками теорії Ламе для циліндричних тіл під тиском, а також з результатами розрахунків у комерційних пакетах тривимірного МСЕ (ANSYS, ABAQUS). При цьому кількість ступенів вільності моделі НМСЕ, як правило, на один–два порядки менша, ніж у відповідній тривимірній моделі, що робить метод особливо привабливим на стадії параметричних досліджень та оптимізаційного проектування болтових з'єднань

[47, 48].

Слід також зазначити, що НМСЕ-підхід природно поширюється на задачі нелінійного деформування болтових з'єднань, зокрема при пластичному плинні матеріалу під головкою болта або в зоні різьбового зачеплення. Для врахування фізичної нелінійності в рамках НМСЕ використовується покрокове навантаження з оновленням матриці жорсткості на кожному кроці відповідно до поточного напруженого стану. Така реалізація дозволяє визначити граничне навантаження з'єднання та характер його руйнування без суттєвого збільшення розміру обчислювальної задачі [45].

### **2.3 Алгоритм розрахунку болтового з'єднання при використанні НМСЕ**

Алгоритм розрахунку болтового з'єднання методом НМСЕ виконується у такій послідовності:

1. Задання вхідних даних. Визначаються геометричні параметри з'єднання: розміри з'єднаних пластин (довжина, ширина, товщина), номінальний діаметр болта та діаметр отвору під болт, крок різьби, довжина стрижня та висота гайки. Також задаються фізико-механічні характеристики матеріалів: модуль пружності  $E$  та коефіцієнт Пуассона для матеріалу пластин і болта, границя плинності та тимчасовий опір для перевірки умов міцності. Клас міцності болтів визначає розрахункову величину попереднього натягу  $P$  згідно з нормативними документами. Навантаження задається як зосереджена осьова сила, зовнішній момент або рівномірно розподілене навантаження залежно від характеру роботи вузла.

2. Побудова розрахункової схеми НМСЕ. Виконується дискретизація поперечних перерізів пластин та болта на призматичні скінченні елементи. Поперечний переріз болтового стрижня апроксимується кільцевою або багатокутною сіткою з білінійних чотирикутних елементів, що забезпечує адекватне відтворення кільцевого розподілу напружень при розтягу та крученні.

Вздовж осі болта призначається кількість точок інтегрування відповідно до очікуваного характеру зміни НДС: у зоні різьбового зачеплення рекомендується підвищений порядок апроксимації. Зазор між стрижнем болта та стінками отвору відтворюється через призначення близького до нуля значення модуля пружності у відповідних елементах, що автоматично виключає передачу розтягуючих зусиль через ці елементи при відсутності контакту. Аналогічно моделюються можливі зони розкриття стику між пластинами. Обирається рівень деталізації моделі болта залежно від мети розрахунку: спрощена модель з еквівалентним циліндричним стрижнем чи детальна модель з явним відображенням різьбового профілю.

3. Задання граничних умов та навантаження. На торцях пластин, що закріплені, прикладаються умови заборони переміщень у відповідних напрямках. Для одноболтового з'єднання з симетрією навантаження використовуються умови симетрії на відповідних площинах, що дозволяє вдвічі зменшити розмір розрахункової моделі. Зовнішнє навантаження задається у вигляді вузлових сил або розподіленого тиску на торцевий переріз пластини. При моделюванні багатоболтового з'єднання для кожного болта будується окрема призматична модель, яка з'єднується з тривимірною моделлю пластин через вузлові пари контактних точок. Особливу увагу приділяють коректному прикладанню зусиль у зоні різьбового зачеплення, де відбувається передача осової сили між болтом і гайкою.

4. Задання попереднього натягу болта. Попередній натяг задається відповідно до класу міцності болта та нормативних вимог. Після введення попереднього натягу виконується перший крок розрахунку для визначення початкового напруженого стану до прикладання зовнішнього навантаження.

5. Розв'язання системи рівнянь рівноваги. На основі сформованих локальних матриць жорсткості окремих призматичних елементів виконується асемблювання глобальної матриці жорсткості  $[K]$  усєї конструкції. Вектор вузлових навантажень  $\{F\}$  включає як зовнішнє прикладене навантаження, так і

еквівалентні вузлові сили від попереднього натягу. Система лінійних алгебраїчних рівнянь  $[K]\{U\} = \{F\}$  розв'язується методом Гаусса або ітераційними методами залежно від розміру задачі. Після знаходження вектора вузлових переміщень  $\{U\}$  для кожного призматичного елемента обчислюються коефіцієнти розкладання переміщень, а потім — деформації та напруження в довільній точці елемента за формулами НМСЕ.

6. Аналіз результатів. На основі отриманих полів переміщень та напружень виконується детальний аналіз НДС болтового з'єднання. Визначаються максимальні еквівалентні напруження за критерієм Мізеса вздовж осі болта та у поперечних перерізах у характерних точках (корінь різьби, перший контактний виток, перехід від стрижня до головки). Будуються епюри розподілу нормальних напружень по довжині болта, що дозволяють оцінити нерівномірність навантаження витків різьби. Аналізується розподіл контактних тисків під головкою болта та гайкою, а також у площині стику пластин. Контролюється виконання умови нерозкриття стику: мінімальний контактний тиск у будь-якій точці стику повинен залишатися невід'ємним при сумісній дії попереднього натягу та зовнішнього навантаження. Виконується перевірка умов міцності стрижня болта на розтяг з крученням, перерізу гайки на зріз різьби та пластин на зминання в зоні отвору відповідно до діючих нормативних документів.

7. Перевірка достовірності отриманих результатів. Верифікація результатів розрахунку виконується шляхом порівняння з аналітичними розв'язками для спрощених модельних задач (наприклад, розтяг циліндричного стрижня або товстостінного циліндра під внутрішнім тиском), з результатами розрахунку у комерційних пакетах тривимірного МСЕ (ANSYS, ABAQUS) або з наявними експериментальними даними. Збіжність результатів при дворазовому подрібненні сітки є обов'язковим критерієм достовірності. Також аналізується виконання глобального рівняння рівноваги: рівнодіюча реакцій опор повинна дорівнювати прикладеному зовнішньому навантаженню з похибкою не більше 1%. За наявності симетрії задачі контролюється симетричність розподілів

переміщень та напружень. У разі виявлення суттєвих розбіжностей виконується повторне уточнення розрахункової схеми (крок 2) або перегляд граничних умов (крок 3).

Описаний алгоритм забезпечує систематичний і відтворюваний підхід до числового аналізу болтових з'єднань методом НМСЕ. Послідовне виконання кожного кроку — від коректного задання вхідних даних і побудови розрахункової схеми до ретельної верифікації результатів — гарантує надійність отриманих даних про розподіл напружень і деформацій та достатню точність оцінки несучої здатності з'єднання. Застосування призматичних НМСЕ-елементів у поєднанні з наведеним алгоритмом дозволяє суттєво скоротити час підготовки вихідних даних і проведення розрахунку порівняно з повноцінним тривимірним МСЕ, зберігаючи при цьому інженерну точність результатів, необхідну для проектування і перевірки болтових з'єднань відповідального призначення [45–49].

### РОЗДІЛ 3

## ПІДХОДИ ДО СТВОРЕННЯ РОЗРАХУНКОВОЇ СХЕМИ ТА АНАЛІЗ ОСОБЛИВОСТЕЙ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ В СИСТЕМІ ВЗАЄМОДІЇ ТІЛ (БОЛТ-ДЕТАЛІ)

Для достовірного моделювання напружено-деформованого стану болтових з'єднань необхідно вирішити комплекс взаємопов'язаних задач, що стосуються відтворення зусиль спільної роботи окремих деталей у з'єднанні та початкового натягу болтів. Обидва чинники суттєво впливають на характер розподілу напружень у вузлі, положення нейтральної осі та несучу здатність конструкції в цілому, тому їх адекватне врахування є обов'язковою умовою коректного числового аналізу.

У цьому розділі для комплексного розв'язання зазначених питань запропоновано та систематизовано п'ять підходів до числового моделювання болтових з'єднань, що відрізняються способом відтворення спільної роботи елементів з'єднання та методом задання попереднього натягу болтів. Розглянуто як спрощені кінематичні підходи, засновані на об'єднанні ступенів вільності або закріпленні переміщень по контуру отвору, так і деталізовані підходи, що передбачають явне задання натягу у вигляді зосереджених сил, температурного навантаження або рівномірно розподіленого тиску по перерізу болта.

Оцінювання достовірності результатів для кожного з підходів виконано на двох типових задачах: з'єднанні двох пластин при роботі болтів на умовний зріз та фланцевому з'єднанні кругових труб при дії згинального моменту. Числові результати, отримані методом скінченних елементів (МСЕ) у програмному комплексі Ліра-САПР та напіваналітичним методом скінченних елементів (НМСЕ), зіставлено між собою, з розрахунком за нормативними документами ДБН В.2.6-198:2014 [66] та ДСТУ Б EN 1993-1-8 (Єврокод 3) [11], а також із результатами верифікації у програмному комплексі Idea StatiCa і даними натурних експериментів. Це дозволяє обґрунтовано визначити межі

застосування кожного підходу та сформулювати практичні рекомендації щодо їх вибору залежно від цілей розрахунку.

### 3.1 Підходи до моделювання болтів та натягу

Для числового моделювання зусиль спільної роботи болтів та з'єднаних деталей у вузлах та початкових зусиль натягу розглянуто кілька принципово різних підходів.

Таблиця 3.1

Підходи до моделювання болтів та натягу

Підхід, №	Спосіб моделювання спільної роботи елементів з'єднання	Спосіб моделювання натягу болта
1	болт моделюється шляхом об'єднання переміщень у відповідних вузлах розрахункової моделі	натяг болта не враховується
2	болт моделюється шляхом закріплення переміщень по контуру отвору (контур болта)	
3	моделювання болта скінченними елементами та моделювання натягу болта	у вигляді зосереджених сил, прикладених уздовж осі болта
4		шляхом моделювання рівномірного температурного навантаження
5		розподіленими силами по площі поперечного перерізу болта

Підхід №1 - моделювання болта через об'єднання переміщень у вузлах розрахункової схеми, загальний вигляд розрахункової схеми наведено на рисунку 3.1.

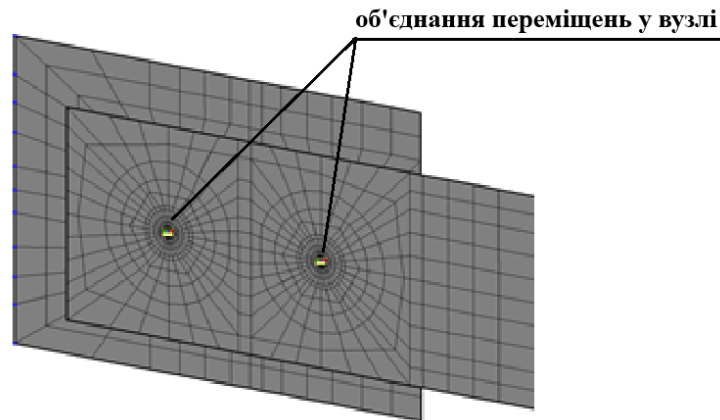


Рисунок 3.1 - Загальний вигляд розрахункової схеми підхід №1

При цьому вузли, що відповідають місцям розташування болтів на з'єднаних пластинах, пов'язуються кінематичними умовами рівності переміщень по заданих напрямках. Такий підхід є найбільш простим у реалізації та широко застосовується в практичних розрахунках. Він дозволяє безпосередньо визначити реакції у зв'язаних вузлах і, відповідно, зусилля у болтах. Проте даний підхід не відтворює реального контактного характеру взаємодії болта з пластиною та може призводити до локальних концентрацій напружень у зонах об'єднання переміщень.

Теоретичною основою першого підходу є принцип кінематичних зв'язків. У загальному вигляді болтове з'єднання передає зусилля між двома пластинами завдяки контактній взаємодії стрижня болта зі стінками отворів. В рамках підходу 1 ця взаємодія ідеалізується: припускається, що переміщення вузлів розрахункової схеми, що відповідають місцям розташування болтів на обох пластинах, є рівними між собою по всіх або заданих напрямках. Така ідеалізація фізично відповідає моделюванню болта як абсолютно жорсткого стрижня, що не допускає відносних переміщень з'єднаних елементів у місці свого розташування.

З механічної точки зору, реальний болт при роботі на зріз передає зусилля через розподілений контактний тиск між поверхнею стрижня болта і стінкою отвору пластини. Рівнодіюча цього тиску по кожній пластині і є зусиллям, що сприймається болтом. В алгоритмі об'єднання переміщень ця розподілена взаємодія замінюється зосередженою реакцією у вузлі, що є наближенням, адекватним для задач загальної оцінки несучої здатності, але недостатнім для детального аналізу локального напруженого стану у зоні контакту.

Умова об'єднання переміщень двох вузлів  $i$  та  $j$  по напрямку  $k$  формулюється як рівняння зв'язку:

$$u_k^i = u_k^j, \quad k = 1, 2, 3 \quad (3.1)$$

де  $u_k^i$  та  $u_k^j$  — компоненти векторів переміщень вузлів  $i$  та  $j$  відповідно по напрямку  $k$  ( $k = 1$  відповідає напрямку  $X$ ,  $k = 2$  — напрямку  $Y$ ,  $k = 3$  — напрямку  $Z$ ).

При застосуванні до болтового з'єднання такі умови накладаються для вузлів, розташованих у місцях проходження болтів на кожній із з'єднаних пластин.

У глобальній системі рівнянь рівноваги МСЕ, умови об'єднання переміщень реалізуються шляхом присвоєння переміщенням зв'язаних вузлів  $i$  та  $j$  єдиного порядкового номера невідомої:

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (3.2)$$

де  $[K]$  — глобальна матриця жорсткості;

$\{U\}$  — вектор вузлових переміщень;

$\{F\}$  — вектор вузлових навантажень.

Таким чином, замість двох незалежних невідомих  $u^{ki}$  та  $u^{kj}$  у системі рівнянь залишається одна спільна невідома, що автоматично задовольняє умові рівності переміщень. Це призводить до зменшення розмірності системи рівнянь та появи у відповідних рядках вектора правої частини реакцій зв'язку  $R^k$ , які

безпосередньо відповідають складовим зусилля, що передається болтом по напрямку  $k$ .

Повне зусилля у болті  $N$  визначається як рівнодіюча реакцій зв'язку по всіх напрямках:

$$N = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2} \quad (3.3)$$

де  $R_1, R_2, R_3$  — реакції зв'язку по напрямках  $X, Y, Z$  відповідно.

При зрізі болта поперечними силами, що є найбільш поширеним розрахунковим випадком, зусилля в болті визначається переважно реакціями у площині з'єднання. При роботі болта на розтяг — реакцією по осі болта. Для моделювання головки болта та гайки в просторовій постановці закріплення переміщень здійснюється по контуру болта у відповідних вузлах.

В рамках напіваналітичного методу скінченних елементів [49, 46, 55, 72, 73] умови об'єднання переміщень задаються на рівні гармонік розкладання у ряд Фур'є.

Підхід №2 - моделювання болта через закріплення переміщень по контуру отвору болта із одночасним урахуванням головки болта та гайки, загальний вигляд розрахункової схеми наведено на рисунку 3.2. При використанні просторових скінченних елементів головка болта та гайка відтворюються відповідними елементами, а в зазорі між стержнем болта та стінкою отвору пластини модуль пружності прирівнюється до нуля. Такий підхід дозволяє більш реалістично відтворити характер передачі зусиль між болтом і пластиною, проте закріплення переміщень по контуру болта може генерувати додаткові концентрації напружень.

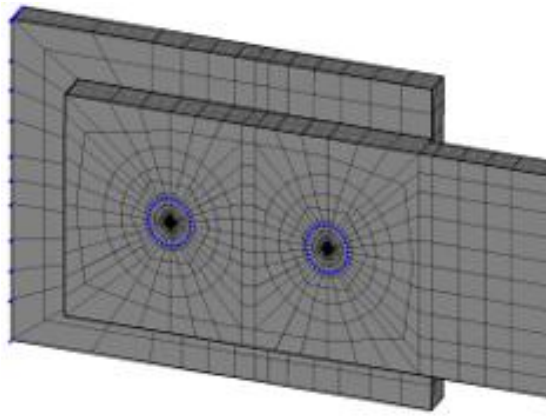


Рисунок 3.2 - Загальний вигляд розрахункової схеми підхід №2

Більш деталізованими є підходи, при якому тіло болта, головка та гайка моделюються просторовими скінченними елементами в повному обсязі. Це дозволяє отримати достовірний розподіл напружень безпосередньо в тілі болта, зокрема в різьбовій зоні та в зонах контакту з пластинами, де виникають найбільші контактні напруження місцевого характеру.

Підхід №3 - моделювання попереднього натягу болта за допомогою зосереджених сил, прикладених по осі болта, є одним із найпрозоріших з фізичної точки зору підходів до відтворення монтажного натягу у числових розрахунках болтових з'єднань, загальний вигляд розрахункової схеми наведено на рисунку 3.3.

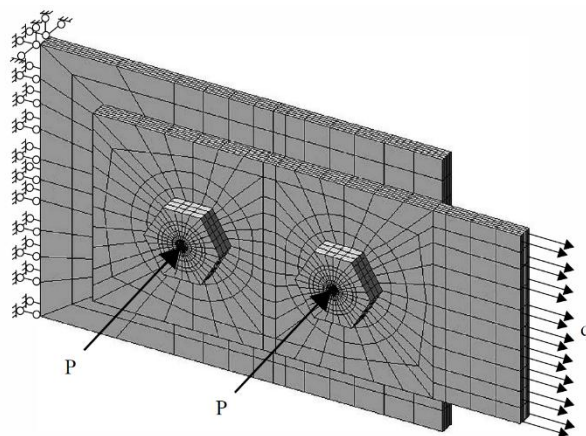


Рисунок 3.3 - Загальний вигляд розрахункової схеми підхід №3

Принцип методу полягає у безпосередньому введенні до розрахункової схеми зосереджених сил, що прикладаються у вузлах, які відповідають розташуванню головки болта та гайки, у напрямку осі болта з протилежними знаками. Ці сили імітують стягуюче зусилля, яке виникає в болті при його затягуванні під час монтажу.

Фізична сутність підходу базується на тому, що при затягуванні болта в його стрижні виникає розтягуюче зусилля — натяг болта  $B_0$ , — яке одночасно створює стискаючі напруження в пакеті з'єднаних елементів між головкою болта та гайкою. Введення до розрахункової моделі пари зосереджених сил рівної величини і протилежного напрямку по осі болта відтворює цей ефект безпосередньо через вектор зовнішнього навантаження, не змінюючи матрицю жорсткості конструкції.

Величина зосереджених сил приймається рівною зусиллю попереднього натягу болта  $B_0$ , що визначається за формулою:

$$B_0 = R_b^h \cdot A_b^n \quad (3.4)$$

де  $R_b^h$  — розрахунковий опір розтягу болта;  $A_b^n$  — площа поперечного перерізу болта за різьбою.

У векторі зовнішніх навантажень глобальної системи рівнянь рівноваги  $[K]\{U\} = \{F\}$  зосереджені сили натягу вводяться як компоненти вектора  $\{F\}$  у відповідних ступенях вільності: у вузлі, що відповідає головці болта, сила спрямована у від'ємному напрямку осі болта; у вузлі гайки — у позитивному напрямку. Рівнодійна системи є нульовою, що забезпечує самоврівноваженість навантаження натягу в межах з'єднання. Матриця жорсткості  $[K]$  при цьому залишається незмінною, що є суттєвою перевагою підходу з обчислювальної точки зору.

Підхід №4 - моделювання попереднього натягу болта через температурне навантаження [56] від рівномірного нагрівання є непрямим, але фізично обґрунтованим методом, що широко застосовується у практиці числового

моделювання болтових з'єднань, загальний вигляд розрахункової схеми наведено на рисунку 3.4.

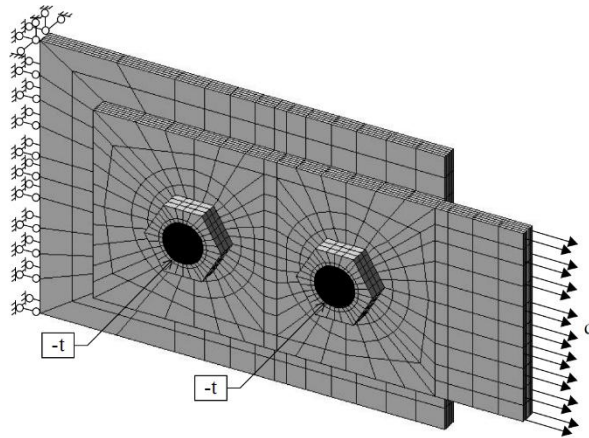


Рисунок 3.4 - Загальний вигляд розрахункової схеми підхід №4

Метод ґрунтується на аналогії між температурними деформаціями та деформаціями від попереднього натягу: задане подовження болта при затягуванні відтворюється через еквівалентну зміну температури, що викликає аналогічну за величиною температурну деформацію стрижня болта.

Теоретичну основу підходу складає зв'язок між температурною деформацією та зусиллям у стрижні болта. Температурна деформація елемента при рівномірному нагріванні визначається виразом:

$$\varepsilon^T = \alpha \cdot \Delta T \quad (3.5)$$

де  $\alpha$  — коефіцієнт лінійного теплового розширення для сталі ( $\alpha = 1,2 \times 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$ );  $\Delta T$  — приріст температури,  $^\circ\text{C}$ .

$$\sigma^T = E \cdot \varepsilon^T = E \cdot \alpha \cdot \Delta T \quad (3.6)$$

Прирівнюючи  $\sigma^T$  до необхідного рівня напружень попереднього натягу  $\sigma_b^0 = B_0 / A^b$ , отримуємо необхідний приріст температури:

$$\Delta T = \frac{\sigma_b^0}{E \cdot \alpha} = \frac{B_0}{A^b \cdot E \cdot \alpha} \quad (3.7)$$

Отримане значення  $\Delta T$  задається як температурне навантаження лише елементам стрижня болта. Пластини та інші елементи з'єднання температурному навантаженню не піддаються. У матриці жорсткості системи рівнянь  $[K]\{U\} = \{F\}$  температурне навантаження вводиться у вектор правої частини у вигляді еквівалентних вузлових сил від температурних деформацій, що не вимагає зміни структури матриці жорсткості.

Підхід №5 - моделювання попереднього натягу болта за допомогою рівномірно розподілених сил, прикладених по площі поперечного перерізу болта, є найбільш деталізованим з розглянутих силових підходів до задання натягу, загальний вигляд розрахункової схеми наведено на рисунку 3.5.

На відміну від підходу із зосередженими силами, де зусилля натягу прикладається точково у двох вузлах, даний підхід передбачає розподіл еквівалентного навантаження рівномірно по всіх вузлах поперечного перерізу болта у відповідних перерізах. Це дозволяє більш реалістично відтворити рівномірний розподіл напружень попереднього натягу по перерізу стрижня болта.

Інтенсивність рівномірно розподіленого навантаження  $q$ , що відповідає зусиллю попереднього натягу  $B_0$ , визначається як:

$$q = \frac{B_0}{A^b} = \sigma_b^0 \quad (3.8)$$

де  $A^b$  — площа поперечного перерізу болта;

$\sigma_b^0$  — напруження попереднього натягу.

У розрахунковій моделі розподілені сили прикладаються у вигляді поверхневого навантаження до граней скінченних елементів, що утворюють поперечний переріз болта в зонах головки та гайки, з протилежними знаками по осі болта.

Це еквівалентно безпосередньому заданню нормальних напружень  $\sigma_z = q$  на торцеві грані болта, що є найбільш прямим способом відтворення рівномірного поля напружень попереднього натягу.

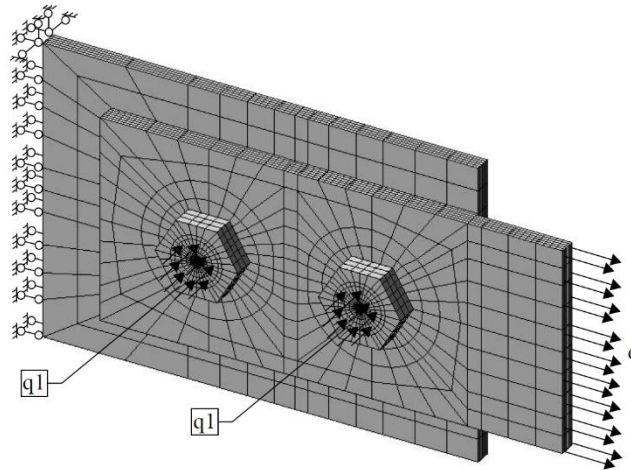


Рисунок 3.5 - Загальний вигляд розрахункової схеми підхід №5

З точки зору глобальних рівнянь рівноваги МСЕ  $[K]\{U\} = \{F\}$ , розподілені сили натягу перетворюються на еквівалентні вузлові навантаження шляхом інтегрування по поверхні граней елементів. Для рівномірно розподіленого навантаження  $q$  по площі  $A^b$  еквівалентне вузлове навантаження на один вузол поверхні перерізу:

$$F_\delta = \frac{q \cdot A^b}{n_\delta} = \frac{B_0}{n_\delta} \quad (3.9)$$

де  $n_\delta$  — кількість вузлів поверхні поперечного перерізу болта у відповідному торцевому перерізі.

Таким чином, загальне зусилля, що передається через переріз болта, залишається рівним  $B_0$ , незалежно від кількості вузлів у перерізі — що є важливою властивістю методу з точки зору збереження рівноваги.

### **3.2 Підходи до побудови розрахункової моделі болтового з'єднання з урахуванням просторового характеру напружено-деформованого стану, елементів довільної просторової геометрії вузла**

У практиці проектування металевих конструкцій болтові з'єднання класифікуються залежно від характеру сприйняття зовнішніх навантажень. Визначальним чинником є відносна орієнтація зусилля, що передається через з'єднання, та осі болтів. Якщо зовнішнє навантаження діє поперек осі болтів, болти сприймають зрізуючі зусилля; якщо ж навантаження спрямоване вздовж осі болтів або породжує у них розтягуючі реакції — болти працюють на розтяг. У більшості реальних вузлів має місце комбінований характер навантаження, однак для цілей розрахунку та порівняльного аналізу доцільно розглядати обидва типи окремо.

Надалі детально розглянуто два принципово різних типи болтових з'єднань: з'єднання двох пластин при роботі болтів на зріз (умовний) та фланцеве з'єднання при роботі болтів на розтяг від прикладеного згинального моменту (див. рисунок 3.6).

З'єднання першого типу є найбільш поширеним у практиці проектування сталевих конструкцій. Його характерною ознакою є те, що зовнішнє навантаження прикладається поперек осі болтів, внаслідок чого з'єднання намагаються зрушити з'єднані елементи відносно один одного у площині стику. У нормативних документах такий вид роботи болта позначається як «умовний зріз», проте реальний механізм передачі зусиль є значно складнішим і включає контактну взаємодію стрижня болта зі стінками отворів у з'єднаних пластинах, нерівномірний розподіл контактної тиску по поверхні отвору та виникнення локальних концентрацій напружень.

