МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

МІЩУК ЄВГЕН ОЛЕКСАНДРОВИЧ

УДК 621.873

ДИСЕРТАЦІЯ

НАУКОВІ ОСНОВИ СИНЕРГЕТИЧНОГО ПРОЦЕСУ ПОДРІБНЕННЯ МАТЕРІАЛІВ РОБОЧИМИ ОРГАНАМИ МАШИН СТАТИЧНИМИ ТА ДИНАМІЧНИМИ НАВАНТАЖЕННЯМИ

05.05.02 – машини для виробництва будівельних матеріалів і конструкцій

Подається на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. використання ідей, результатів досліджень і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело _____ Є.О.Міщук

Науковий консультант **НАЗАРЕНКО Іван Іванович**, Київський національний університет будівництва і архітектури, доктор технічних наук, професор кафедри машин і обладнання технологічних процесів

Київ – 2026

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Київському національному університеті будівництва і архітектури (КНУБА, м. Київ) Міністерства освіти і науки України.

Науковий консультант – доктор технічних наук, професор
НАЗАРЕНКО Іван Іванович,
Київський національний університет будівництва і архітектури, професор кафедри машин і обладнання технологічних процесів.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
КОРОБКО Богдан Олегович,
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», проректор з науково-педагогічної роботи;

доктор технічних наук, професор
ПОЛІЩУК Леонід Клавдійович,
Вінницький національний технічний університет, завідувач кафедри галузевого машинобудування;

доктор технічних наук, професор
ГУРСЬКИЙ Володимир Миколайович,
Національний університет «Львівська політехніка», професор кафедри робототехніки та інтегрованих технологій машинобудування.

Захист дисертації відбудеться «22» жовтня 2026 р. о $12^{\underline{00}}$ на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.056.08 у Київському національному університеті будівництва і архітектури за адресою: 03037, м Київ, проспект Повітряних сил, 31, ауд. 319.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Київського національного університету будівництва і архітектури за адресою: 03037, м. Київ, проспект Повітряних сил, 31, або за посиланням:
https://www.knuba.edu.ua/speczializovana-vchera-rada-d-26-056-08/

Реферат розіслано «21» вересня 2026 року.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 26.056.08
к. т. н., професор М. М. Ручинський

ЗМІСТ

ЗМІСТ 3

ВСТУП 7

АНОТАЦІЯ 12

РОЗДІЛ 1. СТАН ПРОБЛЕМИ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ДОСЛІДЖЕННЯ 19

1.1. Сутність сучасного стану процесів подрібнення матеріалів 19

1.2. Фізико-механічні властивості дробильних порід 23

1.3 Оцінка та аналіз технологічних і конструктивних параметрів дробильного обладнання будіндустрії 27

1.3.1. Щокові дробарки 28

1.3.1.1. Вібраційні щокові дробарки 38

1.3.1.2. Навісні дробильні ківші 41

1.3.2. Конусні дробарки 44

1.3.3. Валкові дробарки 49

1.3.4. Дробарки ударної дії 52

1.4. Аналіз методів розрахунку параметрів дробильного обладнання та енергії на протікання процесу подрібнення 57

1.4.1. Аналіз процесу руйнування в камері дроблення щокової дробарки 57

1.4.2. Аналіз процесу руйнування в камері дроблення конусної дробарки 66

1.4.3. Аналіз процесу руйнування в камері дроблення валкової дробарки 75

1.4.4. Аналіз процесу руйнування в камері дроблення ударних дробарок 82

1.5. Аналіз моделей до розрахунку параметрів робочого процесу та конструктивних елементів дробильних машин 95

1.6. Аналіз законів та моделей визначення енергетичних витрат на подрібнення 101

1.7. Висновки по розділу та постановка задач дослідження 108

РОЗДІЛ 2. МЕТОДОЛОГІЯ ТА МЕТОДИКИ ДОСЛІДЖЕНЬ ПАРАМЕТРІВ, НАПРУЖЕНЬ ТА ДЕФОРМАЦІЙ В РОБОЧОМУ СЕРЕДОВИЩІ ПРИ ЙОГО РУЙНУВАННІ РОБОЧИМИ ОРГАНАМИ ДРОБИЛЬНИХ МАШИН 110

2.1. Оцінка методів дослідження механізмів руйнування матеріалів 110

2.1.1. Моделі механізму утворення тріщини 110

2.1.2. Аналіз енергетичних критерії теорії руйнування пружних матеріалів 113

2.1.3. Аналіз силових критерії теорії руйнування пружних матеріалів 118

2.1.4. Швидкість вивільнення енергії деформації 123
2.2. Аналіз поширених реологічних моделей, які використовуються при моделюванні матеріалів 125
2.2.1. Класичні реологічні моделі 125
2.2.2. Складні реологічні моделі 135
2.3. Фрактальні моделі дроблення 144
2.3.1. Огляд фрактальних моделей руйнування матеріалів 144
2.3.2. Визначення геометричних параметрів тріщини з використанням фракталів 146
2.4. Моделювання процесів руйнування матеріалів 149
2.5. Обґрунтування та вибір моделей 171
2.5.1. Типи робочих органів дробильних машин 171
2.5.2. Визначення контактної взаємодії робочих органів дробильних машин з матеріалом, що руйнується 174
2.5.3. Аналіз геометричних параметрів робочих органів дробильних машин 187
2.6. Дробильні системи із реологічним представленням навантажень 190
2.7. Висновки по розділу 195
РОЗДІЛ 3. СИСТЕМНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИНЕРГЕТИЧНОГО ПОДРІБНЕННЯ 198
3.1 Методи дослідження фізичних процесів в камері дроблення 198
3.2 Обґрунтування та визначення фізичних аспектів процесу руйнування матеріалу в робочій камері дробарки 204
3.2.1. Рівняння руху та визначення основних параметрів пружного середовища для континуальних систем 204
3.2.2 Рівняння руху та визначення основних параметрів пружно-в’язкого та пружно-пластичного середовища для континуальних систем 207
3.2.3 Чисельний метод вирішення задачі напруженого та деформованого стану середовища 210
3.3 Моделювання процесів дробильних машин 216
3.3.1. Дослідження математичної моделі щокової дробарки 216
3.4.2. Дослідження математичної моделі конусної дробарки 225
3.4.3 Моделювання процесу дроблення в конусній дробарці методом дискретного елементу 235
3.5. Дослідження енергетичних затрат на процес руйнування матеріалів вібраційними дробильними машинами 244

3.6. Дослідження руху матеріалу в камері дроблення 250
3.7. Побудова синергетичної моделі енергозатрат процесу подрібнення матеріалів в камерах дробильних машин 253
РОЗДІЛ 4. ЗАСТОСУВАННЯ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ МЕХАНІЧНОГО РЕЖИМУ ПРИ ПРОЕКТУВАННІ ДРОБИЛЬНИХ МАШИН 257
4.1. Нейронні мережі в якості інструменту для визначення енергозатрат процесу дроблення 257
4.2. Теорія нечітких множин 259
4.3. Базові адаптивні нейронні мережі 263
4.4. Загальні принципи моделі машинного навчання 267
4.5. Особливості використання адаптивної мережі нейронно-нечіткого висновку ANFIS при моделюванні процесу дроблення матеріалів 269
4.6. Побудова та дослідження кластерної моделі для класифікації параметрів механічного режиму дробильного обладнання 271
4.7. Побудова та дослідження моделі ANFIS з метою оптимізації проектування дробильного обладнання 279
4.8. Стохастичний опис кінетики процесу дроблення 282
4.9. Використання методів реверсивного-інжинірингу при проєктуванні дробильних машин 295
РОЗДІЛ 5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОЧОГО ПРОЦЕСУ ДРОБИЛЬНОЇ МАШИНИ З РІЗНИМИ СИЛОВИМИ НАВАНТАЖЕННЯМИ НА МАТЕРІАЛ 298
5.1. Вибір та огляд експериментальних методів дослідження 298
5.2 Методика досліджень на фізичних моделях. Обладнання для проведення експерименту 311
5.3. Вимірювально-реєструюче обладнання для визначення характеристик моделі 319
5.4. Визначення параметрів моделі руйнування 330
РОЗДІЛ 6. РЕКОМЕНДАЦІЇ ПО ВПРОВАДЖЕННЮ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ 338
6.1 Технологічні вимоги для забезпечення ефективної роботи дробильного обладнання 338
6.2 Рекомендації вибору параметрів робочого процесу подрібнення матеріалів 342
6.3. Загальний алгоритм розрахунку основних параметрів машини 345

6.4 Приклад розрахунку 348
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ 356
Список використаних джерел 360
ДОДАТКИ 374
Додаток А. Набори даних, схеми до розрахунків та результати теоретичних досліджень 375
Додаток Б. Характеристики експериментального обладнання 407
Додаток В. Набори даних для експериментальних досліджень 409
Додаток Г. Впровадження результатів дослідження 411

Вступ

Актуальність теми. На сучасному етапі розвитку національної економіки України актуальним завданням для будівельної та інших галузей господарства є істотне зниження енергетичних витрат за одночасного підвищення ефективності виробничих процесів. Особливої актуальності ця проблема набуває у будівельній галузі, яка відіграє вагому роль у забезпеченні економічного розвитку держави, а результати її функціонування безпосередньо впливають на динаміку суміжних галузей національного господарства. Основним конструкційним матеріалом сучасного будівництва був і залишається бетон, значення якого зберігатиметься і в перспективі, тоді як технологія його виробництва ґрунтується на приготуванні бетонних сумішей різного складу та зумовлених ним фізико-механічних і експлуатаційних властивостей.

Процес виготовлення будівельних сумішей передбачає змішування заповнювачів, піску, цементу та води. Важливу роль у формуванні необхідних властивостей бетонної суміші відіграють заповнювачі, зокрема щебінь, виробництво якого є одним із найбільш енергоємних технологічних процесів. Водночас забезпечення необхідної якості щебеню потребує отримання заданого фракційного складу та раціональної форми його зерен, зокрема кубоподібної, що сприяє ефективному зчепленню компонентів бетонної суміші та формуванню її міцнісних характеристик. Виробництво щебеню відповідного фракційного складу здійснюється на дробильно-сортувальних заводах або установках шляхом механічного подрібнення гірської сировини дробарками різних типів і конструкцій, функціонування яких характеризується значними енергетичними витратами. Такий стан значною мірою зумовлений відсутністю загальноприйнятої теоретичної моделі робочого процесу дроблення, унаслідок чого для його опису переважно застосовуються емпіричні формули та залежності, які не забезпечують достатньо повного відображення закономірностей реального процесу подрібнення. Крім того, наявні підходи до дослідження процесів дроблення недостатньою мірою враховують взаємодію та взаємовплив робочих органів дробильних машин і матеріалу, що істотно обмежує можливості практичного використання одержаних результатів. Розв’язання зазначеної проблеми вбачається у розробленні фізичних і математичних моделей системи «дробарка – матеріал», здатних адекватно відображати закономірності реального процесу подрібнення та створити теоретичне підґрунтя для розроблення методів визначення раціональних режимів роботи й параметрів дробильного обладнання, застосування яких сприятиме зниженню енергетичних витрат на реалізацію процесів подрібнення. Саме такий підхід покладено в основу дослідження, що визначає його науково-практичну актуальність.

Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота відповідає науковим та виробничим програмам кафедр «машин і обладнання технологічних процесів» та «будівельних машин ім. Ветрова Ю.О.» КНУБА.

Мета і завдання досліджень. *Мета* роботи полягає у розробці науково-обґрунтованих методів розрахунку та вдосконаленні режимів машин для подрібнення матеріалів на основі синергії їхнього робочого процесу.

Для досягнення поставленої мети сформульовано та вирішено такі *завдання*:

- здійснити огляд та аналіз конструкцій машин для подрібнення матеріалів і наявних методів їх розрахунку;
- розробити методологічні засади та методи дослідження робочих процесів машин для подрібнення матеріалів за статичних і динамічних навантажень;
- теоретично дослідити закономірності процесів подрібнення матеріалів за статичних і динамічних навантажень;
- експериментально дослідити робочі процеси взаємодії робочих органів машин для подрібнення матеріалів із подрібнюваною сировиною за різних технологічних навантажень;
- встановити закономірності взаємозумовленого руху робочих органів машин для подрібнення матеріалів та розробити принципи і методи їх розрахунку;
- здійснити оцінювання одержаних результатів дослідження та визначити ефективність запропонованих технічних і технологічних рішень.

Об'єкт дослідження. процеси подрібнення матеріалів дробильним обладнанням статичного та динамічного навантаження.

Предмет дослідження. Режими та параметри дробильних машин статичної і динамічної дії.

Методи дослідження. Дослідження процесів руйнування кам'яних матеріалів у складному напружено-деформованому стані ґрунтується на застосуванні комплексу чисельних та експериментальних методів, теоретико-методологічною основою яких є основні положення механіки руйнування твердих тіл, загальні положення теорій міцності та механіки суцільних середовищ. Під час проведення експериментальних досліджень, опрацювання та інтерпретації одержаних результатів застосовано сучасні методи математичної статистики, що забезпечило належну обґрунтованість і достовірність сформульованих наукових положень та одержаних результатів.

Для теоретичних розрахунків використано програми «Wolfram Mathematica v.11.3», мову програмування «Python v.3.10» з відповідним набором бібліотек. Для моделювання картини напружень та деформацій було використано програмний комплекс «Ansys Workbench 2022 R1» та «Ansys Workbench 2023 R1». При моделюванні кінематики дробильних машин інструментом для більш розширеного аналізу виступав програмний комплекс «MSC Adams 2020». Додатково для статистичної обробки результатів

експериментальних досліджень використано програмний продукт Microsoft Excel. Збір даних виконувався за допомогою блоку зчитування інформації на базі контролера STM32 та підготовленого відповідного програмного коду. Експериментальні дослідження здійснювалися на установках статичної та динамічної дії в широкому діапазоні варіювання параметрів процесу та характеристик міцності матеріалів, що підлягали подрібненню.

Наукова ідея. Дослідження процесів стадій подрібнення та визначення синергії в елементах системи «дробарка –матеріал».

Робочі гіпотези досягнення результатів роботи:

–дискретно-континуальне моделювання та визначення трансформації енергії у найбільш енерговитратних елементах дробарок в режимах максимально напруженого стану на стадіях стикування шматків матеріалу;

– виявлення сил тертя в системах «матеріал – матеріал» в камері подрібнення та «матеріал –поверхні камері подрібнення».

Наукова значимість роботи. Досліджено та систематизовано закономірності й гіпотези подрібнення матеріалів, визначені в широкому діапазоні варіювання статичних і динамічних навантажень на подрібнюваний матеріал, а також встановлено закономірності динаміки та енергетичні характеристики основних типів дробарок. Відповідно до поставленої мети та сформульованої наукової ідеї, на основі запропонованих робочих гіпотез і з урахуванням теоретичної та практичної значущості одержаних результатів визначено положення наукової новизни та практичне значення проведеного дослідження.

Результати дослідження впроваджено в освітній процес КНУБА під час викладання навчальних дисциплін «Теорія пружності», «Статика та динаміка», «Машини для виробництва будівельних матеріалів», «Синтез машин і обладнання будіндустрії». Розроблені алгоритми розрахунку використовуються у курсовому проєктуванні та викладанні вибіркових освітніх компонентів для здобувачів освіти за спеціальностями «Прикладна механіка» та «Галузеве машинобудування».

Наукова новизна одержаних результатів полягає в тому, що у дисертаційному дослідженні:

вперше:

– виявлено та визначено сили тертя між шматками матеріалу в камері подрібнення на стадіях стискування та випадання матеріалу;

– встановлено закономірності зміни тріщин у матеріалі під час його руйнування статичними і динамічними навантаженнями робочими органами дробильних машин будівельної індустрії;

– визначено параметри робочого процесу, що є реалізацією синергії системи «дробарка – матеріал» в умовах статичного та динамічного навантаження дробарок різної конструкції;

– отримані аналітичні залежності для визначення раціональних, в

тому числі змінних у часі, параметрів і режимів машин для подрібнення матеріалів;

удосконалено:

– методи оцінки напруженого стану в шматках матеріалу в камері подрібнення;

– методи аналізу енергетичних показників процесів подрібнення матеріалу;

дістали подальшого розвитку:

– методи моделювання систем складної структури в режимах статичних та динамічних навантажень;

– методи врахування реальних процесів подрібнення широкого класу матеріалів в алгоритмах та методиках розрахунку параметрів робочого процесу дробильних машин.

Практичне значення одержаних результатів полягає в тому, що запропоновано основні принципи підвищення ефективності процесів подрібнення матеріалів, що ґрунтуються на врахуванні взаємодії та взаємовпливу робочих органів дробильних машин і подрібнюваного матеріалу. Розроблено методи розрахунку, які враховують закономірності реальних процесів подрібнення широкого класу матеріалів. Запропонована методика передбачає визначення енергетичного балансу процесу з урахуванням його фактичних параметрів, що дає змогу мінімізувати енергетичні витрати залежно від фракційного складу матеріалу та його міцнісних характеристик.

Результати дослідження передано для впровадження у виробничу діяльність ТОВ «ПОБІ ВОТЕР ІНЖИНІРИНГ» (м. Київ) (довідка №06052026-1 від 06.05.2026 р.) та ПП «Контакт» (смт. Нова Борова, Житомирська обл.) (довідка б/н від 21.06.2026).

Особистий внесок здобувача. У наукових працях, опублікованих за темою дисертаційного дослідження, здобувачем обґрунтовано актуальність проведення досліджень та здійснено аналіз наукових публікацій за обраною проблематикою. Проведено оцінювання конструкцій дробильного обладнання та їх основних параметрів, зокрема щокових, конусних, валкових та ударних дробарок. Встановлено, що наявні розбіжності в підходах до розрахунку дробильних машин можуть бути подолані шляхом комплексного врахування взаємодії та взаємовпливу робочих органів машин і подрібнюваного матеріалу. Обґрунтовано методи визначення енергетичних витрат на руйнування матеріалу на основі енергетичних і силових критеріїв. Отримано рівняння енергетичного балансу процесу руйнування, яке враховує основні складові енергетичних витрат, пов’язаних із реалізацією процесу подрібнення. Запропоноване рівняння дає змогу уточнити та водночас спростити методологію визначення енергії руйнування матеріалу завдяки врахуванню довжини тріщини через показник фрактальної розмірності. Складено рівняння

руху ексцентрикової та вібраційної щокових дробарок і визначено оптимальні значення параметрів їх механічного режиму. З урахуванням кінематичних параметрів дробильної машини та енергетичних характеристик робочого середовища сформульовано рівняння енергетичного балансу, яке враховує енергію, необхідну для руйнування матеріалу, та енергетичні витрати на функціонування ланок дробильної машини. Розглянуто геомеханічні та реологічні моделі робочого середовища і здійснено теоретичне дослідження процесів руйнування матеріалу з урахуванням його фізико-механічних властивостей та геометричних параметрів робочих поверхонь дробильних машин. Розроблено нейронну мережу для класифікації параметрів дробильної машини за відповідними критеріями, а також нейронну мережу для коригування розрахункових параметрів дробильного обладнання. За результатами дослідження середня похибка розрахунку із застосуванням запропонованої нейронної мережі становила 11 %. Досліджено стохастичну кінетику процесу дроблення, що дає змогу оцінювати та аналізувати енергетичні витрати залежно від фракційного розподілу подрібнюваного матеріалу. Визначено коефіцієнти дифузії та дрейфу залежно від застосовуваних методик розрахунку та фізичних властивостей матеріалу. Експериментально досліджено енергетичні витрати під час руйнування зразків матеріалу залежно від швидкості навантаження та площі поперечного перерізу. Визначено коефіцієнти дисипації для граніту, мармуру та габро з різних родовищ. Обґрунтовано методику розрахунку параметрів дробильних машин залежно від фізико-механічних властивостей подрібнюваних матеріалів та заданих виробничих умов.

У межах проведеного дослідження дістала подальшого розвитку теорія подрібнення матеріалів на основі врахування закономірностей взаємодії та взаємовпливу робочих органів дробильних машин і подрібнюваного матеріалу. Визначено основні параметри, що впливають на інтегральні характеристики процесу подрібнення.

Апробація результатів роботи. Основні положення наукових досліджень, що містяться в дисертації, доповідались і отримали позитивну оцінку на: міжнародній науково-практичній конференції молодих учених «Буд-Майстер-Клас» (КНУБА, Україна, м. Київ, 2016–2024 рр.); міжнародній науково-практичній конференції «Енергоощадні машини і технології» (КНУБА, Україна, м. Київ, 2022–2025 рр.); міжнародній науково-технічній конференції «Ефективні технології в будівництві» (КНУБА, Україна, м. Київ, 2016 р.); XVII Міжнародній науково-технічній конференції «Вібрації в техніці та технологіях» (Національний університет «Львівська політехніка», Україна, м. Львів, 2018 р.); XVIII Міжнародній науково-технічній конференції «Вібрації в техніці та технологіях» (КНУБА, Україна, м. Київ, 2019 р.); XX Міжнародній науково-технічній конференції «Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта» (Україна, м. Херсон, 2019 р.); LXXVI

Науковій конференції професорсько-викладацького складу, аспірантів, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету (НТУ, Україна, м. Київ, 2020 р.); XVII Всеукраїнській науковій онлайн-конференції здобувачів вищої освіти і молодих учених з міжнародною участю «Сучасні проблеми екології» (Державний університет «Житомирська політехніка», Україна, м. Житомир, 2021 р.); XXVI Міжнародній науково-технічній конференції «Гідроаеромеханіка в інженерній практиці» (КПІ, Україна, м. Київ, 2021 р.); V Всеукраїнській науково-технічній конференції «Створення, експлуатація і ремонт автомобільного транспорту та будівельної техніки» (Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», Україна, м. Полтава, 2021 р.); XIX Міжнародній науково-технічній конференції «Вібрації в техніці та технологіях» (КНУБА, Україна, м. Київ, 2023 р.).