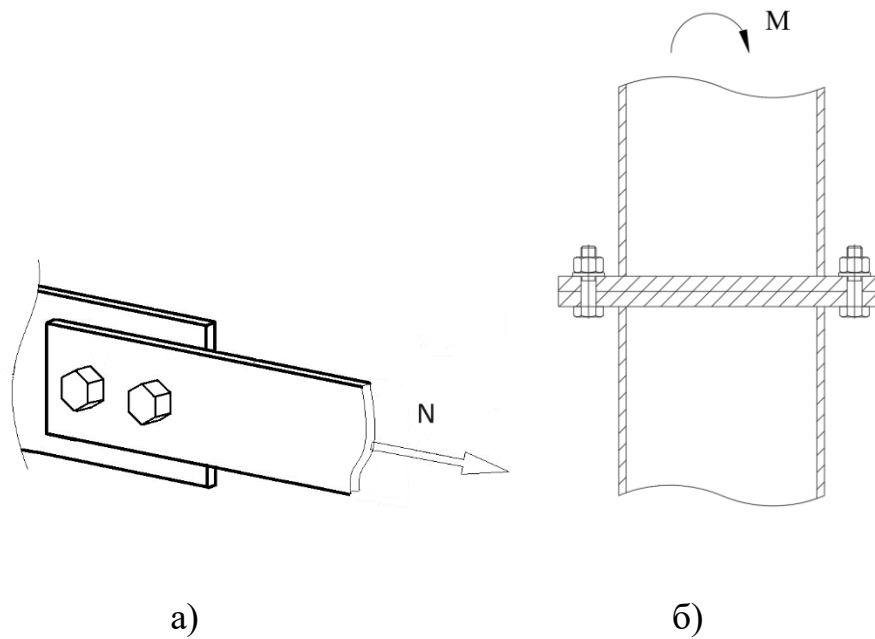


Рисунок 3.6 - Типи болтових з'єднань (а) перший тип, дві пластини з навантаженням прикладеним поперек болтів (б) другий тип, фланцеве з'єднання з навантаженням у вигляді моменту

Нормативний розрахунок з'єднання першого типу регламентується ДБН В.2.6-198:2014 [66]. Умова міцності болта при умовному зрізі:

$$N^{bolt} \leq N_b^s = R_b^s \cdot A^b \quad (3.10)$$

де  $N^{bolt}$  — зусилля в болті від зовнішнього навантаження;

$N_b^s$  — розрахункове зусилля, що може бути сприйняте одним болтом при умовному зрізі;

$R_b^s$  — розрахунковий опір зрізу болта;

$A^b$  — площа поперечного перерізу болта.

Для визначення просторового напруженого стану з'єднання першого типу застосовується розрахункова схема, що передбачає: завантаження торця однієї з пластин рівномірно розподіленим навантаженням вздовж напрямку дії сили та закріплення торця іншої пластини від переміщень у цьому ж напрямку. Вибір такої схеми обумовлений попередніми розрахунками, які показали, що збурення

напруженого стану від з'єднання вщухають на відстані  $a$  від лінії, що проходить через середину відстані між болтами.

Розрахунок МСЕ виконується у програмному комплексі ЛІРА САІР у двох постановках. Перша постановка — з використанням універсальних чотирикутних СЕ оболонки (підхід №1): болт моделюється об'єднанням переміщень у вузлах по напрямках  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , що дозволяє безпосередньо отримати реакції у зв'язаних вузлах як зусилля у болтах. Друга постановка — з просторовими восьмивузловими ізопараметричними СЕ (підхід №2): болт, головка та гайка моделюються відповідними просторовими елементами; зазор між стрижнем болта і пластиною відтворюється через  $E \approx 0$ ; закріплення головки болта та гайки здійснюється по контуру болта у напрямку  $Z_3$ .

Розрахункова схема НМСЕ будується аналогічно просторовій постановці МСЕ. Зазор між болтом та пластинами і розділення пластин між собою моделюються через  $E \approx 0$ . Через природну узгодженість циліндричної геометрії болта з координатною системою НМСЕ задання граничних умов по контуру болта є особливо зручним у цьому методі. Результати зіставляються вздовж осі  $Z_3$  по центру болтів у двох характерних точках (точки 1 та 2) та вздовж осі  $Z_2$  пластини Пл-1. Додатково розглядаються підходи 3–5, що враховують попередній натяг болта (зосередженими силами, температурним навантаженням та розподіленими силами відповідно).

Фланцеве болтове з'єднання є одним із найбільш відповідальних типів з'єднань у металевих конструкціях, що застосовується переважно для з'єднання балок, колон та інших несучих елементів із передачею значних згинальних моментів. Характерною ознакою фланцевого з'єднання є те, що зовнішнє навантаження діє у вигляді згинального моменту в площині з'єднання, внаслідок чого болти, розташовані в розтягнутій зоні, сприймають зусилля розтягу, а стиснута зона сприймається безпосередньо контактом фланців.

Конструктивно фланцеве з'єднання складається з двох фланцевих пластин, приварених до торців з'єднуваних елементів і стягнутих між собою болтами. Болти розташовуються симетрично відносно нейтральної осі перерізу. При дії

згинального моменту  $M$  болти в розтягнутій зоні розвантажуються від попереднього натягу і додатково навантажуються розтягуючими зусиллями; болти в стиснутій зоні, навпаки, частково розвантажуються. Таким чином, попередній натяг болтів відіграє принципову роль у забезпеченні спільної роботи фланців і є обов'язковим параметром при моделюванні даного типу з'єднань.

Відмінністю фланцевого з'єднання від з'єднання першого типу є складніший розподіл зусиль між болтами: зусилля в болтах залежать від їх положення відносно нейтральної осі та від жорсткості фланців на вигин. При недостатній жорсткості фланців виникає нерівномірний розподіл контактного тиску між фланцями, а у болтах можуть виникати додаткові згинні зусилля від відгину фланців. Це суттєво ускладнює аналітичний розрахунок і підкреслює переваги числових методів – НМСЕ - для детального дослідження напружено-деформованого стану такого з'єднання.

Нормативний розрахунок фланцевого з'єднання виконується відповідно до ДБН В.2.6-198:2014 [66]. Зусилля в болті від дії згинального моменту  $M$  визначається з рівняння рівноваги моментів відносно центра стиску:

$$N_k^{bolt} = \frac{M \cdot z_k}{\sum z_i^2} \quad (3.11)$$

де  $N_k^{bolt}$  — зусилля в  $k$ -му болті;

$z_k$  — відстань від центра стиску до  $k$ -го болта;

$z_i$  — відстань від центра стиску до  $i$ -го болта (по всіх болтах розтягнутої зони).

$$N_k^{bolt} \leq N_b^t = R_b^t \cdot A_b^n \quad (3.12)$$

де  $N_b^t$  — розрахункове зусилля розтягу болта;

$R_b^t$  — розрахунковий опір розтягу болта;

$A_b^n$  — площа поперечного перерізу болта за різьбою.

Несуча здатність з'єднання визначається з умови, що максимальне зусилля в найбільш навантаженому болті не перевищує розрахункового зусилля розтягу

$N^{bt}$ . Необхідно також перевірити умову нерозкриття стику фланців, що гарантує збереження контактної тиску між фланцями у всіх зонах з'єднання при дії розрахункового навантаження.

Числове моделювання фланцевого з'єднання є значно складнішим завданням порівняно із з'єднанням першого типу. Це зумовлено необхідністю одночасного врахування таких чинників: попереднього натягу болтів, контактної взаємодії між фланцями (одностороння задача контакту), нелінійного характеру роботи з'єднання при нерозкритому та розкритому стиках, а також складного просторового напружено-деформованого стану фланцевих пластин від сумісної дії моменту та осьового зусилля.

Розрахункова схема МСЕ для фланцевого з'єднання будується на основі просторових восьмивузлових ізопараметричних СЕ. Фланцеві пластини, стінки та полиці елементів, що з'єднуються, моделюються відповідними просторовими елементами. Болти моделюються за підходами 2–5 залежно від мети розрахунку: для загальної оцінки зусиль — підхід 2 (закріплення по контуру); для врахування натягу — підходи 3 (зосереджені сили), 4 (температурне навантаження) або 5 (розподілені сили). Попередній натяг задається відповідно до обраного підходу до навантаження болтів. Контактна взаємодія між фланцями моделюється або через спеціальні контактні елементи, або через умови однобічного обмеження переміщень у відповідних вузлах.

Розрахункова схема НМСЕ для фланцевого з'єднання будується аналогічно просторовій постановці МСЕ з урахуванням особливостей дискретизації в НМСЕ. Геометрія болтів і отворів природно вписується в систему координат НМСЕ. Зазори між болтами та пластинами, а також між фланцями у зонах можливого розкриття стику відтворюються через  $E \approx 0$ . Попередній натяг болтів задається температурним навантаженням.

### 3.3 Контактні напруження в зоні контакту болта з отвором

При сприйнятті поперечного навантаження болтовими з'єднаннями в місцях контакту болта з отвором пластини виникають локальні контактні напруження (див. рисунок 3.7). Ці напруження мають місцевий характер і швидко затухають при віддаленні від зони дотику. Для їх аналізу застосовується класична теорія пружного контакту Г. Герца (1882), детальний огляд якої наведено в [25, 71].

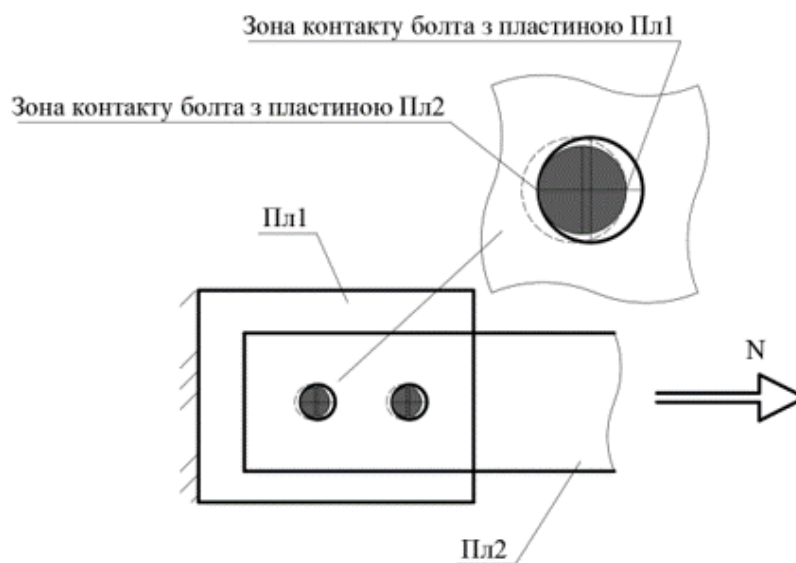


Рисунок 3.7 - Схема контакту болта з отвором пластини

Схема «шар і сферичне заглиблення» є класичним контактним випадком: опукла сферична поверхня (болт, радіус  $R_1$ ) взаємодіє з увігнутою сферичною поверхнею (гніздо, радіус  $R_2$ ). Сучасне МКЕ-дослідження [74] підтверджує, що формули Герца залишаються точними при неконформному контакті (відносний зазор між  $R_1$  і  $R_2$  понад 10 %); при малому зазорі (конформний контакт) необхідне МКЕ-моделювання.

Теорія Герца базується на таких припущеннях [25, 71]:

- тіла є лінійно пружними ізотропними напівпросторами;
- деформації малі (робота в межах пружності);
- поверхня контакту безтертовна (нормальний контакт);

– площадка контакту значно менша за радіуси кривизни поверхонь.

Еквівалентний радіус кривизни  $R^*$  для схеми «шар–заглиблення» (див. рисунок 3.8):

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \quad (3.13)$$

де знак «-» відображає увігнуту природу другої поверхні;  $R_2 > R_1$  для неконформного контакту.

$$\frac{2}{E^*} = \frac{(1 - \nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1 - \nu_2^2)}{E_2} \quad (3.14)$$

де  $E_1, E_2$  — модулі пружності;  $\nu_1, \nu_2$  — коефіцієнти Пуассона. Для конструкційних сталей за [51, 67, 68].

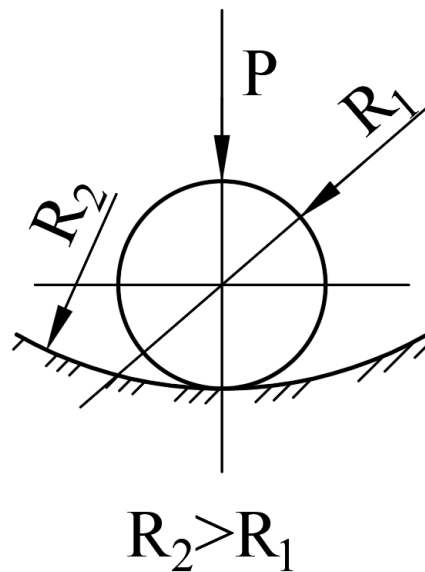


Рисунок 3.8 - Схема контакту шар і сферичне заглиблення

В осесиметричній задачі (куля у сферичному гнізді) площадка контакту набуває кругової форми. Радіус  $a$  визначається за формулою Герца [25, 71]:

$$a = \sqrt[3]{\frac{3P \cdot R^*}{4E^*}} \quad (3.15)$$

де  $P$  — нормальна сила, Н.

$$\delta = \frac{a^2}{R^*} \quad (3.16)$$

У несиметричному випадку (різні радіуси кривизни у взаємно перпендикулярних площинах) площадка контакту є еліптичною з піввісями  $a$  та  $b$ . Відношення  $b/a$  змінюється від 0 до 1 (значення 1 — кругова форма).

Нормальний тиск розподіляється за законом напівеліпсоїда. Максимальний контактний тиск  $p_0$  в центрі площадки [25, 71]:

$$p_0 = \frac{3P}{2\pi a^2} = 1,5 \cdot p_{\text{ср}} \quad (3.17)$$

де  $p_{\text{ср}} = \frac{P}{\pi a^2}$  — середній тиск.

$$p_0 = 0,578 \cdot \sqrt[3]{\frac{P \cdot E^{*2}}{R^*}} \quad (3.18)$$

Максимальне дотичне напруження виникає під поверхнею на глибині  $\approx 0,48a$  і пов'язане з  $p_0$  через коефіцієнт концентрації напружень  $m$  [25]:

$$\tau_{\text{max}} = m \cdot p_0 \quad (3.19)$$

Коефіцієнт  $m$  залежить від відношення  $b/a$  (форма площадки контакту). Значення, наведені в [25, 71], подані в таблиці 3.2.

Значення коефіцієнта  $m$ 

Параметр	$b/a = 1,0$	$b/a = 0,8$	$b/a = 0,5$	$b/a = 0,2$	$b/a \rightarrow 0$
Коефіцієнт $m$	0,620	0,615	0,613	0,607	0,600
$\tau_{max} / p_0$	0,310	0,308	0,306	0,304	0,300
Форма площадки	Коло	Еліпс (пологий)	Еліпс	Вузький еліпс	Смуга

Умова контактної міцності [25]:

$$[p_0] = \sigma_T / (m \cdot n) \quad (3.20)$$

де  $\sigma_T$  — границя плинності;

$m$  — коефіцієнт концентрації;

$n$  — коефіцієнт запасу [69]:

- статичне навантаження:  $n = 1,2 \dots 1,5$ ;
- знакозмінне навантаження:  $n = 1,5 \dots 2,0$ ;
- ударне навантаження:  $n = 2,0 \dots 3,0$ .

### 3.4 Порівняльний аналіз результатів НМСЕ із різними підходами до моделювання болтів та натягу з'єднання двох пластин при роботі болтів на зріз

В рамках дослідження для числового розрахунку болтового з'єднання двох пластин товщиною 6 мм, з'єднаних двома болтами М16 класу міцності 8.8, що працюють на зріз (умовний), було розглянуто п'ять підходів до моделювання спільної роботи елементів з'єднання та передачі натягу болта. Загальний вигляд з'єднання показаний на рисунку 3.9.

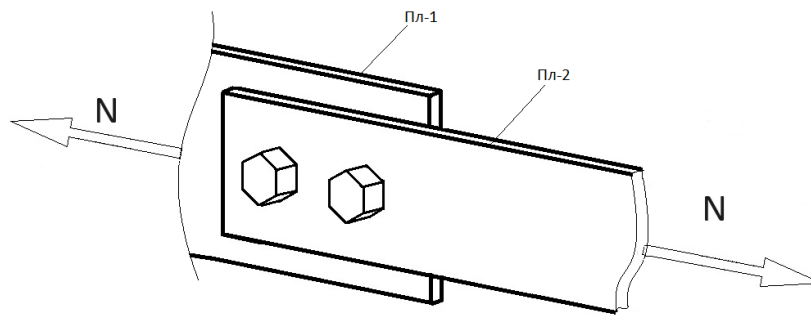


Рисунок 3.9 - Загальний вигляд з'єднання при роботі болтів на зріз

Геометричні параметри вузла: пластина Пл-1 має розміри  $0,10 \times 0,16$  м (ширина  $\times$  висота), пластина Пл-2 —  $0,51 \times 0,075$  м (ширина  $\times$  висота); товщина обох пластин дорівнює 6 мм. Зовнішнє розтягуюче зусилля  $N = 50$  кН прикладене симетрично відносно осі болтів, що виключає виникнення згинального моменту у вузлі та забезпечує рівномірний розтяг пластин у зоні з'єднання.

Фізико-механічні характеристики матеріалу пластин: модуль пружності  $E = 2,06 \times 10^5$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0,3$ .

Попереднє аналітичне оцінювання показало, що збурення напружено-деформованого стану, спричинені болтовим кріпленням, локалізовані в зоні завширшки а від серединної лінії між болтами. На підставі цього результату для скорочення розмірності задачі була введена спрощена розрахункова схема, у якій: торець пластини Пл-1 навантажується рівномірно розподіленою силою  $q = N / A$  ( $A$  — площа торця), а торець пластини Пл-2 повністю защемлений у напрямку дії навантаження.

Числовий аналіз вузла виконано двома незалежними методами — методом скінченних елементів (МСЕ) у програмному комплексі ЛІРА САПР та напіваналітичним методом скінченних елементів (НМСЕ). МСЕ-розрахунок здійснювався в тривимірній постановці із застосуванням універсальних восьмивузлових ізопараметричних СЕ, якими дискретизувались як тіла пластин, так і елементи болтів (стержень, головка, гайка). Зазор між стержнем болта та стінками отвору в розрахункових схемах МСЕ та НМСЕ імітувався наближенням

до нуля модуля пружності відповідних скінченних елементів, (див. рисунок 3.10, 3.11).

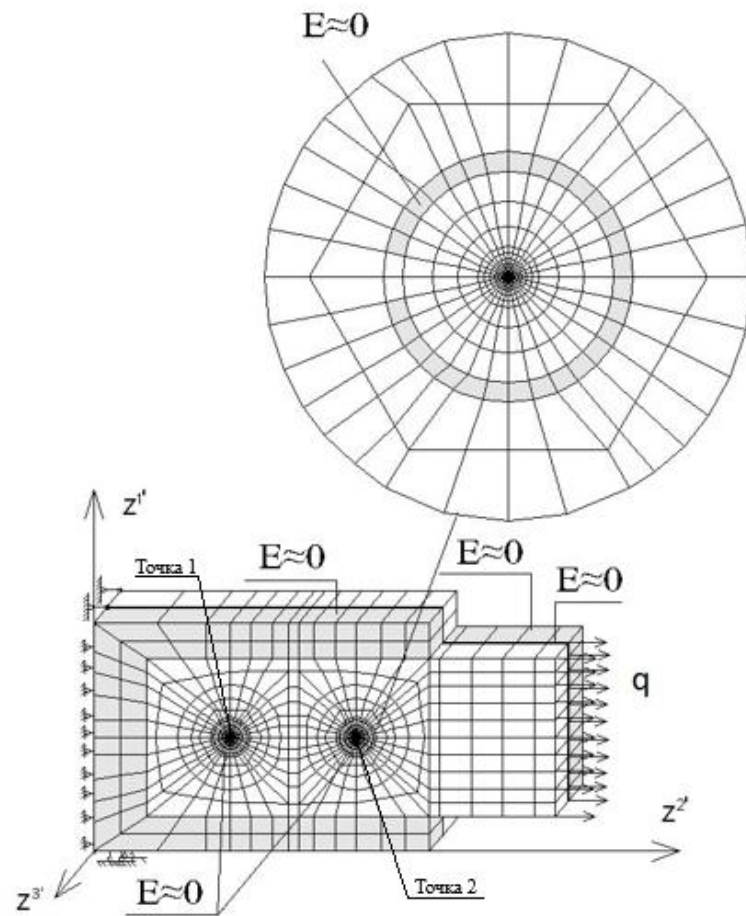


Рисунок 3.10 - Розрахункова схема НМСЕ

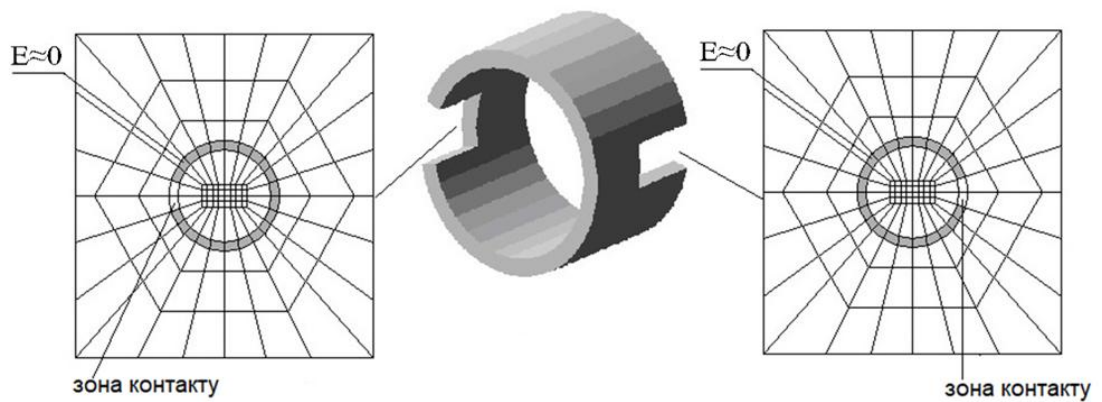


Рисунок 3.11 - Зазор між стержнем болта та стінками отвору

Для всебічного аналізу впливу способу моделювання на точність результатів розглянуто п'ять самостійних варіантів (підходів), систематизованих у таблиці 3.1. Підходи №1 та №2 не передбачають введення попереднього натягу болта; підходи №3–5 відрізняються один від одного способом задання натягу при однаковій геометричній моделі болтового з'єднання.

Підхід №1 реалізований у плоскій постановці із застосуванням чотирикутних SE оболонки. Болт відтворюється через ототожнення ступенів вільності у вузлах обох пластин, що розташовані в площині болта: вузлам присвоюється спільний номер у системі рівнянь рівноваги, завдяки чому можна безпосередньо отримати реакції у цих зв'язках і визначити зусилля в болтах (див. рисунок 3.1).

Підхід №2 реалізований у тривимірній постановці. Головка болта та гайка моделюються через заборону переміщень вузлів по периметру отвору у напрямку осі болта. Зазор між стержнем та стінкою отвору задається наближенням до нуля жорсткості відповідних елементів, як і для варіантів №3–5 (див. рисунок 3.2).

У підходах №3–5 тіло болта, головка та гайка відтворені тривимірними ізопараметричними SE. Попередній натяг болта задається різними типами навантажень, проте в усіх трьох варіантах його величина відповідає нормативному значенню  $B_0 = 79,1 \text{ кН}$  (див. рисунок 3.3, 3.4, 3.5).

У підході №3 натяг імітується парою рівних і протилежно спрямованих зосереджених сил, прикладених до вузлів осі болта на рівні опорних площин головки та гайки.

У підході №4 натяг відтворюється шляхом термічного навантаження стержня болта. Значення температурного перепаду  $\Delta T$  визначається з умови рівності термічної деформації цільовому натягу:

$$\Delta T = 79 \cdot 100 / (2,06 \times 10^5 \cdot 201,1 \cdot 1,2 \times 10^{-5}) \approx 159,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

У підході №5 до торцевих граней поперечного перерізу болта прикладається рівномірно розподілений тиск  $q^b = 0,393 \text{ кН/мм}^2$ .

Числові результати представлені у вигляді графіків розподілу еквівалентних напружень уздовж осі  $z_3$ , проведеної через центр кожного болта. Аналіз виконувався для двох реперних точок: точка 1 відповідає першому болту (див. рисунок 3.10, 3.12), точка 2 — другому болту (див. рисунок 3.10, 3.13). Додатково розглянуто розподіл напружень уздовж осі  $z_2$  пластини Пл-1 у зоні розташування болтів (див. рисунок 3.14).

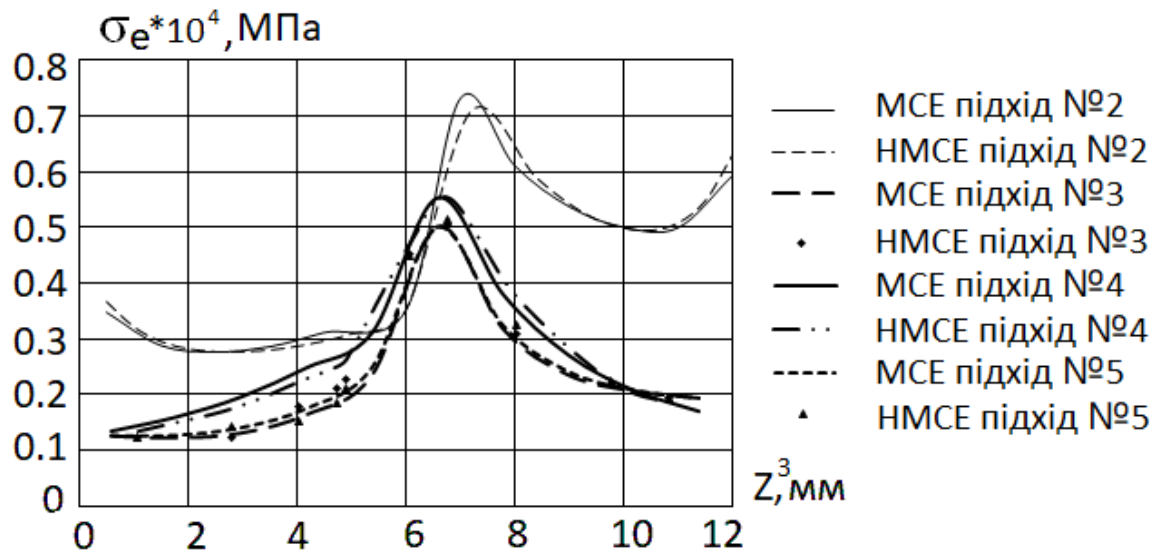


Рисунок 3.12 - Співставлення величин еквівалентних напружень в характерних точках, розташованих вздовж вісі  $z_3$  по центру болтів для точки 1

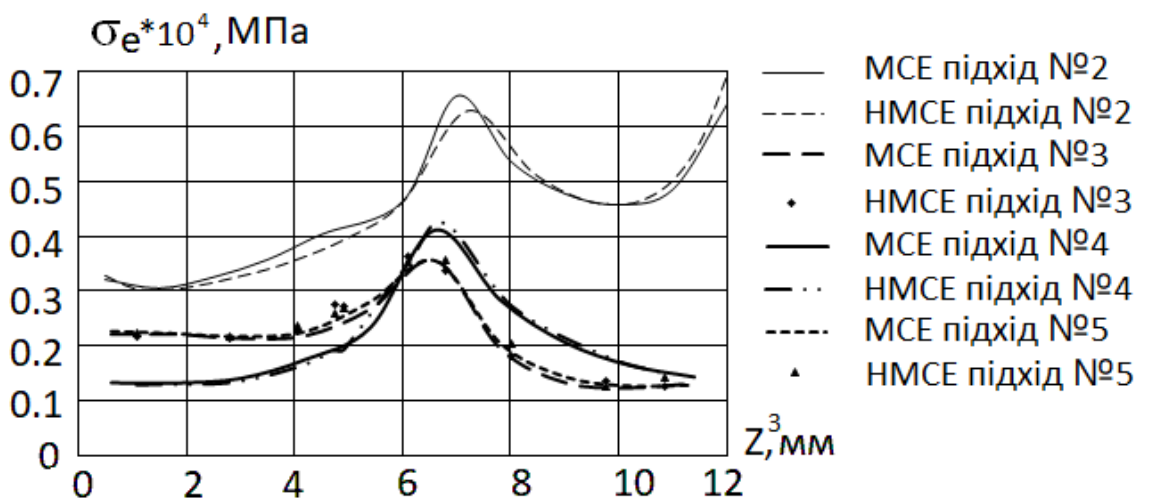


Рисунок 3.13 - Співставлення величин еквівалентних напружень в характерних точках, розташованих вздовж вісі  $z_3$  по центру болтів для точки 2

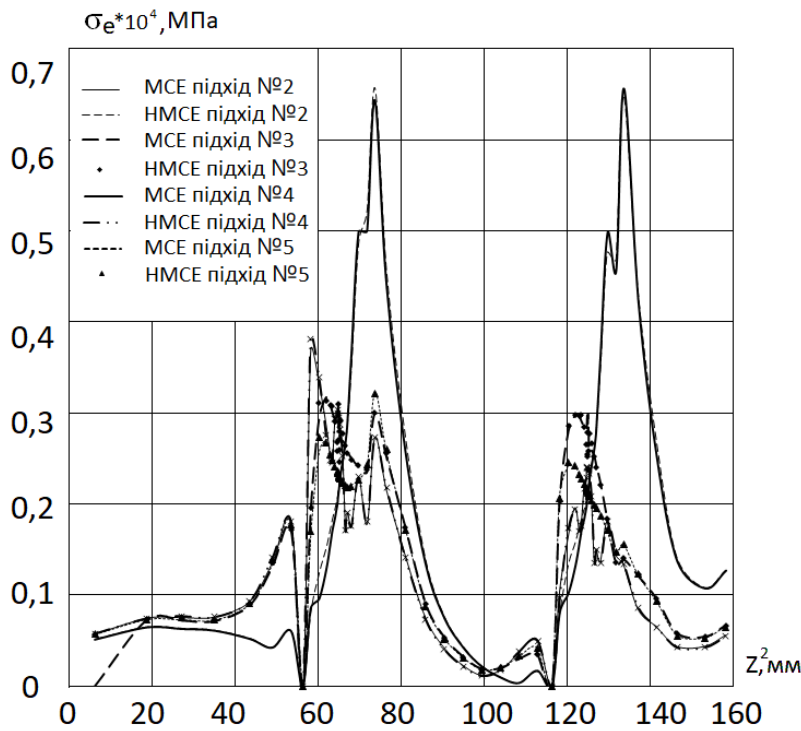


Рисунок 3.14 - Співставлення величин еквівалентних напружень вздовж вісі  $z_2$  пластини Пл-1

Порівняння п'яти підходів моделювання виявило принципову відмінність між групами підходів. Підходи №3–5, у яких натяг болта відтворюється явно, формують значно рівномірнішу епюру напружень вздовж стержня болта і дають нижчі пікові значення, ніж підходи №1 та №2, де болт ідеалізується кінематичними зв'язками. Якісний вигляд кривих при цьому однотипний для всіх варіантів, що свідчить про фізичну коректність усіх розрахункових схем.

Перевищення максимальних еквівалентних напружень у підході №2 відносно результатів підходів №3–5 становить від 25 % у зоні точки 1 до 35 % — у зоні точки 2. Локальні відхилення поблизу торців болта ще більші, але ці зони не є визначальними з точки зору міцності кріплення.

Найчутливіше реагують на спосіб задання натягу напруження в тілі пластини поблизу болта. Перехід від плоскої постановки (підхід №1) до тривимірної без натягу (підхід №2) знижує максимальне значення з 891 МПа до 725 МПа. Введення явного натягу (підхід №3–5) додатково зменшує цю величину до 371 МПа — майже вдвічі порівняно з підходом №2. Це підкреслює

визначальну роль попереднього натягу болтів у формуванні реального напруженого стану вузла.

Відповідність результатів НМСЕ та МСЕ перевірялась шляхом прямого зіставлення еквівалентних напружень уздовж осі кожного болта при однакових варіантах моделювання. Розбіжність оцінювалась як відносна різниця максимальних значень. Зведені дані наведено в таблиці 3.3.

Як видно з таблиці 3.3, незалежно від підходу моделювання, розбіжність між двома методами не перевищує 2 %. Найменше відхилення (0,40 %) зафіксовано при температурному способі задання натягу (підходу №4), найбільше (1,98 %) — при розподіленому тиску по перерізу (підхід №5). Ці значення перебувають у межах звичайної похибки числових методів і підтверджують, що НМСЕ відтворює напружений стан болтового з'єднання з точністю, еквівалентною повному тривимірному МСЕ.

Таблиця 3.3

## Результати розрахунку НМСЕ та МСЕ

Варіант моделювання болта	МСЕ, МПа	НМСЕ, МПа	$\Delta$ , %	Характерна точка
Підхід №2 (фіксація по периметру отвору)	508,5	515,7	1,89	Точка 1 (перший болт)
Підхід №3 (зосереджені осьові сили)	—	—	0,60	Точка 1 (перший болт)
Підхід №4 (температурне навантаження)	—	—	0,40	Точка 1 (перший болт)
Підхід №5 (розподілений тиск по перерізу)	—	—	1,98	Точка 1 (перший болт)

Порівняння розподілів напружень у тілі пластин також свідчить про узгодженість результатів: відхилення МСЕ від НМСЕ в більшості точок не

перевищує 1,5 %. Виняток становлять зони безпосередньо біля болта при плоскій постановці (підхід №1), де концентрація напружень у вузлі ототожнення ступенів вільності призводить до локальних завищень, характерних саме для цієї ідеалізації.

Для кількісного порівняння результатів різних варіантів моделювання між собою та з нормативним розрахунком використано коефіцієнт використання болта  $\eta$ , що характеризує відношення фактичного зусилля до розрахункової несучої здатності.

Нормативна несуча здатність одного болта M16 кл. міцності 8.8 на умовний зріз за ДБН В.2.6-198 [66]:  $N^b, Rd = R^{bs} \cdot A^b = 320 \cdot 0,785 \cdot 16^2 = 320 \cdot 200 = 64\,000\text{ Н} = 64\text{ кН}$ .

Фактичне зусилля, що передається одним болтом при симетричному розподілі навантаження:  $N = 50/2 = 25\text{ кН}$ . Нормативний коефіцієнт використання болта:  $\eta = 25/64 = 0,39$ .

При аналізі результатів МСЕ та НМСЕ в тривимірній постановці коефіцієнт використання визначався через максимальне еквівалентне напруження у болті з урахуванням коефіцієнта концентрації контактних напружень  $m = 0,62$ . Граничне допустиме напруження для болта класу міцності 8.8 з тимчасовим опором  $\sigma_v = 800\text{ МПа}$ :  $[\sigma] = \sigma_v / m = 800 / 0,62 = 1290\text{ МПа}$ .

Суттєве значення має також рівномірність затяжки болтів: нерівноцінний натяг перерозподіляє навантаження між кріпильними елементами, збільшуючи ризик локального перевантаження найбільш напруженого болта.

Зведені значення коефіцієнтів використання болта для всіх підходів розрахунку наведено в таблиці 3.4.

Таблиця 3.4

Коефіцієнти використання болта та їх відхилення від нормативного розрахунку за ДБН В.2.6-198 [66]:

Показник	ДБН [66]	Підх. №1 МСЕ	Підх. №2 МСЕ	Підх. №2 НМСЕ	Підх. №3 МСЕ	Підх. №3 НМСЕ	Підх. №4 МСЕ	Підх. №4 НМСЕ	Підх. №5 МСЕ	Підх. №5 НМСЕ
Коеф. вик. болта	0,39	0,398	0,394	0,399	0,388	0,399	0,439	0,438	0,397	0,401
Відхил. від ДБН, %	–	+2,03	+1,02	+2,28	–0,51	+2,28	+11,8	+11,6	+1,78	+2,78

Аналіз таблиці 3.4 дозволяє виокремити три групи підходів за рівнем відхилення від нормативного результату.

Перша група (підходи №1, №2, №3, №5) характеризується відхиленням не більше 2,3 % від значення за ДБН ( $\eta = 0,388-0,401$ ). Ці підходи можна вважати рівнозначними з інженерної точки зору та придатними для практичного застосування.

Друга група (підхід №4) дає систематично завищені значення  $\eta = 0,438-0,439$ , що перевищує нормативний результат на 11,6–11,8 %. Причина — у специфіці температурного навантаження: обмеження теплового подовження болта навколишніми пластинами формує додаткові стискуючі напруження у поперечному перерізі, яких не виникає при механічному способі задання натягу.

Підхід №2 вимагає окремого коментаря: кінематичне обмеження по всьому периметру отвору генерує локальну концентрацію напружень на межі болт–пластина. Для коректного визначення  $\eta$  у цьому підході застосовувалось усереднення напружень по ширині зони контакту; пряме використання пікових значень дало б завищений результат.

На основі отриманих даних сформульовано практичні рекомендації щодо вибору підходу числового моделювання болтового з'єднання залежно від цілей розрахунку.

Підхід №1. Для попередньої оцінки несучої здатності у рамках плоскої постановки достатнім є підхід №1. Він найпростіший у реалізації, потребує мінімальних обчислювальних ресурсів і забезпечує консервативну оцінку зусиль у болтах. Проте через обмеження плоскої моделі він не відтворює реального тривимірного розподілу напружень у зоні кріплення.

Підхід №2. Для детального тривимірного аналізу без урахування натягу прийнятним є підхід №2. Слід враховувати, що кінематичне закріплення по периметру отвору штучно завищує локальні напруження, тому цей підхід рекомендується поєднувати з усередненням напружень або з підвищеним запасом міцності.

Підходи №3 та №5. Найбільш фізично обґрунтованими і точними є підходи №3 та №5. Вони адекватно відтворюють механізм передачі зусилля через тертя між стягнутими поверхнями, дають результати, що відрізняються від нормативних менш ніж на 2,3 %, і є взаємозамінними в практичних розрахунках. Ці підходи рекомендується використовувати як основні при проектуванні відповідальних болтових з'єднань.

Попри виявлене систематичне завищення коефіцієнта використання болта приблизно на 12 % порівняно з нормативним результатом, підхід №4 має низку принципівих переваг, що обумовлюють доцільність його застосування в окремих класах інженерних задач. Нижче наведено детальне обґрунтування цих переваг.

На відміну від підходів №3 і №5, де попередній натяг задається зовнішніми силами, температурне навантаження відтворює дійсний фізичний процес: болт після затяжки перебуває у стані пружного розтягу, а пластини — стиску. Цей стан функціонально еквівалентний тепловому скороченню стержня болта при охолодженні. Таким чином, підхід №4 найточніше відповідає механіці реальної

затяжки болтового з'єднання і не потребує штучного введення зовнішніх зосереджених чи розподілених сил.

У всіх розглянутих підходах НМСЕ та МСЕ дають результати, що практично збігаються (відхилення  $\leq 2\%$ ). Це означає, що НМСЕ є рівноправною альтернативою МСЕ і може застосовуватись для розрахунку вузлів складної нестандартної конфігурації зі значним скороченням часу обчислень.

### 3.5 Верифікація результатів розрахунку з'єднання двох пластин при роботі болтів на зріз із застосуванням програмного засобу Idea StatiCa

Верифікацію числових моделей виконано на прикладі болтового з'єднання двох сталевих пластин. З огляду на обмеження програмного комплексу Idea StatiCa [81] щодо моделювання жорстких граничних умов у вигляді закріплення пластини, розрахункова схема була модифікована: замість безпосереднього защемлення введено вертикальний двотавровий елемент, до якого приєднано першу пластину Пл-1 товщиною 6 мм. До пластини Пл-1 за допомогою двох болтів М16 класу міцності 8.8 прикріплено пластину Пл-2 аналогічної товщини 6 мм. До вільного кінця пластини Пл-2 прикладено розтягувальне зусилля величиною 50 кН, рівнодіюча якого проходить через вісі болтів. Для всіх елементів з'єднання прийнято сталь марки S355 з модулем пружності  $E = 2,06 \cdot 10^5$  МПа та коефіцієнтом Пуассона  $\nu = 0,3$ . Загальний вигляд кріплення відображено на рисунку 3.15.

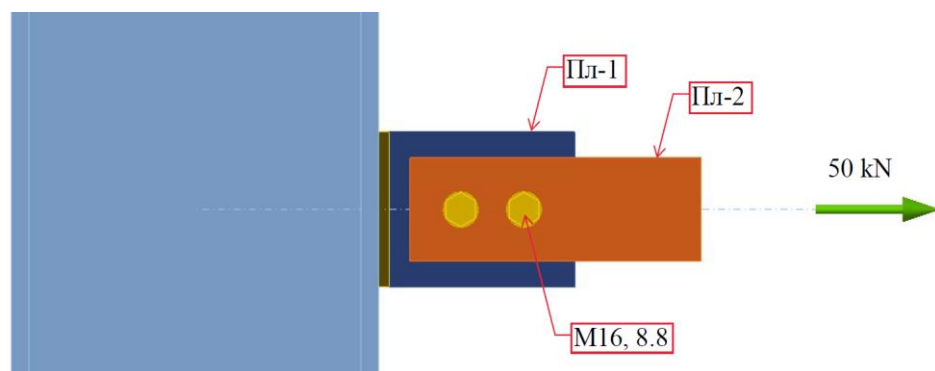


Рисунок 3.15 - Загальний вигляд кріплення

Розрахунок вузла у програмному комплексі Idea StatiCa (див. рисунок 3.16) виконано відповідно до вимог ДСТУ Б EN 1993-1-8 (Єврокод 3) [11]. Зведені результати розрахунку вузла наведено в таблиці 3.5, а детальні результати перевірки болтів - у таблиці 3.6.

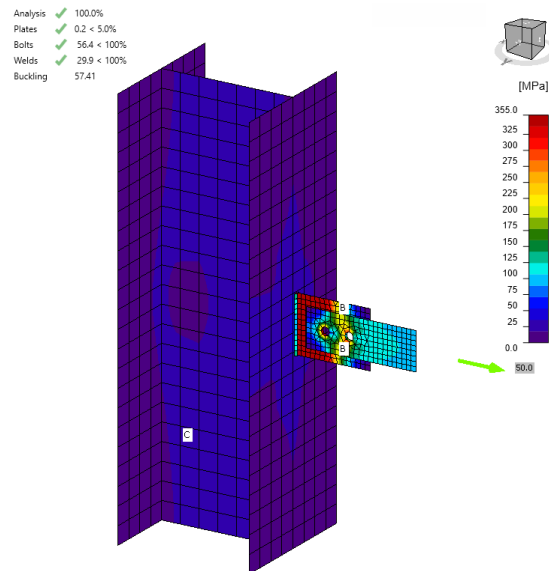


Рисунок 3.16 – Результати розрахунку у програмному комплексі Idea StatiCa

Детальна перевірка болтів за нормами ДСТУ Б EN 1993-1-8 (Єврокод 3) [11] (див. таблицю 3.6) виконана за такими критеріями:

Перевірка міцності на розтяг: розрахунковий опір  $F_t R_d = 90,4 \text{ кН}$  перевищує діюче розтягувальне зусилля  $F_t E_d = 16,9 \text{ кН}$ , що підтверджує виконання умови міцності.

Таблиця 3.5

## Зведені результати розрахунку вузла (Idea StatiCa)

Перевірка	Значення	Статус	Примітка
Аналіз	100,0%	ОК	—
Пластини	$0,2 < 5,0\%$	ОК	—
Болти	$56,4 < 100\%$	ОК	Визначальна перевірка
Зварні шви	$29,9 < 100\%$	ОК	—
Стійкість	57,41	—	Коефіцієнт запасу

Таблиця 3.6

## Результати розрахунку болтів (Idea StatiCa)

Болт	Нав.	$F_t, E_d$ [кН]	$V$ [кН]	$U_{tt}$ [%]	$F_b, R_d$ [кН]	$U_{ts}$ [%]	$U_{tts}$ [%]	Статус	
B1	LE1	16,9	26,0	18,6	63,6	43,1	56,4	ОК	Визначальний
B2	LE1	0,9	24,0	1,0	63,6	39,8	40,6	ОК	—

Перевірка на продавлювання головки болта крізь пластину: розрахунковий опір  $F_p, R_d = 112,5$  кН перевищує розрахункове зусилля 16,9 кН — умова виконана.

Перевірка на зріз: розрахунковий опір  $F_v, R_d = 60,3$  кН є більшим за поперечну силу  $V = 26,0$  кН у найбільш навантаженому болті B1 — умова виконана.

Перевірка на зминання: розрахунковий опір зминання  $F_b, R_d = 63,6$  кН перевищує поперечну силу 26,0 кН — умова виконана.

Перевірка на сумісну дію розтягу та зрізу: сумарний коефіцієнт використання болта  $Utts = 56,4\%$ , у тому числі від розтягу —  $Utt = 18,6\%$ , від зрізу —  $Uts = 43,1\%$ , що є визначальним для болта В1.

З метою оцінювання точності й адекватності застосованих методів числового моделювання виконано порівняння коефіцієнтів використання болта, отриманих різними підходами: нормативним розрахунком за ДБН В.2.6-198:2014[66], МСЕ, НМСЕ, а також компонентним методом СЕ у Idea StatiCa (ДСТУ Б EN 1993-1-8 (Єврокод 3) [11]). Зведені результати порівняння наведено в таблиці 3.7.

Таблиця 3.7

Порівняння коефіцієнтів використання болта за різними методами розрахунку

Перевірка	ДБН [66]	IDEA StatiCa EN [11]	МСЕ (підхід №1)	підхід №2		підхід №3		підхід №4		підхід №5	
				МСЕ	НМСЕ	МСЕ	НМСЕ	МСЕ	НМСЕ	МСЕ	НМСЕ
коефіцієнт викорис-тання болта	0.39	0.431	0.398	0.394	0.399	0.388	0.399	0.439	0.438	0.397	0.401
% порівняно із ДБН	0	9.99	2.03	1.02	2.28	-0.51	2.28	11.82	11.59	1.778	2.78

Аналіз даних таблиці 3.7 свідчить про загалом задовільну збіжність результатів між усіма розглянутими методами. Відхилення коефіцієнтів використання болта від базового результату за ДБН [66] не перевищує 3% для

більшості підходів моделювання (підходи №1–3, №5), що підтверджує достатню точність застосованих числових моделей.

Найбільше відхилення від результату за ДБН зафіксовано для підходу №4 (моделювання преднатягу болта навантаженням від рівномірного нагрівання): +11,8% за МСЕ та +11,6% за НМСЕ. Водночас результат Idea StatiCa (0,431) є найближчим саме до підходу №4, що вказує на схожість фізичного механізму врахування преднатягу болта у компонентному методі та підході теплового нагрівання. Таким чином, підхід №4 найбільш коректно відтворює механізм преднатягу, реалізований в Idea StatiCa.

Слід також відзначити, що результати НМСЕ для більшості підходів знаходяться в діапазоні 0,395–0,401, тобто демонструють стабільну збіжність із результатами МСЕ та нормативним розрахунком, що обґрунтовує доцільність застосування НМСЕ для детального аналізу напружено-деформованого стану болтових з'єднань.

### **3.6 Верифікація результатів розрахунку з'єднання двох пластин при роботі болтів на зріз із експериментальними даними**

Для підтвердження достовірності запропонованого напіваналітичного методу скінченних елементів [46, 49, 61] як тестову задачу обрано плоске болтове з'єднання двох ідентичних металевих пластин (Пл-1 та Пл-2) товщиною 5 мм кожна, скріплених двома болтами типу М8. Геометричні параметри пластин: довжина – 0,14 м, висота – 0,065 м. У ході дослідження варіювалася відстань між осями болтів, що приймалася рівною 27 мм, 37 мм та 47 мм. Загальний вигляд з'єднання приведено на рисунку 3.17.

На з'єднання діє рівномірно розподілене осьове навантаження розтягу величиною  $N = 30$  кН, що формує однорідний напружений стан у пластинах. Пластини виготовлено з конструкційної сталі з модулем пружності  $E = 2,06 \times 10^5$  МПа та коефіцієнтом Пуассона  $\nu = 0,3$ .

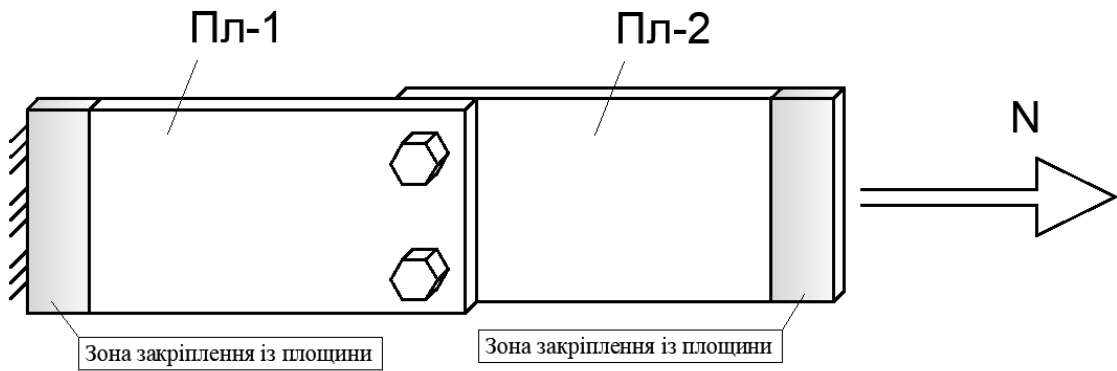


Рисунок 3.17 - Загальний вигляд з'єднання

Паралельний розрахунок у рамках класичного МСЕ виконано в середовищі програмного комплексу Ліра САПР [80] із застосуванням тривимірних восьмивузлових ізопараметричних скінченних елементів. Розрахункова схема наведена на рисунку 3.18. Отримані числові результати зіставлялися як між собою, так і з фізичними даними натурного експерименту, описаного в джерелі [78].

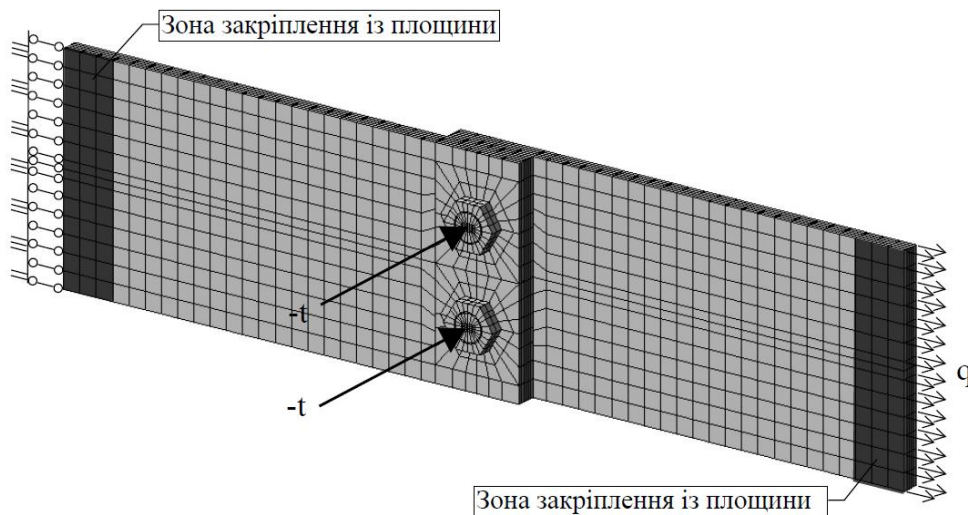


Рисунок 3.18 - Розрахункова схема МСЕ

Ключовим елементом побудови розрахункової схеми є коректне відтворення зазору між стрижнем болта та стінками отвору в пластинах. В рамках НМСЕ це досягається шляхом наближення модуля пружності до нуля ( $E$

$\approx 0$ ) у скінченних елементах, що займають область зазору. Той самий прийом використовується для моделювання розділового проміжку між пластинами – між ними вводиться умовний шар.

У міжпластинному контакті враховуються реакції тертя, спрямовані протилежно до вектора зовнішнього зусилля. Концентрація напружень у зоні спряження болта з матеріалом пластини враховується через відповідний коефіцієнт концентрації.

Граничні умови задачі: торець пластини Пл-2 навантажується рівномірно розподіленим зусиллям уздовж осі з'єднання, тоді як протилежний торець пластини Пл-1 повністю позбавлений осьових переміщень. Додатково уздовж бічних країв обох пластин введено обмеження переміщень із площини, що виключає їх поперечне викривлення. Попереднє затягування болтів відтворюється шляхом імітації температурного впливу.

Основним критерієм оцінки напруженого стану слугують еквівалентні напруження за критерієм Мізеса. За результатами розрахунку НМСЕ при відстані між болтами 27 мм, 37 мм та 47 мм максимальні еквівалентні напруження в зоні з'єднання становлять 362 МПа, 349 МПа та 295 МПа відповідно.

Для тих самих геометричних конфігурацій розрахунок за МСЕ дає значення напружень 358 МПа, 347 МПа та 296 МПа. (див. рисунок 3.19). Натурний експеримент [78] зафіксував відповідні величини на рівні 358,04 МПа, 341,07 МПа та 308,77 МПа.

Отримані на основі НМСЕ та МСЕ результати а також результати на основі експерименту наведені у вигляді графіку співставлення величин еквівалентних напружень (див. рисунок 3.20).