Дисертаційну роботу в повному обсязі заслухано та обговорено на розширеному засіданні кафедри машин і обладнання технологічних процесів та кафедри будівельних машин імені Ю. Вєтрова Київського національного університету будівництва і архітектури.

Публікації. Основні теоретичні положення, наукові результати та практичні напрацювання дисертаційного дослідження опубліковано у 36 наукових працях, серед яких 21 стаття у фахових наукових виданнях, 12 тез доповідей на наукових конференціях, 2 монографії та 1 патент на корисну модель.

Структура та обсяг дисертації. Робота складається із вступу, анотації, шести розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг дисертації становить 412 сторінок, з них основного тексту – 359 сторінок. Список використаних джерел налічує 150 найменувань і займає 14 сторінок. Текст дисертації містить 26 таблиць та 170 рисунків. Додатки (4) розміщено на 39 сторінках.

АНОТАЦІЯ

Міщук Є. О. Наукові основи синергетичного процесу подрібнення матеріалів робочими органами машин статичними та динамічними навантаженнями. – *Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису*.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.05.02 – машини для виробництва будівельних матеріалів. – Київський національний університет будівництва і архітектури. – Київ, 2026.

У дисертації здійснено комплексне дослідження, спрямоване на розроблення методології розрахунку та проєктування дробильних машин з урахуванням синергетичного характеру процесу руйнування матеріалу в камері дроблення, а також оптимізацію вибору параметрів їхнього механічного режиму.

На основі реологічної моделі матеріалу, яка враховує нормальну та тангенціальну складові сил руйнування, сили тертя та поверхневого зчеплення, визначено енергетичні витрати безпосередньо на руйнування матеріалу внаслідок дії нормальної та тангенціальної складових сили руйнування. Запропоновано рівняння розподілу матеріалу, яке враховує часову релаксацію процесу. Розроблено методологію експериментальних досліджень для визначення енергії руйнування ударним методом. Визначено коефіцієнти динамічності та опору для різних матеріалів. Запропоновано алгоритм адаптивної нейронно-нечіткої системи виведення (ANFIS) для оптимізації вибору параметрів механічного режиму під час проєктування дробильних машин, а також алгоритм їх класифікації за заданим набором вхідних параметрів.

За результатами проведених досліджень запропоновано алгоритм розрахунку основних параметрів дробильної машини, який впроваджено в освітній процес Київського національного університету будівництва і архітектури.

Ключові слова: синергія, нейронні мережі, стохастичні процеси, щільність розподілу, статичне та динамічне руйнування, коефіцієнт динамічності, коефіцієнт дисипації, надійність, навантаження.

ANNOTATION

Mishchuk Y. Scientific foundations of the synergistic process of grinding materials by working bodies of machines under static and dynamic loads. – Manuscript.

Dissertation for the degree of Doctor of Technical Sciences in specialty 05.05.02 – Machines for the Production of Building Materials. – Kyiv National University of Construction and Architecture. – Kyiv, 2026.

The dissertation presents a comprehensive study aimed at developing a methodology for the calculation and design of crushing machines, taking into account the synergistic nature of the material fracture process within the crushing chamber, as well as at optimizing the selection of parameters of their mechanical operating regime.

Based on a rheological model of the material that accounts for the normal and tangential components of fracture forces, friction forces, and surface adhesion forces, the energy expenditure directly associated with material fracture under the action of the normal and tangential components of the fracture force was determined. A material distribution equation incorporating the time-dependent relaxation of the process was proposed. A methodology for experimental studies was developed to determine fracture energy using the impact method. Dynamic and resistance coefficients were determined for various materials. An adaptive neuro-fuzzy inference system (ANFIS) algorithm was proposed to optimize the selection of mechanical operating parameters in the design of crushing machines, together with an algorithm for their classification according to a specified set of input parameters.

Based on the results of the conducted studies, an algorithm for calculating the main parameters of a crushing machine was proposed and implemented in the educational process at Kyiv National University of Construction and Architecture.

Keywords: synergy, neural networks, stochastic processes, density distribution, static and dynamic failure, dynamic coefficient, dissipation coefficient, reliability, load.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Монографії:

1. Назаренко І. І., Міщук Є. О. Механіка машин і процесів подрібнення кам'яних матеріалів : монографія. Київ : Видавництво Людмила, 2024. 143 с. ISBN 978-617-555-256-8. *(Здобувачем обґрунтовано методи розрахунку основних параметрів дробарок з урахуванням напружено-деформованого стану оброблюваних матеріалів).*

2. Nazarenko I., Pelevin L., Dedov O., Kostenyuk O., Fomin A., Ruchynskyi M., Sviderskyi A., Mishchuk Y., Slipetskyi V. *Applied problems of motion of mechanical systems under action of power loads* : monograph / ed. by I. Nazarenko. Tallinn : Scientific Route OÜ, 2019. P. 54–74. ISBN 978-9949-7316-8-8 (hardcover). DOI: https://doi.org/10.21303/978-9949-7316-9-5. *(Здобувачем проаналізовано результати експериментальних досліджень роботи вібраційної щокової дробарки із трьома коливальними масами).*

Наукові праці, які мають імпакт-фактор (Scopus, Web of Science):

3. Nazarenko I., Mishchuk Y., Mishchuk D., Ruchynskyi M., Rogovskii I., Mikhailova L., Titova L., Berezovyi M., Shatrov R. Determiantion of energy characteristics of material destruction in the crushing chamber of the vibration crusher. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2021. Vol. 4, No. 7 (112). P. 41–49. DOI: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.239292. **(Scopus).** *(Здобувачем виконано дослідження затрат енергії на робочий процес вібраційної щокової дробарки).*

4. Mishchuk Ye. O., Nazarenko I. I., Mishchuk D. O. Definition of rational operating modes of a vibratory jaw crusher. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2021. No. 4. P. 56–62. DOI: https://doi.org/10.33271/nvngu/2021-4/056. **(Scopus).** (НВНГ Украина) *(Здобувачем проведено дослідження раціональних режимів роботи вібраційної щокової дробарки із трьома коливальними масами).*

5. Nazarenko I., Mishchuk Y., Kyzminec M., Oryshchenko S., Fedorenko O., Tsepelev S. Research of processes of producing materials by technical power loading systems. *Dynamic Processes in Technological Technical Systems* / ed. by I. Nazarenko. Kharkiv : PC Technology Center, 2021. P. 14–42. DOI: https://doi.org/10.15587/978-617-7319-49-7.ch2. *(Здобувачем обґрунтовано модель матеріалу при взаємодії з робочими органами дробильної машини та визначено раціональні конструктивні параметри вібраційної щокової дробарки для її енергоефективної роботи).*

6. Mishchuk Y., Nazarenko I. Analysis of the energy laws of material destruction. *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2023. No. 110. P. 294–315. DOI: https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.110.294-315. **(Web of Science).** *(Здобувачем виконано аналіз досліджень із визначення енергетичних витрат робочого процесу дробильних машин та оцінку параметрів процесу, які значною мірою впливають на енергозатрати).*

7. Nazarenko I., Mishchuk Y., Nechiporuk V., Albeshchenko D., Pereginets I. Definition of reliability parameters of the spacer plate of a jaw crusher depending on the characteristics of the working environment and the material of manufacture. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2026. Vol. 1, No. 7 (139). P. 13–25. DOI: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2026.353102. **(Scopus).** *(Здобувачем виконано дослідження надійності розпірної плити щокової дробарки).*

8. Nazarenko I., Dedov O., Mishchuk Y., Bernyk I., Onyshchenko A., Kuzminets M., Chernysh V., Nesterenko M. Determination of force and energy parameters in impact fracture processes of materials of various strengths and rheology properties. *Technology Audit and Production Reserves*. 2026. Vol. 2, No. 1 (88). P. 6–16. DOI: https://doi.org/10.15587/2706-5448.2026.356852. **(Scopus).** *(Здобувачем виконано дослідження параметрів процесу руйнування матеріалу за умов прикладання динамічного навантаження).*

Публікації у наукових фахових виданнях України:

9. Mishchuk Y., Ciężkowski P., Gorbatyuk I., Mishchuk D. Methodology for creating a mobile crushing plant taking into account the stress-deformed state of its structural elements. *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2026. No. 116. P. 97–108. DOI: https://doi.org/10.32347/2410-2547.2026.116.97-108. *(Здобувачем виконано оцінку та аналіз конструкцій міні-мобільних дробильних установок і параметрів технологічного процесу виготовлення будівельних матеріалів).*

10. Назаренко І., Міщук Є., Ладкін П. Моделювання процесу руйнування матеріалів із різними фізико-механічними властивостями в умовах статичного навантаження. *Техніка будівництва*. 2025. № 43. С. 36–49. DOI: https://doi.org/10.32347/tb.2025-43.0604. *(Здобувачем виконано дослідження використання різних реологічних моделей матеріалу за умов статичного навантаження).*

11. Міщук Є., Дяченко О. Теоретичне дослідження параметрів вертикальної роторної дробарки. *Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини*. 2025. № 106. С. 53–59. DOI: https://doi.org/10.32347/gbdmm.2025.106.0304. *(Здобувачем виконано дослідження параметрів механічного режиму роторної дробарки).*

12. Міщук, Є., & Міщук, Д. (2022). Системи промислової автоматизації на основі IoT. Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини, (96), 42–50. https://doi.org/10.32347/gbdmm2020.96.0501. *(Здобувачем проаналізовано параметри електропривода з метою IoT-моніторингу,*

контролю режимів роботи та запобігання перевантаженням, що є актуальним в роботі дробильного обладнання).

13. Міщук Є. Аналіз поширених геологічних моделей матеріалів. *Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини*. 2024. № 104. С. 5–14. DOI: https://doi.org/10.32347/gbdmm.2024.104.0101.

14. Міщук Є. Аналіз параметрів валкової дробарки для автоматизації процесу дроблення. *Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини*. 2025. № 105. С. 85–90. DOI: https://doi.org/10.32347/gbdmm.2025.105.0503.

15. Міщук Є. Аналіз і оцінка продуктивності щокових та конусних дробарок залежно від частоти обертів робочих органів. *Техніка будівництва*. 2025. № 42. С. 70–82. DOI: https://doi.org/10.32347/tb.2025-42.0508.

16. Міщук Є. Огляд конструкцій та оцінка технологічних і конструктивних параметрів дробильного обладнання будіндустрії. *Техніка будівництва*. 2024. № 41. С. 22–39. DOI: https://doi.org/10.32347/tb.2024-41.0403.

17. Міщук, Д., Міщук, Є., & Калашніков, О. (2021). Аналіз системи керування чіткої логіки колісного робота з диференціальним приводом. Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини, (97), 12–23. https://doi.org/10.32347/gbdmm2021.97.0201. (*Здобувачем досліджено принципи логічного керування та вплив параметрів системи на її функціонування; результати використано при подальшому розвитку методів інтелектуального керування, зокрема нечітких та нейро-нечітких систем*).

18. Міщук Є. Оцінка та аналіз навісних дробильних ківшів. *Техніка будівництва*. 2024. № 40. С. 4–19. DOI: https://doi.org/10.32347/tb.2024-40.0301.

19. Mishchuk Y., Sorochenko A., Berezovsky Y**.** Use of reverse engineering methods in the process of restoration of machine parts. *Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини*. 2023. No. 101. P. 53–59. DOI: https://doi.org/10.32347/gbdmm.2023.101.0501. *(Здобувачем виконано аналіз параметрів алгоритму розпізнавання поверхонь деталей машин).*

20. Міщук Є., Міщук Д., Капуста О. Математичне моделювання кінематики щокової дробарки з простим рухом щоки. *Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини*. 2023. № 102. С. 5–16. DOI: https://doi.org/10.32347/gbdmm.2023.102.0101. (Здобувачем проведено дослідження кінематики щокової дробарки).

21. Міщук, Д., Міщук, Є., & Горбатюк, Є. (2021). Дослідження методу рою частинок в задачі оптимізації режиму руху маніпулятора за однією з узагальнених координат. *Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини*, (98), 11–20. https://doi.org/10.32347/gbdmm2021.98.0201 (*Здобувачем досліджено метод рою частинок для оптимізації режимних параметрів механічної системи та визначено підхід до пошуку оптимального режиму за цільовою функцією, що застосовується для оптимізації параметрів нейро-нечітких моделей ANFIS*)

22. Міщук Є., Назаренко І. Дослідження динаміки вібраційної щокової дробарки двосторонньої дії. *Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини*. 2019. № 94. С. 5–15. DOI:

https://doi.org/10.32347/gbdmm2019.94.0101.
(Здобувачем проведено дослідження параметрів механічного режиму вібраційної щокової дробарки).

23. Назаренко І. І., Міщук Є. О., Кучинський В. В. Оцінка та аналіз основних конструктивних схем конусних дробарок. *Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини*. 2016. № 88. С. 47–54. *(Здобувачем виконано аналіз конструкцій конусних дробарок).*

Матеріали і тези наукових доповідей міжнародних конференцій:

24. Mishchuk Y. Analysis and assessment of the productivity of jaw crusher depending on the frequency of revolution of the working bodies. *Енергоощадні машини і технології : матеріали VI Міжнародної науково-практичної конференції* (Київ, 20–21 травня 2025 р.). Київ : КНУБА, 2025. С. 50–53.

25. Міщук Є. О., Назаренко І. І. Аналіз енергетичних законів руйнування матеріалів. *Енергоощадні машини і технології : матеріали IV Міжнародної науково-практичної конференції* (Київ, 23–25 травня 2023 р.). Київ : КНУБА, 2023. С. 56–58. *(Здобувачем висвітлені переваги та недоліки основних енергетичних гіпотез руйнування матеріалів).*

26. Міщук Є. О., Назаренко І. І. Аналіз законів та моделей визначення енергетичних витрат на подрібнення. *Енергоощадні машини і технології : матеріали III Міжнародної науково-практичної конференції* (Київ, 17–19 травня 2022 р.). Київ : КНУБА, 2022. С. 15–18. *(Здобувачем висвітлено особливості робочого процесу дробильних машин з позицій енерговитрат).*

27. Міщук Є. О. Аналіз впливу інерційних параметрів вібраційної щокової дробарки двосторонньої дії на надійність та довговічність її вузлів та деталей. *Ефективні технології в будівництві : тези доповідей Міжнародної науково-технічної конференції*. Київ : КНУБА, 2016. С. 54–55.

28. Mishchuk E. Research working process vibrating jaw crusher in a view of elastic-viscous-plastic environment. *Build Master Class 2016 : Conference Proceedings of the International Scientific-Practical Conference of Young Scientists*. Kyiv : KNUCA, 2016. P. 182–183.

29. Міщук Є. О. Руйнування гірських порід із використанням електрогідравлічного ефекту. *Underwater Technologies 2017. Industrial and Civil Engineering : III International Scientific-Practical Conference* (Kyiv, 21–23 March 2017). Kyiv, 2017. P. 10.

30. Міщук Є. О. Дослідження параметрів, які впливають на енергоефективність вібраційної щокової дробарки. *Вібрації в техніці та технологіях : тези доповідей XVII Міжнародної науково-технічної конференції* (Львів, 11–12 жовтня 2018 р.). Львів, 2018. С. 125–127.

31. Назаренко І. І., Міщук Є. О. Дослідження методів оптимізації процесу дроблення вібраційної щокової дробарки. *Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта : матеріали XX Міжнародної науково-технічної конференції* (Херсон, 10–13 вересня 2019 р.). Херсон, 2019. С. 309–

312. *(Здобувачем висвітлені методи оптимізації робочого процесу вібраційної щокової дробарки із трьома коливальними масами).*

32. Міщук Є. О., Міщук Д. О. Аналіз інерційних параметрів та методів віброізоляції вібраційної щокової дробарки. *Вібрації в техніці та технологіях : матеріали XVIII Міжнародної науково-технічної конференції* (Київ, 23–25 жовтня 2019 р.). Київ : КНУБА, 2019. С. 102–105. *(Здобувачем висвітлено результати аналізу методів віброізоляції фундаменту при роботі вібраційної щокової дробарки).*

33. Міщук Є. О., Кот О. С. Аналіз динамічних параметрів ексцентрикової конусної дробарки з вібраторами на корпусі. *LXXVI наукова конференція професорсько-викладацького складу, аспірантів, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету : тези доповідей*. Київ : Національний транспортний університет, 2020. С. 124. *(Здобувачем висвітлено аналіз динамічних параметрів конусної дробарки із вібраторами на корпусі).*

34. Міщук Є. О. Аналіз механізму руйнування середовища робочими органами дробильних машин. *Енергоощадні машини і технології : матеріали V Міжнародної науково-практичної конференції* (Київ, 22–24 травня 2024 р.). Київ : КНУБА, 2024. С. 98–101.

35. Міщук Є., Зелінський Б. Аналіз процесу руйнування в камері дроблення ударних дробарок. *Conference Proceedings of the International Scientific and Practical Conference «Build Master Class 2025»* (Kyiv, 26–28 Nov. 2025). Kyiv : KNUCA, 2025. P. 365–366. *(Здобувачем висвітлено результати аналізу процесу руйнування в камері дроблення ударних дробарок).*

Патенти:

36. Пат. 149974 U Україна, МПК B02C 1/02, B02C 1/06. Тримасова вібраційна щокова дробарка / Є. О. Міщук, Д. О. Міщук, І. І. Назаренко ; заявник і патентовласник Київський національний університет будівництва і архітектури. № u202101197 ; заявл. 10.03.2021 ; опубл. 22.12.2021, Бюл. № 51.

РОЗДІЛ 1. СТАН ПРОБЛЕМИ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Сутність сучасного стану процесів подрібнення матеріалів

Процес дезінтеграції (розділення на частинки) матеріалу розуміє під собою ряд операцій внаслідок яких розміри твердої частинки матеріалу (гірської породи) зменшуються від початкових до кінцевих розмірів, які є необхідними для промисловості. Так, наприклад для будівельної галузі розміри сировини можуть сягати 1,2 метри в діаметрі, в той час як розмір готового продукту може сягати декількох мікрон в діаметрі.

Процес дезінтеграції в промисловості будівельних матеріалів можна розділити на два окремі процеси: **дроблення та помел**. В свою чергу дроблення поділяється на: крупне, середнє та мілке. При помелі розрізняють стадії грубого, тонкого та надтонкого помелу.

Різниця між дробленням та помелом полягає у розмірах вхідного матеріалу та продуктів дроблення. Так при дробленні величина шматків вхідного матеріалу знаходиться в межах – 2 м. А величина продуктів дроблення – до 5 мм. Величина вхідного матеріалу при помелі – 5-3 мм, а продукту помелу сягає частки мікрометра.

Процес дроблення характеризується різними ефектами та різними фазами в макроскопічному масштабі. Вони залежать від місця розташування, виду та величини прикладеної сили до частинки. При прикладенні сили та передачі енергії частинки від робочих елементів дробильної машини можуть спостерігатись різні ефекти. Основні види таких ефектів наведені в таблиці 15 додаток А. [23].

Механічне дроблення може відбуватися шляхом роздавлювання, стирання, злом, удару, розколювання (рис.А.1, Додаток А) [1]. При роздавлюванні шматок матеріалу затискається між двома поверхнями і роздавлюється при, відносно, повільному наростанні тиску.

Руйнування матеріалу методом удару може відбуватися декількома різними шляхами: 1) удар по шматку матеріалу, що лежить на будь-якій поверхні; 2) удар молотка по шматку матеріалу; 3) удар матеріалу, який рухається з великою швидкістю об нерухому плиту; 4) удар кусків матеріалу один по одному.

Руйнування матеріалу шляхом тертя між рухомими поверхнями або мелючими тілами різної форми називається стирання. Також руйнування може відбуватись при терті шматків матеріалу один по іншому. Є більш необхідним до застосування при тонкому подрібненні або при необхідності застосування в лінії дробильно сортувальних заводів великої стпені дроблення.

Розколюванням називається метод дроблення за якого шматок матеріалу подрібнюється в результаті дії розколу клиноподібними тілами.

З чисельних досліджень встановлено [1],[3],[20], що найбільш раціональним методом дроблення є роздавлювання. Найбільш затратним з точки зору енергетичних та експлуатаційних затрат є дроблення шляхом стирання.

До інших методів подрібнення належать: електрогідравлічне, ультразвукове, гравітаційне, термічне та ін.

В цілому вибір методу дроблення залежить від фізичного стану самого матеріалу. Тобто для твредих матеріалів бажано застосовувати дроблення шляхому удару або роздавлюванням. При умові, що матеріал поводить себе як вязке тіло, то в такому випадку краще використовувати метод дроблення шляхом стирання. При дробленні крихких матеріалів бажаним є метод шляхом розколу або роздавлювання. Для сильно мілких зерен, які вкраплені у іншу породу (наприклад в глину) найбільш кращим є метод розпушення, шляхом подачі напору води, або використанням вібраційної дії [143].

До факторів які найбільше впливають на процес дроблення належать неоднорідність структури вихідного матеріалу, масштабний фактор, анізотропність фізичних властивостей, картини навантаження і т.д.

Матеріал, який підлягає процесу дроблення в більшості випадків не є однорідним. У випадку, якщо вихідним матеріалом є гірська порода, то вона може містити включення різних мінералів, тобто має полікристалічну структуру. Так наприклад граніт складається із кварцу, плагіоклазу, калієвого польового шпату і слюди (біотита або мусковита). Якщо розглядати матеріал який підлягає переробці (рецайклингу), то такий матеріла складається із різних порід або є пористим. До найбільш розповсюджених матеріалів, які підлягають переробці належать – цегла, бетонні та залізобетонні конструкції. Так наприклад залізобетонні конструкції включають щебінь, в'яжучу суміш, арматуру.

До масштабного фактору відносяться розміри матеріалів в поєднані із методами, які використовувались для їх первинної обробки. Тобто метод відділення гірської породи від гірського масиву або демонтаж елементів будівельних конструкцій із будівель та споруд. В даному випадку поєднання розміру матеріалу та його методу первинної обробки впливає на наявність в матеріалі дефектів, таких як тріщини тощо. Що в свою чергу впливає на міцність самого матеріалу.

З іншого боку масштабний фактор процесу дроблення (по відношенню до самого матеріалу процес має назву – руйнування) надає можливість нам розглядати процес на різних рівнях в залежності від поставлених задач.

Так при розгляді руйнування матеріалу на **субмікроскопічному** рівні під руйнуванням розуміється розрив різних типів атомних або молекулярних зв'язків [2].

Руйнування на **мікроскопічному** рівні включає в себе такі процеси як: 1) утворення та розвиток мікротріщини; 2) розвиток площин ковзання; 3) розрив зв'язків між окремими кристалами і зернами; 4) руйнування окремих кристалів і зерен [2].

Стадії руйнування матеріалу представлено в таблиці А.11, додатку А.

Руйнування твердих тіл відбувається внаслідок їх деформування під дією граничних напружень. Під руйнуванням твердого тіла слід розуміти

втрату його стійкості або несучої здатності, внаслідок розвитку тріщин. Здатність тіла чинити опір росту тріщин має назву **тріщиностійкість**. Сам процес руйнування зазвичай відбувається по двом схемам або **відривом** або внаслідок **здвигу**. Яскравим прикладом є руйнування зразка гірської породи в умовах стиснення між плитами преса. В даному випадку зовнішнє навантаження є стискальним, проте зразок руйнується під дією дотичних напружень та напружень розтягу, які діють на площадці руйнування [4].

Руйнування відривом в більшості випадків для гірських порід відноситься до крихкого типу руйнування. Виникає в результаті прикладення навантажень розтягу. Відбувається по відповідним площинам, які характерні для кристалічної решітки твердого тіла. Поверхня руйнування є нормальною до головного напруження розтягу.

Руйнування здвигом відноситься до в’язкого типу руйнування. Пов'язане з переважною дією дотичних напружень, які діють по площині ковзання частин твердого тіла відносно один одного до повного їх поділу. Поверхня зсуву орієнтована під кутом більше 45° до напрямку дії головних напружень. Виникає тільки при наявності пластичної деформації.

Руйнування може бути частковим або повним. При частковому руйнуванні в матеріалі виникають пошкодження у вигляді окремих тріщин або у вигляді розподілених по об’єму дефектів, що призводять до зміни механічних властивостей матеріалу. При повному руйнуванні матеріалу відбувається його розділення на частини [3].

Прикладення навантаження до твердого тіла характеризується визначеним законом його зміни в часі. Процес навантаження кількісно описується часом зростання навантаження до максимального значення. По характеру прикладення навантаження та часу його зростання прикладені навантаження умовно можна поділити на **статичне, квазістатичне і динамічне** [4].

Крім основних трьох видів навантажень в фізиці вибухових і ударних процесів використовують термін ударно-хвильове навантаження. Ударно-

хвильове навантаження пов’язане з розповсюдженням в тілі хвиль напружень. При цьому тіло частково поглинає енергію хвилі напружень, яка витрачається на непружну деформацію, що реалізується у вигляді пластичної деформації, утворенням мікротріщин і підвищенням температури. Більшість твердих тіл при ударно-хвильовому розповсюдженні навантаження втрачають здатність до в’язкого руйнування і стають більш крихкими.

1.2 Фізико-механічні властивості дробильних порід

Гірські породи це елементи, які залягають в земній корі і складаються із мінералів [4]. За походженням гірські породи класифікуються на: вивержені, осадові та метаморфічні.

Вивержені гірські породи утворюються із магми в процесі її охолодження і твердіння. Характерними властивостями вивержених порід є висока механічна міцність, низька тріщиномісткість та відсутність повзучості. Вивержені гірські породи в свою чергу поділяються на ефузивні та інтрузивні. Ефузивні утворюються внаслідок виверження магми на поверхню землі або дна океану. До таких порід відносяться базальти, діабази, порфіти та ін. Інтрузивні гірські породи утворюються при повільному застиганні магми і під високими тисками в глибинах земної кори або мантії. До таких порід відносяться граніти, лабрадорити, габро [104].

Осадові гірські породи утворюються в результаті відкладення продуктів вивітрювання і руйнування різних гірських порід, випадіння осаду із води та життєдіяльності організмів. Для осадових порід в порівнянні із виверженими властива висока пористість і схильність до непружних деформацій.

Метаморфічні гірські породи утворюються із вивержених та осадових порід під дією процесів стиснення в земній корі. Метаморфічним породам властива крихкість та підвищена тріщинуватість.

Гірські породи можна класифікувати по характеру зв’язків між частинками на **кристалічно-зернисті** та **зернисто-сцементовані**.

Пористість гірських порід значно впливає на їх міцність. Пори, як і мікротріщини є концентраторами напружень і слугують джерелом зародження тріщин. Особливістю гірських порід з високою пористістю є те що вони здатні ущільнюватись під дією навантаження та проявляють підвищену схильність до непружних деформацій.

Пористість вивержених порід найменша і вимірюється частками або невеликою кількістю відсотків від обсягу. Тільки деякі вивержені породи (трахіти, туфові лави та ін.) мають високу пористість (до 60%). Пористість осадових порід різна; у доломітів і вапняків вона не перевищує 30%, у пісковиків - до 40%, у крейди - від 5-7 до 40-45%, у пісків - близько 30-40%, у глинистих порід коливається у значних межах і може досягати 50% і більше.

Щільність породи – це співвідношення породи природної структури до її об’єму. Щільність деяких порід наведена в таблиці 1. Найменшу щільність мають осадові породи, найбільшу - вивержені. Щільність гірських порід залежить від мінералогічного складу зерен і цементу, що їх зв'язує. Відношення маси зразка до його повного обсягу характеризує середню щільність породи, яка залежить від речовинного складу та пористості.

Основним будівельним матеріалом на сьогодні залишаються гірські породи в силу їх розповсюдженості та відносної дешевизни [68]. Тому акцент в роботі буде саме на гірських породах.

Види гірських порід, які використовуються в будівництві та їх фізичні властивості, наведені в табл. А. 12, додаток А.

Механічна міцність - здатність порід чинити опір руйнуванню при стисканні, сколюванні, розриві та згинанні. Для різних порід межа міцності на стиск змінюється від 0,1 - 0,2 до 500 МПа (табл.12, додаток А).

Міцність гірських порід на сколювання, розрив та згин значно менше, ніж на стиск. Якщо прийняти межу міцності породи при одновісному

стисканні за 1,0, то межа міцності її на сколювання дорівнюватиме 0,2 - 0,08; на розтяг - 0,07 - 0,04.

Міцність гірських порід залежить від мінералогічного складу, структури та пористості, характеру зв'язків між зернами, твердості та розміру частинок тощо. Так наприклад, дрібнозернисті породи мають більшу міцність, ніж крупнозернисті.

Пружність - здатність тіла, що деформується, відновлювати початкову форму і об'єм після зняття навантаження. Пружні властивості притаманні всім породам.

Пластичність - здатність порід змінювати свою форму (деформуватися) під впливом прикладених сил, без розриву суцільності. Після зняття навантаження порода залишається в деформованому стані, тобто отримує залишкову деформацію. В більшості мінералів і твердих скельних порід практично не виникає залишкова деформація, оскільки їх руйнування відбувається раніше, ніж починають проявлятися пластичні властивості.

Крихкість – здатність породи руйнуватися на окремі шматки при ударі, без помітної пластичної деформації. Прояв крихких властивостей залежить від часу прикладення навантаження. При повільному прикладенні навантаження в породі можуть розвиватися залишкові пластичні деформації, і, навпаки, при дуже швидкому прикладенні навантажень навіть в'язкі тіла можуть проявляти себе як крихкі.

Твердість - здатність гірської породи чинити опір проникненню в неї іншого твердого тіла, що не одержує залишкових деформацій. Твердість можна вважати окремим випадком міцності на вдавлювання. Розрізняють агрегатну твердість (твердість породи загалом) і твердість окремих мінералів, з яких складається порода. Відносну твердість мінералів за шкалою Моосу наведено в таблиці А.13, додаток А.

Абразивність - здатність гірських порід впливати на зношування робочого інструменту (бур, дробильні плити, ківш екскаватора, тощо). Абразивні властивості мають породи, складені зернами твердих мінералів,

зцементованими менш міцним матеріалом. Найбільш високі абразивні властивості мають кварцові пісковики.

Всі гірські породи мають в наявності тріщини. **Показник тріщинуватості** характеризується кількістю тріщин на одиницю довжини в заданому напрямку. Тріщини можуть формуватися як в окремих зразках породи та і в гірських масивах. Система тріщин яка присутня гірським масивам і окремим, невеликим зразкам породи призводить до анізотропії міцності в різних напрямках.

Наявність декількох систем подібних тріщин, які перетинаються свідчить про складну тектонічну структуру в історії гірського масиву, з якого був отриманий будівельний матеріал. При нерівномірному трьохвісному стисненні або здвигові створюються умови для росту системи здвигових тріщин, на поверхні яких утворюються дрібний здроблений матеріал.

Наявність декількох систем тріщин, які перетинаються між собою є наслідком складної тектонічної історії масиву із послідовним стисненням і розтягом в різних напрямках. При нерівномірному трьохвісному стисненні або здвизі створюються умови для росту системи здвигових тріщин. Утворення та ріст тріщин в матеріалах ділять на чотири масштабні рівні: 1) субмікроскопічний – на цьому рівні враховуються розриви окремих атомних або молекулярних зв’язків; 2) мікроскопічний – процес можна спостерігати в мікроскопі. На даному рівні досліджують площини ковзання, руйнування кристалів або зерен, розкриття мінералів; 3) макроскопічний – процес спостерігається неозброєним оком на поверхні матеріалу; 4) мегаскопічний – відбувається руйнування крупного масиву гірської породи, який містить дефекти геологічного характеру.

1.3. Оцінка та аналіз технологічних і конструктивних параметрів дробильного обладнання будіндустрії

В зв’язку з сильним різноманіттям фізичних властивостей та розмірів гірських порід, а також інших будівельних матеріалів існує значна кількість дробильних машин, що використовуються на дробильно-сортувальних заводах.

Основними вимогами, які висуваються до дробильних машин є: 1) конструкція дробарки повинна відповідати зявленим вимогам по розмірам вхідного матеріалу; 2) дробарка повинна володіти продуктивністю дещо вищою ніж заявлена у вимогах; 3) затрати енергії дробарки повинні бути мінімально можливими; 4) процес дроблення повинен супроводжуватись мінімальним утовренням пилу. В цілому пил і мілкі шматочки матеріалу, які заповнюють простір між великими шматками матеріалу в камері дроблення призводять до зниження ефективності процесу дроблення і сильно збільшують знос дробильних плит [30]; 5) роздроблені шматки матеріалу повинні бути якнайшвидше вивантажені з дробильного простору дробарки, з метою запобігання надлишкового їх дроблення, яке призведе до підвищених затрат енергії з одного боку і з іншого боку затримка здроблених шматків матеріалу призводитиме до значного пилоутворення; 6) зношувальні частини дробрки повинні бути лути легкозамінними, а їх кількість повинна бути мінімально можливою. В цілому конструкція дробарки повинна бути простою та максимально можливо дешевою для ремонту та виготовлення; 7) процес дезінтеграції повинен бути рівномірним, тобто розміри зерен готового продукту повинні мати мінімальні відхилення від середнього розміру необхідних зерен; 8) в кожній дробарці повинні бути наявними запобіжні пристрої, які за умов випадкового підвищення зусиль дроблення збережуть від виходу з ладу вузлів або деталей дробарки.

Процес дроблення характеризується показником який має назву степінь дроблення. Степінь дроблення є відношенням розмірів вхідного матеріалу до

розмірів готового продукту. Даний коефіцієнт є важливим показником як самого процесу дроблення так і кожної дробильної машини окремо. Так, наприклад степінь дроблення дробильних машин лежить в межах 3-30, а помольних машинах сягає 1000. Степінь дроблення для різних типів дробильних машин знаходиться у визначених межах. Для щокових дробарок i=3…6, для конусних i = 5…8, для дробарок ударної дії (роторні з горизонтальним розміщенням валу та молоткові) i =20…30, для роторних дробарок з вертикальним розміщенням валу i=3…20, для валкових дробарок i=3…10 [2]. Необхідна степінь дроблення для виготовлення багатьох будівельних матеріалів може перевищувати степінь дроблення окремої дробильної машини в таких випадках влаштовують декілька стадій дроблення. В даному випадку потрібно керуватись правилом влаштування мінімально необхідної кількості стадій дроблення для виготовлення готової продукції заданих розмірів.

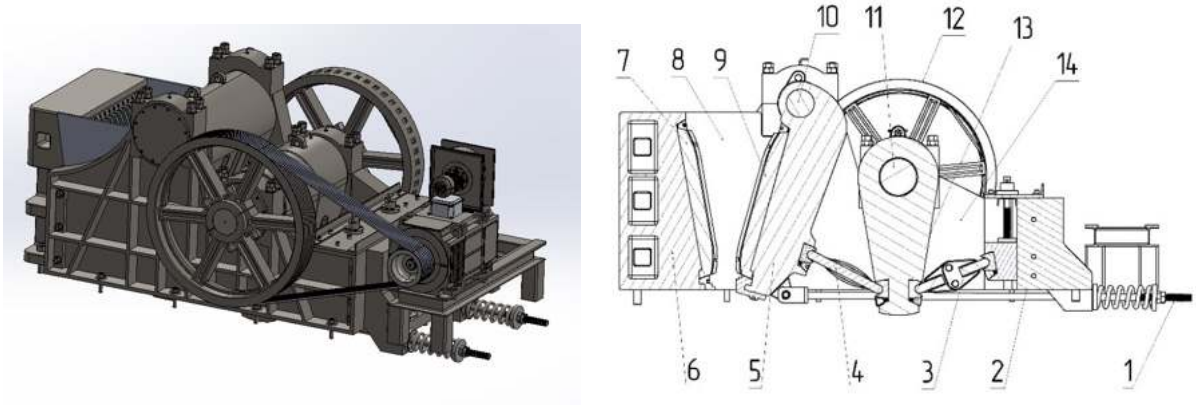
В джерелі [2] наводиться наступна класифікація дробильних машин: 1) механічні дробарки; 2) механічні млини; 3) вибухові пневматичні, електрогідравлічні, електроімпульсні і електротермічні дробильні установки; 4) аеродинамічні та пневмомеханічні млини.

По механіко-конструктивним ознакам і основному методу дроблення, який виконується під час робочого процесу дробильні машини можна розділити на наступні групи: щокові, конусні, валкові, ударні.

1.3.1. Щокові дробарки

По характеру роботи, який залежить від форми дробильних частин і від їх руху розрізняють наступні типи щокових дробарок: 1) щокові дробарки з простим рухом щоки (double toggle jaw crusher); 2) щокові дробарки з складним рухом щоки (single toggle jaw crusher). В окрему групу слід виділити вібраційну та роликову щокові дробарки.

Щокові дробарки в основному використовуються для крупного і середнього дроблення. Так як форма камери дроблення щокових дробарок є клиноподібною, то при потраплянні в неї матеріалу, який необхідно здробити відбувається його руйнування за рахунок зближення дробильних щік. Основним методом руйнування в щокових дробарках є руйнування шляхом роздавлювання проте за рахунок кінематичних особливостей руху щоки та за рахунок геометрії дробильної поверхні в камері дроблення вдалось доєднати інші методи руйнування. Такими методами є руйнування стиранням та розколюванням або згином. Поєднання стирання та розколювання вдалось реалізувати в дробарках із складним рухом щоки.



а б

Рис. 1.1. Щокова дробарка з простим рухом щоки:

а – модель; б – розріз: 1 – корпус; 2 – тяга; 3 – регулювальний механізм; 4, 5 –розпірна плита; 6 – рухома щока; 7 – нерухома щока; 8, 10 – змінна дробильна плита; 9 камера дроблення; 11 – вісь; 12 – ексцентриковий вал; 13 – маховик; 14 -шатун

Будова щокової дробарки з простим рухом щоки представлена на рис. 1.1, б. Дробарка складається із корпусу 14 в якому на підшипниках встановлений ексцентриковий вал 11 з підвішеним на ньому шатуном 13. Нижній кінець шатуна має спеціальні гнізда, в яких вільно встановлені розпірні плити 3 та 4. Розпірна плита 4 іншою стороною впирається в гніздо рухомої щоки 5. Інший кінець розпірної плити 3 впирається в регулювальний механізм - клиновий упор. Тяга 1 забезпечує зворотний рух рухомої щоки та забезпечує надійну фіксацію розпірних плит. Рухома щока підвішується на вісі

10, яка встановлюється в корпус дробарки. До нерухомої 6 та рухомої 5 щік закріплюють подрібнювальні плити 9 та 7 відповідно. Робочі поверхні дробильних плит і бокові стінки корпусу дробарки утворюють камеру дроблення 8. З одної сторони на консольну частину ексцентрикового валу встановлюється шків пасової передачі через яку здійснюється привід дробарки від електродвигуна. З іншого боку на консольну частину ексцентрикового валу встановлюється маховик. Основними функціями маховика є забезпечення плавності ходу під час робочого процесу та почергове накопичення-передача енергії. На рис. 1.1, а представлена модель щокової дробарки з простим рухом щоки.

Принцип роботи щокової дробарки із складним рухом щоки наступний. Рухома щока здійснює коливальні рухи, центром яких є вісь підвісу щоки. При цьому найбільший розмах коливань має нижня точка рухомої щоки. Особливістю даної дробарки є те що рух від кривошипа до рухомої щоки передається через кінематичний ланцюг. При цьому траєкторії руху точок рухомої щоки є прямі лінії або дуги кола.

До переваг такої конструкції слід віднести малу вертикальну складову ходу рухомої щоки, за рахунок чого зменшується тертя дробильних плит по матеріалу. Це призводить до підвищення терміну роботи дробильних плит. Іншою перевагою такої конструкції є забезпечення великого виграшу в силі у верхній частини камери дроблення, що є важливим при дробленні кусків гірської маси великих розмірів і великої міцності.

З іншого боку зазначені переваги одночасно є і недоліками даної конструкції. Мала вертикальна складова призводить до того, що у вихідному матеріалі з’являється значна частка матеріалу не кубоподібної форми. Тому в лініях роботи таких дробарок роблять другу стадію дроблення для зменшення розмірів матеріалу та покращення його якості. В більшості випадків для будівельних робіт необхідним є матеріал кубоподібної форми. Друга перевага одночасно із виграшом у силі у верхній частині камери дроблення ми маємо найменший хід щоки. Через малий хід стиснення верхня частина камери

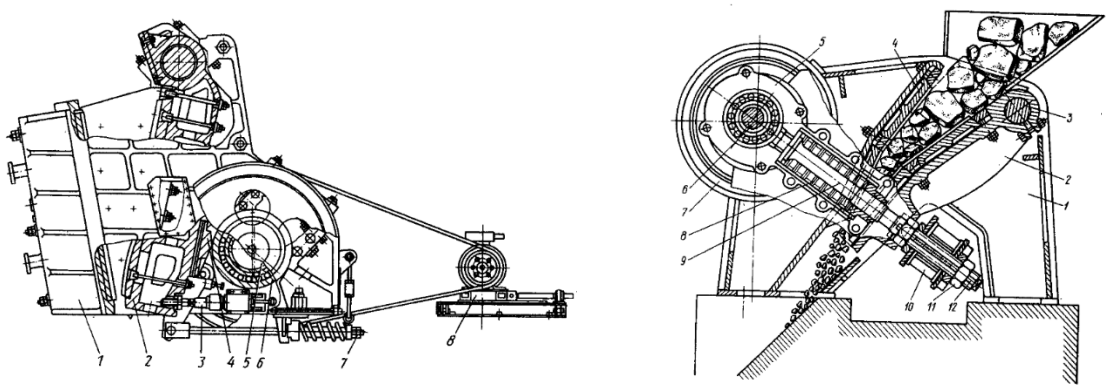
дроблення погано працює і не забезпечує достатньою кількістю матеріалу нижні, більш активні шари камери дроблення, що призводить до значного зниження продуктивності. Тобто іншими словами, для просування матеріалу до низу камери дроблення необхідним є його руйнування на менші частинки, З цією метою повинно відбуватись однократне навантаження у верхній частині камери дроблення. Проте на практиці матеріал навантажується неодноразово у верхній частині камери дроблення через малий хід.