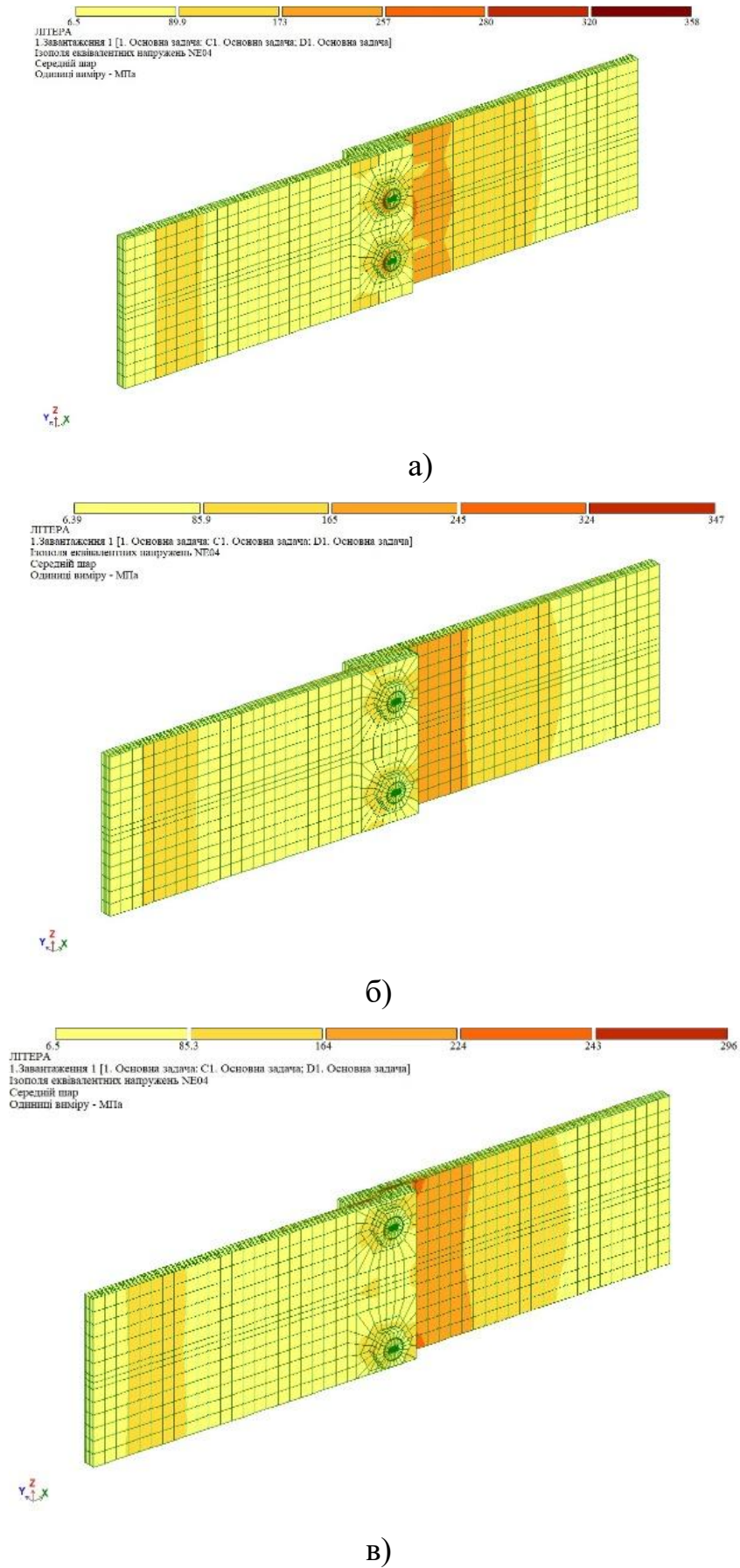


Рисунок 3.19 - Еквівалентні напруження в зоні з'єднання при відстані між болтами (а) 27 мм, (б) 37 мм, (в) 47мм

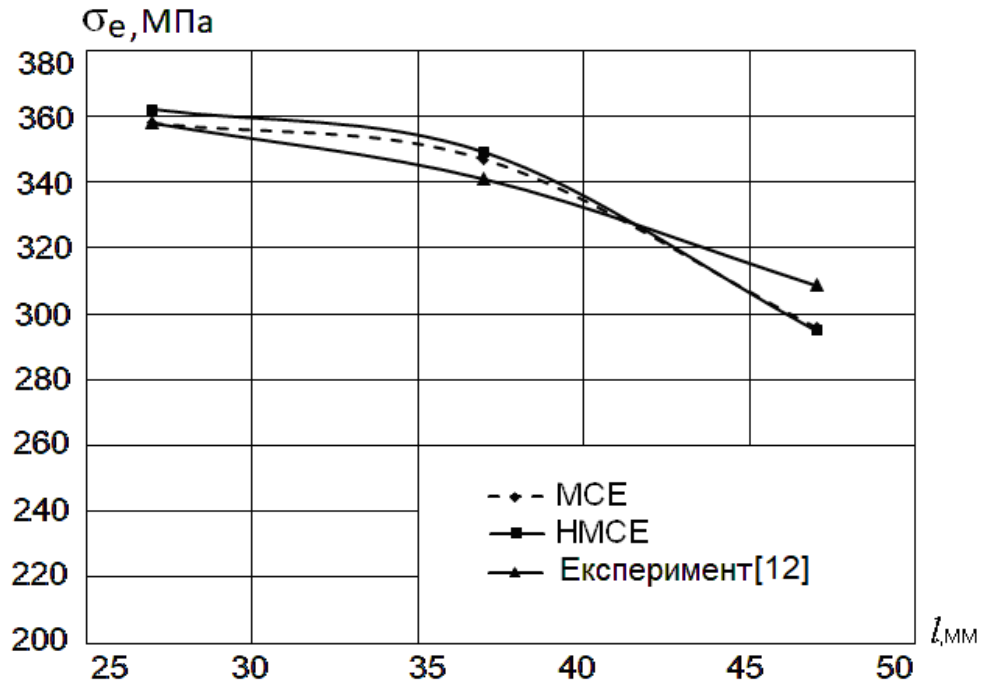


Рисунок 3.20 - Співставлення величин еквівалентних напружень для МСЕ та НМСЕ

Таблиця 3.8

Порівняння еквівалентних напружень у болтовому з'єднанні

Крок болтів, мм	Експериментальні дані, МПа [78]	МСЕ, МПа	НМСЕ, МПа	НМСЕ / Експ., %	МСЕ / Експ., %
27	358,04	358,0	362,0	+1,10	-0,01
37	341,07	347,0	349,0	+2,30	+1,72
47	308,77	296,0	295,0	-4,56	-4,22

Дані таблиці 3.8 свідчать про задовільну збіжність між усіма трьома методами. Відхилення результатів НМСЕ від експериментальних значень не перевищує 4,56 %, тоді як порівняння з МСЕ демонструє ще вищу узгодженість

– похибка не виходить за межі 1,11 %, що цілком задовольняє критеріям інженерної точності.

Простежується чітка тенденція до зниження рівня максимальних еквівалентних напружень при збільшенні кроку між болтами. Зокрема, при збільшенні відстані з 27 мм до 47 мм значення напружень за НМСЕ знижуються з 362 МПа до 295 МПа, за МСЕ – з 358 МПа до 296 МПа, а за даними фізичного дослідження – з 358,04 МПа до 308,77 МПа. Ця закономірність однаково відображається в усіх трьох підходах, що підтверджує надійність отриманих результатів.

### 3.7 Аналіз та верифікація напружено-деформованого стану фланцевого з'єднання кругових труб при дії згинального моменту

Фланцеві болтові з'єднання кругових труб є одними з найбільш відповідальних вузлів у сучасних металевих конструкціях. Основною перевагою цього типу з'єднань є те, що вони не послаблюють поперечний переріз труби, забезпечуючи ефективну передачу зусиль між елементами.

Класифікація фланцевих пластин передбачає два основних типи (див. рисунок 3.21): суцільні (перекривають весь переріз труби) та кільцеві (охоплюють лише периметр перерізу).

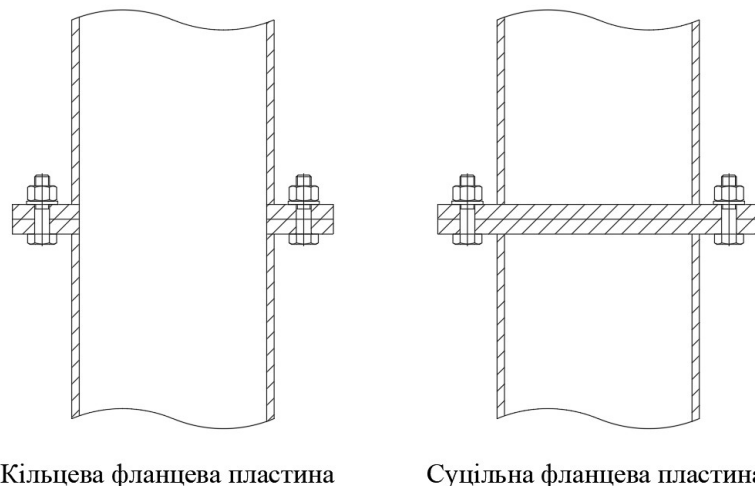


Рисунок 3.21 -Типи фланцевих пластин

Кільцевий тип є більш матеріалоємно ефективним для конструкцій, що сприймають переважно згинальні моменти, оскільки забезпечує необхідну жорсткість з мінімальною витратою сталі.

Питанням розрахунку та аналізу фланцевих з'єднань присвячено значну кількість наукових праць. Ранні аналітичні підходи базувалися на спрощених моделях, що розглядали роботу болтів у рамках лінійного пружного аналізу та не враховували контактну взаємодію між фланцями. Подальший розвиток чисельних методів, зокрема методу скінченних елементів, відкрив можливість детального дослідження напружено-деформованого стану всіх елементів вузла.

Метою цього розділу – виконати розрахунок фланцевого вузла кругових труб на дію згинального моменту з застосуванням кількох чисельних методів, дослідити максимальні напруження та зусилля в болтах, порівняти отримані результати між собою та з експериментальними даними, а також визначити рекомендації щодо застосування різних підходів у практиці проектування.

Нормативну базу для розрахунку болтових з'єднань в Україні складають ДБН В.2.6-198 [66] та ДСТУ Б EN 1993-1-8 (Єврокод 3) [11]. Ці документи регламентують підбір болтів, розрахункові опори, умови передачі зусиль та вимоги до конструктивного оформлення з'єднань. Разом з тим нормативні методи не завжди дозволяють оцінити детальний розподіл напружень у вузлі, що зумовлює необхідність застосування чисельних методів.

Об'єктом дослідження є фланцеве болтове з'єднання двох кругових труб кільцевого типу, навантажене зосередженим згинальним моментом. Геометричні та конструктивні параметри прийнято відповідно до типових конструктивних рішень, що широко застосовуються в будівельній практиці.

Основні параметри з'єднання:

- діаметр труб  $D_{тр} = 762$  мм;
- товщина стінки труби  $t_{тр} = 6$  мм;
- товщина фланців  $t_f = 40$  мм (фланець кільцевого типу);
- зовнішній радіус фланців  $R_f = 459$  мм;
- внутрішній радіус фланців – по внутрішній грані труби;

- радіус розміщення болтів  $R_b = 423$  мм;
  - болти М24 класу міцності 10.9;
  - кількість болтів – 24 шт., рівномірно розміщених по радіусу (див. рисунок 3.23).
- рисунок 3.23).

До з'єднання прикладено зосереджений згинальний момент  $M = 750$  кНм, що діє по центральних осях однієї труби; інша труба жорстко закріплена. Матеріал труби та фланців – сталь S355, модуль пружності  $E = 2,06 \times 10^5$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0,3$ . Загальний вигляд з'єднання представлено на рисунку 3.22.

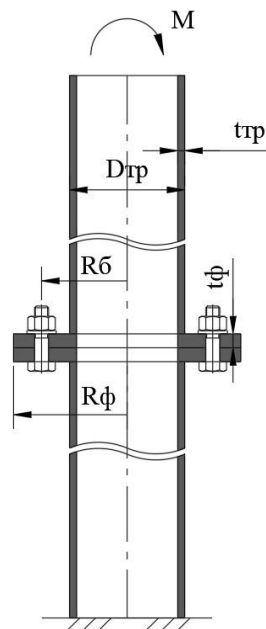


Рисунок 3.22 - Загальний вигляд болтового з'єднання двох кругових труб кільцевого типу

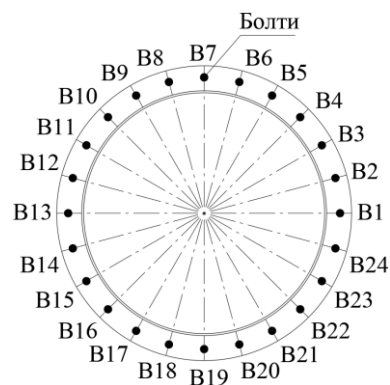


Рисунок 3.23 - Розташування болтів у фланцевому з'єднанні

Розміщення болтів прийнято симетричним відносно осі, що співпадає з напрямком дії моменту. Нумерація болтів виконана послідовно по колу.

Вибір товщини фланця 40 мм обумовлений необхідністю забезпечення достатньої жорсткості при передачі великих згинальних моментів та запобіганню пластичних деформацій фланцевої пластини. При тонких фланцях може спостерігатись ефект «ричага», при якому деформація фланця призводить до додаткового навантаження болтів. Раціональний вибір товщини фланця є важливим конструктивним параметром.

Для правильної інтерпретації результатів чисельного моделювання необхідно розуміти фізичну картину роботи фланцевого з'єднання при дії згинального моменту.

При прикладанні згинального моменту до вузла у перерізі фланця формуються дві принципово різні зони. Перша частина перерізу (де дія моменту викликає стиск) характеризується контактною взаємодією між фланцями: стискальні зусилля передаються безпосередньо через поверхні контакту фланцевих пластин. Друга частина перерізу (розтягнута) не має контакту між фланцями; зусилля розтягу сприймаються виключно болтами.

Межа між зонами стиску та розтягу (нейтральна вісь) не збігається з геометричною центральною віссю труби. Це зумовлено різною жорсткістю передачі зусиль у двох зонах: у зоні стиску жорсткість визначається площею контакту фланців, а у зоні розтягу – перерізами болтів. Положення нейтральної осі залежить від геометричних параметрів з'єднання та попереднього натягу болтів.

Попередній натяг болтів відіграє важливу роль у роботі з'єднання. По-перше, він забезпечує щільне прилягання фланців та необхідну жорсткість вузла при малих навантаженнях. По-друге, натяг впливає на розподіл зусиль між болтами при великих навантаженнях. По-третє, попередній натяг підвищує втомну міцність болтів за рахунок зменшення амплітуди змінних напружень.

Важливою особливістю розглянутого з'єднання є ефект відкривання стику, при достатньо великому моменті фланці на розтягнутій стороні розходяться, що

призводить до значного зростання зусиль у болтах. Цей ефект необхідно коректно відтворювати в розрахунковій моделі, що досягається застосуванням елементів односторонньої пружної в'язі.

Для отримання повної картини НДС фланцевого з'єднання та порівняльного аналізу точності різних підходів у цьому дослідженні застосовано чотири методи розрахунку. Нижче наведено детальний опис кожного з них.

Перший підхід реалізовано в програмному комплексі Ліра-САПР [80] з використанням універсальних чотирикутних скінченних елементів оболонки (див. рисунок 3.24). Цей тип SE є ефективним для моделювання тонкостінних конструкцій та забезпечує прийнятну точність при відносно невеликій кількості ступенів вільності.

Труба та фланцеві пластини розбиваються на сітку оболонкових елементів. Розмір елементів підбирається з умови забезпечення необхідної точності в зонах концентрації напружень. В зоні кріплення труби до фланця та в зоні отворів під болти сітку елементів згущено.

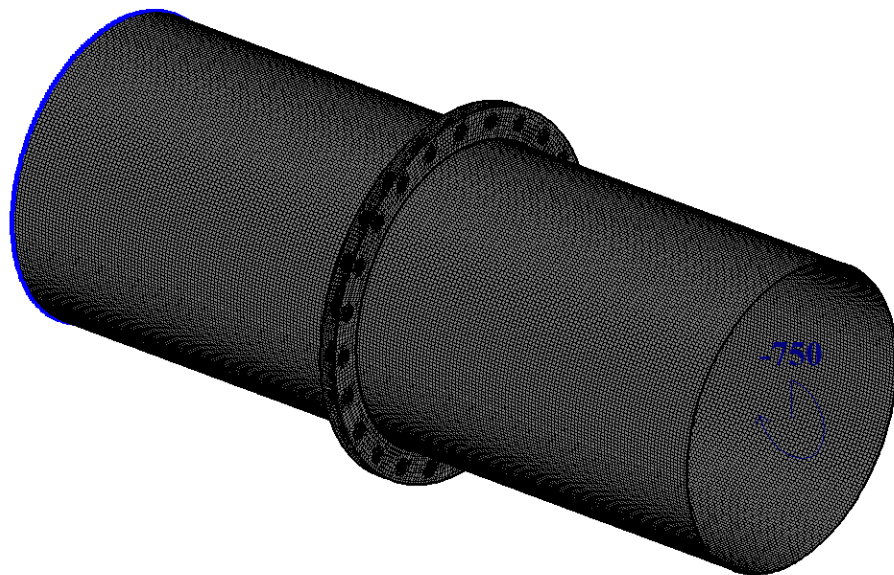


Рисунок 3.24 - Розрахункова схема МСЕ (чотирикутні SE оболонки)

Для адекватного відтворення НДС вузла використовуються наступні вихідні умови:

- Модуль пружності елементів у зоні між тілом болта та фланцем прийнято наближеним нулю ( $E \approx 0$ ) – такий підхід виключає передачу жорсткості у вказаній зоні та коректно відтворює НДС вузла.

- Для моделювання контактної взаємодії між фланцями застосовано двовузлові скінченні елементи односторонньої пружної в'язі, що передають лише стискальні зусилля.

- Болти змодельовано у вигляді стержневих елементів з попереднім натягом. Попередній натяг болтів задано шляхом моделювання температурного навантаження.

Другий підхід передбачає застосування тривимірних восьмивузлових ізопараметричних скінченних елементів у ПК Ліра-САПР (див. рисунок 3.25). На відміну від оболонкових елементів, тривимірні СЕ дозволяють коректно відтворювати просторовий розподіл напружень у товщині фланця та тілі болта, що є принципово важливим для детального аналізу НДС.

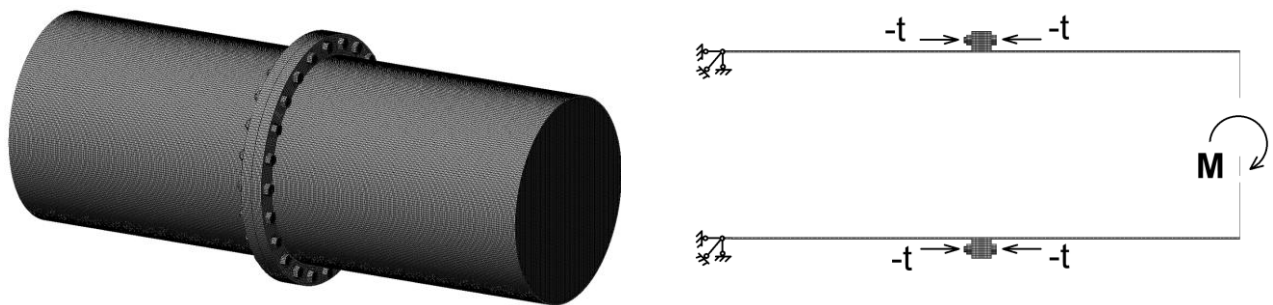


Рисунок 3.25 - Розрахункова схема МСЕ (восьмивузлові СЕ)

Вибір восьмивузлового ізопараметричного елемента обумовлений його здатністю точно апроксимувати криволінійні поверхні та забезпечувати другий порядок апроксимації поля переміщень, що є необхідним для адекватного відтворення зон концентрації напружень.

Моделювання натягу болта виконувалось навантаженням від рівномірного нагрівання. Натяг болта задано як еквівалентний температурний вплив, що спричиняє необхідне подовження болта.

Для локального дослідження НДС, третій підхід, у зоні найбільш навантаженого болтового з'єднання залучено напіваналітичний метод скінченних елементів [46, 49], загальний вигляд розрахункової схеми наведено на рисунку 3.26. Принципова особливість цього методу полягає в тому, що дискретизація виконується лише в межах поперечних перерізів тіл, тоді як у напрямку утворюючої застосовується аналітичний опис.

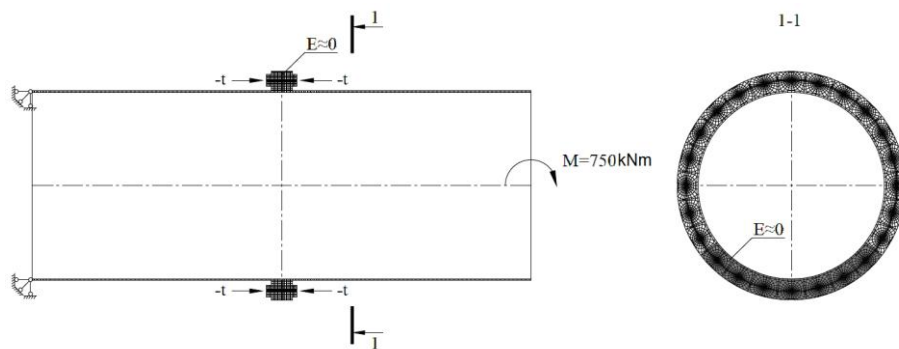


Рисунок 3.26 - Розрахункова схема фланцевого з'єднання

Розрахункова процедура НМСЕ включає такі основні кроки:

- виділення фрагмента конструкції, що включає найбільш навантажений болт (див. рисунок 3.27);

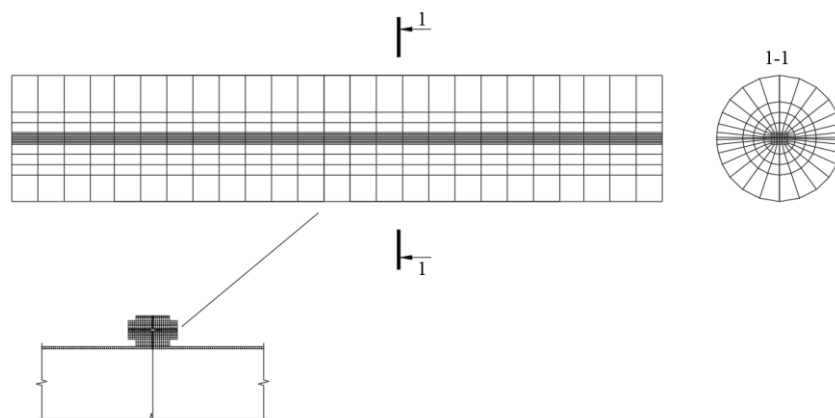


Рисунок 3.27 - Загальний вигляд розрахункової схеми НМСЕ

- побудова розрахункової сітки у поперечному перерізі фрагмента з достатньою деталізацією в зонах концентрації напружень;
- задання граничних умов та навантаження, отриманих з результатів загального розрахунку МСЕ;
- розрахунок та аналіз НДС у виділеному фрагменті.

Перевагою НМСЕ є значне скорочення розмірності задачі при збереженні необхідної точності локального аналізу. Це дозволяє отримати детальну картину розподілу напружень у тілі болта, виявити зони концентрації напружень та оцінити вплив конструктивних параметрів на НДС з'єднання.

У моделі відтворено дійсну конфігурацію стержня болта, включаючи різьбову частину та зони контакту гайки і головки болта з фланцем. Враховано попередній натяг болта та нерівномірність контактних реакцій під головкою болта та гайкою.

Четвертий підхід реалізовано в програмному комплексі Idea StatiCa Connection [81], що застосовує компонентний метод скінченних елементів [70, 76] (див. рисунок 3.28). Цей метод поєднує принципи традиційного компонентного методу з можливостями методу скінченних елементів для аналізу складних вузлів.

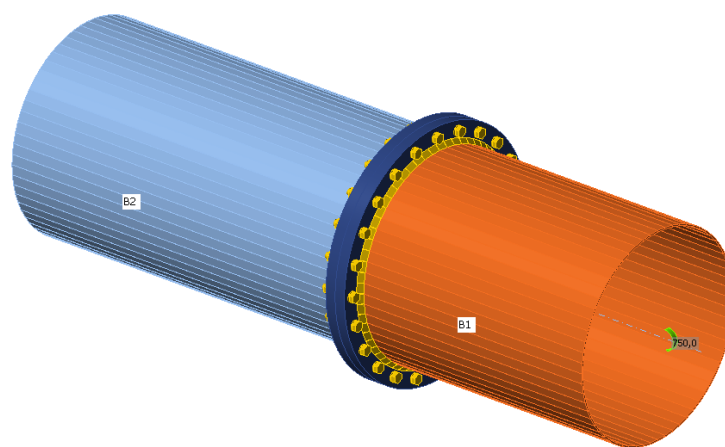


Рисунок 3.28 - Розрахункова схема КМСЕ

Обмеження методу пов'язані з відносно меншою деталізацією аналізу НДС, а також з певними спрощеннями в моделюванні контактної взаємодії та поведінки болтів.

Аналіз розподілу еквівалентних напружень в елементах з'єднання є важливим для оцінки несучої здатності конструкції та виявлення критичних зон. Максимальні значення еквівалентних напружень, отримані різними методами розрахунку, наведено в таблиці 3.9.

Таблиця 3.9

Максимальні значення еквівалентних напружень, отримані різними методами розрахунку

Метод розрахунку	МСЕ чотирикутні SE	МСЕ восьмивузлові SE	HMCE	KMCE (Idea StatiCa)
Макс. напруження, МПа	337	345	338	355

Характер розподілу напружень в усіх розглянутих варіантах розрахунку є якісно подібним. Максимальні напруження концентруються в зоні зварного шва між трубою та фланцевою пластиною, що є характерним для з'єднань, що сприймають згинальний момент. Ця зона є критичною і потребує особливої уваги при оцінці несучої здатності та залишкового ресурсу.

Розбіжність між максимальними напруженнями, отриманими різними методами, не перевищує 5 %, що свідчить про задовільну збіжність методів у частині визначення напруженого стану. Найнижчі значення дає МСЕ з оболонковими SE (337 МПа), найвищі – KMCE (355 МПа). Така закономірність пояснюється різним ступенем деталізації геометрії в зоні концентрації напружень.

Максимальне зусилля розтягу у найбільш навантаженому болті є ключовим показником [75] для оцінки несучої здатності з'єднання. Результати розрахунку різними методами у зіставленні з експериментальними даними наведено в таблиці 3.10.

Таблиця 3.10

## Максимальне зусилля розтягу в найбільш навантаженому болті

Перевірка	Експериментальні дані [75]	ММСЕ	МСЕ восьмивузлові СЕ	МСЕ чотирикутні СЕ	IDEA StatiCa
Максимальне значення зусилля розтягу в болтах, кН	285	271, рис.3.29 а	293,2, рис.3.29 б	217, рис.3.29 в	239,6, рис.3.29 г
% у порівнянні із експериментальними даними	-	-5,04	2,84	-27,09	-17,31

Найвищу збіжність з експериментальними даними демонструє МСЕ з тривимірними восьмивузловими СЕ (відхилення +2,84 %). Напіваналітичний МСЕ також забезпечує задовільну точність (відхилення –5,04 %). Результати ММСЕ (Idea StatiCa) мають відхилення –17,31 %, що є прийнятним для інженерних розрахунків. Найменш точним виявився МСЕ з оболонковими СЕ – відхилення становить –27,09 %.