Для вирішення недоліків класичної конструкції існує чисельна кількість конструктивних рішень. Більша частина таких модифікованих конструкцій не набула широкого впровадження по різним причинам. В більшості випадків це стосується ускладнення конструкції та її надійності. Проте деякі конструктивні рішення є досить успішними.

На рис. 1.2, а представлена щокова дробарка з роликом, в якій передача руху рухомі щоці здійснюється безпосередньо через ексцентриковий вал. В мануалі виробника зазначається, що таке рішення підвищує надійність дробарки. В станині 1 (рис. 1.2, а) щокової дробарки з роликом змонтована рухома щока 2, ексцентриковий вал 5, на ексцентричній частині якого на підшипниках кочення встановлений ролик 6. Ролик входить в контакт із розташованим на рухомій щоці упором 4 і таким чином приводить в рух рухому щоку. Постійний контакт пари щока – ролик забезпечується замикаючим пристроєм 7 із тяги і пружини. Зміна ширини вихідного отвору здійнсюється за рахунок встановлення прокладок між рухомою щокою і упором. Дробарка оснащується фіксатором рухомої щоки 3, принцип роботи якого буде описаний нижче і приводом 8, який складається із двох електродвигунів по 55 кВт, тобто маховик є також привідним.

Дробарка із роликом володіє відносно меншою масою та розмірами. Крім цього за рахунок спрощення конструкції є простішою в обслуговуванні та більш надійною. На заході така конструкція не отримала широкого розповсюдження.

Дробарка зображена на рис. 1.2, б, в є щоковою дробаркою в які реалізоване рішення за якого рухома щока прикладає до матеріалу ударні навантаження. Особливістю ударної дробарки є те що дробильні плити нахилені під кутом до вертикалі. В конструкції приводу рухомої щоки передбачена пружина, яка стискається при перевантаженні дробарки або при потраплянні недробимих предметів. Частота обертів ексцентрикового валу лежить в межах від 500 до 1200 об/хв. За рахунок ударного механізму роботи дробарки її перевагами є підвищена степінь дроблення, значна продуктивність та менші витрати енергії на одиницю виробленої продукції. Тут слід зазначити, що підвищена продуктивність досягається за рахунок збільшення довжини камери дроблення.



а б

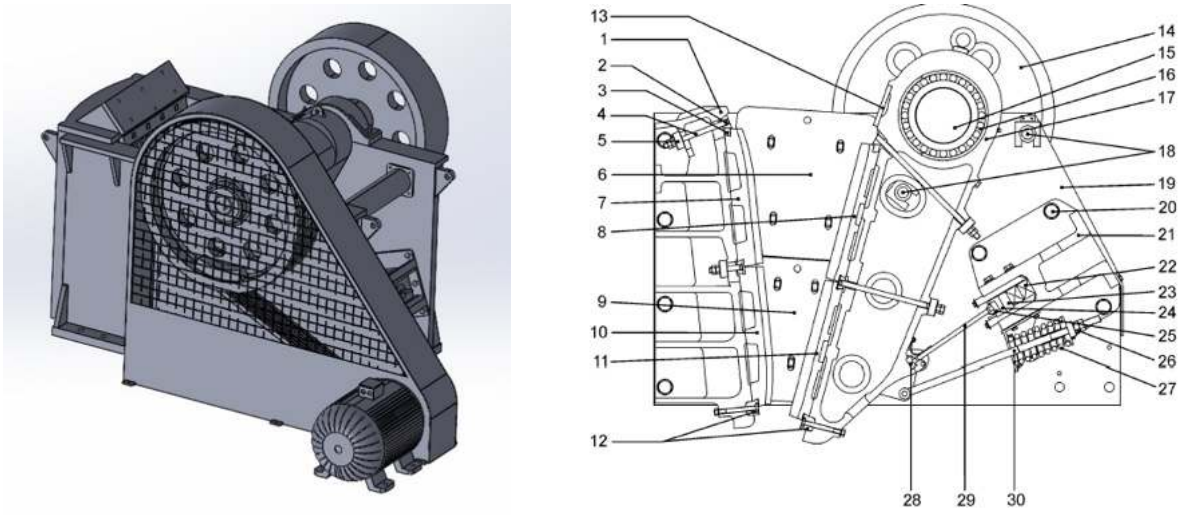
Рис. 1.4. Щокова дробарка:

а - з роликом; б - з ударним механізмом дії на метеріал (1 – станина; 2 – рухома щока; 3 – вісь рухомої щоки; 4 – нерухома дробильна плита; 5 – головка шатуна; 6 – ексцентриковий вал; 7 – шків-маховик; 8 – пружина; 9 – тяга; 10 – поперечна балка; 11 – гайка регулювання ширини вихідного отвору; 12 – гайка регулювання натягу пружини).

З метою підвищення степеню дроблення та продуктивності створювались дробарки із декількома камерами дроблення. Для збільшення степені дроблення дробильні камери розміщувались одна над одною. Такі конструкції не отримали широкого впровадження. Більш поширеними були дробарки з двома камерами дроблення, які встановлювались паралельно. Але

складність конструкції і тим самим складність обслуговування нівелювало переваги продуктивності такого типу дробарки.

В сучасних умовах виробництва будівельних матеріалах щокові дробарки із простим рухом щоки використовуються в основному на великих кар'єрах, що мають значні обсяги виробництва або за умов значних розмірів вихідного матеріалу. В усіх інших випадках використовуються щокові дробарки із складним рухом щоки, які є більш енергоефективними, надійними та компактними.



а б

Рис. 1.3. Щокова дробарка із складним рухом щоки:

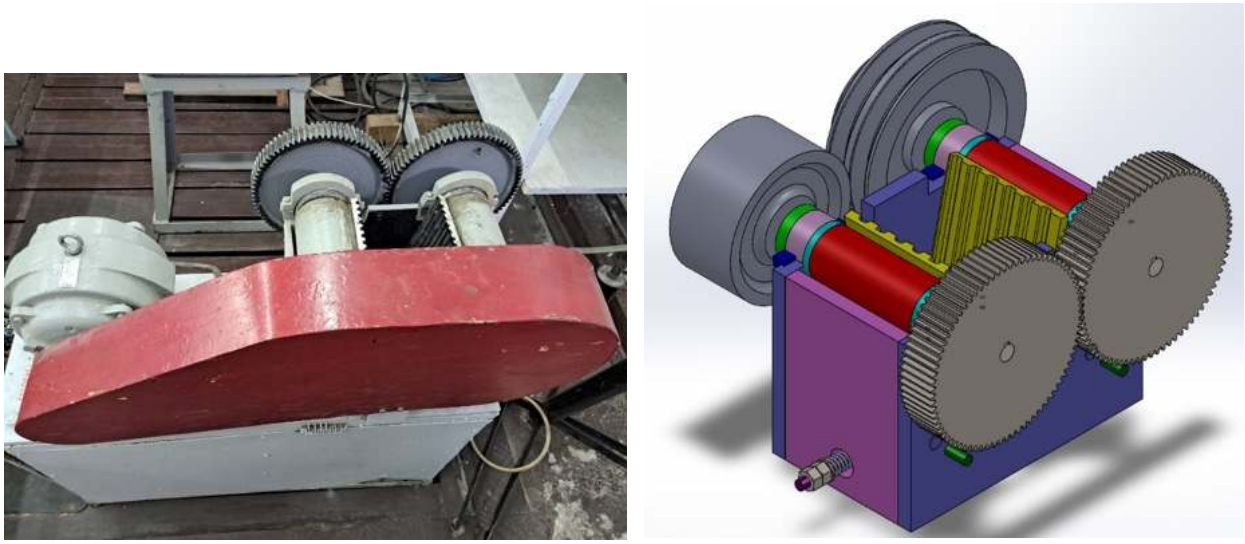
а – модель щокової дробарка із складним рухом щоки; б – щокова дробарка із складним рухом щоки в розрізі (1 – передня секція рами; 2 – верхній клин; 3 – заповнюючий клин; 4 – болт дробильної плити щоки; 6 - дисковий пружинний вузол; 6 – бічна футерувальна плита дробильної камери, верхня; 7 – дробильна плита нерухомої щоки, верхня; 8 - дробильна плита рухомої щоки, верхня; 9 - бічна футерувальна плита дробильної камери, нижня; 10 - дробильна плита нерухомої щоки, нижня; 11 - дробильна плита рухомої щоки, нижня; 12 – нерухомий клин; 13 - захисна плита провушини рухомої щоки; 14 – маховик; 15 – ексцентриковий вал; 16 - підшипник рухомої щоки; 17 – рухома щока; 18 – штанги зкріплювання рами; 19 – бокова плита; 20 – болт рами; 21 – задня секція рами; 22 – регулювальні клини; 23 – вставка; 24 - плита опорних вкладишів розпірної плити; 25 - вкладиш розпірної плити 26 – контргайки з упорним підшипником; 27 - пружина відводу (натягу) щоки; 28 - вкладиш розпірної плити; 29 – розпірна плита; 30 – тяга відводу щоки.)

Будова щокової дробарки із складним рухом щоки є схожою до будови дробарки із простим рухом щоки, рис. 1.3. Відмінність полягає в тому, що у дробарки із складним рухом щоки відсутній шатун, а рухома щока 17 закріплена безпосередньо на ексцентричній частині привідного валу 15. У нижній частині щока з'єднана розпірною плитою 29 з маточиною машини через клиновий регулювальний механізм 22. Дробарка також має тягу відводу щоки 30. У такій дробарці траєкторія хитання рухомої щоки – замкнута еліптична крива, з мінімальною різницею осей еліпса у верхній частині щоки і максимальною – у нижній. Зміна характеру хитання рухомої щоки змінює схему навантажень на матеріал, який руйнується під дією стискальних і зсувних навантажень [125].

В цілому траєкторія руху рухомої щоки є більш складною і представляє собою еліпсоподібну криву. В такої кривої вертикальна складова переміщення є відносно значною, що призводить до швидкого зносу дробильних плит. Внаслідок стирання утворюється велика кількість переподрібненого матеріалу, мілких фракцій та пилу. Недоліком ефекту стирання є те, що на це витрачається деяка частина енергії дроблення. З іншого боку перевагою такої траєкторії руху матеріалу є краща якість готового продукту та пришвидшене просування матеріалу до зони розвантаження. Тобто напрямок руху верхніх точок рухомої щоки сприяє просуванню матеріалу до розвантажувального отвору. Але в нижній частині рухомої щоки траєкторія руху відмінна і не сприяє подальшому просуванню матеріалу, а навпаки перешкоджає розвантаженню. Це призводить до інтенсивного зносу дробильної плити в нижній зоні камери дроблення.

Вирішення проблеми великої вертикальної складової було створення дробильних машин із двома рухомими щоками, рис. 1.4. Дослідна модель такої дробарки знаходиться в Київському національному університеті будівництва і архітектури, рис. 1.4, а. Твердотільна модель дробарки із двома рухомими щоками зображена на рис.1.4, б. В цілому перша конструкція щокової дробарки із двома рухомими щоками була запропонована компанією «Iowa

Cedarapids», яка в кінці 90-х років була придбана компанією «Terex Corporation». Кожна рухома щока кріпиться до окремого ексцентрикового валу, що розташовані зверху. З метою передачі руху від одного валу до іншого та їх синхронізації дробарка оснащена зубчастою передачею. Такі конструкції дробарок вироблялись вітчизняними виробниками. Хоча дробарка має ряд переваг через складність конструкції та обслуговування подальшого розповсюдження вона не отримала.



а б

Рис. 1.4. Щокова дробарки з двома рухомими щоками:

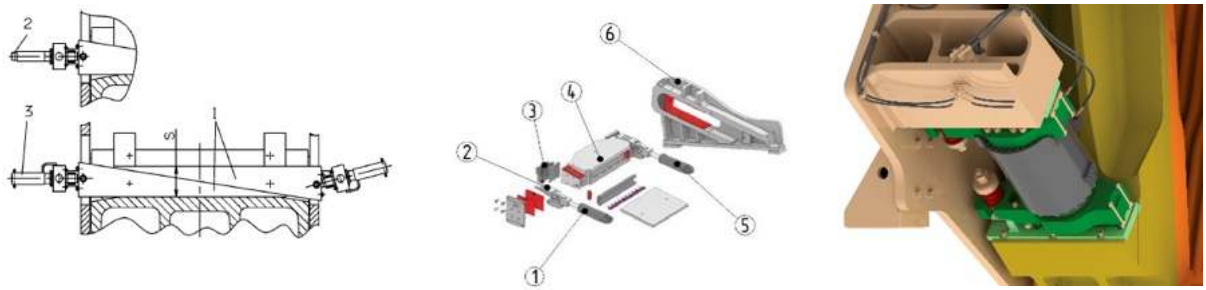
а – експериментальна установка; б – твердотільна модель

В сучасних моделях щокових дробарок широко впроваджуються автоматизовані системи керування робочим процесом. Одною із таких систем є автоматичне регулювання вихідного отвору за рахунок гідравлічної системи приводу регулювальних клинів або безпосередньо за допомогою гідроциліндрів. Основними компонентами механічної системи регулювання вихідного отвору (рис. 1.5, а) є регулювальні клини 1, гайки 2 та стопорні трубки 3. Для зміни вихідного отвору дробарки необхідним є за допомогою окремого храпового механізму провернути стопорні гайки 3.

На рис. 1.5, б представлений гідравлічна система переміщення розпірної плити щокової дробарки. В дробарках з такою системою зміна вихідного отвору здійснюється за рахунок переміщення клинових упорів 2,

гідроциліндрами 1 та 5. В свою чергу клинові упори переміщують розпірну плиту 4. Положення плити фіксується в корпусі 6 за допомогою пластин 3.

На рис. 1.5, в представлений повністю гідравлічний вузол регулювання вихідного отвору щокової дробарки. В таких дробарках розпірну плиту і регулювальний пристрій замінено на гідравлічні циліндри. На кафедрі машин і обладнання технологічних процесів проводяться дослідження в напрямку визначення ефективності гідравлічного вузла регулювання вихідного отвору.



а б в

Рис. 1.5. Регулювальні пристрої щокової:

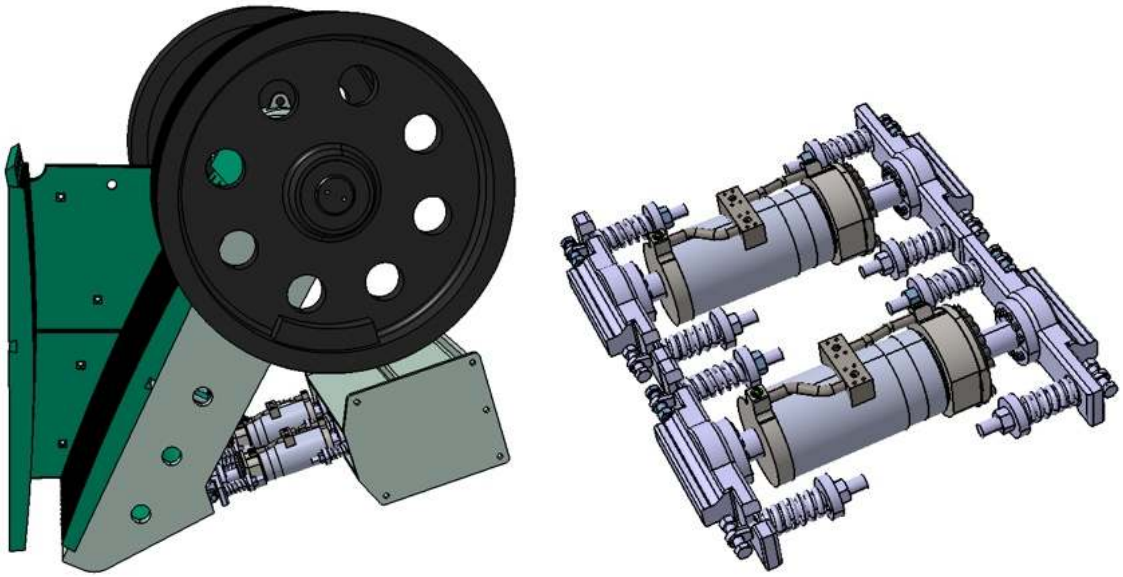
а – регулювання вихідного отвору за рахунок повороту гайки храповим механізмом; б – регулювання вихідного отвору шляхом переміщення розпірної плити гідроциліндрами; в – регулювання вихідного отвору шляхом переміщення штоку гідроциліндра

На рис. 1.6 представлена конструкція такого вузла розроблена на кафедрі машин і обладнання технологічних процесів. Вузол складається із двох гідроциліндрів, сухарів, що монтуються у відповідні місця на рухомій плити та на рамі дробарки та пружин для гасіння динамічних навантажень. В цілому конструкція за рахунок її модульності спрощується. З іншого боку додатково для роботи вузла необхідно влаштовувати гідравлічну лінію.

Основними параметрами механічного режиму щокових дробарок є: 1) кут захвату; 2) хід рухомої щоки; 3) частота привідного валу; 4) продуктивність; 5) потужність.

Найбільш відомими виробниками щокових дробарок є наступні компанії: Metso, Sandvik, Telsmith, Terex, Lipmann- Milwaukee, Thyssenkrupp,

Eagle, Parker, Meka, FTM, Trio, Hewitt Robins тощо. Також слід зазначити таких виробників, як Komatsu, Finlay, McClouskey, Rubble Master, Tesab, проте вони більший ухил роблять на виготовлення мобільних дробильних комплексів, які включають щокові дробарки.



а б

Рис. 1.6. Щокова дробарка із складним рухом щоки та гідравлічним вузлом регулювання вихідного отвору:

а – розміщення вузла в робочому положенні; б – вид вузла

При розгляді параметрів механічного режиму були визначені наступні основні критерії впливу для щокових дробарок: 1) продуктивності на масу; 2) продуктивності на потужність; 3) маси на потужність; 4) потужності на степінь дроблення; 5) частоти коливань щоки на продуктивність. Для кожного критерію були побудовані відповідні гістограми, рис.А.2, Додаток А.

Аналізуючи критерії впливу були сформовані наступні висновки: 1) найкращі результати по більшості параметрам мають щокові дробарки виробників Sandvik, Metso, Lipmann; 2) кращі результати по критерію впливу потужності на степінь дроблення має вібраційна щокова дробарка; 3) щокові дробарки середнього дроблення повністю домінують на ринку відносно щокових дробарок з простим рухом щоки, при умові розмірів вхідного отвору до 1200х1500. Це також відображає критеріальна оцінка.

1.3.1.1. Вібраційні щокові дробарки

В окрему категорію щокових дробарок слід віднести вібраційні щокові дробарки, які вирішують багато недоліків, що присутні в дробарках з ексцентриковим приводом. Серед переваг вібраційних щокових дробарок слід виділити наступні: 1) за рахунок можливості роботи в резонансному режимі споживання енергії є значно меншим; 2) підвищена продуктивність, що забезпечується за рахунок кінематики та режиму роботи; 3) можливість створювати зусилля в камері дроблення, що обмежуються тільки міцністю конструкції; 4) простота конструкції та її експлуатація; 5) висока степінь дроблення. Тут слід відмітити, ще одну особливість, що вібраційна дія на крихкий матеріал низької міцності призводить до руйнування матеріалу по його площинам спайності. Таке руйнування потребує підводу меншої кількості енергії, а форма новоутворених зерен має кращу якість [114].

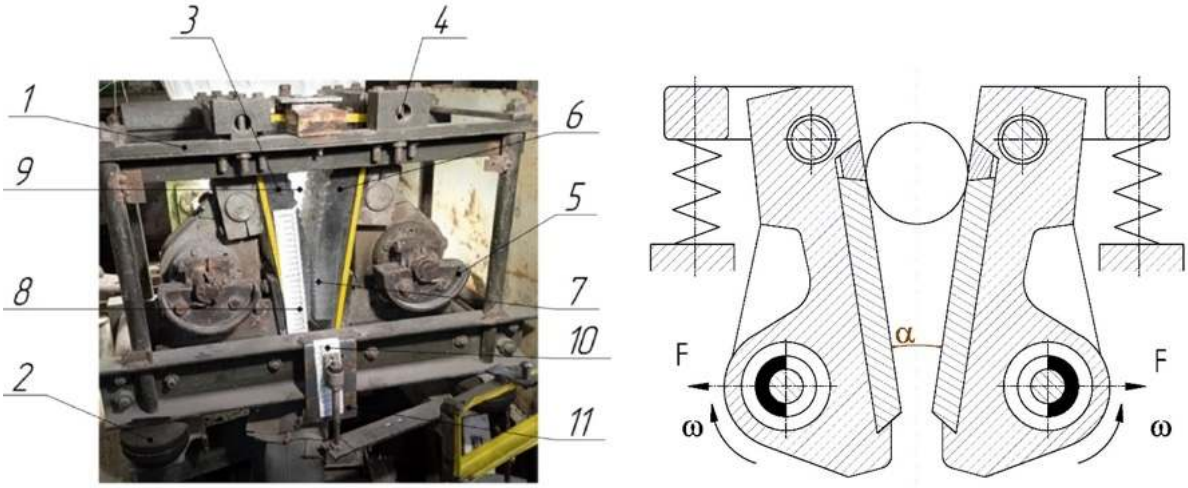
Вібраційні щокові дробарки класифікуються на наступні типи: 1) з одною рухомою щокою; 2) з двома рухомими щоками; 3) із важким корпусом і маятником; 4) з вібратором на корпусі; 5) з хвилеводами.

Найбільш відносно дослідженими є щокові дробарки із двома рухомими щоками. Даний тип дробарок володіє наступними перевагами: 1) ударно-вібраційна дія щік на матеріал, що дозволяє зменшити енергозатрати; 2) висока частота ударів, що сприяє підвищенню степені дроблення; 3) підвищена продуктивність; 4) автоматичний пропуск недробимих тіл; 5) динамічно врівноважені; 6) низька металоємність.

Дослідженнями робочих процесів вібраційної дробарки з двома рухомими щоками займаються в Дніпровському гірничому університеті, рис. 1.7, а [1], [111].

Дробарка рис. 1.7, а складається з рами 1, яка встановлена на гнучкі елементи 2, дробильних щік 3, які підвішуються до корпусу на осях 4. Кожна щока оснащена збудником коливань 5 та футерувальними дробильними

плитами 6. Бічні поверхні камери дроблення з метою проведення досліджень виконані із скла 9, яке жорстко з'єднане із камерою дробарки

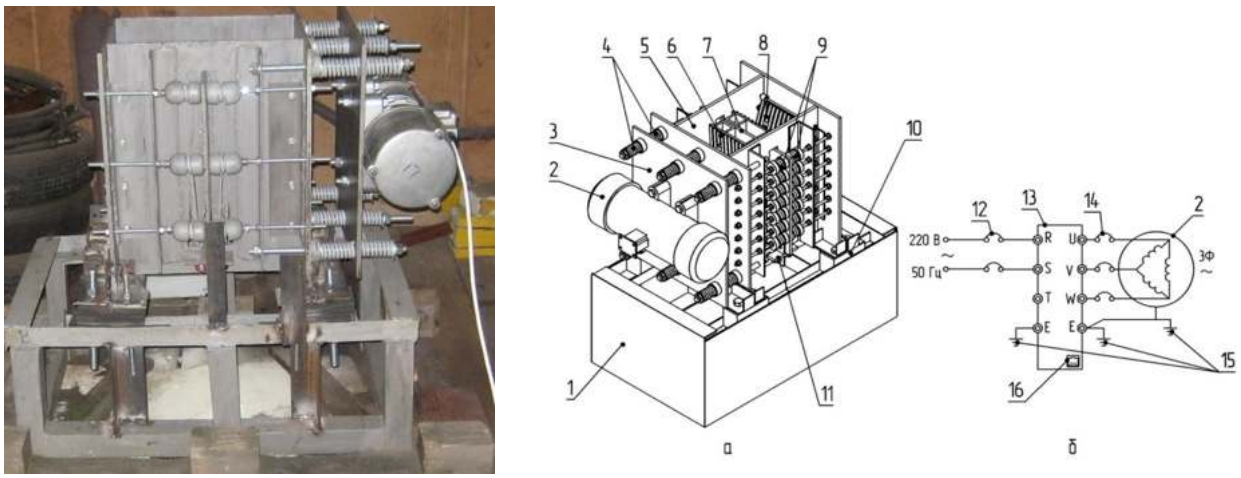


а б

Рис. 1.7. Вібраційна щокова дробарка конструкції НТУ «Дніпровська політехніка»: а – дослідна модель ВЩД-30; б – схема конструкції. Джерело (Fedoskina O.V., 2023)

Вібраційні дробарки із важким корпусом і маятником є порівняно менш дослідженими ніж дробарки із двома рухомими щоками. Розробкою та дослідженням дробарки такого типу займаються в Київському національному університеті будівництва і архітектури на базі кафедри машин і обладнання технологічних процесів. Дослідний зразок дробарки та її схематичне виконання зображено на рис. 1.8 [118].

Вібраційна щокова дробарка складається із трьох коливальних маса, які попарно з'єднані пружними елементами 4 і 9. Перша маса дробарки включає в себе рухому плиту 3 до якої жорстко прикріплений збудник коливань 2. Друга маса включає збірну раму 5 до якої жорстко або шарнірно кріпляться нерухомі дробильні плити 8. Рама 5 дробарки опирається на станину 1 через гумові пружні елементи 10. Третя маса (ударник) включає в себе рухому плиту 7 до якої з обох боків жорстко кріпляться дробильні плити 6. Монтується третя маса в середині рами дробарки і опирається на спеціальні роликові опори 11.



а б

Рис.1.8. Вібраційна щокова дробарка із трьома коливальними масами в Київському національному університеті будівництва і архітектури:

а – експериментальна установка; б – схема конструкції

Перевагами такої дробарки є низькі енергозатрати при роботі в околі точки резонансу та стійка робота в міжрезонансному режимі при дробленні крихких матеріалів. Недоліком є необхідність влаштування масивного корпусу та знижена довговічність місць кріплення збудника коливань. Перспективний розвиток такої дробарки вбачається за умов створення направлених коливань та оптимізації режиму роботи в залежності від дроблення різних матеріалів.

Виготовленням вібраційної щокової дробарки з вібратором на корпусі займається компанія General Kinematics, США, рис. 1.9.

На сайті виробника зазначається, що дробарка виготовлена по двомасній системі і є енергоефективною та простою в обслуговуванні. По суті із схеми можна зазначити, що дробарки складається із корпусу в якому розміщено камеру дроблення, і яка являє собою першу масу. До рами через пакет пружин кріпиться збудник коливань – друга маса. В цілому можна зазначити, що дробарки із вібратором на корпусі мають перевагу перед іншими дробильними системами, в тому що мають більш надійний дебалансний привід, що розташований на корпусі.



Рис. 1.9. Вібраційна щокова дробарка по типу з вібратором на корпусі від компанії General Kinematics, США.

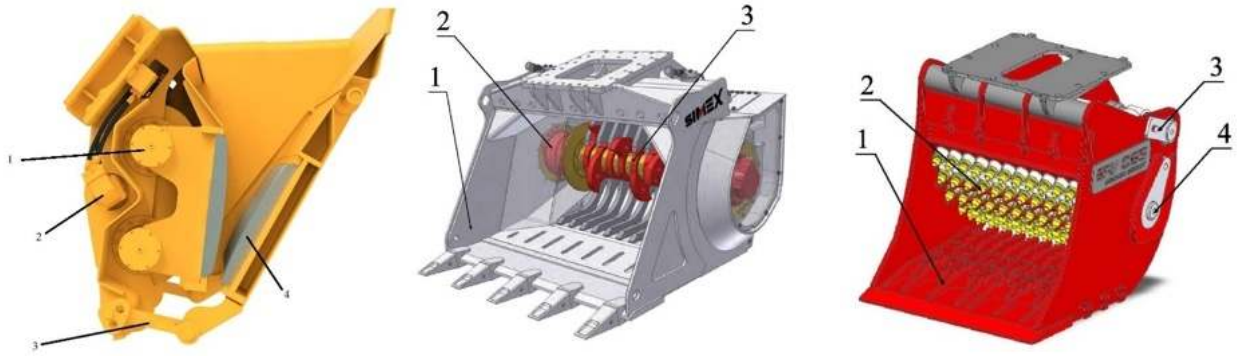
Вібраційні щокові дробарки із хвилеводами є найменш дослідженими. Особливістю таких дробильних машин є те, що зв'язок між збудниками коливань та дробильними щоками реалізується за допомогою жорстких або пружних елементів значної довжини, які мають назву хвилеводи. Дані вібраційні дробарки в більшості випадків можуть використовуватись в лабораторних умовах для тонкого подрібнення міцних та вологих матеріалів. В таких дробарках є можливість реалізовувати механізм високочастотних навантажень дробильних щік на матеріал.

1.3.1.2. Навісні дробильні ківші

В зв’язку з потребами переробки застарілих будівель в умовах щільної міської забудови набувають широкого розповсюдження навісні робочі органи. Одним із таких навісних робочих органів є дробильний ківш, в деяких джерелах зустрічається назва навісна дробарка. Дробильні ківши використовуються для дроблення та переробки матеріалів на будівельних майданчиках. Вони можуть бути встановлені на широкий спектр будівельної техніки за наявності гідравлічного приводу [131].

Навісні дробильні ківші можна класифікувати виходячи із механізму роботи робочих органів та навантаження, яке прикладається до матеріалу: 1)

щокові дробильні ківші з коловим рухом щоки; 2) роторні дробильні ківші; 3) щокові дробильні ківші із прямолінійним рухом щоки.



а б в

Рис. 1.10. Типи навісних дробильних ківшів:

а – щоковий дробильний ківш з коловими рухами щоки; б – роторний дробильний ківш; в – щоковий з прямолінійним рухом щоки.

Щоковий навісний дробильний ківш, рис.1.10, а складається із рухомої щоки в зборі, яка здійснює коливальні рухи за рахунок передачі коливань від двох ексцентрикових валів 1. Привід валів здійснюється через пасову передачу двома гідродвигунами 2. Для регулювання вихідного отвору в навісному дробильному ківші використовується важільний механізм 3, який змінює кут встановлення нерухомої щоки 4 в допустимих межах.

Перевагами щокового дробильного ківша є простота конструкції, можливість реверсивного обертання дробильних щік та за рахунок високої інерційності є можливим робота із відносно твердими матеріалами.

До недоліків слід віднести: 1) відносно нижчу продуктивність в порівнянні із стаціонарними або мобільними щоковими дробарками, через обмеженість по габаритам дробильної камери; 2) складність або неможливість працювати із твердими матеріалами, що пов’язано із можливістю виникнення значних динамічних навантажень; 3) відсутність плавного регулювання вихідного отвору. Якщо враховувати, що даний ківш підвішується на консолі стріли екскаватора, то в процесі дроблення матеріалу можуть виникати коливання ківша, що в свою чергу може призвести до зниження

енергоефективності. Тому деякі виробники пропонують, як додаткову опцію до дробильних ківшів з одним ексцентриковим валом магніт, який закріплюється в нижній частині ківша. За рахунок магнітного поля магніт додатково фіксує ківш [148].

Роторний дробильний ківш, рис. 1.10, б складається із корпусу 1, двох гідродвигунів 2, які через муфту приводять в дію ротора 3. Також є версії або з одним ротором або з двома по типу шредера. Перевагами роторних дробильних ківшів є простота конструкції. Такі ківші найкраще себе зарекомендували при переробці будівельних відходів таких як залізобетон, цеглу, асфальт, дерево, пластик. За рахунок великої швидкості обертання ротора на кромках ножів ротора створюється значне зрізувальне зусилля, яке дозволяє таким ківшам дробити арматуру відповідного діаметру. Також є можливість реверсивної роботи, що спрощує розвантаження дробильного ківша.

До недоліків навісних роторних дробильних ківшів слід віднести той факт, що ефективна робота таких ківшів можлива за умов забезпечення значного тиску в гідравлічній системі. Так наприклад всі роторні навісні кішві компанії Simex (США) працюють при тискові 35 МПа. Другий відносний недолік це значні габарити в поздовжньому напрямку. Із аналізу конструкції можна зазначити, що в роботі такого ківша можливим є забивання розвантажувальної решітки.

Щокові дробильні ківші із прямолінійним рухом щік є найменш поширеними на сьогодні, рис. 1.10, в. Такі ківші виготовляє тільки компанія BAV (Великобританія). Ківш складається із рами до внутрішньої частини якої приварюються рифлення 1 і разом із рухомою щокою 2 утворюють камеру дроблення. Такі рифлення 1 також можуть встановлюватись в якості окремої плити. До тильної сторони рухомої щоки 2 шарнірно прикріплюються одним кінцем гідроциліндри. Іншим кінцем гідроциліндри закріплюються на вісі 3. Додатково рухома щока кріпиться на корпусі за рахунок вісі 4. Особливістю дробильного ківша крім його кінематики також є його камера дроблення.

Рифленням рухомої щоки є не поздовжні або поперечні ребра, а окремо вкручені в щоку стержні. З аналізу інформації, яку надає виробник такі дробильні ківші добре підходять для переробки бетонних плит, цегли тощо. Самі змінні зуби рухомої щоки виконуються із карбіду вольфраму.

1.3.2. Конусні дробарки

В конусних дробарках матеріал руйнується під дією стискальних, стираючих та згинальних навантажень між зовнішнім та внутрішнім конусами. В залежності від конструкції дробильної машини та її призначення внутрішній конус може здійснювати наступні види руху: 1) переміщення по коловій траєкторії, здійснюючи при цьому поступальний рух (дробарки типу Telsmith); 2) коливальний відносно нерухомої точки, яка має назву точка гірації (гіраційні дробарки та дробарки типу Symons).

Дроблення в конусній дробарки відбувається безперервно при послідовному переміщенні зони дроблення по колу. Тобто в той час як одна сторона рухомого конуса при обертанні наближається до нерухомого конуса, інша сторона віддаляється від нерухомого конуса і матеріал випадає крізь кільцеву щілину під дією власної ваги.

За технологічним призначення конусні дробарки можна класифікувати на:

- конусні дробарки крупного дроблення (ККД, Gyratory Cone Crusher), в яких максимальний розмір завантажувального матеріалу коливається в межах 400 – 1260 мм, ширина вихідного отвору (Closed Side Setting) знаходиться в межах 75 -343 мм;

- конусні дробарки середнього та мілкого дроблення (КСД). Розмір вхідного матеріалу коливається в межах від 40 мм до 414 мм. Ширина вихідного отвору коливається в межах 6 мм -50 мм.

Будова конусної дробарки крупного дроблення (Gyratory Cone Crusher) представлена на рис. 1.11. Дробарка складається із нижньої 2, середньої 4 та

верхньої 6 частин рами. Верхня частина рами одночасно є траверсою в якій розміщений вузол підвісу валу 7. Внутрішня поверхня нерухомого конусу 12 та внутрішня поверхня траверси футеровані змінними плитами 13 та 10. Крім цього футеровані плити 11 та 14 встановлені на зовнішній поверхні траверси та в нижній частині рами. На конусному валу 7 жорстко закріплений рухомий конус 3, також футерований змінними плитами 5. Ексцентрикова втулка 1 встановлена в пустотілому ексцентриковому валові 20, який приводиться в рух від шківа пасової передачі 15, через привідний вал 16 та зубчасту конічну передачу 17.

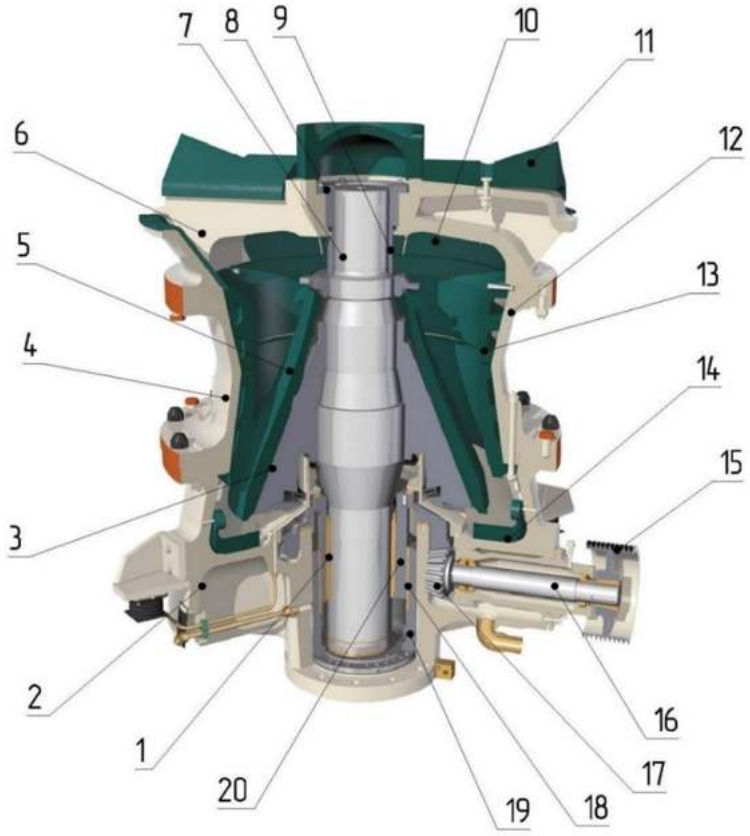


Рис. 1.11. Будова конусної дробарка крупного дроблення:

1 – ексцентрикова втулка; 2 - нижня частина рами; 3 – рухомий конус; 4 – середня частина рами; 5 – футерована плита рухомого конуса; 6 – верхня частина рами; 7 – вал; 8 – втулка вузла підвісу конусного валу; 9 – підшипник; 10 – внутрішня футеровка траверси; 11 – зовнішня футеровка траверси; 12 – нерухомий конус; 13 – футеровка нерухомого конуса; 14 – внутрішня футеровка нижньої частини рами; 15 – шків; 16 – привідний вал; 17 – конічна передача; 18 – втулка опорного вузла рухомого конуса; 19 – циліндрична стакан; 20 – ексцентриковий пустотілий вал.

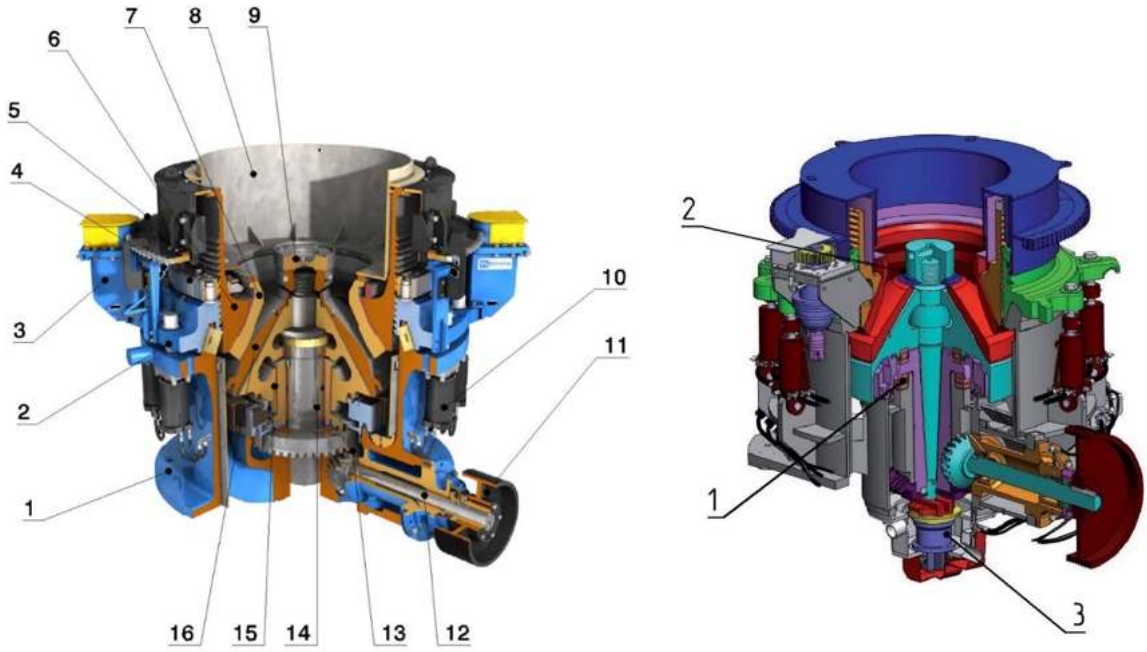
Сам ексцентриковий пустотілий вал 20 встановлюється в циліндричний стакан рами 19. Ексцентриковий пустотілий вал 20 має ексцентричну розточку, за рахунок якої нижній кінець валу при обертанні окреслює конічну поверхню з вершиною в точці підвісу. Між циліндричним стаканом 19 та ексцентирковим пустотілим валом 20 встановлюється втулка 18. Вузол підвісу конуса складається із захисної втулки головного валу 8 та підшипника 9. При роботі дробарки деталі підвісу та пари тертя витримують великі навантаження. Зменшити ці навантаження дозволяє використання гідравлічних підп'ятників, які в свою чергу також використовуються для автоматичного регулювання вихідної щілини. При пуску таких дробарок в режимі «під завалом» може використовуватись додатковий двигун або система гідравлічного розвантаження камери дроблення. В цілому конструкція конусної дробарки крупного дроблення є майже не змінною на протязі більше половини століття.