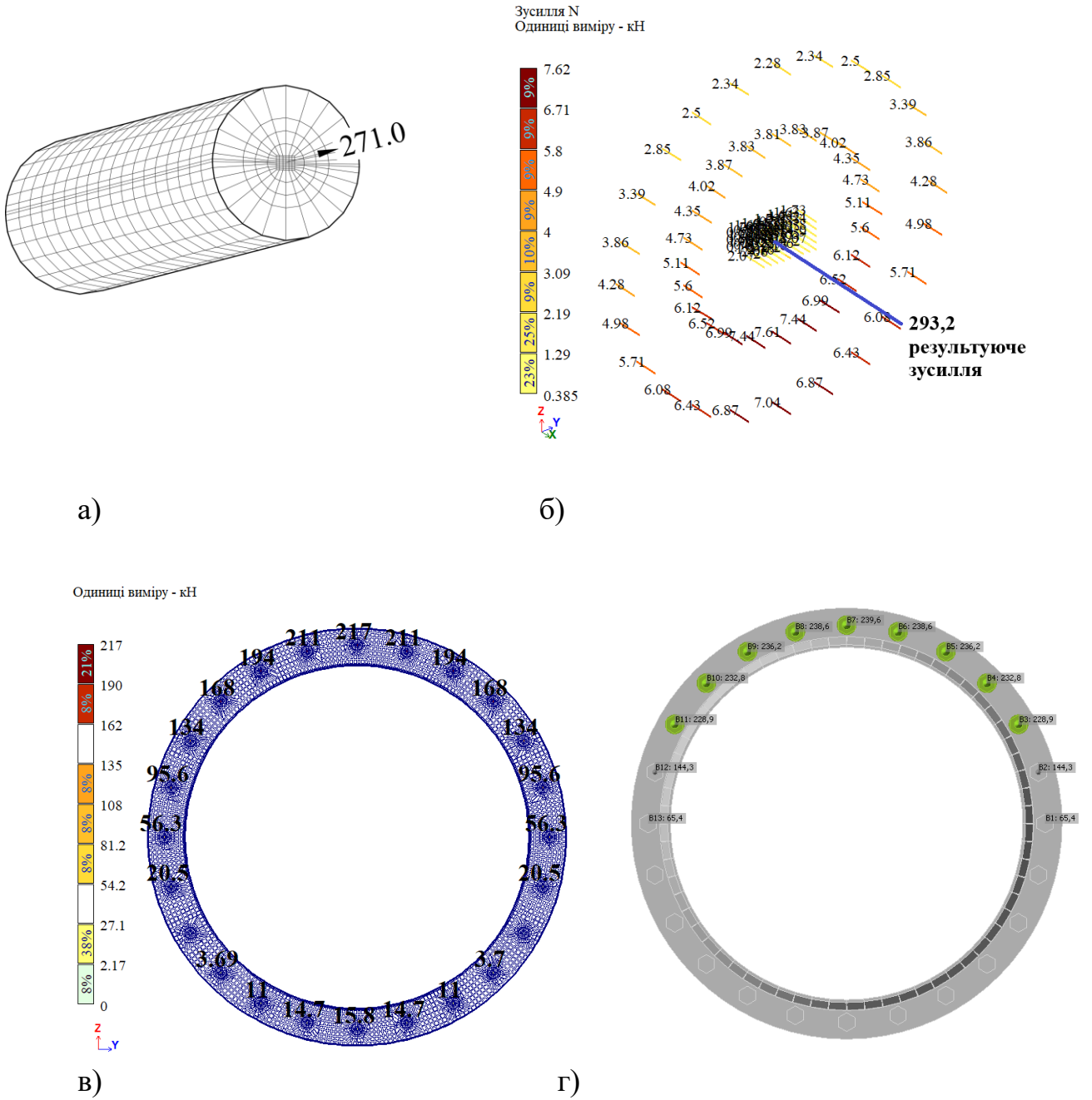


Рисунок 3.29 - Максимальне зусилля розтягу в найбільш навантаженому болті (а) НМСЕ, (б) МСЕ восьмивузлові СЕ, (в) МСЕ чотирикутні СЕ, (г) IDEASTaCa

Причини відхилень МСЕ з оболонковими СЕ можна пояснити наступним чином. Оболонкові елементи не дозволяють коректно відтворити тривимірний розподіл напружень у товщині фланця та тілі болта, що призводить до спрощеного уявлення про механізм передачі зусиль. Крім того, апроксимація

контактної взаємодії між фланцями в оболонковій моделі є менш точною, ніж у тривимірній.

Відхилення КМСЕ (Idea StatiCa) пояснюється відмінностями в підходах до моделювання болтових з'єднань та контактної взаємодії, властивими компонентному методу. Разом з тим, результат  $-17,31\%$  є цілком прийнятним для практичного проектування, а суттєвою перевагою цього підходу є зручність підготовки та аналізу розрахункової схеми.

Застосування напіваналітичного МСЕ дозволяє отримати детальну картину розподілу напружень (див. рисунок 3.30) безпосередньо в тілі найбільш навантаженого болта, що неможливо або надто трудомістко при використанні повної тривимірної МСЕ-моделі.

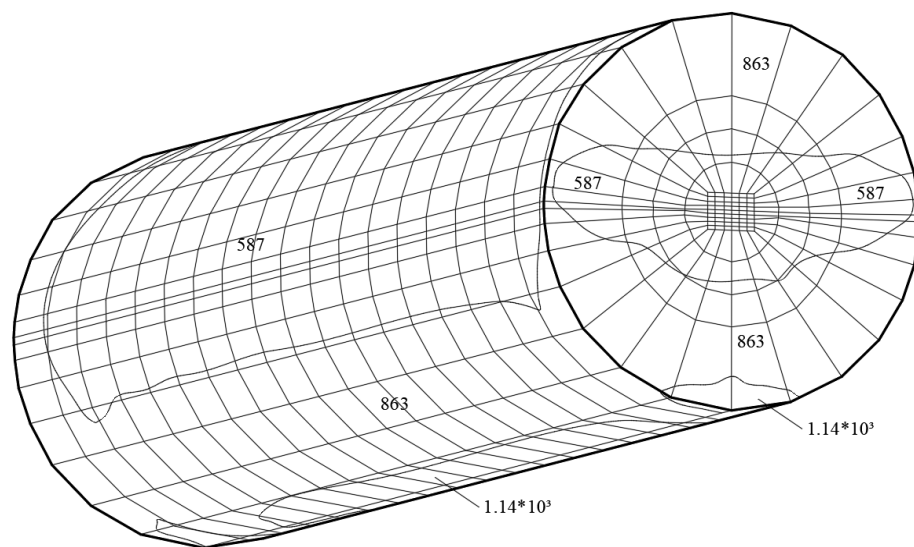


Рисунок 3.30 - Розподілення напружень в тілі болта (НМСЕ)

Аналіз розподілу напружень у тілі болта виявив такі особливості:

- Нерівномірний розподіл напружень у напрямку дії згинального моменту: напружена сторона болта, обернена до розтягнутої зони труби, має вищі напруження, ніж протилежна сторона.

- Симетричний розподіл напружень у площині, перпендикулярній до дії моменту.

- Концентрація напружень у зоні різьбового з'єднання болт-гайка, що є критичним місцем для оцінки втомної міцності.

- Нерівномірний розподіл контактних тисків під головкою болта та гайкою, що відображає реальну роботу болтового з'єднання.

Характер розподілу напружень у болті підтверджує адекватність прийнятої розрахункової моделі та відповідає очікуваному просторовому згину елемента.

Виявлений розподіл напружень у тілі болта є важливим для оцінки його залишкового ресурсу. Максимальні напруження в зоні різьби, з урахуванням їх циклічного характеру при змінних навантаженнях, визначають втомну міцність болта та можуть слугувати основою для прогнозування ресурсу з'єднання.

Важливим критерієм адекватності розрахункової моделі є відповідність не лише кількісних характеристик (зусиль, напружень), але й якісної картини деформацій, зокрема характеру локальних деформацій стінки труби в зоні фланцевого з'єднання.

Порівняння розподілу деформацій, отриманого чисельними методами, з результатами фізичного експерименту виявило загальну відповідність картини деформування (див. рисунок 3.31). Зокрема:

- характер деформацій стінки труби в зоні кріплення до фланця (локальне увігнення стінки) відтворюється всіма методами розрахунку;

- розташування та розміри зони підвищених деформацій відповідають експериментальним спостереженням;

- симетрія деформацій відносно площини дії моменту виконується як у чисельному розрахунку, так і в експерименті.

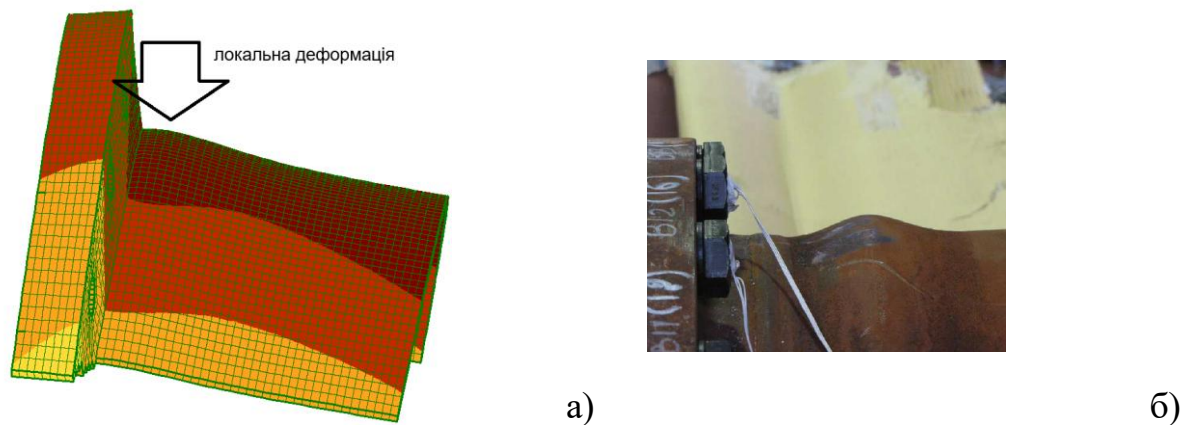


Рисунок 3.31 - Зона локальної деформації стінки труби згідно (а) розрахунку, (б) експериментальні дані [75]

Найкраща якісна та кількісна відповідність спостерігається для МСЕ з тривимірними восьмивузловими СЕ. Відповідність характеру деформацій при використанні НМСЕ також є задовільною, що підтверджує правомірність застосування цього методу для локального аналізу.

Вище для моделювання фланцевого з'єднання застосовувалось температурне навантаження як спосіб задання попереднього натягу болтів. З метою оцінки впливу підходу до моделювання натягу на точність результатів у даному розділі виконано порівняльний аналіз двох методів: термомеханічної моделі (рівномірне нагрівання стрижня болта) та моделі зосереджених сил (пара сил по осі болта).

Термомеханічна модель натягу (підхід №4). Натяг болта задано як еквівалентний температурний вплив, що спричиняє необхідне подовження стрижня болта.

Модель зосереджених сил по осі болта (підхід №3). Натяг задано як пару зосереджених сил, прикладених до торцевих вузлів болта — у вузлі головки болта сила спрямована у від'ємному напрямку осі, у вузлі гайки — у позитивному. Величина кожної з сил приймається рівною зусиллю попереднього натягу. Система є самоврівноваженою: сума зовнішніх сил у напрямку осі болта дорівнює нулю, тому матриця жорсткості конструкції залишається незмінною.

Аналіз напружено-деформованого стану фланцевого з'єднання виконувався на основі числового моделювання МСЕ у просторовій постановці з використанням восьмивузлових ізопараметричних скінченних елементів у ПК Ліра-САПР. Порівнювались розподіл еквівалентних напружень у конструктивних елементах вузла та зусилля розтягу у найбільш навантаженому болті при двох зазначених підходах до задання попереднього натягу.

За результатами моделювання встановлено, що максимальні значення еквівалентних напружень у стінці труби досягають:

- 396 МПа при заданні в моделі натягу болта у вигляді навантаження зосередженими силами (див. рисунок 3.32);
- 345 МПа при заданні в моделі натягу болта у вигляді навантаження від рівномірного нагрівання (див. рисунок 3.33).

Розбіжність між двома підходами становить близько 15 %. Підхід із зосередженими силами дає завищені пікові напруження в стінці труби (396 МПа проти 345 МПа при термомеханічній моделі), що пояснюється концентрацією навантаження в точкових вузлах осі болта. Термомеханічна модель забезпечує рівномірніший розподіл температурних деформацій по всьому перерізу стрижня болта, що більш адекватно відтворює реальний механізм затягування.

Разом з тим варто відзначити на відмінності в розподілі зусиль в болтах. Максимальне зусилля розтягу у найбільш навантаженому болті становить 217 кН при розрахунку з використанням універсальних чотирикутних оболонкових СЕ, 293,2 кН — при застосуванні універсальних тривимірних восьмивузлових ізопараметричних СЕ у Ліра-САПР. Розподіл зусиль у скінченних елементах, що моделюють болти та зони стиску на контакті фланців, наведено на рисунку 3.34.

Мозаїка еквівалентних напружень NE04  
Середній шар  
Одиниці виміру - МПа

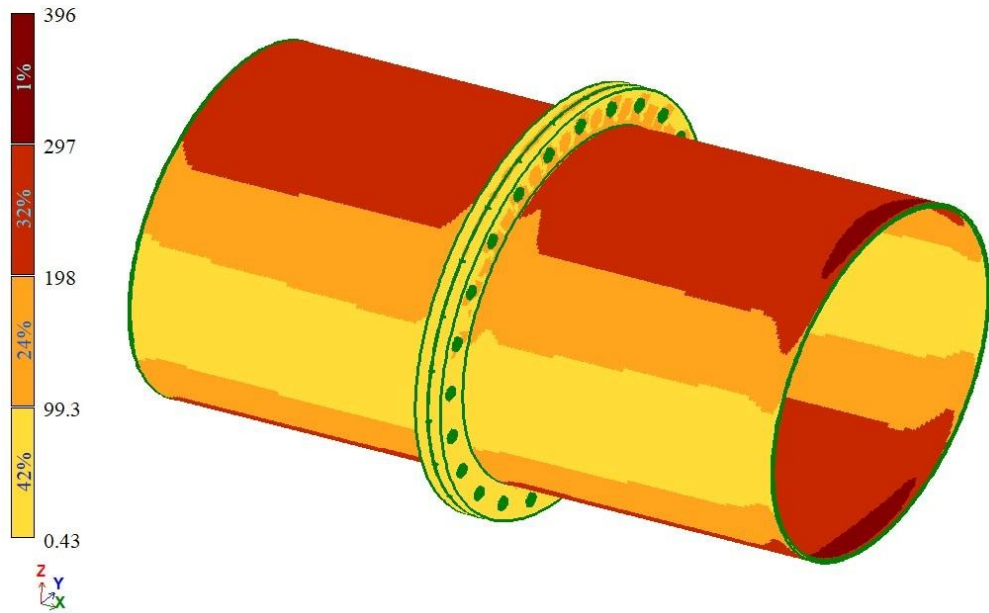


Рисунок 3.32 - Еквівалентні напруження МСЕ при моделювання натягу болта зосередженими силами, прикладеними по осі болта

Мозаїка еквівалентних напружень NE04  
Середній шар  
Одиниці виміру - МПа

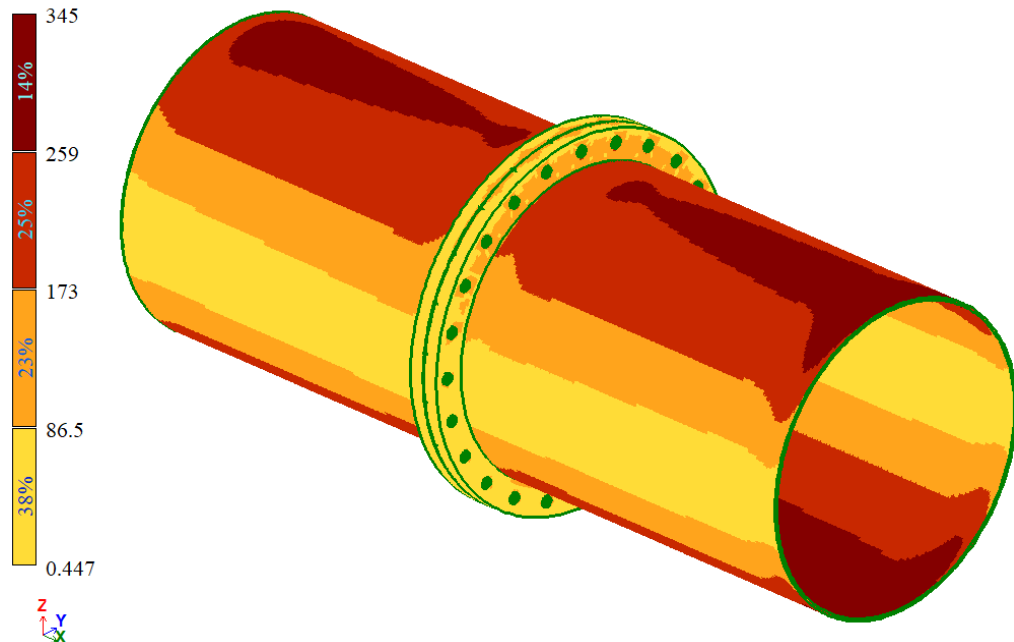


Рисунок 3.33 - Еквівалентні напруження МСЕ при моделювання натягу болта навантаженням від рівномірного нагрівання

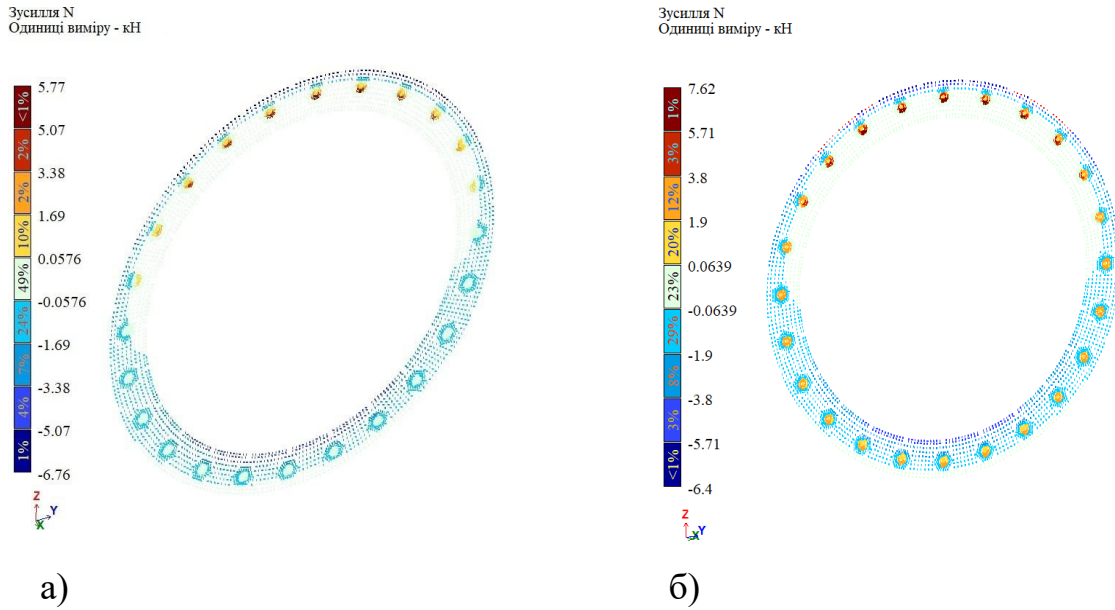


Рисунок 3.34 - Розподілення зусиль в зоні контакту фланців при моделюванні натягу болта (а) зосередженими силами, (б) навантаженням від рівномірного нагрівання

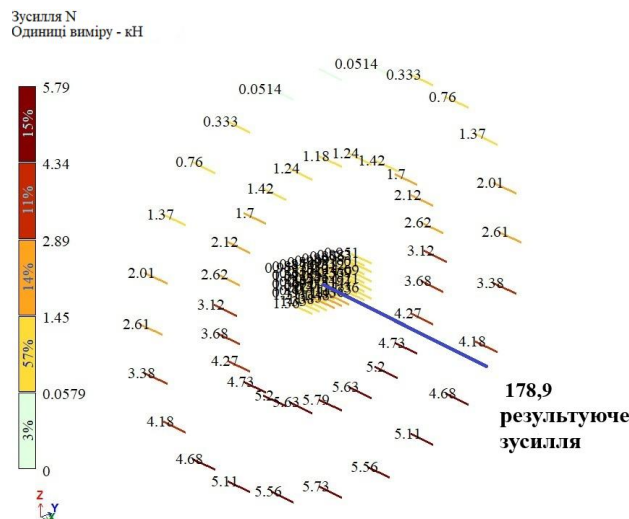


Рисунок 3.35 - Максимальне зусилля розтягу в найбільш навантаженому болті при моделювання натягу болта зосередженими силами, прикладеними по осі болта.

За результатами експерименту [75] максимальне значення зусилля в болті складає – 285 кН. Згідно з результатами на основі МСЕ з восьмивузлових ізопараметричних СЕ і моделювання натягу болта зосередженими силами складає– 177,7кН (див. рисунок 3.35), у випадку моделювання натягу болта у

вигляді навантаження від рівномірного нагрівання складає – 293,2 кН (див. рисунок 3.29 б). Отримані результати розрахунку зведені в таблицю 3.11.

Таблиця 3.11

## Максимальне зусилля розтягу в найбільш навантаженому болті

Перевірка	Експериментальні дані [75]	МСЕ моделювання натягу болта зосередженими силами	МСЕ моделювання натягу болта навантаження від рівномірного нагрівання
Максимальне значення зусилля розтягу в болтах, кН	285	177,7	293,2
% у порівнянні із експериментальними даними	-	-37,65	2,84

Результати розрахунку порівнювалися з експериментальними даними [75]. Термомеханічна модель натягу (підхід №4) забезпечила відхилення зусилля у найбільш навантаженому болті від експериментального значення (285 кН) лише +2,84 % (293,2 кН), тоді як модель зосереджених сил (підхід №3) дала суттєво менше значення — 177,7 кН (-37,65 %). Аналогічна картина спостерігається і для максимальних еквівалентних напружень у стінці труби: термомеханічна модель дає 345 МПа, тоді як підхід зосереджених сил — 396 МПа, що на 14,8 % більше. Такий результат пояснюється особливістю точкового прикладання зусиль у підході №3: зосереджені сили вводять штучну концентрацію в торцевих вузлах болта, що спотворює як локальний напружений стан у зоні контакту головки болта з фланцем, так і загальний розподіл зусиль між болтами по колу. Таким чином, для фланцевих з'єднань, де болти працюють переважно на розтяг

від згинального моменту, термомеханічна модель натягу є значно точнішою і рекомендується як основний підхід при числовому моделюванні подібних вузлів методом МСЕ.

На основі виконаних розрахунків та аналізу результатів, отриманих методами МСЕ, НМСЕ та КМСЕ (Idea StatiCa), а також їх зіставлення з експериментальними даними, сформульовано висновки щодо впливу основних конструктивних параметрів на напружено-деформований стан фланцевого з'єднання.

Товщина фланцевої пластини є визначальним конструктивним параметром, що суттєво впливає на характер розподілу зусиль у болтах та рівень концентрації напружень у зварному шві. При малій товщині фланця ( $t_f < 20$  мм) під дією згинального моменту відбувається значна деформація пластини, що призводить до ефекту «важеля» (T-stub lever arm effect): відгин фланця спричиняє додаткові зусилля в болтах, що суттєво перевищують значення, отримані з рівноваги без урахування деформацій фланця. При товщині 40 мм (прийнятій у досліджуваному з'єднанні) ефект важеля є мінімальним, оскільки фланець достатньо жорсткий, щоб передавати зусилля без суттєвого вигину. Числове моделювання підтверджує, що максимальне зусилля в болті при  $t_f = 40$  мм відповідає теоретичному значенню з рівняння рівноваги (відхилення від аналітичного розрахунку за ДБН не перевищує 3 %). Збільшення товщини фланця понад раціональне значення (понад 45–50 мм для даного перерізу) вже не призводить до помітного зниження зусиль у болтах, але суттєво збільшує вагу та вартість вузла.

Кількість болтів та радіус їх розміщення визначають розподіл зусиль між болтами та ефективність використання несучої здатності з'єднання. Рівномірне розміщення 24 болтів по колу з радіусом  $R^b = 423$  мм забезпечує раціональний розподіл зусиль: болти, розташовані поблизу розтягнутого волокна, сприймають максимальне зусилля (271–293 кН за результатами МСЕ та НМСЕ), тоді як болти поблизу нейтральної осі практично не навантажені. При зменшенні кількості болтів при незмінному моменті зусилля в кожному болті зростають пропорційно,

що може призвести до перевищення розрахункового опору. Збільшення ж радіусу розміщення болтів дозволяє збільшити плече пари сил і зменшити максимальне зусилля в болтах, проте вимагає збільшення зовнішнього радіусу фланця. Оптимальне конструктивне рішення визначається компромісом між несучою здатністю болтів, жорсткістю фланця та габаритними розмірами вузла.

Попередній натяг болтів суттєво впливає на НДС фланцевого з'єднання одразу по кількох напрямках. По-перше, він підвищує жорсткість з'єднання при малих навантаженнях: фланці щільно притиснуті один до одного, і стик не розкривається до досягнення зовнішнім моментом певного порогового значення, що визначається величиною натягу та геометрією розташування болтів. По-друге, при циклічному навантаженні натяг суттєво зменшує амплітуду змінних зусиль у болтах (болт «розвантажується» і «навантажується» в межах залишкового натягу), що підвищує їх втомну міцність. По-третє, при достатньо великому натягу та відповідному конструктивному рішенні фланці здатні передавати поперечні зсувні зусилля за рахунок тертя між поверхнями. Аналіз результатів числового моделювання підтверджує, що нехтування натягом призводить до некоректного визначення зусиль у болтах та положення нейтральної осі перерізу.

Підхід до моделювання натягу болтів суттєво впливає на точність визначення НДС фланцевого з'єднання. Результати однозначно свідчать: термомеханічна модель натягу (підхід №4, рівномірне нагрівання стрижня болта) забезпечує відхилення зусилля в болті від експериментального значення лише 2,84 %, тоді як модель зосереджених сил (підхід №3) дає похибку –37,65 %. Це пов'язано з тим, що зосереджені сили вводять штучну локальну концентрацію напружень у торцевих вузлах болта, що порушує рівномірний розподіл реакцій під головкою болта та гайкою. Для фланцевих з'єднань рекомендується застосовувати термомеханічну модель натягу як основний підхід.

Зона концентрації напружень та критичний елемент конструкції. У всіх розглянутих варіантах розрахунку (МСЕ з оболонковими СЕ, МСЕ з тривимірними СЕ, НМСЕ, КМСЕ) максимальні еквівалентні напруження

локалізуються в зоні зварного шва між стінкою труби та фланцевою пластиною з боку розтягнутого волокна. Значення максимальних напружень становлять 337–355 МПа (розкид між методами 5 %), що наближається до межі плинності сталі S355 (355 МПа). Ця зона є критичною для несучої здатності та залишкового ресурсу з'єднання і потребує підвищеної уваги при контролі якості зварювання, оскільки навіть незначні дефекти зварного шва можуть суттєво знизити несучу здатність вузла. Концентрація напружень у тілі самого болта (за даними НМСЕ) спостерігається в різьбовій зоні, де максимальні значення можуть перевищувати середній рівень напружень у стрижні на 20–30 %.