Особливістю конусних дробарок крупного дроблення є те що гірські породи в камери дроблення піддаються комплексному навантаженню від стиску і згину. Опір гірських порід згинові є меншим ніж опір стискові, що надає перевагу конусним дробаркам в порівнянні із щоковими по енергозатратам на процес дроблення. Сам готовий продукт після проходження камери дроблення конусної дробарки має більш округлу форму, тобто відсоток лещадоподібних зерен є малим. Недоліком є те що внаслідок особливості роботи конусної дробарки, а саме обкочуванню внутрішнього конуса по зовнішньому, дані дробарки погано працюють із в'язким матеріалом, який може призвести до забиття камери дроблення. Крім цього при дробленні в'язких матеріалів значно підвищуються витрати енергії.

Відмінну будові в порівнянні із конусною дробаркою крупного дроблення мають конусні дробарки середнього та мілкого дроблення [70],[71]. Основними значними відмінностями є профіль камери дроблення, консольний вал, гідравлічна схема розвантаження та опора рухомого конуса. У конусних дробарок середнього та мілкого дроблення рухомий конус більш розширений

при основі (кут при основі коливається в межах 40-42 град, при цьому в дробарок крупного дроблення кут при основі складає 70-80 град), це сприяє отриманню більш рівномірного за крупністю продукту дроблення. Такі дробарки використовуються на другій і наступній стадії дроблення.

Будова конусної дробарки середнього дроблення представлена на рис. 1.12, а.



а б

Рис. 1.12. Будова конусної дробарки:

а - середнього дроблення тип Symons (1 – рама; 2 – гідравлічна система розвантаження; 3 –гідравлічний привід зміни розміру вихідного отвору (CSS); 4 – стопорне різьбове кільце; 5 – привідний фланець; 6 – зовнішній нерухомий конус; 7 – футеровка нерухомого конуса; 8 –завантажувальний лоток; 9 –стопорний фланець; 10 –гідроциліндр; 11 –шків; 12 –привідний вал; 13 –конічна передача; 14 –конусний вал; 15 – рухомий конус; 16 – футеровка рухомого конуса); б - мілкого дроблення тип Telsmith (1 – гіраційний диск кочення; 2 – зносостійкий ковпак; 3 – стопорний зуб)

Дробарка складається із рами 1, гідравлічної системи 2, яка призначена для швидкого розвантаження камери дроблення при роботі дробарки «під завалом» або при потраплянні недробимого предмету. Принцип роботи системи полягає в переміщенні штоків гдроциліндрів 10, що призводить до

збільшення вдстані між рухомим та нерухомим конусом. Самі по собі гідроциліндри 10 також призначенні для гасіння коливань нерухомого конусу дробарки в зборі. Гідравлічний привід 3 призначений для зміни вихідного отвору дробарки (CSS) шляхом повертання привідного фланця 5, який жорстко закріплений до нерухомого конусу, різбове кільце 4 виконує функцію стопоріння різьбового кільця 2 та нерухомого конусу 6. Відповідно нерухомий 6 та рухомий конуси 15 мають змінні футеровані плити 7 та 16. Завантажувальна воронка 8 дозволяє підтримувати режим постійного завантаження матеріалом. Фланець 9 виконує функцію стопоріння рухомого конусу 15 на валу 14 від переміщення конусу по осі, а також рівномірно розподіляє матеріал по кільцевому завантажувальному отвору. Привід дробарки здійснюється від електродвигуна через шків 11 пасової передачі, далі через привідний вал 12 та конічну передачу 13.

За будовою конусні дробарки мілкого дроблення є схожими до конусних дробарок середнього дроблення. Крім конструкції конусної дробарки середнього дроблення, яка відноситься до дробарок типу Symons розповсюдженою є конструкція конусної дробарки мілкого, що відноситься до дробарок типу Telsmith, рис 1.12, б.

Особливістю конусної дробарки фірми “Telsmith” є вдосконалена опора внутрішнього конуса. Класично в конусних дробарках типу Symons використовується сферична опора ковзання внутрішнього (рухомого) конуса. В той час в конусних дробарках типу Telsmith опорою внутрішнього конуса є гіраційний диск кочення 1, який жорстко зв’язаний з привідною ексцентриковою втулкою (рис.1.12, б). Крім цього вал рухомого конуса оснащений зубом, який знаходиться на його хвостовику. Зуб входить в зачеплення з відповідним зубом на дні корпусу дробарки 3, внаслідок чого унеможливлюється обертання конуса навколо своєї осі через затиснення вала привідним ексцентриком, а також нейтралізується зсув рухомого конуса на опорних підшипниках ковзання при підвищених обертах. Зазначені конструктивні рішення дозволяють підвищити число кругових коливань

конуса та степінь дроблення [5]. Степінь дроблення в дробарках представлених на рис 1.12 може сягати 6. Для запобігання осьового переміщення, рухомий конус затискається спеціальним зносостійким ковпаком 2, рис. 1.12, б.

Критеріальну оцінку сучасних моделей конусних дробарок робимо по тим же параметрам, як і для щокової дробарки. Відповідні гістограми представлені на рис. А.3, Додаток А.

Основними недоліками, які присутні конусним дробаркам є: 1) еліптичність і неконцентричність дробильних плит конусів; 2) підвищені радіальні зазори в привідному ексцентриковому механізмі; 3) чутливість до нерівномірного завантаження; 4) обмежена частота коливань рухомого конуса; 5) відсутність засобів кількісної оптимізації живлення.

Найбільш ефективними дробарками по коефіцієнтам К1-К3 є конусні дробарки компаній Metso, Moore Watson та FLSmidth. По параметрам К4 та К5 найкращі результати в конусної інерційної дробарки проте різниця між інерційною та ексцентриковими моделями дробарок є меншою в порівнянні із щоковими дробарками.

1.3.3 Валкові дробарки

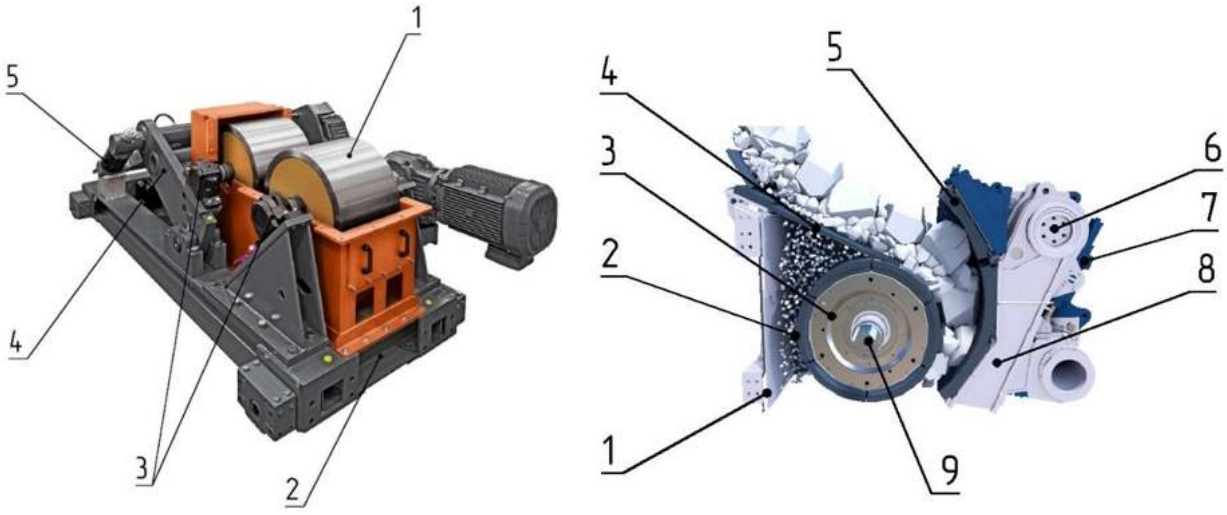
Валкові дробарки призначені для середнього та дрібного дроблення матеріалів різної міцності. Робочим органом валкової дробарки є валок. Поширеними є валкові дробарки із одним та двома валками.

На рис. 1.13 представлена будова двох валкових дробарок. Дробарка, рис. 1.13, а складається із двох паралельних циліндричних валків 1, що обертаються назустріч один одному. Кусок матеріалу, що надходить в дробильний простір між валками захоплюється за рахунок тертя об поверхню валків і далі дробиться. Поверхня валків буває гладкою, рифленою або зубчастою. Валки монтують на станині 2 в підшипниках 3. Підшипники одного валка мають пружини 5, що стискаються при потраплянні в робочий

простір недробимого предмета. Внаслідок цього рухомий валок відсовується від нерухомого і предмет крізь збільшену щілину проходить між ними. Для регулювання вихідного отвору в дробарці використовується механізм 5, який має гідравлічний привід і переміщує один валок в горизонтальному напрямку [4].

Частота обертання валків, як правило однакова проте є дробарки з різними частотами обертання валків. Їх використовують для дроблення порівняно м'якого матеріалу [1].

Ступінь дроблення порід середньої та високої міцності у двовалкових дробарках становить 3…4, а м'яких – сягає 10. Міцність порід, які дробляться у валкових дробарках не перевищує 70 МПа при рифлених валках і 130 МПа – при гладких валках.



а б

Рис. 1.13. Будова валкової дробарки:

а - компанії Siebtechnik Tema; б - компанії FLSmidth

Перевагами валкових дробарок є простота будови та надійність у роботі. До недоліків валкових дробарок слід віднести невисоку продуктивність, при цьому міцність дробленого матеріалу обмежена. Тому валкові дробарки потребують безперервного та рівномірного живлення на всій довжині валка.

На рис. 1.13, б представлена ексцентрикова валкова дробарка. Дробарка складається із рами 1 до якої одним кінцем шарнірно закріплено колосниковий грохот 2. Іншою стороною колосниковий грохот вільно розміщується в рифленнях футерованих сегментних плитах 3 валка 4. Валок 4 встановлено на ексцентриковому валові 5, який приводиться в дію від електродвигуна через пасову передачу. За рахунок колових коливань валка 3 матеріал, який потрапляє на колосниковий грохот просівається і мілка фракція розміром меншим за розміри отворів між колосниками, під дією власної ваги падає вниз не проходячи камеру дроблення. Разом із цим при коливаннях колосникового грохоту 2, який має визначений кут ухилу матеріал потрапляє в камеру дроблення ексцентрикової валкової дробарки. При русі валка 3 в напрямку нерухомої щоки 5, яка футерована плитами 6 та закріплена на вісі, матеріал руйнується. Регулювання вихідного отвору, а також пропуск недробимого матеріалу здійснюється за рахунок гідравлічного приводу 7 нерухомої щоки.

Поширеною валковою дробаркою є валкова дробарка високого тиску (HPGR – High Pressure Grinding Roll). Валкова дробарка даного типу була розроблена Шонертом [7,8]. Така дробарка володіє великими силами стиснення. На сьогодні спостерігається тенденція заміни конусних дробарок середнього та мілкого дроблення на валкові дробарки HPGR. Дробарка HPGR використовується в цементній, залізорудній та алмазній промисловості.

Значні сили стиснення у валкових дробарках типу HPGR створюються за рахунок гідравлічних циліндрів, які притискають рухомий валок до нерухомого, та регулюють зазор між валками. Тиск роздавлювання в таких дробарках змінюється від 50 Мпа до 250 МПа. Розміри валків коливаються в межах 0,7 – 2,8 м із співвідношенням довжни до діаметра від 0,2 до 0,6. Швидкість валків приймають в межах 85-100 м/хв. Продуктивність таких дробарок варіює від 20 т/год до 750 т/год.

На рис. А.4, додатка А представлені гістограми критеріальної оцінки валкових дробарок.

Виходячи з критеріальної оцінки можна зазначити, що найкраще пропрацьованими в конструктивному плані є дробарки компаній FLSmidth, Hazemag, Metso. В цілому найбільш затребуваними валковими дробарками є дробарки високого тиску HPGR, які в основному використовують при переробці твердих матеріалів, особливо в збагачувальній сфері. Проте валкові дробакри із гладкими валками досі залишаються застосовуваними тільки при середньому та мілкому дробленні, що пов'язано із геометрією робочих поверхонь. Тобто співвідношення між діаметром валка і вихідним матеріалом знаходиться в межах 1: (17-20). Це свідчить про те, щоб отримувати фракції матеріалу в 75 мм необхідною є валкова дробарка значної маси. Звісно це співвідношення є меншим за умов використання рифлених поверхонь валків і становить 1: (2-6). Перспективною конструкцією валкової дробарки на сьогодні є ексцентрикова валкова дробарка, яка виготовляється компанією FLSmidth. За рахунок поєднання в конструкції валка та щоки вдалось підвищити продуктивність такої дробарки, знівелювати забиття камери дроблення пилом та її перевантаження, знизити енергоспоживання та підвищити степінь дроблення.

1.3.4 Дробарки ударної дії

Принцип роботи дробарок ударної дії грунтується на руйнуванні матеріалу, який надходить до дробарки, механічним ударом робочих органів, що обертаються, та дробленні відкинутих кусків матеріалу об відбійні плити, що встановлені в середині камери дроблення.

Дробарки ударної дії призначені для крупного, середнього та дрібного дроблення матеріалів міцністю до 200 МПа. Основним вузлом дробарки ударної дії є ротор, який має велику масу і колову швидкість до 80 м/с, що забезпечує ефективне дроблення матеріалу.

Перевагами дробарок ударної дії є простота конструкції, надійність в роботі, низька енергоємність, відносно вища якість продукту, ступінь

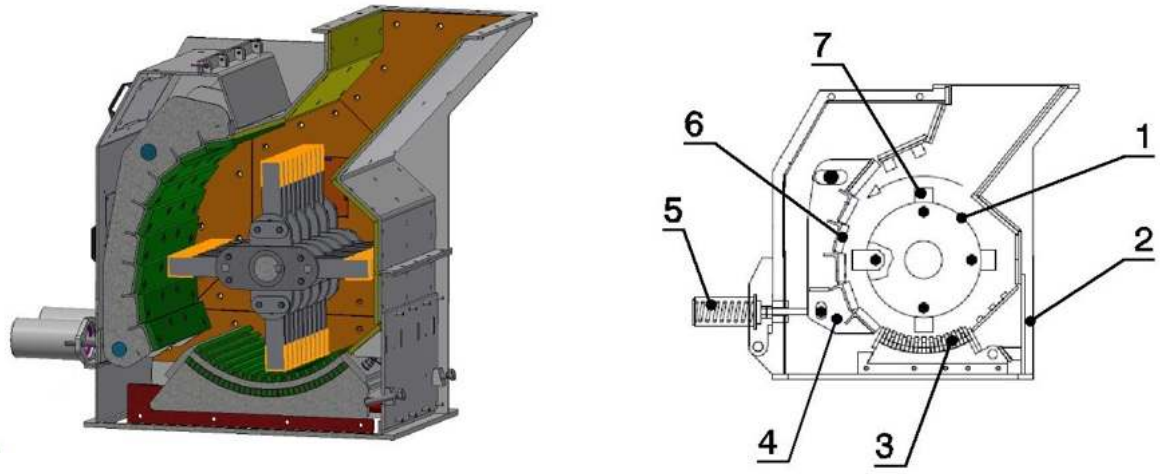
дроблення може сягати 40. До недоліків слід віднести велику інтенсивність спрацювання робочих органів.

Дробарки ударної дії можна класифікувати на дві групи: 1) роторні дробарки; 2) молоткові дробарки.

Молоткові дробарки бувають з одним і двома роторами, реверсивні та нереверсивні, з колосниковою решіткою та без неї. В молоткових дробарках робочими органами є молтки, які шарнірно закріплені на диску-роторі, що обертається з великою швидкістю.

Роторні дробарки можна класифікувати на дві групи: 1) роторні дробарки з горизонтальним валом (HSI); 2) роторні дробарки з вертикальним валом (VSI або відцентрово-ударні дробарки).

В роторних дробарках з горизонтальним валом робочими органами є били, які жорстко закріплені на обертовому роторі; в цьому випадку сила удару по матеріалу зумовлена сумарною масою ротора та били.



а б

Рис. 1.14. Одноротрна молоткова дробарка:

а – розріз; б - схема

Розглянемо будову молоткової дробарки яка представлена на рис. 1.14. Одноротрна молоткова дробарка складається з ротора 1, корпуса 2, відбійної плити 4, колосникової решітки 3. Привід ротора здійснюється від

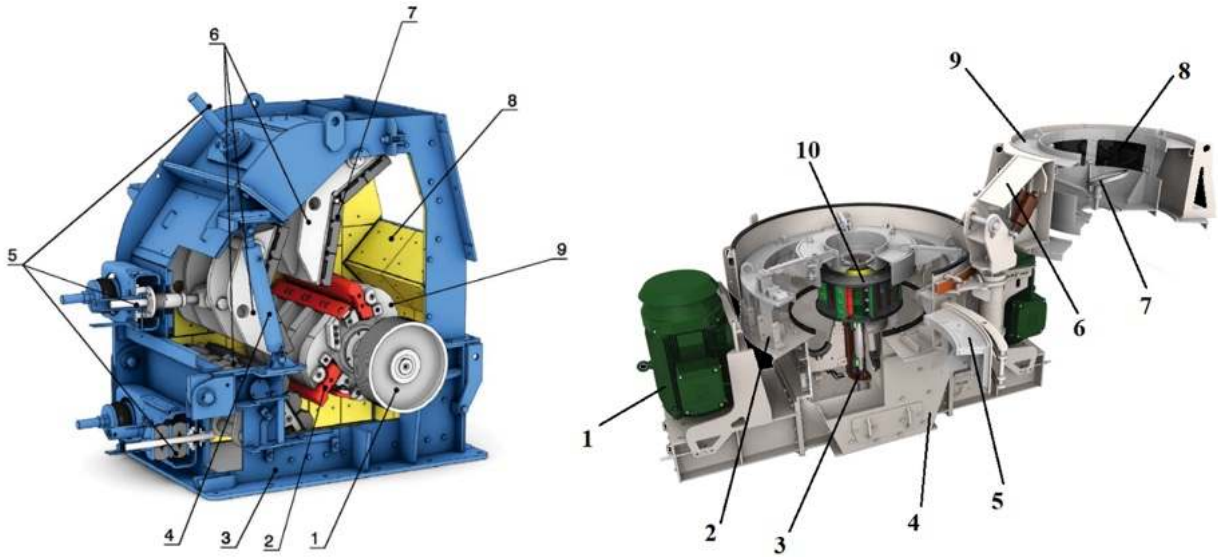
електродвигуна через пружну муфту. Внутрішні стінки корпусу футеровані змінними плитами 6. Для захисту від забивання дробарки передбачено пружинний механізм 5. На валу ротора шарнірно закріплені молотки 7.

Основними параметрами молоткової дробарки є: 1) діаметр ротора; 2) довжина ротора; 3) довжина молотка; 4) продуктивність; 5) потужність.

Будова роторної дробарки з горизонтальним валом (HSI) представлена на рис. 1.15, а. Принцип роботи роторної дробарки (HSI) наступний. Вихідний матеріал надходить по лотку 8 в зону обертання ротора 9, де піддається ударному навантаженю з боку бил 2 ротора 9. Камера дроблення дробарки утворюється ротором 9 та відбійними плитами 6. Відбійні плити мають футерування 7. Для регулювання ступеня дроблення, відстань між нижніми кромками відбійних плит і билами ротора змінюється за допомогою підпружинених тяг 5, які одночасно відіграють роль захисного механізму машини від поломок при забиванні камери дроблення або надмірного розміру матеріалом або недробимим матеріалом. Для зручності обслуговування верхня частина корпусу дробарки є роз'ємною. В звязку з цим в дробарці передбачно домкартний механізм 4 переміщення верхньої частини корпусу. На консольній частині ротора 9 дробарки встановлено шків 1 від якого здійснюється привід дробарки за рахунок пасової передачі та електродвигуна.

Основними розрахунковими параметрами роторної дробарки HSI є: 1) діаметр ротора; 2) довжина ротора; 3) енергія, яка витрачається на руйнування матеріалу; 4) потужність; 5) продуктивність [129].

Роторні дробарки з вертикальним валом VSI мають значну відмінність від роторних дробарок з горизонтальним валом HSI, рис. 1.15, б. В закордонній класифікації роторні дробарки класифікують по дії робочого органу на матеріал та по самому процесу руйнування. Тому такі дробарки мають загальну назву – ударні дробарки або з горизонтальним валом (HSI) або з вертикальним валом VSI.