Вибір методу числового моделювання суттєво впливає на точність визначення зусиль у болтах. МСЕ з тривимірними восьмивузловими ізопараметричними СЕ забезпечує найвищу точність (відхилення зусилля в болті від експериментального значення +2,84 %) та є рекомендованим для детальних розрахунків відповідальних вузлів. НМСЕ дає відхилення –5,04 % при значно меншій розмірності задачі, що робить його ефективним інструментом для локального аналізу напруженого стану в найбільш навантажених болтах. МСЕ з оболонковими СЕ недооцінює зусилля в болтах (–27,09 % від експерименту) через неможливість коректно відтворити тривимірний розподіл напружень у товщині фланця, тому його застосування для фланцевих з'єднань слід обмежувати попередніми проектними оцінками. КМСЕ (Idea StatiCa) дає відхилення –17,31 %, що є прийнятним для практичного проектування з урахуванням його зручності у підготовці розрахункових схем складних вузлів.

Ефект розкриття стику фланців є нелінійним явищем, що суттєво ускладнює розрахунок з'єднання. При досягненні зовнішнім моментом значення, за якого розтягуюче зусилля в болтах перевищує попередній натяг, фланці на розтягнутій стороні починають розходитись. Це призводить до стрибкоподібного зростання зусиль у болтах і формування концентрації контактних напружень на кромці стику фланців з боку стиснутої зони. Коректне моделювання цього ефекту вимагає застосування елементів односторонньої пружної в'язі або контактних елементів, що враховують умову непроникності

між фланцями. Нехтування умовою нерозкриття стику призводить до недооцінки зусиль у болтах і є неприпустимим при проектуванні відповідальних вузлів. Дані числового моделювання підтверджують, що при  $M = 750$  кНм і натягу болтів  $W_0 = 353$  кН стик не розкривається повністю, однак у розтягнутій зоні спостерігається часткове зниження контактного тиску між фланцями до нульового значення.

## РОЗДІЛ 4

### ВИЗНАЧЕННЯ ВПЛИВУ НАБУТИХ ДЕФЕКТІВ В ПРОЦЕСІ ЕКСПЛУАТАЦІЇ У БОЛТІ ФЛАНЦЕВОГО З'ЄДНАННЯ МОСТУ

Болтові фланцеві з'єднання є невід'ємним конструктивним елементом металевих мостових споруд, від технічного стану яких безпосередньо залежить надійність і довговічність всієї конструкції. В умовах тривалої експлуатації під дією змінних навантажень, температурних впливів та агресивного середовища в елементах таких з'єднань неминуче накопичуються дефекти різної природи — від корозійних пошкоджень і мікротріщин до деформацій болтів і ослаблення попереднього натягу. Наявність подібних пошкоджень призводить до перерозподілу внутрішніх зусиль, локальної концентрації напружень та, як наслідок, до зниження несучої здатності і довговічності з'єднання в цілому.

Практика експлуатації металевих мостів свідчить про те, що болтові з'єднання є одними з найбільш вразливих вузлів конструкції. Незважаючи на значну кількість наукових досліджень у цій галузі, питання кількісної оцінки впливу набутих дефектів на напружено-деформований стан окремих елементів з'єднання залишається актуальним і потребує подальшого вивчення. Особливої уваги заслуговує застосування сучасних чисельних методів, зокрема напіваналітичного методу скінченних елементів, який дозволяє ефективно поєднувати точність аналітичного розв'язку з гнучкістю чисельної дискретизації та суттєво скорочувати розмірність задачі при збереженні високої точності результатів.

У даному розділі розглядається фланцеве болтове з'єднання пішохідного мосту, розташованого в садибному парку Гелгаудишкіс (Литва). На основі розробленої просторової розрахункової схеми мосту визначено внутрішні зусилля в досліджуваному вузлі. Для детального аналізу НДС з'єднання побудовано модель на основі напіваналітичного МСЕ з урахуванням двох характерних типів набутих дефектів — раковин у тілі болта та деформацій болта.

Достовірність отриманих результатів підтверджено шляхом їх порівняння з незалежним розрахунком у програмному комплексі Idea StatiCa Connection.

#### 4.1 Побудова розрахункової схеми фланцевого з'єднання з урахуванням дефектів

Розглядуваний об'єкт – фланцеве болтове з'єднання двох труб пішохідного мосту. Міст розташований на території садибного парку Гелгаудишкіс у місті Гелгаудишкіс в республіці Литва (див. рисунок 4.1). Міст являє собою просторову металеву конструкцію виконану з окремих просторових ферм, елементи ферм виконані з труб круглого перерізу. З'єднання ферм між собою відбувається за допомогою суцільних фланців та болтів. Загальний вигляд мосту зображено на рисунку 4.2. Міст характеризується такими геометричними параметрами: проліт складає 23 м, ширина мосту - 1,5 м, висота просторової ферми між поясами – 1,6 м (див. рисунок 4.3). Розміри окремих просторових ферм складають 8,1 м та 6 м.



а)



б)

Рисунок 4.1- Пішохідний міст

Загальний вигляд фланцевого з'єднання зображено на рисунку 4.4. Фланцеве болтове з'єднання двох труб діаметром  $D_{тр}=219,1$  мм з товщиною стінки  $t_{тр}=8$  мм, товщина фланців прийнята  $t_f=20$  мм, зовнішній радіус фланців прийнято  $R_f=210$  мм, радіус розміщення болтів прийнято  $R_b=160$  мм, болти прийняті М24 класу міцності 10.9, кількість болтів - 6 шт рівномірно розміщених

по радіусу. Матеріал труби та фланців – сталь S355, модуль пружності  $E=2.06 \times 10^5 \text{ МПа}$  та коефіцієнт Пуассона  $\nu=0,3$ .



Рисунок 4.2- Загальний вигляд мосту

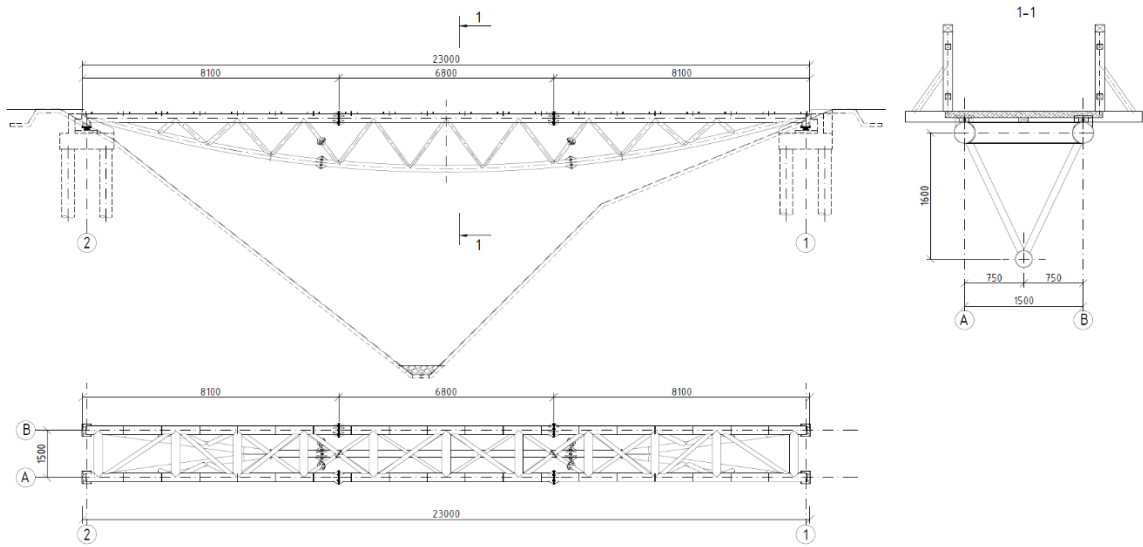


Рисунок 4.3 - Геометричні параметри мосту

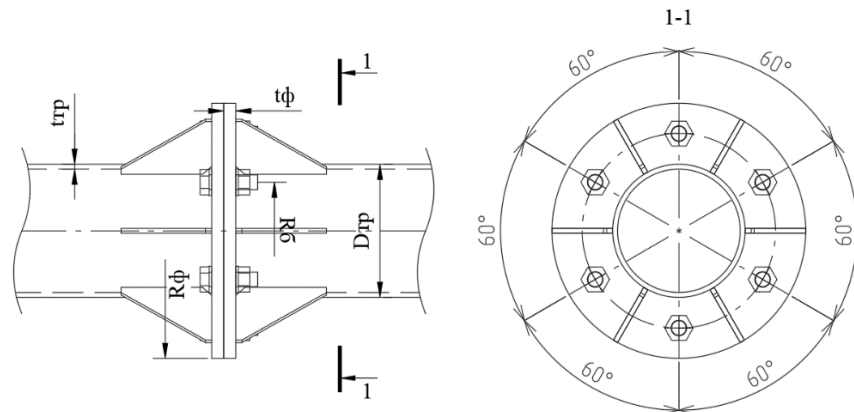


Рисунок 4.4 - Фланцеве з'єднання

Для визначення розподілу зусиль в конструкції, зокрема- навантажень у досліджуваному вузлі було створено просторову розрахункову схему мосту в програмному комплексі Autodesk Robot Structural Analysis (див. рисунок 4.5) та проведено розрахунок. Отримані результати розподілу внутрішніх зусиль в окремих елементах конструкції наведені на рисунку 4.6.

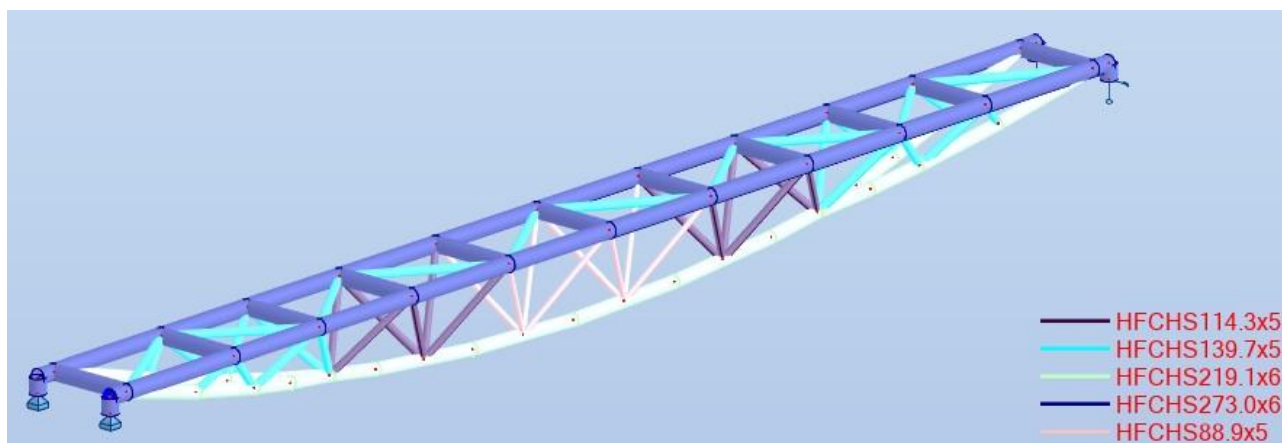
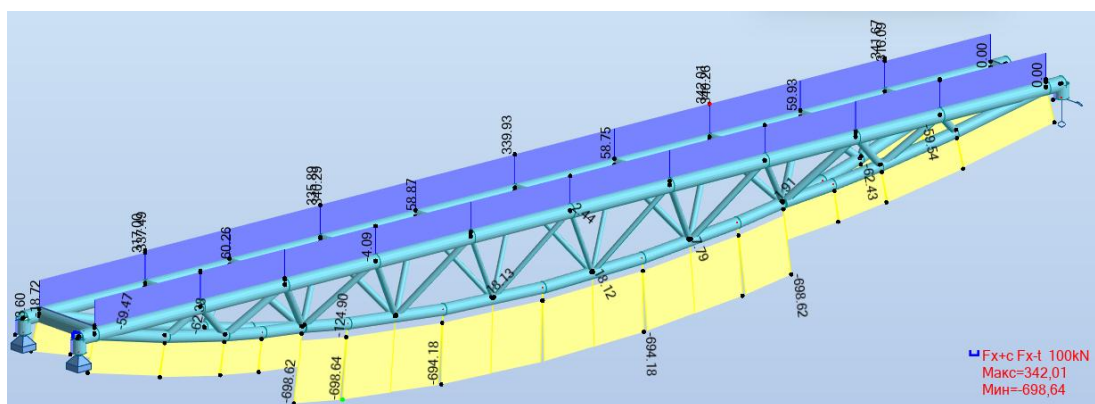
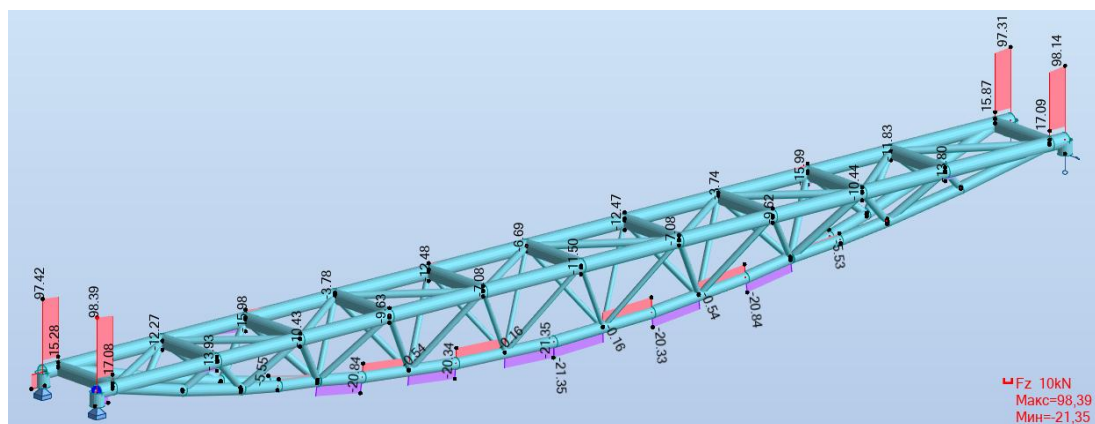


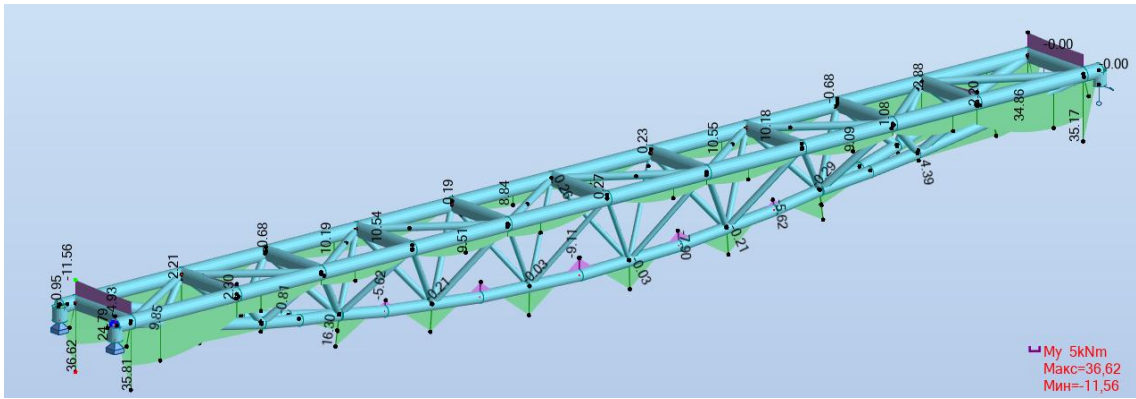
Рисунок 4.5 - Розрахункова схема мосту Autodesk Robot Structural Analysis



а)



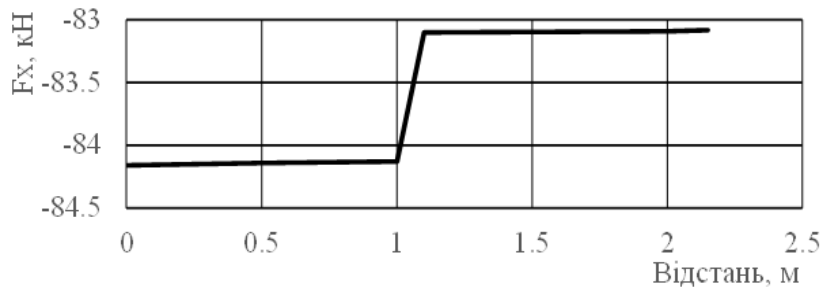
б)



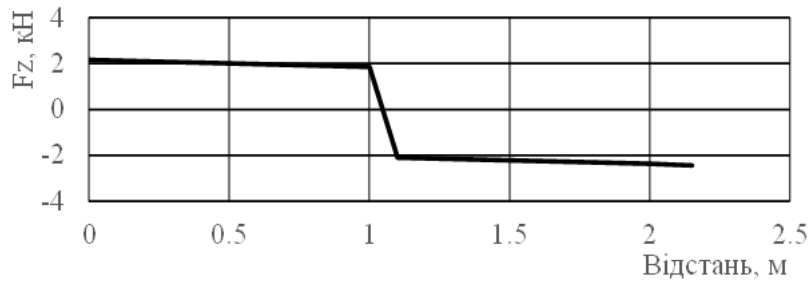
в)

Рисунок 4.6 - Внутрішні зусилля а)  $F_x$ , б)  $F_z$ , в)  $M_y$

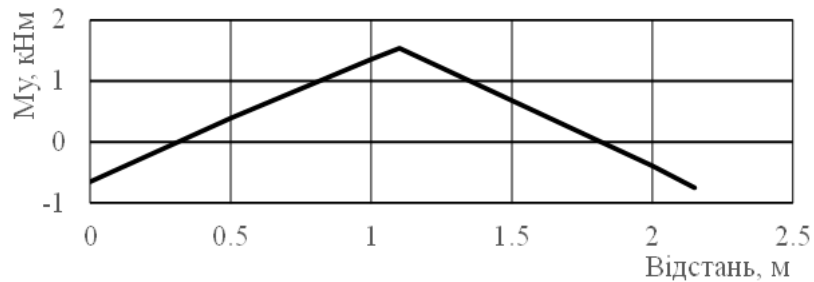
Значення зусиль, що виникають в з'єднанні, що підлягає дослідженню складають:  $F_x=81,14$  кН,  $F_z=2,0$  кН,  $M_y=0.49$  кНм (див. рисунок 4.7).



а)



б)



в)

Рисунок 4.7 - Внутрішні зусилля в елементі нижнього поясу а)  $F_x$ , б)  $F_z$ , в)  $M_y$

Розрахункова схема фланцевого з'єднання представлено на рисунку 4.8.

Для моделювання натягу болта було прийнято навантаження від рівномірного нагрівання, значення навантаження прийнято рівним зусиллю, яке спричинить абсолютне видовження болта, обчисленого за величиною температурної деформації, згідно формули (3.5):

$$\Delta T = \frac{P}{E \times \alpha \times A} = \frac{222,4}{2,06 \times 10^6 \times 0,000012 \times 0,00045} \approx 200^\circ\text{C}$$

Модуль пружності елементів у зоні між тілом болта та фланцем прийнято наближеним нулю ( $E \approx 0$ ) – такий підхід виключає передачу жорсткості у вказаній зоні та коректно відтворює НДС вузла.

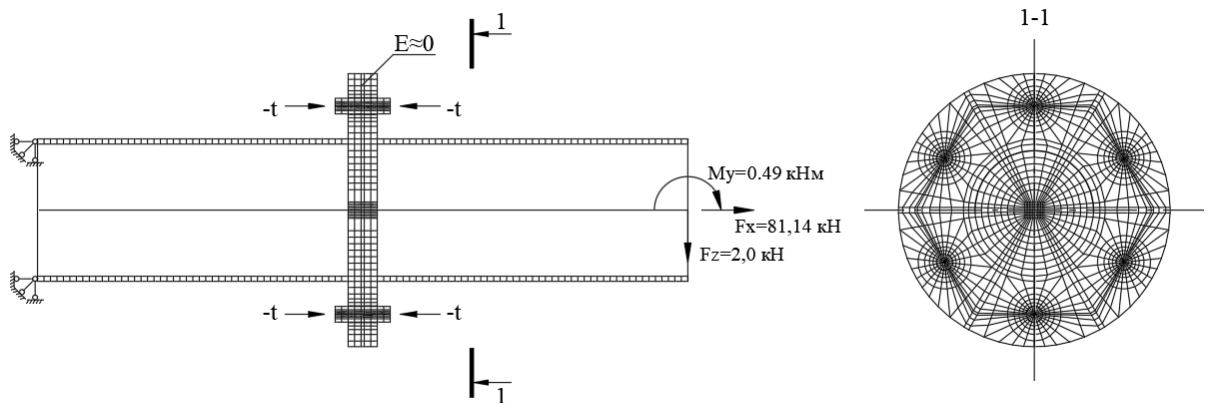


Рисунок 4.8 - Розрахункова схема фланцевого з'єднання

Для детального вивчення розподілу напружень у зоні їх концентрації було виокремлено характерний фрагмент конструкції, що містить найбільш навантажене болтове з'єднання (див. рисунок 4.9). Такий підхід забезпечує досягнення необхідної точності при визначенні локальних параметрів напружено-деформованого стану (НДС) без надмірного збільшення обчислювальних ресурсів, що є особливо важливим при аналізі складних вузлів з'єднань.

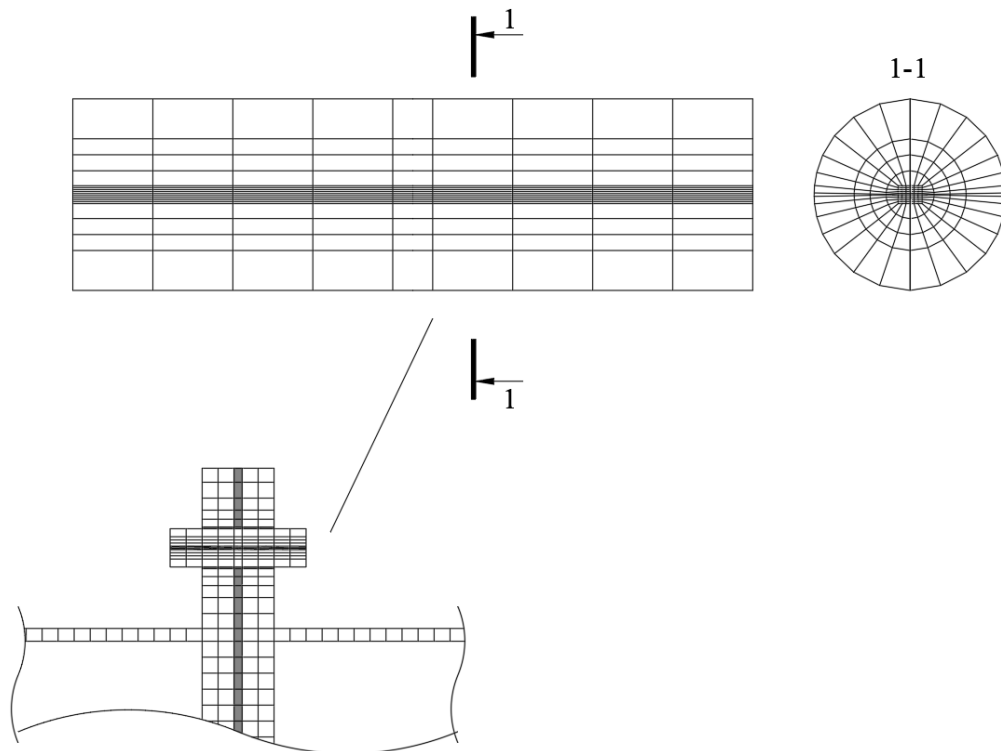


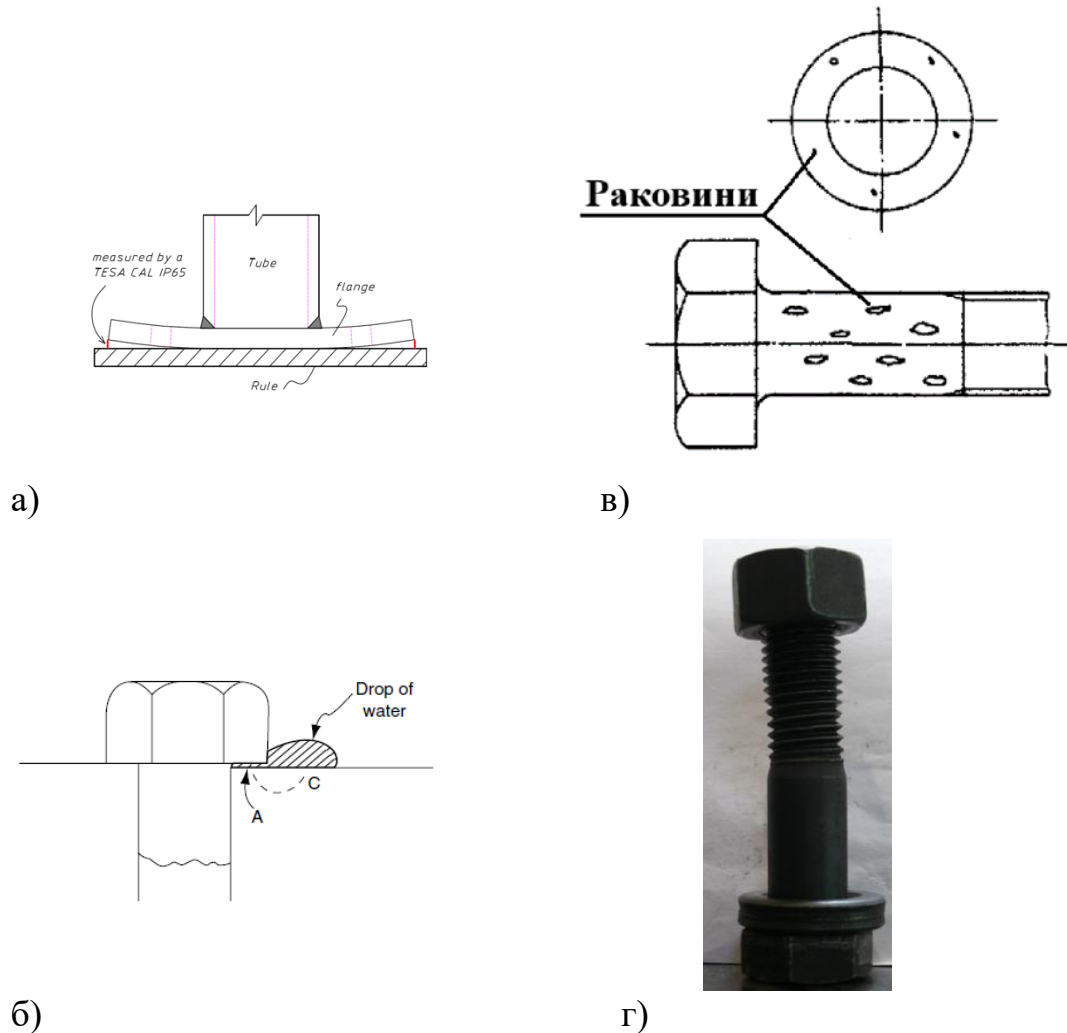
Рисунок 4.9 - Загальний вигляд розрахункової схеми НМСЕ

Розрахунок виділеного фрагмента здійснено із застосуванням напіваналітичного варіанту методу скінченних елементів (НМСЕ). Відмінною рисою цього підходу є органічне поєднання чисельної дискретизації розрахункової області з аналітичним описом вздовж однієї з просторових координат, що дозволяє суттєво скоротити розмірність задачі при збереженні високої точності отримуваних результатів.