а б

Рис. 1.15. Будова роторної дробарки:

а – з горизонтальним валом HSI (1 – шків; 2 – била; 3 – рама; 4 – домкратний механізм; 5 – тяги; 6 – відбійна плита; 7 – футерування; 8 - лоток; 9 – ротор); б – з вертикальним валом VSI або відцентрово-ударна (1 – двигун; 2 – відбивна рама; 3 – вал; 4 – рама; 5 – оглядовий люк; 6 – підйомник криши; 7 – пристрій для регулювання кута і висоти плити розподілювача для налаштування подачі живлення; 8 – вікна, які регулюються для проходження матеріалу; 9 – кришка; 10 – ротор)

В роторній дробарці з вертикальним валом реалізується принцип руйнування матеріалу вільним ударом в полі відцентрових сил. Основним елементом відцентрово-ударних дробарок є ротор, який розташований на вертикальному валу. Ротор оснащений розгінними елементами у вигляді внутрішніх каналів складної форми. Матеріал, який підлягає дробленню, подається в центральну частину ротора, прискорюється розгінними елементами і з високою швидкістю викидається на відбивні поверхні, розташовані на периферії камери дроблення, де руйнується при ударі [150].

На сьогодні виробництвом випускається широкий модельний ряд відцентрово-ударних дробарок. Потужність таких дробарок коливається від 37 кВт до 600 кВт, а продуктивність від 40 тонн/год до 775 тонн/год. Розмір продукту живлення коливається в межах 30-64 мм. Базова конструкція відцентрово-ударної дробарки Barmac серії B VSI представлена на рис. 1.15, б.

В дробарці Barmac серії B VSI є можливим варіювати наступними параметрами: 1) змінювати швидкість обертання ротора; 2) вибирати тип профілю дробильної камери; 3) регулювати співвідношення потоків матеріалу в каскадній системі живлення; 4) вибирати діаметр ротора.

Відмінність роторних дробарок з горизонтальним валом від молоткових крім конструктивних особливостей ротора полягає в наступному: 1) роторні дробарки призначені для дроблення твердих і вологих матеріалів в той час як молоткова дробарка використовується для великомасштабних і високопродуктивних виробничих ліній на яких перероблюється матеріал середньої твердості і з вмістом вологи не більше 10%; 2) роторна дробарка зазвичай використовується для вторинного дроблення і потребує додаткового обладнання для першої стадії дроблення (щокова дробарка), молоткова дробарка може використовуватись для одностадійного дроблення; 3) молоткова дробарка схильна до забиття дробильного простору через оснащення нижньою ситовою пластиною; 4) вищою продуктивністю володіє молоткова дробарка; 5) степінь дроблення вищий у роторної дробарки (може перевищувати 50, це стосується дробарок із вертикальним валом); 6) у молоткових дробарок знос молотків є більш значним ніж робочих елементів ротора в роторній дробарці.

Серед перспективних конструкцій молоткових дробарок є дробарка із шарнірно закріпленим вертикальним ротором [4]. Продуктивність таких дробарок може сягати 100 т/год та переробляти матеріали середньої міцності. До переваг такої дробарки можна віднести можливість каскадного живлення, гнучке керування степенем дроблення, керування енергією дроблення, простота заміни робочих елементів. З іншого боку дана конструкція дробарки досі знаходиться на стадії експериментальних досліджень і в серію запущена не була. Іншою перспективною конструкцією молоткової дробарки є ДПМ-800к. В даній дробарці використовується активний спосіб ударного дроблення. Конструкція дробарки включає в себе 3 ротори – один направляючий і два відбивних. Матеріал потрапляючи в камеру

дроблення розганяється направляючим ротором після чого відкидається на відбивні ротори. Максимальна степінь дроблення може сягати 200. Максимальна продуктивність 120 т/год.

На рис. А.5, додаток А представлена критеріальна оцінка дробарок ударної дії. До аналізу були включені роторні дробарки типу HSI, VSI та молоткові дробарки. Найкращими конструкціями на основі критеріального аналізу володіють роторні дробарки компаній Metso, Telsmith та Sandvik.

1.4 Аналіз методів розрахунку параметрів дробильного обладнання та енергії на протікання процесу подрібнення

1.4.1 Аналіз процесу руйнування в камері дроблення щокової дробарки

В зв'язку із значними затратами енергії на процес виготовлення будівельних матеріалів, критичною стала потреба в зменшенні енергозатрат. Одним із енергозатратних процесів в дробильних машинах є процес руйнування матеріалу в камері дроблення. Як відомо з чисельних досліджень значна частина енергії в процесі руйнування матеріалу розсіюється і тільки невелика частина цієї енергії витрачається безпосередньо на руйнування матеріалу [4],[5]. Тому визначення затрат енергії, яка припадає на руйнування матеріалу з врахуванням фізичних властивостей матеріалу та створення умов по максимально-раціональному прикладені навантажень в камері дроблення є актуальною задачею. Актуальність даної задачі підтверджується тим, що на сьогодні ведуться дослідження по створенню методів селективної дезинтеграції, які ми розглянемо нижче в даній роботі [6],[7].

Важливим параметром при дослідженні енергозатрат процесу дроблення є визначення значення сили дроблення, рис. 1.16. Крім цього на основі значення сили дроблення визначають навантаження в елементах конструкції дробарки. Зусилля дроблення сягає максимального значення при найбільшому зближенні дробильних щік. В джерелі [8] зазначається, що в

проведених дослідженнях по дробленню граніту з границею міцності до 300 МПа максимальне навантаження на дробильну щоку склало 2,7 МПа. За умов рівномірного розподілу даного навантаження по дробильній щоці можна припустити що максимальне зусилля буде дорівнювати $2{,}7x10^5$xLH. Де L та H геометричні розміри дробильної щоки [123]. Проте слід зазначити, що використання значення даного навантаження при проектуванні дробильних машин може давати значний запас міцності. З іншого боку при проектуванні режимів роботи дробильної машини необхідно мати більшу кількість даних по навантаження від матеріалів з різними фізичними властивостями.

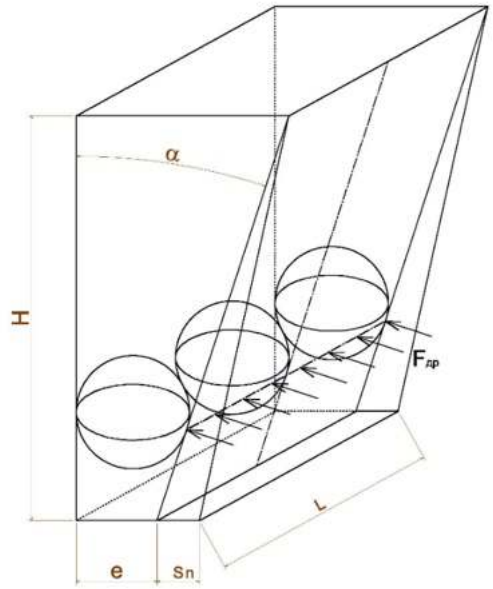


Рис. 1.16. Схема руйнування матеріалу в камері дроблення щокової дробарки

В джерелах [8], [9] зазначається, що найбільший тиск щоки на матеріал можна визначити на основі затраченої роботи:

$$F_{др} = \frac{A}{s_n}, \tag{1.1}$$

де A – робота затрачувана на деформацію матеріалу; s_n – переміщення рухомої щоки, яке визначається по лінії дії сили.

Враховуючи, що робота на дроблення матеріалу від початкового розміру D до кінцевого розміру d визначається наступним чином:

$$A = \frac{\sigma^2 \pi L\left(D^2 - d^2\right)}{12E}, \tag{1.2}$$

де σ – границя міцності матеріалу, який руйнується, Па; L – довжина камери дроблення, м; D – розмір вихідного матеріалу, м; d – розмір готового продукту, м, E – модуль пружності матеріалу, що руйнується, Па.

Тоді залежність (1.1) матиме наступний вигляд

$$F_{др} = \frac{\sigma^2 \pi L\left(D^2 - d^2\right)}{12Es_n}. \tag{1.3}$$

Залежність (1.3) ґрунтується на тому, що більшість гірських порід при стисненні не дають залишкових деформацій. Крива стиснення таких порід спочатку плавно підіймається вгору і коли напруження в матеріалі досягає значення, при якому матеріал руйнується, то крива різко падає вниз. Такі тіла є абсолютно пружними і тому для них можна використовувати відомий вираз для енергії деформації. Проте слід враховувати, що границя пружності крихкого матеріалу фактично дорівнює його границі міцності. Це вказує на той факт, що енергія яка є необхідною для утворення першої тріщини в матеріалі, або іншими словами, для початку процесу його руйнування, накопичується в матеріалі у вигляді енергії пружних напружень.

Розглянемо методи визначення продуктивності щокових дробарок [128]. Є декілька різних підходів до визначення продуктивності щокової дробарки. Класичний підхід стверджує, що продуктивність щокової дробарки визначається за умови, коли за кожен відхід щоки або один оберт головного валу з камери дроблення вивантажується готовий продукт у вигляді призми трапецієподібного перерізу. В джерелі [1] у разі n повних хитань рухомої щоки за 1 с продуктивність дробарки визначається наступним чином, $м^3$/сек [136]:

$$П_1 = \frac{3600nLSd\mu}{tg\alpha}, \tag{1.4}$$

де n – частота коливань рухомої щоки, хитань/період часу; L – довжина камери дроблення дробарки, м; S – хід рухомої щоки, м; d – середній розмір продукту

дроблення, м; α – кут захвату; μ -коефіцієнт розпушення маси матеріалу, який випав з вихідної щілини дробарки

Частоту обертання ексцентрикового валу визначають з умови, що за час відхилення $t_{від}$ рухомої щоки на відстань S під дією сили тяжіння за час $t_{вип}$ випадають куски подрібненого матеріалу, що мають висоту h.

На основі вищезазначеного можна записати:

$$\omega = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{2S}{gtg\alpha}}}, \tag{1.5}$$

де g – прискорення вільного падіння, м/с.

При раціональному значенні кута $\omega = 20^0$ оптимальна частота обертання ексцентрикового валу:

$$\omega = \frac{4,44}{\sqrt{S}}, \tag{1.6}$$

У формулі (1.6) не враховується вплив сил тертя по броньовим плитам при русі матеріалу, тому значення частоти обертів приймають на 5-10% меншим. Для дробарок крупних розмірів число обертів приймається меншим через виникнення значних динамічних навантажень, що виникають при роботі крупних дробарок. З цією метою в залежність (1.6) вводиться коефіцієнт k=0,6…0,75.

В джерелі [2] продуктивність щокової дробарки пропонується визначати враховуючи той фактор, що розвантаження матеріалу може відбуватись не тільки при відході дробильної щоки, а також при її підході до нерухомої щоки. В розгорнутому вигляді формула для визначення продуктивності буде мати наступний вигляд, $м^3$/сек [66], [67]:

$$П = \frac{KcSLL_{max}n\left(B + L_{max}\right)}{2Btg\alpha}, \tag{1.7}$$

де K – коефіцієнт, що враховує розмір дробарки і залежить від розмірів завантажувального отвору; c – коефіцієнт кінематики, що враховує характер траєкторії рухомої щоки; L_{max} – найбільша ширина розвантажувального

отвору, м; B – ширина завантажувального отвору; n – число обертів ексцентрикового валу.

Продуктивність дробарок обчислена на основі залежностей (1.4) та (1.7) може значно відрізнятись від фактичних даних, оскільки в них не враховується вплив інтенсивності і рівномірність живлення машини, форми та розмірів дробильних плит та їх спрацювання.

Не менш важливим параметром також є кут захвату [69]. При збільшеному куті захваті продуктивність дробарки знижується. Зменшення кута захвату суттєвого впливу на продуктивність не має.

Далі розглянемо підходи до визначення продуктивності на основі закордонних досліджень. Так в роботі [23] пропонується наступна залежність для визначення продуктивності щокової дробарки:

$$П = 59.8\left[\frac{S\left(2L_{min}+S\right)LBn\rho K}{\left(B-L_{min}\right)}\right], \qquad (1.8)$$

де L_{min} – мінімальний розмір вихідної щілини дробарки; ρ – щільність руйнуємого матеріалу.

Залежність на думку ряду авторів [4] є допустимою при визначенні продуктивності при руйнуванні м'яких порід. Тому залежність (1.8) не набула сильного поширення. Ґрунтуючись на цьому ряд авторів [24] почала розглядати продуктивність в залежності від часу і відстані, який повинна пройти частинка між двома пластинами щоки. Максимальний розмір частинки визначатиметься на основі максимальної відстані між щоками в нижній частині камери дроблення. В свою чергу швидкість опускання частинки до розвантажувальної щілини дробарки буде залежати від того на скільки часто щока буде відходити від нерухомої щоки. На рис. 1.17 зображена розрахункова схема до визначення продуктивності.

В даному випадку приймається наступне твердження, якщо n_c – число циклів в хвилину, то час одного циклу в секунду складатиме $60/n_c$, в свою чергу половина циклу під час, якого рухома щока відходить від нерухомої

складатиме - $60/2n_c$. Таким чином відстань, яку пройде здроблена порода буде складати:

$$h = \frac{1}{2} g \left(\frac{30}{n_c} \right)^2 = \frac{4414.5}{n_c^2}, \tag{1.9}$$

Тоді частота коливань

$$n_c = \frac{66.4}{\sqrt{h}}, \tag{1.10}$$

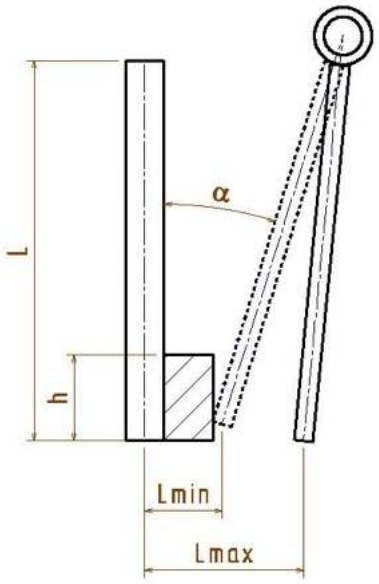


Рис. 1.17. Розрахункова схема до визначення продуктивності

Таким чином для переміщення матеріалу в камері дроблення в напрямку розвантаження необхідною умовою є щоб частота коливань, щоки не перевищувала частоту, яка визначається залежністю (1.10). Відстань h можна визначити через кут захвату наступним чином, рис. 1.17:

$$h = \frac{\left(L_{max} - L_{min} \right)}{tg\alpha}, \tag{1.11}$$

На основі досліджень в джерелі [24] було встановлено, що при низькій частоті коливання дробильної щоки продуктивність є прямопропорційною частоті коливань до деякого оптимального значення, на основі чого формула для визначення продуктивності набула наступного вигляду:

$$П_Н = 3600 S n_c L \left(2L_{min} + S \right) \left(\frac{i}{i-1} \right), \tag{1.12}$$

де $S=L_{max}-L_{min}$ – різниця між максимальним та мінімальним значенням зазору вихідного отвору; i = B/e – коефіцієнт зменшення розміру матеріалу після проходження ним дробильної камери.

Проте при значних частотах коливання дробильної щоки було встановлено, що продуктивність стає зворотньопропорційною частоті коливань. На основі чого залежність (1.12) запишеться наступним чином:

$$П_{В} = 1606L\left(2L_{min} + S\right)\left(\frac{1}{n_c}\right), \quad (1.13)$$

На основі залежностей (1.12) та (1.13) можна визначити оптимальний діапазон частоти коливань щоки. Для прикладу візьмемо щокову дробарку Metso C120 з наступними параметрами – S = 0.0245 м, L=1.2 м, L_{min} = 0.1505 м, i=4,65. Побудуємо відповідний графік, рис.1.18.

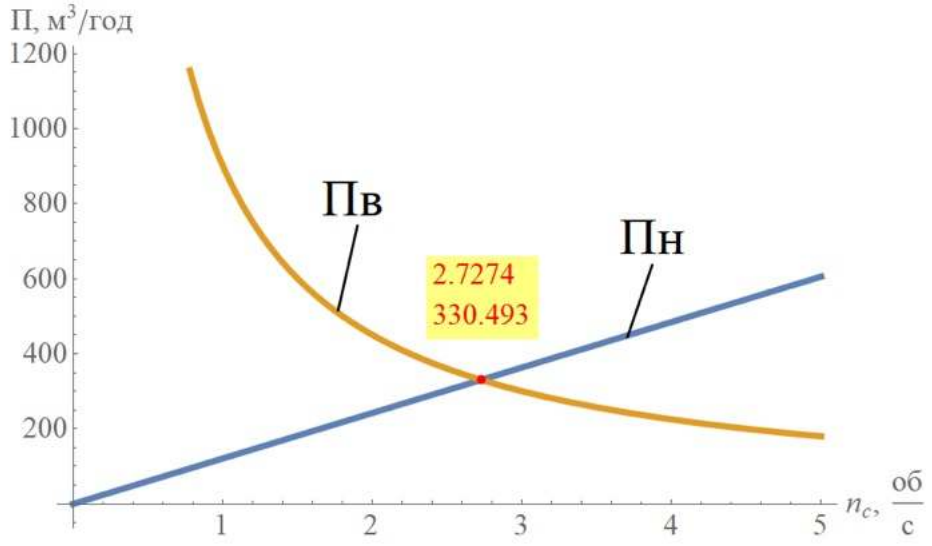


Рис. 1.18. Графік залежності частоти обертів ексцентрикового валу від продуктивності щокової дробарки на основі залежностей (1.12) та (1.13)

Із графіка 1.17 можна зазначити, що оптимальна частота обертів для щокової дробарки C120 буде n_c = 265.927 об/хв. При подальшому збільшенні частоти продуктивність дробарки буде зменшуватись. Із особливостей підходу розрахунку продуктивності по залежності (1.13) можна відмітити наступне - кут захвату збільшений до 45 градусів, на основі того що щока, як

стверджується в джерелі [24], в процесі дроблення матеріалу може змінювати кут захвату.

Аналізуючи залежності (1.12) та (1.13) можна вивести формулу для визначення оптимальної частоти обертання ексцентрикового валу:

$$n_c = 47\sqrt{\frac{\left(\frac{i-1}{i}\right)}{S}} \tag{1.14}$$

Виходячи з реальних значень параметрів рекомендованої оптимальної частоти обертання ексцентрикового валу дробарки С120, яка дорівнює $n_c = 230$ об/хв та зазначеної максимальної продуктивності, можна зробити висновок, що графік 1.18 відображає завищенні значення продуктивності. Це вказує на те, що залежності (1.12) та (1.13) не враховують додаткові параметри процесу. Так наприклад під час проходження камери дроблення насипна щільність матеріалу постійно змінюється. В свою чергу залежності (1.4) та (1.7) враховують насипну щільність за допомогою коефіцієнту розпушення, проте це значення є сталим.

В цілому аналогічні перетворення можна виконати для залежності наведеної в (1.4). В такому випадку запишемо значення продуктивності для значних частот коливання щоки:

$$\Pi_2 = \frac{4414.5Ld\mu}{n}. \tag{1.15}$$

Враховуючи вирази (1.4) та (1.15) побудуємо відповідний графік, рис. 1.18. Для побудови графіку аналогічно до рис.1.19 використані параметри дробарки С120.

Аналізуючи графік 1.18 значення продуктивності є більш ближчим до продуктивності реальної дробарки в порівнянні з розрахованим по залежності (1.13). В цілому оптимальна частота обертів ексцентрикового валу відрізняється не значно в порівнянні із значеннями в (1.13). Оптимальне значення частоти обертів, як слідує із графіка 1.19 відповідає значенню 256,089 об/хв. Звісно слід зазначити, що залежність (1.4) включає в себе

коефіцієнти розпушення матеріалу та середньозважений розмір матеріалу, ці параметри коригують значення загальної продуктивності.

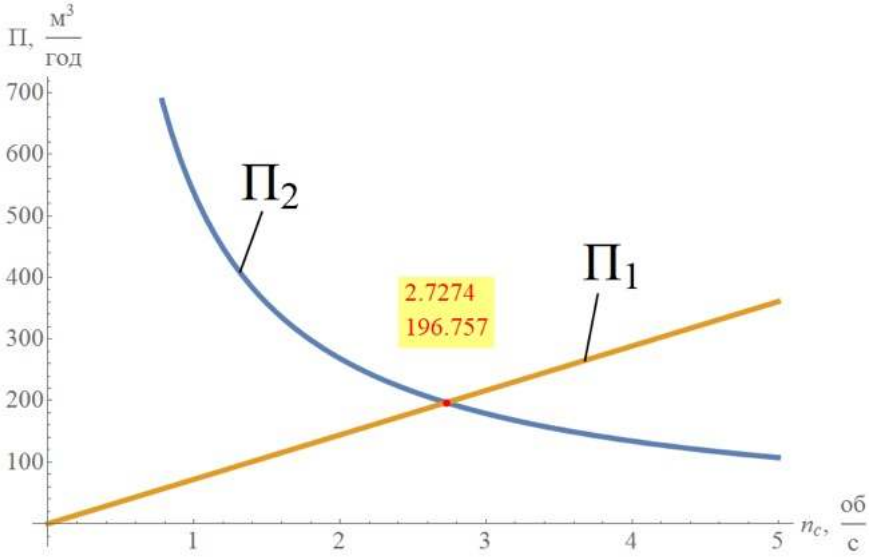


Рис. 1.19. Графік залежності частоти обертів ексцентрикового валу від продуктивності щокової дробарки на основі залежностей 1.4 та 1.15

Ще один підхід до визначення продуктивності щокової дробарки розглянуто в джерелі [25]. Даний підхід полягає у врахування коефіцієнту скорочення розмірів матеріалу і додатково коефіцієнтів умов процесу. Таким чином була запропонована наступна залежність для визначення продуктивності:

$$П_Т = П \times i_{80}, \tag{1.16}$$

де П – продуктивність дробарки; $П_Т$ – продуктивність дробарки на основі степені зруйнованого матеріалу; $i_{80} = K_{in80}/K_{out80}$ – коефіцієнт зменшення розмірів матеріалу на основі 80% проходження через сито живлення та відповідно продукту дроблення.