Розроблена модель відтворює дійсну геометричну конфігурацію стержня болта, включаючи різьбову ділянку та перехідні зони, а також враховує величину зусилля попереднього натягу та нерівномірний характер розподілу контактних реакцій по поверхнях з'єднання. Комплексне врахування зазначених чинників забезпечує адекватне відображення зон підвищених напружень у розрахунковій моделі та створює передумови для виявлення ділянок з найбільшою ймовірністю утворення дефектів і подальшого розвитку пошкоджень у процесі експлуатації конструкції.

На експлуатаційну надійність та несучу здатність болтових з'єднань істотно впливають як початкові (технологічні), так і набуті в процесі експлуатації

дефекти. Для коректного врахування цих чинників необхідно чітко ідентифікувати природу, механізм виникнення та характер впливу кожного типу дефектів. Деякі з дефектів наведені на рисунку 4.10.



а)

в)

б)

г)

Рисунок 4.10 - Початкові та набуті дефекти а) деформації елементів, б) корозія елементів, в) раковини в тілі болтів, г) деформації тіла болта

Початкові дефекти виникають на стадії виготовлення та монтажу конструкцій і можуть бути пов'язані з відхиленнями геометричних параметрів елементів, неточністю виконання отворів, невідповідністю посадок, а також нерівномірністю затягування болтів. До таких дефектів належать:

- деформації елементів, що з'єднуються, які виникають внаслідок залишкових напружень або монтажних похибок;

- геометричні недосконалості, зумовлені технологічними відхиленнями (варіації товщини елементів, овальність отворів, відхилення від площинності контактних поверхонь);

- мікродфекти матеріалу, включаючи раковини, пористість і мікротріщини в тілі болтів.

Набуті дефекти формуються в процесі експлуатації під дією навантажень та впливів навколишнього середовища. До основних видів набутих дефектів болтових з'єднань належать:

- корозійні пошкодження, що призводять до зменшення ефективної площі перерізу та зниження механічних характеристик матеріалу;

- втомні пошкодження, які проявляються у вигляді зародження та розвитку тріщин у зонах концентрації напружень — переважно в різьбових ділянках та зонах переходу;

- пластичні деформації елементів з'єднання, включаючи зминання матеріалу в зоні отворів під болти;

- деформації та ослаблення натягу болтів внаслідок релаксації напружень, тривалих статичних або повторних циклічних навантажень.

Особливу роль у формуванні напружено-деформованого стану болтових з'єднань відіграє контактна взаємодія між елементами, яка має нелінійний характер і залежить від якості поверхонь, величини попереднього натягу болтів та наявності зазорів. Наявність дефектів призводить до перерозподілу внутрішніх зусиль, підвищення рівня локальних напружень і, як наслідок, до зниження довговічності та надійності з'єднання.

В рамках дослідження розглядаються дефекти у вигляді деформації болта та раковин в тілі болта. Моделювання раковин болта виконано наближенням до нуля модуля пружності окремих елементів ( $E \approx 0$ ). Розрахункові схеми з врахуванням дефектів наведені на рисунку 4.11.

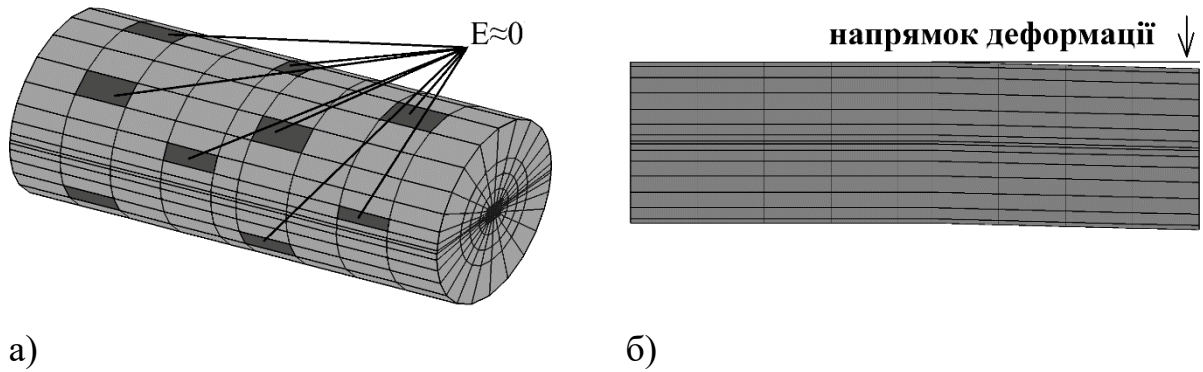


Рисунок 4.11 - Розрахункові схеми з врахуванням дефектів а) раковини в тілі болта, б) деформації тіла болта

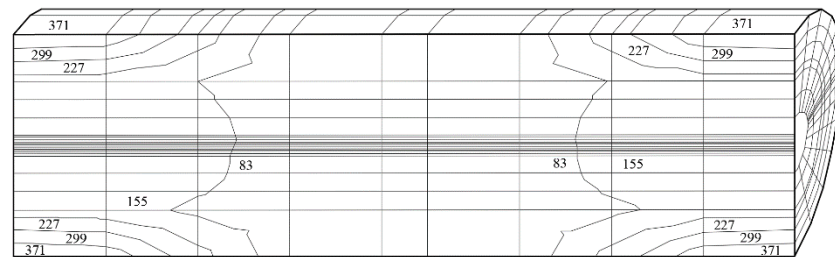
#### 4.2 Аналіз напружено-деформованого стану і достовірність результатів

Розподіл напружень у тілі болта наведено за трьома схемами (див. рисунок 4.12): без дефектів, з раковинами та з деформацією тіла болта. Порівняльний аналіз результатів дозволяє кількісно оцінити вплив кожного типу дефекту на рівень та характер розподілу напружень.

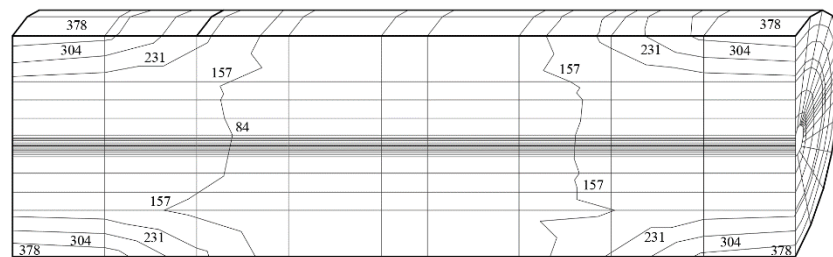
Розглянемо напруження, які виникають в тілі найбільш напруженого болта при розрахунку без врахування дефектів. Оскільки значення згинального моменту  $M_y = 0,49 \text{ кН}\cdot\text{м}$  є незначним порівняно з осьовою силою  $F_x = 81,14 \text{ кН}$ , характер розподілу напружень по тілу болта є переважно рівномірним, що відповідає умовам центрального розтягу.

При відсутності дефектів максимальне значення напружень в тілі болта складає 371 МПа, що не перевищує розрахункового опору болтів класу міцності 10.9. При наявності раковин в тілі болта відбувається незначне збільшення максимального значення напружень – до 378 МПа, тобто приріст становить близько 1,9% відносно базової схеми. Це пояснюється локальним зменшенням ефективної площі поперечного перерізу болта в зоні дефекту, що призводить до перерозподілу напружень та їх концентрації у прилеглих областях. При деформації тіла болта значення напружень збільшуються більш суттєво порівняно з вихідною схемою – до 435 МПа, що становить приріст близько

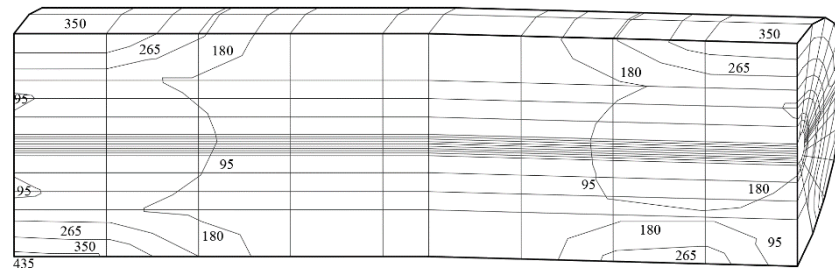
17,2%. Підвищення рівня напружень у цьому випадку зумовлене додатковим згином, який виникає внаслідок геометричної недосконалості болта, та нерівномірним розподілом контактних реакцій між фланцями. Числові результати представлені у вигляді графіків розподілу еквівалентних напружень уздовж осі, проведеної через центр болта (див. рисунок 4.13).



а)



б)



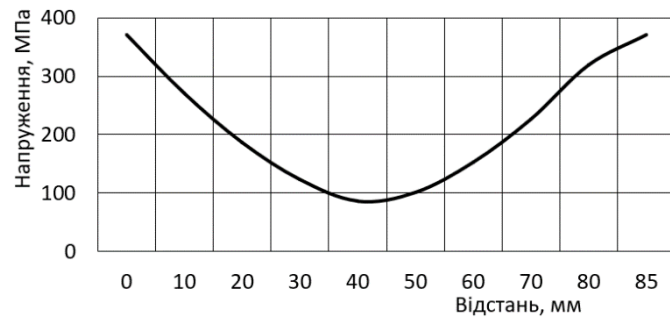
в)

Рисунок 4.12 - Розподілення напружень (МПа) в тілі болта (НМСЕ) :

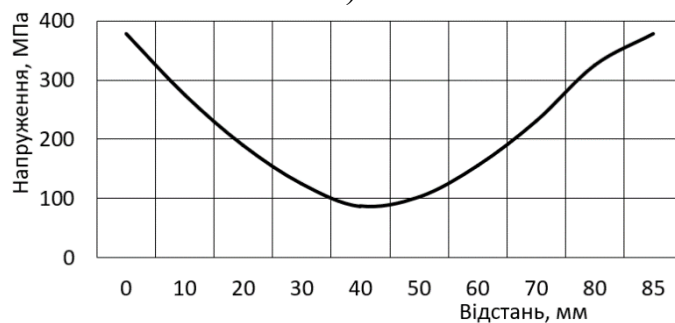
- а) за відсутності дефектів, б) при наявності раковини в тілі болта,  
в) при наявності початкової деформації тіла болта

Значення зусиль розтягу в найбільш навантаженому болті в схемі за відсутності дефектів складає 16,644 кН. При наявності раковин в тілі болта відбувається незначне збільшення зусилля розтягу – до 16,674 кН (приріст

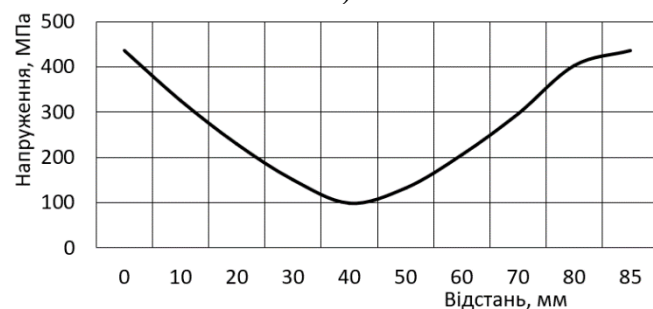
$\sim 0,18\%$ ), що свідчить про перерозподіл зусиль між болтами з'єднання внаслідок зниження локальної жорсткості дефектного елемента. При деформації тіла болта значення зусилля розтягу складає 16,637 кН, що є дещо меншим за базове значення ( $\sim 0,04\%$ ), однак супроводжується значно вищим рівнем напружень через нерівномірність їх розподілу по перерізу.



а)



б)



в)

Рисунок 4.13 - Розподіл еквівалентних напружень уздовж осі, проведеної через центр болта : а) за відсутності дефектів, б) при наявності раковини в тілі болта, в) при наявності початкової деформації тіла болта

Зведені результати розрахунку наведено в таблиці 4.1. Аналіз отриманих даних свідчить про те, що наявність дефектів типу раковин суттєво не впливає на перерозподіл зусиль між болтами з'єднання, проте спричиняє локальне

зростання напружень у тілі дефектного болта. Деформація тіла болта є більш небезпечним дефектом з точки зору напруженого стану, оскільки викликає значне зростання максимальних напружень при практично незмінному рівні зусилля розтягу, що може призвести до передчасного вичерпання несучої здатності болта за критерієм міцності.

Результати розрахунку дають можливість використання отриманих даних для кількісної оцінки впливу початкових і набутих дефектів окремих елементів вузла на їх залишкову довговічність та несучу здатність з'єднання в цілому. Встановлено, що найбільш критичним з розглянутих дефектів є деформація тіла болта, яка призводить до зростання максимальних напружень на 17,2% відносно бездефектної схеми, тоді як вплив раковин є менш значним і не перевищує 2% за рівнем напружень.

Таблиця 4.1

## Зведені результати розрахунку

Результати розрахунку	Болт без дефектів (рис. 4.9)	Болт з раковинами (рис. 4.11(а))	Болт з деформаціями (рис. 4.11(б))
Максимальне значення зусилля розтягу в болті, кН	16,644	16,674	16,637
Максимальне значення напружень в болті, МПа	371	378	435

Систематизація розглянутих типів дефектів є основою для достовірного технічного оцінювання стану з'єднань і вибору раціональних заходів із їх відновлення або підсилення. Оскільки кожен дефект формується внаслідок притаманних йому причин і по-різному позначається на розподілі напружень і деформацій в елементах з'єднання, це безпосередньо визначає рівень загрози для несучої здатності конструкції в цілому. Узагальнені відомості про розглянуті типи дефектів, умови їх утворення та вплив на міцнісні характеристики наведено в таблиці 4.2.

Таблиця 4.2

## Класифікація дефектів болтових з'єднань

Тип дефекту	Механізм виникнення	Вплив на НДС	Критичність
Раковини в тілі болта	Ливарні дефекти, водневе окрихчення, корозійне розтравлювання	Локальна концентрація напружень (+1,9%), незначний вплив на зусилля	Середня (при значних розмірах)
Деформація тіла болта	Пластичні деформації при монтажі, удари, корозійна деформація	Значне зростання напружень (+17,2%), поєднання осьового та згинального навантаження	Висока
Корозійне пошкодження поверхні	Тривала дія вологи, хімічних агентів	Зменшення ефективного перерізу, зниження міцності та жорсткості	Висока (при значній глибині)
Ослаблення попереднього натягу	Релаксація, повзучість, динамічні навантаження	Перерозподіл зусиль між болтами, зниження тьових зусиль у стику	Висока (системний ефект)

Для верифікації отриманих результатів будемо використовувати результати розрахунку методом скінченних елементів (КМСЕ) у програмному комплексі Idea StatiCa Connection.

Загальний вигляд розрахункової схеми фланцевого з'єднання представлено на рисунку 4.14.

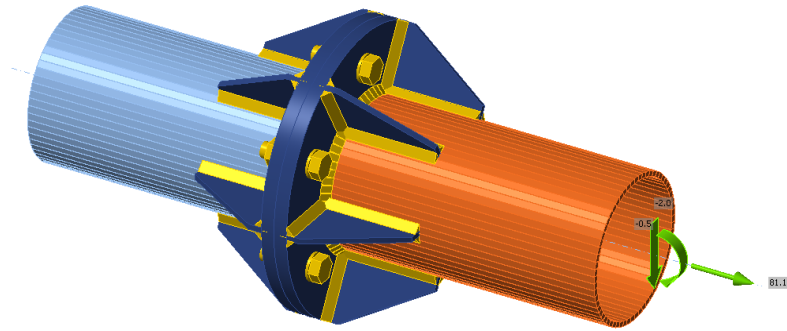


Рисунок 4.14 - Розрахункова схема КМСЕ

На рисунку 4.15 наведено розподіл еквівалентних напружень за Мізесом у елементах фланцевого з'єднання, отриманих КМСЕ. Характер розподілу напружень свідчить про наявність зон концентрації в місцях контакту болтів з фланцями та в зоні зварного шва між трубою та фланцем. Максимальні значення еквівалентних напружень локалізовані в зоні отворів під болти.

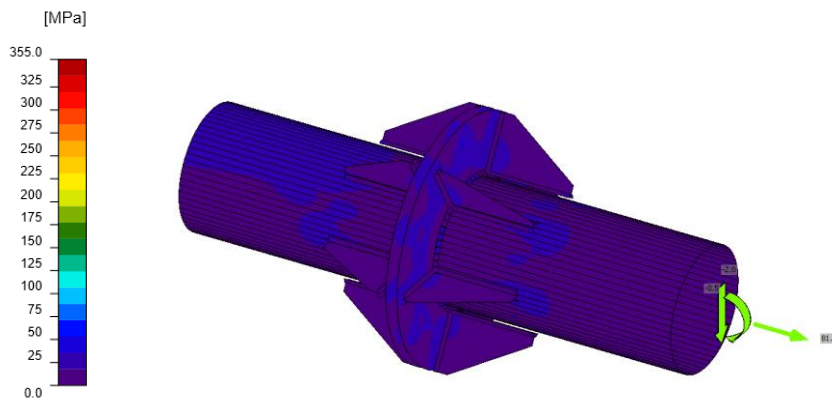


Рисунок 4.15 - Еквівалентні напруження КМСЕ

Згідно з результатами розрахунку КМСЕ в програмному комплексі Idea StatiCa, максимальне значення зусилля розтягу в найбільш навантаженому болті складає 16,9 кН, див. рисунок 4.16. Для порівняння, відповідне значення, отримане за допомогою НМСЕ для схеми без дефектів, становить 16,644 кН. Розбіжність між результатами двох незалежних методів розрахунку складає близько 1,5%, що вказує на високий рівень збіжності та підтверджує достовірність розробленої розрахункової моделі на основі НМСЕ.

Зіставлення результатів, отриманих двома незалежними методами, наведено в таблиці 4.3.

Отримана розбіжність у межах 1,5% є цілком прийнятною та знаходиться в межах похибки. Така збіжність результатів обумовлена коректністю прийнятих граничних умов, адекватністю моделювання попереднього натягу болтів та достатньою густиною сітки скінченних елементів у зонах концентрації напружень.

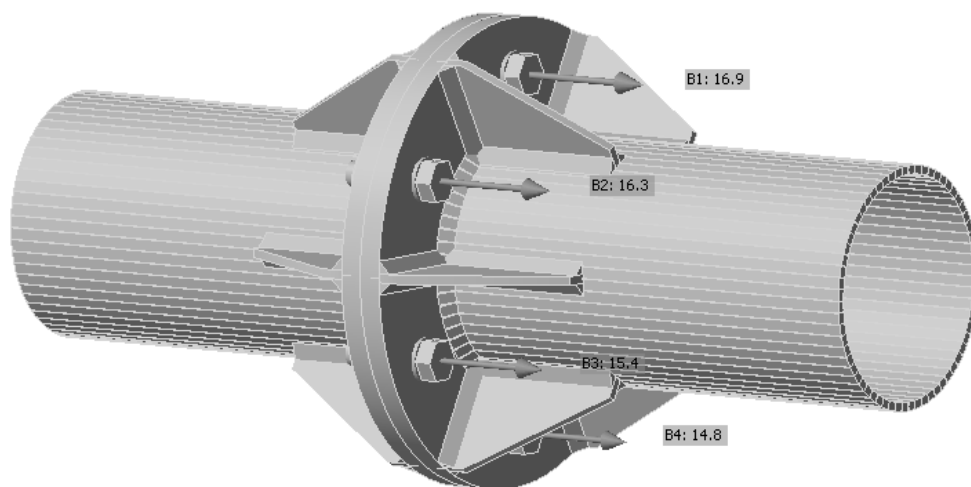


Рисунок 4.16 - Зусилля в болтах, кН

Таблиця 4.3

Порівняння результатів розрахунку

Максимальне зусилля розтягу в болті, кН		Розбіжність, %
НМСЕ (без дефектів)	КМСЕ (Idea StatiCa)	
16,644	16,9	~1,5

Таким чином, проведена верифікація підтверджує достовірність розробленої розрахункової моделі на основі НМСЕ та правомірність використання отриманих результатів для подальшого аналізу впливу дефектів на напружено-деформований стан і несучу здатність фланцевого болтового з'єднання пішохідного мосту.

### 4.3 Визначення граничних навантажень та рекомендації щодо технічного обслуговування та моніторингу болтових з'єднань

Для оцінки несучої здатності фланцевого з'єднання та порівняння отриманих результатів з експлуатаційними навантаженнями додатково визначено максимальний згинальний момент, який може сприйняти з'єднання, та максимальне значення поздовжньої сили.

Розрахунок виконано в середовищі Idea StatiCa Connection поступовим збільшенням прикладеного моменту до досягнення граничного стану в елементах з'єднання. Відповідний розподіл еквівалентних напружень наведено на рисунку 4.17.

За результатами розрахунку максимальне значення згинального моменту, яке може сприйняти з'єднання, складає  $M_{max} = 124 \text{ кНм}$ .

Розподіл напружень у цьому випадку є нерівномірним: зони концентрації напружень локалізовані з боку розтягнутих болтів та в зоні кореня зварного шва. Таке нерівномірне поле напружень зумовлено спільною дією осьової сили та моменту, що призводить до несиметричного навантаження болтів по колу фланця.

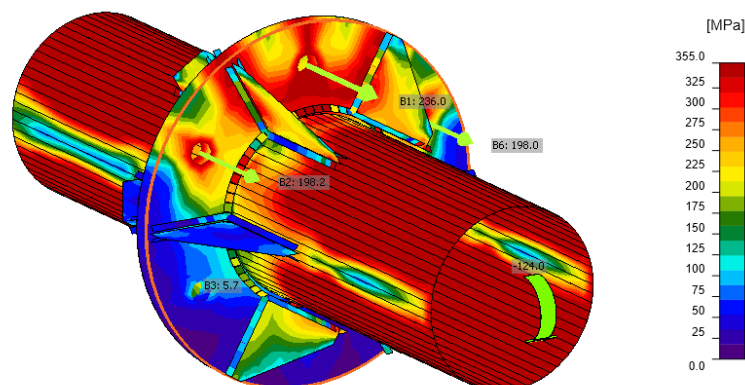


Рисунок 4.17 - Еквівалентні напруження при максимальному згинальному моменті (кМСЕ)

Порівняння з експлуатаційним значенням  $M_u = 0,49$  кНм свідчить про значний запас несучої здатності з'єднання за критерієм міцності при дії згинального моменту: коефіцієнт запасу складає приблизно 253.

Аналогічно виконано розрахунок при поступовому збільшенні поздовжньої (осьової) сили до вичерпання несучої здатності з'єднання. Відповідний розподіл еквівалентних напружень наведено на рисунку 4.18.

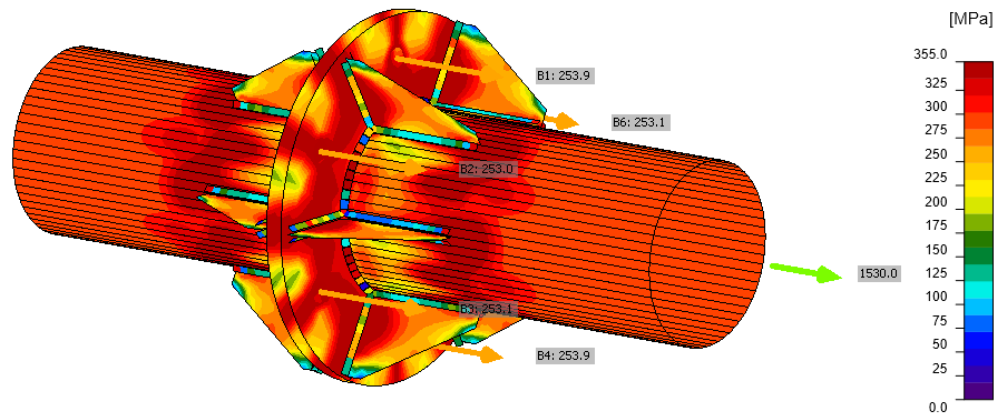


Рисунок 4.18 - Еквівалентні напруження при максимальній поздовжній силі (КМСЕ)

За результатами розрахунку максимальне значення поздовжньої сили складає  $F_{max} = 1530$  кН. На відміну від випадку дії згинального моменту, розподіл напружень при чистому осьовому розтягу є практично рівномірним по всьому перерізу болтів та фланця, що є характерною ознакою симетричного навантаження всіх болтів з'єднання та свідчить про рівномірне залучення несучої здатності кожного кріпильного елемента.

Порівняння з експлуатаційним значенням поздовжньої сили  $F_x = 81,14$  кН підтверджує наявність значного запасу несучої здатності за відповідним критерієм міцності: коефіцієнт запасу складає близько 19, що є достатньо високим показником надійності з'єднання. Така величина запасу вказує на те, що конструкція здатна витримувати навантаження, які у кілька разів перевищують розрахункові експлуатаційні. Таким чином, у нормальних умовах експлуатації

фланцеве з'єднання повністю задовольняє вимогам міцності з великим запасом надійності. Зведені результати розрахунку наведено в таблиці 4.4.

Таблиця 4.4

## Порівняння граничних і робочих навантажень

Вид навантаження	Робоче значення	Граничне значення	Коефіцієнт запасу
Згинальний момент $M_y$	0,49 кН·м	124 кН·м	~253
Поздовжня сила $F_x$	81,14 кН	1530 кН	~19

Отримані результати свідчать про те, що з точки зору граничної несучої здатності фланцеве з'єднання має суттєвий запас міцності як за моментом, так і за поздовжньою силою. Водночас наявність дефектів типу деформації болтів може призвести до значного перерозподілу напружень і суттєво скоротити фактичний запас міцності, що підкреслює важливість систематичного контролю технічного стану з'єднань.

На основі результатів проведеного числового дослідження розроблено практичні рекомендації щодо організації технічного обслуговування та моніторингу болтових фланцевих з'єднань мостових конструкцій.

З огляду на встановлені закономірності впливу дефектів на НДС болтів, особливу увагу під час планових технічних оглядів слід приділяти:

1. Виявленню деформацій тіла болта як найбільш критичного дефекту, що спричиняє зростання максимальних напружень понад 17%. Для виявлення таких дефектів рекомендується застосовувати візуальне обстеження в поєднанні з вимірюванням відхилень осі болта від проектного положення за допомогою лазерних або механічних методів.

2. Контролю стану попереднього натягу болтів, оскільки релаксація натягу призводить до перерозподілу зусиль між болтами з'єднання та зниження

тертьових сил у стику фланців. Для моніторингу натягу можуть застосовуватись ультразвукові або тензометричні методи вимірювання деформацій болтів.

3. Своєчасному виявленню та усуненню корозійних пошкоджень поверхні болтів і фланців, що попереджує розвиток глибоких корозійних раковин, здатних суттєво знизити несучу здатність з'єднання.

Для мостів в умовах агресивного середовища, а також мостів з підвищеною інтенсивністю руху, рекомендується запровадити систему безперервного моніторингу з використанням тензодавачів або датчиків акустичної емісії, встановлених у зонах концентрації напружень. Такий підхід дозволяє виявляти розвиток дефектів на ранньому етапі та своєчасно призначати відновлювальні заходи.

Розрахункові результати можуть бути використані при розробці критеріїв оцінки технічного стану болтових з'єднань та встановленні граничних значень параметрів дефектів, при перевищенні яких вузол підлягає позачерговому обстеженню або заміні.

## ВИСНОВКИ

Основні результати, отримані в дисертаційній роботі, полягають у наступному:

1. На основі систематичного аналізу літературних джерел встановлено, що питання розробки ефективних чисельних методів аналізу НДС болтових з'єднань металевих конструкцій з урахуванням початкових і набутих дефектів, просторового характеру роботи вузла та контактної взаємодії елементів залишається недостатньо дослідженим. Відомі публікації стосуються переважно двовимірних постановок або спрощених компонентних моделей. При аналізі можливостей застосування існуючих методів моделювання болтових з'єднань показано, що НМСЕ поєднує суттєве скорочення розмірності задачі зі збереженням просторового характеру розподілу напружень і деформацій.

2. Вперше в рамках НМСЕ розроблено та досліджено п'ять підходів до чисельного моделювання болтів та їх попереднього натягу, для кожного з яких виведено розрахункові залежності, визначено фізичний зміст, встановлено межі раціонального застосування та визначено кількісні оцінки похибок отримуваних результатів порівняно з методиками нормативних документів.

Сформульовано практичні рекомендації щодо вибору підходу залежно від типу з'єднання та мети розрахунку.

Моделювання болта через об'єднання переміщень у вузлах розрахункової схеми без урахування натягу (підхід №1) забезпечує швидку попередню оцінку зусиль у плоскій постановці. Закріплення переміщень по контуру отвору болта з тривимірними скінченними елементами (підхід №2) дозволяє відтворити просторовий розподіл напружень також без урахування натягу.

Для з'єднань, що працюють на зріз, взаємозамінними основними інструментами є: прикладання зосереджених сил попереднього натягу по осі болта (підхід №3) та рівномірно розподілених сил по площі поперечного перерізу болта (підхід №5).

Для фланцевих з'єднань при роботі болтів на розтяг рекомендованим є підхід із застосуванням температурного навантаження стрижня болта (підхід №4).

3. Розроблено алгоритм побудови розрахункової моделі болтового з'єднання на основі НМСЕ, що враховує просторовий характер НДС, довільну геометрію вузла та контактну взаємодію між елементами. Алгоритм реалізовано для двох принципово різних типів болтових з'єднань:

- з'єднання двох пластин при умовному зрізі болтів;
- фланцеве з'єднання кругових труб при дії згинального моменту.

У рамках НМСЕ розширено функціональні можливості методу шляхом розроблення спеціалізованих обчислювальних процедур для моделювання складних болтових з'єднань як самостійного класу інженерних об'єктів. Побудовано математичну модель пружного деформування системи «тіло–болт» з урахуванням контактної взаємодії та коректної передачі навантажень. Розроблені алгоритми реалізовано у спеціалізованому програмному забезпеченні.

4. Достовірність отриманих у дисертаційній роботі результатів підтверджено комплексом верифікаційних розрахунків зіставленням результатів, отриманих НМСЕ з традиційним МСЕ (ПК ЛПА САПР), компонентним МСЕ (Idea StatiCa) компонентним МСЕ (Idea StatiCa) та експериментальними результатами.

Додатково підтверджено збіжність рішень при збільшенні кількості скінченних елементів і кількості утримуваних гармонік апроксимації, що відповідає вимогам до верифікації чисельних методів.

5. Отримано нові результати розв'язання просторових задач про визначення НДС болтових з'єднань з дефектами різного походження. На прикладі фланцевого болтового з'єднання пішохідного мосту (садибний парк Гелгаудишкіс, Литва) встановлено кількісні особливості зміни НДС при наявності дефектів та визначено запаси міцності для цих випадків.

6. Встановлено раніше невідомі якісні закономірності розподілу напружень і деформацій у вузлах болтових з'єднань при різних рівнях попереднього натягу болтів і конструктивних схемах з'єднань.

7. На підставі результатів чисельного дослідження розроблено практичні рекомендації щодо організації технічного обслуговування та моніторингу болтових фланцевих з'єднань мостових конструкцій, а також щодо застосування

розробленого алгоритму НМСЕ у проектно-конструкторській практиці.

Встановлено, що:

- для виявлення деформацій тіла болта (найбільш критичного дефекту) рекомендується застосовувати візуальне обстеження у поєднанні з вимірюванням відхилень осі болта від проектного положення лазерними або механічними методами;

- для контролю стану попереднього натягу доцільно застосовувати ультразвукові або тензометричні методи вимірювання деформацій болтів;

- для мостів в умовах агресивного середовища рекомендується запровадити систему безперервного моніторингу із застосуванням тензодавачів або датчиків акустичної емісії у зонах концентрації напружень.

8. Результати дисертаційної роботи мають практичне значення та можуть бути застосовані в наукових і проектно-конструкторських установах при проведенні розрахунків на міцність і прогнозуванні ресурсу болтових з'єднань металевих конструкцій у будівництві, машинобудуванні та мостобудуванні. Отримані кількісні закономірності впливу початкових і набутих дефектів на залишкову довговічність та несучу здатність з'єднань можуть бути безпосередньо використані для:

- розроблення критеріїв технічного обслуговування та систем планового обстеження відповідальних вузлів;

- встановлення граничних значень параметрів дефектів, при перевищенні яких вузол підлягає позачерговому обстеженню або заміні;

- науково обґрунтованого прогнозування механічної поведінки елементів вузла в умовах реального експлуатаційного навантаження та оцінки залишкового ресурсу конструкції.

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Bickford J. H. An Introduction to the Design and Behavior of Bolted Joints. 4th ed. Boca Raton : CRC Press, 2008. 896 p.
2. Shigley J. E., Mischke C. R., Budynas R. G. Mechanical Engineering Design. 8th ed. New York : McGraw-Hill, 2006. 1059 p.
3. Тищенко О. М., Поздєєв С. В., Шналь Т. М. та ін. Розрахунок сталевих конструкцій будівель і споруд згідно Єврокоду 3 і національних додатків України : навч. посіб. Черкаси : ЧПБ ім. Героїв Чорнобиля НУЦЗ України, 2021. 171 с.
4. Шимановський О. В., Білик С. І. Металеві конструкції. Проектування та розрахунок. Київ : Сталь, 2010. 548 с.
5. Pilkey W. D., Pilkey D. F. Peterson's Stress Concentration Factors. 3rd ed. Hoboken : John Wiley & Sons, 2008. 560 p.
6. Schijve J. Fatigue of Structures and Materials. 2nd ed. Dordrecht : Springer, 2009. 622 p.
7. Anderson T. L. Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications. 4th ed. Boca Raton : CRC Press, 2017. 688 p.
8. Pilkey W. D. Formulas for Stress, Strain, and Structural Matrices. 2nd ed. Hoboken : Wiley, 2005. 1536 p.
9. Sopwith D. G. The distribution of load in screw threads. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. 1948. Vol. 159, No. 1. P. 373–383.
10. Bathe K.-J. Finite Element Procedures. 2nd ed. Watertown : K. J. Bathe, 2014. 1065 p.
11. ДСТУ EN 1993-1-8:2012. Єврокод 3. Проектування сталевих конструкцій. Частина 1-8 : Проектування з'єднань. Київ : Мінрегіон України, 2013. 133 с.
12. ASME FFS-1 / API 579-1. Fitness-for-Service. 3rd ed. New York : American Society of Mechanical Engineers, 2016.

13. Bakker, M.C.M. & Peköz, T. (2003). The finite element method for thin-walled members — basic principles. *Thin-Walled Structures*, 41(2–3), 179–189. [https://doi.org/10.1016/S0263-8231\(02\)00086-6](https://doi.org/10.1016/S0263-8231(02)00086-6)
14. Saritas, A. & Filippou, F.C. (2009). Numerical integration of a class of 3D plastic-damage concrete models and condensation of 3D stress–strain relations for use in beam finite elements. *Journal of Structural Engineering*, 135(9), 1052–1061. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2009\)135:9\(1052\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2009)135:9(1052))
15. Schafer, B.W. & Peköz, T. (1998). Computational modeling of cold-formed steel: characterizing geometric imperfections and residual stresses. *Journal of Constructional Steel Research*, 47(3), 193–210. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(98\)00007-8](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(98)00007-8)
16. Schenk, C.A. & Schuëller, G.I. (2003). Buckling analysis of cylindrical shells with random geometric imperfections. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 38(7), 1119–1132. [https://doi.org/10.1016/S0020-7462\(02\)00057-4](https://doi.org/10.1016/S0020-7462(02)00057-4)
17. McAnallen, L.E., Padilla-Llano, D.A., Zhao, X., Moen, C.D., Schafer, B.W. & Eatherton, M.R. (2014). Initial geometric imperfection measurement and characterization of cold-formed steel C-section structural members with 3D non-contact measurement techniques. *Proceedings of the Annual Stability Conference*, Toronto.
18. Moës, N., Dolbow, J. & Belytschko, T. (1999). A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 46(1), 131–150. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0207\(19990910\)46:1<131::AID-NME726>3.0.CO;2-J](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(19990910)46:1<131::AID-NME726>3.0.CO;2-J)
19. Borković, A., Marussig, B. & Radenković, G. (2018). Geometrically exact static isogeometric analysis of an arbitrarily curved spatial Bernoulli–Euler beam. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 341, 360–396. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2018.07.004>
20. Faber, J. et al. (2025). Artificial neural networks for random fields to predict the buckling load of geometrically imperfect structures. *Computational Mechanics*. <https://doi.org/10.1007/s00466-024-02595-w>

21. Дифучин Ю. М. Напружено-деформований стан і міцність однозрізних болтових з'єднань елементів конструкцій із композиційних матеріалів : дис. ... канд. техн. наук. – Київ, 2019. – 180 с.
22. Довгополов А. Ю., Кравчук О. В., Мельник С. В. Моделювання напружено-деформованого стану роз'ємних з'єднань у деталях з композиційних матеріалів методом скінченних елементів // Вісник машинобудування. – 2019. – №3. – С. 45–52.
23. Фафлей О. Я., Бойко І. С. Дослідження впливу геометричних параметрів різьби на напружено-деформований стан різьбових з'єднань // Науковий вісник ІФНТУНГ. – 2021. – №2. – С. 67–74.
24. Куреннов С. С., Барахов К. П. Напружено-деформований стан адгезивного з'єднання з поздовжнім дефектом // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 2023. – №3. – DOI: 10.32620/aktt.2023.3.02.
25. Popov V. L., Heß M., Willert E. Handbook of Contact Mechanics: Exact Solutions of Axisymmetric Contact Problems. – Berlin : Springer, 2019. – 347 p. – DOI: 10.1007/978-3-662-58709-6. [Open Access]
26. Tran V.-L., Kien V.-D. Systematic investigation of stresses in concentrically clamped bolted joints using the finite element method // Mathematical Modeling and Computing. – 2020. – Vol. 7, No. 2. – P. 345–365. – DOI: 10.23939/mmc2020.02.345.
27. Juoksukangas J., Lehtovaara A., Mäntylä A. Experimental and numerical investigation of fretting fatigue behavior in bolted joints // Tribology International. – 2016. – Vol. 103. – P. 440–448. – DOI: 10.1016/j.triboint.2016.07.021.
28. Thompson M. K., Thompson J. M. ANSYS Mechanical APDL for Finite Element Analysis. – Oxford : Butterworth-Heinemann, 2017. – 672 p. – ISBN: 978-0-12-812981-4.
29. Psyrras N., Sextos A., Crewe A. et al. A digital image correlation technique for laboratory structural tests and applications: a systematic literature review // Sensors. – 2023. – Vol. 23, No. 23. – Article 9362. – DOI: 10.3390/s23239362.

30. Баженов В. А., Гуляр О. І., Пискунов С. О., Рутковський В. А., Сахаров О. С., Ільченко О. М. Дослідження континуального та дискретного руйнування просторових тіл на основі напіваналітичного методу скінченних елементів // Опір матеріалів і теорія споруд. – К. : КНУБА, 2002. – Вип. 70. – С. 3–32.
31. Баженов В. А., Гуляр О. І., Пискунов С. О. та ін. Ефективність методів обчислення параметрів механіки руйнування двовимірних задач // Опір матеріалів і теорія споруд. – К. : КНУБА, 2003. – Вип. 72. – С. 106–115.
32. Баженов В. А., Гуляр О. І., Пискунов С. О., Сахаров О. С. Чисельне моделювання нелінійного деформування, континуального і дискретного руйнування методом скінченних елементів // Технологические системы. – 2002. – №2. – С. 30–33.
33. Гайдайчук В. В., Пискунов С. О. та ін. Аналіз ефективності застосування програмного комплексу "NASTRAN" при розрахунках стержневих, оболонкових і масивних тіл // Зб. тез доп. 65 наук.-практ. конф. КНУБА. – Київ, 2004. – С. 22.
34. Гонтаровський П. П., Руденко Є. К. Розрахунок напружено-деформованого стану тіл обертання МСЕ при неосесиметричному навантаженні // Проблеми машинобудування. – 1988. – №29. – С. 36–41.
35. Гуляр О. І., Майборода Є. Є., Сахаров О. С. Напіваналітичний метод скінченних елементів у просторових задачах термопружнопластичності призматичних тіл // Strength of Materials. – 1992. – №12. – С. 40–51.
36. Гуляр О. І., Пискунов С. О., Сахаров О. С., Шкриль О. О. Визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень в призматичних тілах з тріщинами // Опір матеріалів і теорія споруд. – К. : КНУБА, 2003. – Вип. 73. – С. 73–84.
37. Баженов В. А., Пискунов С. О., Максим'юк Ю. В. Метод скінченних елементів у задачах деформування і руйнування тіл обертання при термосиловому навантаженні. – К. : Каравела, 2018. – 316 с.

38. Баженов В. А., Гуляр О. І., Пискунов С. О., Сахаров О. С. Напіваналітичний метод скінченних елементів в задачах руйнування просторових тіл : монографія. – К. : КНУБА, 2005. – 298 с.
39. Пискунов С. О., Рутковський В. А., Шкриль О. О. Призматичний скінчений елемент змінної геометрії // Опір матеріалів і теорія споруд. – К. : КНУБА, 2005. – Вип. 76. – С. 83–90.
40. Баженов В. А., Максим'юк Ю. В., Мартинюк І. Ю., Максим'юк О. В. Напіваналітичний метод скінченних елементів у просторових задачах деформування, руйнування і формозміни тіл складної будови. – К. : Каравела, 2021.
41. Савченко В. Г. Чисельне дослідження неосесиметричного термонапруженого стану складових тіл обертання з урахуванням пошкодження матеріалу // International Applied Mechanics. – 2004. – Vol. 40, No. 3. – P. 45–54.
42. Solodei I. I., Vabishchevich M. O. Prismatic finite elements for analysis of heterogeneous bodies in bolt joint modeling // Strength of Materials. – 2021. – Vol. 53, No. 4. – P. 612–624. – DOI: 10.1007/s11223-021-00322-x.
43. Сахаров О. С., Щербіна Ю. В., Гондляр О. В., Сівецький В. І. Інтегрована система моделювання технологічних процесів і розрахунку обладнання хімічної промисловості. – К. : Поліграфконсалтінг, 2006. – 156 с.
44. Шапошников М. М., Монахов І. І. Використання напіваналітичного варіанта МСЕ для розрахунку конструкцій // Розрахунки на міцність. – 1981. – Вип. 22. – С. 221–239.
45. Sukumar N., Chopp D., Moran B. Extended finite element method and fast marching method for three-dimensional fatigue crack propagation // Engineering Fracture Mechanics. – 2003. – V.70. – P.29–48.
46. Баженов В.А., Піскунов С.О., Солодей І.І. Чисельні дослідження процесів нелінійного статичного і динамічного деформування просторових тіл. К.: Каравела, 2017. 305 с.

47. Lehnhoff T.F., Wistehuff W.E. Nonlinear effects on the stresses and deformations of bolted joints. *Journal of Pressure Vessel Technology*. 1996. Vol. 118(1). P. 54–58. DOI: 10.1115/1.2842161.
48. Zhao H., Hahn O., Kurzok J.-R. Finite Element Analysis of Bolt Connections Using Prismatic Elements. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2003. Vol. 45(10). P. 1727–1745. DOI: 10.1016/S0020-7403(03)00147-7.
49. Баженов В.А., Пискунов С.О., Шкриль О.О. Напіваналітичний метод скінченних елементів у задачах руйнування тіл з тріщинами. – К.: Каравела, 2017. – 208 с.
50. Будур О.І., Білогуров В.Д. Сталеві конструкції. Довідник конструктора. – К.: Сталь, 2004. – 210 с.
51. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Е.С. Опір матеріалів: підручник. – 2-ге вид., допов. і переробл. – К.: Вища шк., 2004. – 655 с.
52. Вабіщевич М.О., Сторчак Д.А. Розв'язання нелінійних контактних задач деформування вузлових з'єднань сталевих конструкцій // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 108. – С. 178–179.
53. Гуляр О.І., Пискунов С.О., Мицюк С.В. Визначення ресурсу приєднувального штуцера в умовах багатоциклового навантаження при наявності початкових дефектів // Опір матеріалів і теорія споруд. – К.: КНУБА, 2011. – Вип. 86. – С. 9–22.
54. Пискунов С.О., Мицюк С.В., Андрієвський В.П., Мицюк Д.В. Порівняльний аналіз результатів розрахунку рамного вузла у програмному засобі IDEA STATICA CONNECTION та за методиками нормативних документів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 31–39.
55. Солодей І.І., Козуб Ю.Г., Стригун Р.Л., Шовківська В.В. Аналіз алгоритмів розв'язання геометрично нелінійних задач механіки в схемі напіваналітичного методу скінченних елементів // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 109–119.

56. Солодей І.І., Козуб Ю.Г., Стригун Р.Л., Шовківська В.В. Чисельний аналіз напружено-деформованого стану трубчастого елемента при термосиловому навантаженні // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2022. – Вип. 109. – С. 109–119.
57. Рудаков К.М., Шукаев С.Н. Моделирование болтовых соединений из ПКМ в программном комплексе FEMAP/NX NASTRAN // Journal of Mechanical Engineering NTUU «Kyiv Polytechnic Institute». – 2013. – № 67. – С. 199–206.
58. Пискунов С.О., Мицюк С.В., Мицюк Д.В., Реп'ях Ю.М. Аналіз міцності та розподіл зусиль у металевому з'єднанні при розтязі // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2024. – Вип. 112. – С. 36–42.
59. Пискунов С.О., Мицюк С.В., Мицюк Д.В., Реп'ях Ю.М. Аналіз напруженого стану болтового з'єднання з урахуванням натягу болта // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2024. – Вип. 113. – С. 37–44.
60. Пискунов С.О., Мицюк С.В., Мицюк Д.В., Реп'ях Ю.М. Верифікація результатів розрахунку болтового з'єднання при моделюванні МСЕ, НМСЕ із застосуванням програмного засобу IDEA StatiCa Connection // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2024. – Вип. 113. – С. 21–35.
61. Пискунов С.О., Мицюк С.В., Мицюк Д.В., Реп'ях Ю.М. Порівняльний аналіз напруженого стану болтового з'єднання на основі аналітичного підходу з використанням НМСЕ та експериментальними даними // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2025. – Вип. 114. – С. 3–10.
62. Мицюк С.В., Мицюк Д.В. Аналіз напружено-деформованого стану фланцевого з'єднання на основі аналітичного підходу з використанням методу скінченних елементів та порівняння з експериментальними даними // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2025. – Вип. 115. – С. 21–35.

63. Мицюк С.В., Мицюк Д.В. Комплексний аналіз напружено-деформованого стану фланцевого з'єднання на основі аналітичного підходу та чисельного моделювання з порівнянням з експериментом // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2025. – Вип. 115.
64. Мицюк С.В., Мицюк Д.В. Порівняння результатів чисельного моделювання НМСЕ фланцевого з'єднання з експериментальними даними // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2025. – Вип. 115.
65. Мицюк С.В., Максим'юк Ю.В., Мицюк Д.В. Порівняльний аналіз результатів розрахунку фланцевого з'єднання методом МСЕ та КМСЕ // Modern engineering and innovative technologies. – 2025. – Issue № 40, Part 2. – С. 88–96.
66. ДБН В.2.6-198:2014. Сталеві конструкції. Норми проектування. – К.: Мінрегіон України, 2014.
67. EN 10083-2:2006. Steels for quenching and tempering. Part 2: Technical delivery conditions for non-alloy steels. – Brussels: CEN, 2006.
68. Budynas R.G., Nisbett J.K. Shigley's Mechanical Engineering Design. 11th ed. – New York: McGraw-Hill Education, 2020. – 1104 p.
69. Williams B.J. National Agency for Finite Element Methods & Standards. – Great Britain: NAFEMS, 2020. – 123 p.
70. Wald F., et al. Component-based Finite Element Design of Steel Connections. – Prague: Czech Technical University, 2021.
71. Frederick F. Ling. Contact Stresses and Deformations. ME EN 7960 – Precision Machine Design, Topic 7. – 2007.
72. Bazhenov V.A., Pyskunov S.O., Maksym'yuk Yu.V., Mytsyuk S.V. Effect of geometric nonlinearity on the life of a herringbone lock joint in creep // Strength of Materials. – 2022. – Vol. 54, No. 3. – P. 372–376.
73. Pyskunov S., Maksym'yuk Yu., Maksym'yuk O. Basic relationships for physically and geometrically nonlinear problems of deformation of prismatic bodies //

- Strength of Materials and Theory of Structures. – 2020. – Vol. 104. – P. 255–264.
74. Ciulli E., Betti A., Forte P. The Applicability of the Hertzian Formulas to Point Contacts of Spheres and Spherical Caps // *Lubricants*. – 2022. – Vol. 10, No. 10. – P. 233. DOI: 10.3390/lubricants10100233.
75. Couchaux M., Hjjaj M., Ryan I., Bureau A. Bolted circular flange connections under static bending moment and axial force // *Journal of Constructional Steel Research*. – 2019. – Vol. 157. – P. 314–336.
76. Wald F., Vild M., Kuřiková M., Kožich M., Kabeláč J. Component based Finite Element Design of Seismically Qualified Joints // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2019. – Vol. 1425. – 012002.
77. Satheesh Kumar K.V., Selvakumar P., Jagadeeswari R., Dharmaraj M., Uvanshankar K.R., Yogeswaran B. Stress analysis of riveted and bolted joints using analytical and experimental approach // *Materials Today: Proceedings*. – 2021. – Vol. 42. – P. 1091–1099.
78. Ali A., Yao T.W., Abdul Aziz N., Hassan M.Y., Sahari B. Simulation and Experimental Work of Single Lap Bolted Joint Tested in Bending // *Suranaree Journal of Science and Technology*. – 2007. – Vol. 14, No. 4. – P. 1–15.
79. Hertz H. Über die Berührung fester elastischer Körper // *Journal für die reine und angewandte Mathematik*. – 1882. – Bd. 92. – S. 156–171.
80. Програмний комплекс ЛІРА-САПР. Приклади розрахунку і проектування. – К., 2023.
81. IDEA StatiCa Connection. Bolted connection – Interaction of shear and tension.

## **ДОВІДКА А**

**Довідка про впровадження результатів дисертаційної роботи у навчальний процес**



КНУБА

МОН

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

просп. Повітряних Сил, 31,  
м. Київ, 03037  
тел.: +38 (044) 248-32-65,  
e-mail: knuba@knuba.edu.ua,  
web: knuba.edu.ua  
ЄДРПОУ 02070909

ПАПЕРОВА КОПІЯ  
ЕЛЕКТРОННОГО  
ДОКУМЕНТА

## ДОВІДКА

про впровадження результатів дисертаційної роботи Мицюка Д. В.  
на тему «Напружено-деформований стан елементів металевих конструкцій з  
дефектами різного походження» у навчальний процес  
Київського національного університету будівництва і архітектури

Результати дисертаційної роботи Мицюка Д. В. на тему «Напружено-деформований стан елементів металевих конструкцій з дефектами різного походження» використано у навчальному процесі на кафедрі будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури під час розроблення нових розділів спецкурсу «Сучасні підходи до розрахунку просторових конструкцій при статичних і динамічних впливах», який викладається для магістрів спеціальності 192 «Будівництво та цивільна інженерія» на будівельному факультеті КНУБА за освітньою програмою «Промислове та цивільне будівництво», а також навчальної дисципліни «Програмне забезпечення конструкторських розрахунків», що викладається для магістрів спеціальностей 131 «Прикладна механіка» та 192 «Будівництво та цивільна інженерія».

Науковий внесок Мицюка Д. В. полягає у розробленні та програмній реалізації ефективного алгоритму чисельного аналізу напружено-деформованого стану (НДС) болтових з'єднань металевих конструкцій на основі напіваналітичного методу скінченних елементів (НМСЕ), який забезпечує достовірне визначення розподілу зусиль і напружень у болтах та елементах, що з'єднуються.

Довідку видано для подання до спеціалізованої вченої ради за місцем захисту дисертації Мицюка Д. В. на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 192 – будівництво та цивільна інженерія.

Завідувач кафедри будівельної механіки,  
д.т.н., професор

Петро ЛІЗУНОВ

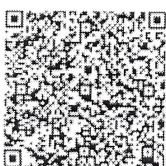
Декан будівельного факультету,  
д.т.н., професор

Григорій ІВАНЧЕНКО

«ЗАТВЕРДЖУЮ»  
Перший проректор,  
к.п.н., доцент

ПІДПИСАНО КЕР

ДЛЯ  
ДОЗВОЛУ  
ЮРІЙ ДУДНИК



UB  
Київський національний університет будівництва і  
архітектури  
№1404/52-21/11/26 від 28.05.2026  
КЕР: ДУДНИК Ю. П. 28.05.2026 08:51  
SE984D526F82F38F04000000759AEB0083674E07

## **ДОВІДКА Б**

**Довідка про впровадження результатів дисертаційної роботи у наукових дослідженнях**

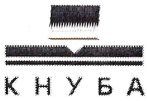


МОН

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

просп. Повітряних Сил, 31,  
м. Київ, 03037  
тел.: +38 (044) 248-32-65,

web: knuba.edu.ua  
ЄДРПОУ 02070909



## ДОВІДКА

**про впровадження результатів дисертаційної роботи Мицюка Д. В.  
на тему «Напружено-деформований стан елементів металевих конструкцій  
з дефектами різного походження» у наукових дослідженнях  
Науково-дослідного інституту будівельної механіки  
Київського національного університету будівництва і архітектури**

Результати дисертаційної роботи Мицюка Д. В. на тему «Напружено-деформований стан елементів металевих конструкцій з дефектами різного походження» використано в Науково-дослідному інституті будівельної механіки Київського національного університету будівництва і архітектури під час виконання науково-дослідних робіт у 2022-2026 роках.

Науковий внесок Мицюка Д. В. полягає у розробленні та програмній реалізації ефективного алгоритму чисельного аналізу напружено-деформованого стану (НДС) болтових з'єднань металевих конструкцій на основі напіваналітичного методу скінченних елементів (НМСЕ), який забезпечує достовірне визначення розподілу зусиль і напружень у болтах та елементах, що з'єднуються.

Довідку видано для подання до спеціалізованої вченої ради за місцем захисту дисертації Мицюка Д. В. на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 192 – будівництво та цивільна інженерія.

Проректор з наукової роботи  
та інноваційного розвитку,  
к. т. н., проф.



  
Олександр КОВАЛЬЧУК