В джерелі [25] продуктивність щокової дробарки визначається виходячи із наступної залежності, т/год:

$$П = \frac{7.037 \times 10^5 Lk\left(L_{min} + S\right)}{v}, \tag{1.17}$$

де k – коефіцієнт геометрії щоки (k = 0.18-0.3 – для прямолінійного профіля щоки, k = 0.32-0.45 – для криволінійного профіля щоки). Залежність (1.17) є справедливою для матеріалу з питомою щільністю матеріалу 2,65 кг/м^3.

Повертаючись до оптимальної швидкості обертів ексцентрикового валу в джерелі [27] були виявлені проблеми залежності (1.14), яка приймає занижені значення швидкості при занадто великому або занадто малому зазорі вхідного отвору дробарки. На основі чого була запропонована наступна залежність:

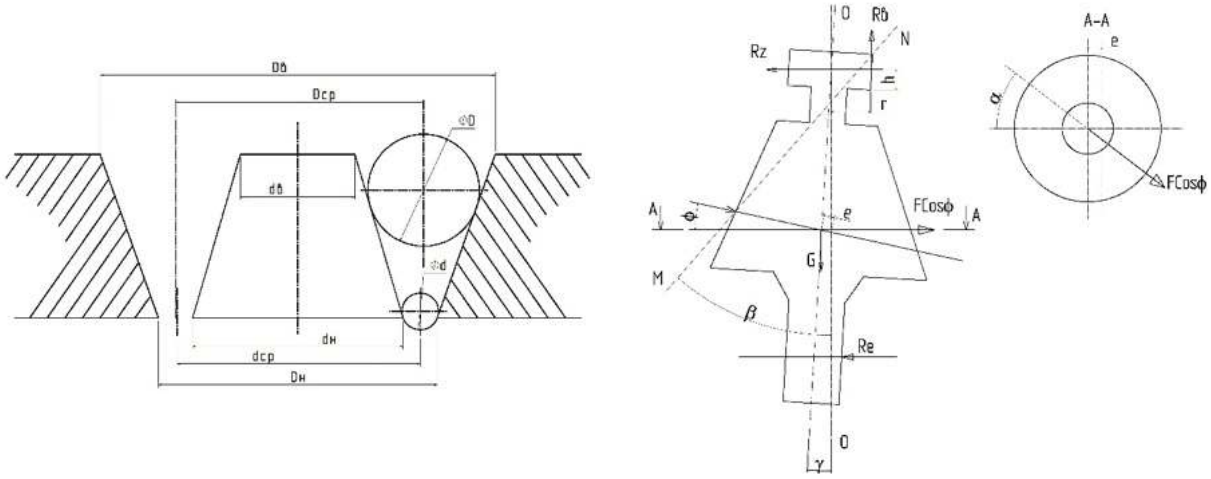
$$v = 280e^{\left(-0.212B^3\right)} \pm 20\%, \quad (1.18)$$

Таким чином, ми бачимо, що продуктивність щокової дробарки залежить від значного числа параметрів і на сьогодні методи розрахунку продуктивності досі включають в себе емпіричні залежності.

1.4.2 Аналіз процесу руйнування в камері дроблення конусної дробарки

В зв’язку з особливостями руху внутрішнього конуса відносно зовнішнього та особливостями конструкції розрахунки дробильного зусилля конусної дробарки крупного дроблення відрізняється від розрахунків дробильного зусилля конусних дробарок середнього та мілкого дроблення [139]. На рис. 1.20 представлена розрахункова схема конусної дробарки крупного дроблення.

Для розрахунку різниці об’ємів вхідного і вихідного матеріалу скористаємось рисунком 1.20, а. Об’єм кусків вхідного матеріалу є сума частинок матеріалу діаметром D, які розміщені по довжині кола з діаметром, який дорівнює середньому діаметру завантажувального кільцевого отвору $D_{ср}$. Об’єм вихідного матеріалу розраховується аналогічно, тільки за діаметр матеріалу приймається середній діаметр продукту дроблення $d_{ср}$, а розміщується він по довжині кола вивантажувального кільцевого отвору.



а б

Рис. 1.20. Розрахункова схема конусної дробарки крупного дроблення:

а – схема до розрахунки об'єму матеріалу; б – схема до розрахунку сил, що діють в конусних дробарках крупного дроблення.

Тоді робота дроблення запишеться наступним чином:

$$A = \frac{\sigma^2}{2E}\frac{\pi^2}{6}\left(D^2 D_{ср} - d^2 d_{ср}\right), \tag{1.19}$$

де σ, E – границя міцності та модуль пружності дробленого матеріалу, Па.

Найбільше зусилля дроблення можна визначити із залежності (1.1). В якій s_0 є хід рухомого конуса в напрямку нерухомого по лінії дії сили дроблення. Тоді з врахуванням залежності (1.4) найбільше зусилля дроблення в залежності від фізичних властивостей для конусних дробарок крупного дроблення визначатиметься за наступною залежністю:

$$F_{др.ккд.m} = \frac{\sigma^2\pi^2}{12Es_n}\left(D^2 D_{ср} - d^2 d_{ср}\right), \tag{1.20}$$

З іншого боку силу дроблення можна визначити на основі діючих в дробарці навантажень, рис. 1.20, б:

$$F_{др.ккд.d} = \frac{M_{г.др.}}{e\,Cos\varphi Sin\alpha}, \tag{1.21}$$

де $M_{г.др.}$ - момент горизонтальної складової рівнодійної сили дроблення, зведений до осі ексцентрика; $F_{др.ккд.d}$ – рівнодійна сила дроблення матеріалу;

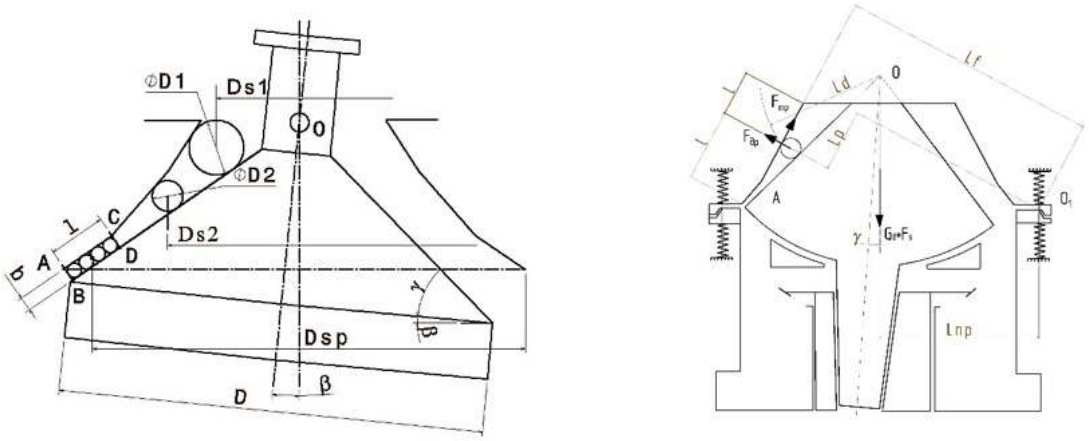
φ – кут між F та горизонталлю; e – ексцентриситет вала конуса на рівні горизонталдьної складової Fcosφ; α – кут між рівнодійною сили дроблення і площиною ексцентриситету ($\alpha = 20...30^0$).

Далі розглянемо визначення зусиль дроблення для конусних дробарок середнього та дрібного дроблення. Схема для розрахунку основних параметрів роботи конусних дробарок середнього та мілкого дроблення представлена на рис. 1.21, а.

За один оберт ексцентрикового стакана матеріал проходить паралельну зону камери дроблення. За один оберт з дробарки вийде готовий продукт об'ємом:

$$V = \pi D_{sp} lb, \qquad (1.22)$$

Зусилля в елементах конструкцій дробарок теоретично визначають виходячи з умов постійного контакту опорного кільця з корпусом дробарки. Розрахункова схема визначення рівнодійного зусилля дроблення наведена на рис. 1.21, б.



а б

Рис. 1.21. Схема до розрахунку конусної дробарки середнього та мілкого дроблення: а – схема до розрахунки об'єму матеріалу; б – схема до розрахунку сил, що діють в конусних дробарках крупного дроблення.

На основі складання рівнянь моментів всіх сил відносно точки А визначають максимальне значення рівнодійної усіх зусиль дроблення:

$$F_{\text{др.ксд.d}} = \frac{\left(G_d + F_s\right)L_{\text{пр}}}{L_p + fL_f}, \tag{1.23}$$

де G_d – сила ваги верхньої частини дробарки; F_s -зусилля притиснення однієї пружини; n – число пружин; $L_{\text{пр}}$ – відстань від осі дробарки до точки А; L_p та L_f – плечі сил відносно точки А; f – коефіцієнт тертя, яке виникає між рухомим конусом і матеріалом.

Робота дроблення

$$A = \frac{\sigma^2}{2E}\Delta V = \frac{\pi^2\sigma^2}{12E}\left(D_1^2 D_{s1} + D_2^2 D_{s2} - dlD_s\right), \tag{1.24}$$

Номінальний хід рухомого конуса в напрямку нерухомого в точці А в процесі гірації рухомого конуса:

$$s_n = \frac{L_{\text{др}}}{2\text{Sin}\,2\gamma}, \tag{1.25}$$

де $L_{\text{др}}$ – відстань від точки гірації до недробимого тіла; γ – кут між вісями рухомого конуса і дробарки.

На основі залежностей (1.24) та (1.25) можна записати силу дроблення в залежності від фізичних властивостей дробимого матеріалу наступним чином:

$$F_{\text{др.ксд.m}} = \frac{\pi^2\sigma^2\left(D_1^2 D_{s1} + D_2^2 D_{s2} - dlD_s\right)\text{Sin}\,2\gamma}{6EL_{\text{др}}}. \tag{1.26}$$

Розглянемо методи визначення продуктивності для конусної дробарки та залежність продуктивності від швидкості обертання рухомого конуса. Так як є відмінності в конструкціях конусних дробарок крупного дроблення (гіраційних конусних дробарках) та конусних дробарок середнього та мілкого дроблення, то визначення продуктивності за окремими методологіями дещо відрізняється. Так в роботі [1] для гіраційних конусних дробарок продуктивність визначається на основі наступної залежності:

$$\Pi_{\text{к.г.1}} = \frac{3600\pi D_{\text{ср}} 2r\left(e + r\right)n\mu}{\text{tg}\alpha_1 + \text{tg}\alpha_2}, \tag{1.27}$$

де α_1 та α_2 – відповідно кути твірних нерухомого та рухомого конусів з вертикаллю, град; $D_{\text{ср}}$ – середній діаметр кільця щебеню, м; e – розмір

вивантажувальної щілини дробарки при зближених конусах, м; n – число обертів внутрішнього конуса, $с^{-1}$; μ – коефіцієнт розпушення готового продукту, μ = 0,35…0,5; r – ексцентриситет коливань рухомого конуса, м.

Частота коливань рухомого конуса визначається на основі того, що половина часу повного хитання рухомого конуса повинна дорівнювати часу випадання кусків деякої висоти з камери дроблення. Таким чином оптимальна кутова швидкість буде дорівнювати:

$$\omega = 4,9\sqrt{\frac{tg\alpha_1 + tg\alpha_2}{r}}, \qquad (1.28)$$

В залежностях (1.27) та (1.28) є параметри які складно визначити тому для них можна приймати наступні значення. Так сума кутів α_1 та α_2 не повинна перевищувати значення в 21…23 градуси. Значення ексцентриситету можна прийняти на основі залежності – r = (0,01…0,02)B, де B - ширина завантажувального отвору.

Для визначення оптимальної продуктивності скористаємося підходом наведеним в (1.24). В такому випадку продуктивність конусної дробарки крупного дроблення (гіраційної) буде наступною:

$$П_{к.г.2} = \frac{4410\pi D_{ср}(e+r)n\mu}{n}, \qquad (1.29)$$

Для аналізу використаємо модель конусної дробарки Kubria G150 з наступними параметрами: $\alpha_1=11^0$, $\alpha_2=18^0$, $D_{ср}$ =1.5425 м, r=0.0075 м, e=0.035 м, B=0.5 м, μ=0.4.

Графік залежності продуктивності від частоти обертів рухомого конуса зображено на рис. 1.22. З графіка стає зрозумілим, що оптимальна частота обертів рухомого конуса для конусної дробарки Kubria G150 складає 6.512 об/с = 390 об/хв. Проте в конусних дробарках крупного дроблення діапазон зміни частоти обертів лежить в межах 100-300 об/хв, більшість конусних дробарок середнього та мілкого дроблення працює на частотах, які не перевищують 500 об/хв та відповідно 800 об/хв. Обмеження частоти обертів пов’язано з багатьма негативними ефектами, такими як незбалансованість

значної коливальної маси рухомого конуса, що потребує значного збільшення фундаменту, небезпека заклинювання вала рухомого конуса в ексцентрику на холостому ходу, зниження надійності нижньої опори рухомого конуса.

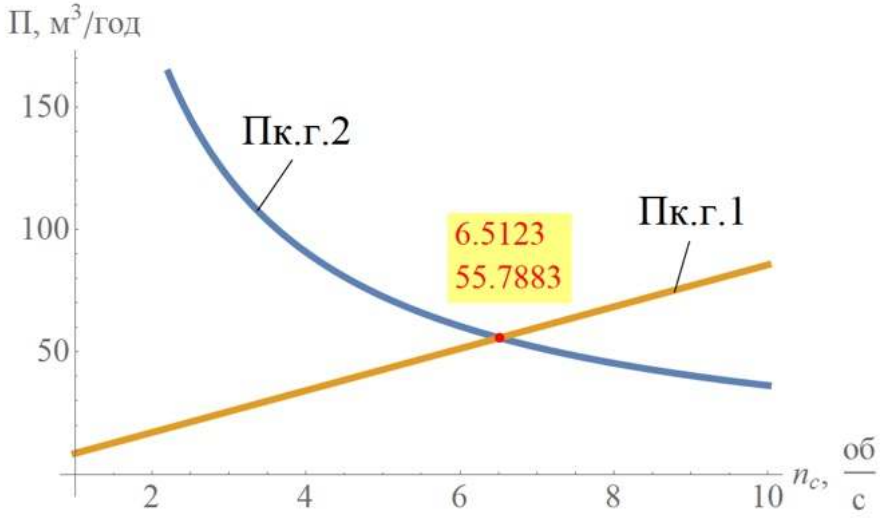


Рис. 1.22. Графік впливу частоти обертів рухомого конуса на продуктивності конусної дробарки крупного дроблення

Також слід зазначити занижені значення продуктивності при прямопропорційній залежності від частоти обертів. Так для дробарки Kubria G150, за технічними характеристиками, максимальна продуктивність складає 750 т/год, що при насипній щільності матеріалу в 1,6 т/м^3 складатиме 468.75 м^3/год. Тобто більш реальну картину продуктивності відображає зворотно пропорційна залежність. Проте в зворотньо пропорційній залежності неточності вносить значення продуктивності в околі нульових значень частоти обертів. Крім цього в залежності (1.27) та (1.29) значну невизначеність вносить коефіцієнт розпушення матеріалу μ, зміна якого у визначених межах, в незначній мірі покращує значення продуктивності конусної дробарки.

Для конусних дробарок середнього та мілкого дроблення частота обертання ексцентрикового стакана або число хитань рухомого конуса визначаються на основі залежності:

$$n \geq 7.5\sqrt{\frac{\sin\gamma - f\cos\gamma}{2l}}, \qquad (1.30)$$

де γ – кут нахилу поверхні дробильного конуса до горизонту; f – коефіцієнт тертя щебеню по матеріалу, f=0.36; l =1/(12D)– довжина паралельної зони для конусних дробарок середнього дроблення; D – діаметр основи рухомого конуса. Для конусних дробарок середнього та мілкого дроблення кут γ >45 градусів.

Продуктивність дробарок середнього та мілкого дроблення визначають на основі припущення, що за один оберт ексцентрикового стакану матеріал проходить паралельну зону камери дроблення. На основі чого продуктивність буде наступною:

$$П_{к.с.1} = 3600\mu\pi D_{ср} lbn, \qquad (1.31)$$

де b – ширина паралельної зони, м; μ =0.45 – коефіцієнт розпушення готового продукту.

В якості прикладу візьмемо конусну дробарку Metso HP400, яка має наступні параметри: $D_{ср}$ = 1.32 м; b=0.03 м; l = 0.0631 м; μ = 0.45; $\gamma=50^0$, f=0.36.

Залежність продуктивності, яка є обернено пропорційною швидкості обертання рухомого конусам буде мати наступний вигляд:

$$П_{к.с.2} = \frac{101250\mu\pi D_{ср} b\left(\sin\gamma - f\cos\gamma\right)}{n}, \qquad (1.32)$$

Графічно залежність продуктивності від частоти обертів для конусної дробарки середнього або мілкого дроблення представлено на рис. 1.22.

Виходячи з графіка рис. 1.23 можна зазначити, що точка оптимуму є завищеною для даної дробарки, що пов’язано із обмеженнями швидкості обертів рухомого конуса. Проте продуктивність по залежності (1.32) є наближеною до реальних значень. Так конусна дробарка Metso HP400 при частоті обертів 6.9 об/с, має продуктивність 393.75 $м^3$/год.

Таким чином залежності для визначення продуктивності конусних дробарок (1.27) та (1.32) аналогічно до щокових дробарок не враховують додаткові параметри, які мають вплив на процес дроблення. Крім цього в

зв'язку із геометрією конусної дробарки графіки рис. 1.22 та рис. 1.23 відображають точку оптимуму, за якої робота дробарки може бути ускладненою. В цілому точка оптимуму відображає межу, за якої прямопропорційна залежність продуктивності від частоти обертів починає відповідати реальним значенням.

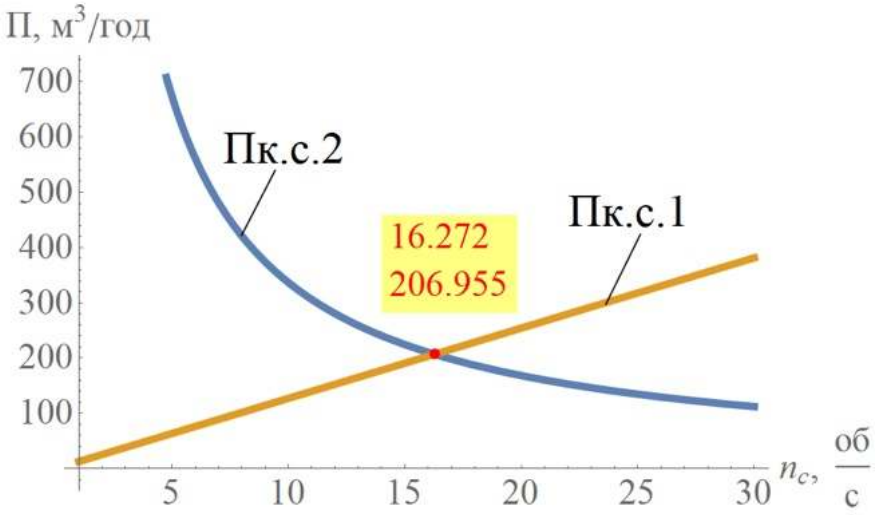


Рис. 1.23. Графік впливу частоти обертів рухомого конуса на продуктивності конусної дробарки середнього дроблення

В роботах [26], [27], [28] зазначається, що швидкість обертів рухомого конусу конусної дробарки крупного дроблення є звортньо пропорційною розміру вихідного матеріалу і визначається на основі наступної залежності:

$$n \geq \frac{665\left(\sin\gamma - f\cos\gamma\right)}{\sqrt{d}}, \tag{1.33}$$

де d – розмір вхідного матеріалу, см.

Визначати продуктивність конусної дробарки крупного дроблення в роботах [26], [27] пропонується наступним чином:

$$П_k = 0.35\pi\sin\gamma\left(L_{max} + L_{min}\right)gH\left(\sin\gamma - f\cos\gamma\right)^{0.5}, \tag{1.34}$$

де H – висота камери дроблення; L_{max} , L_{min} – максимальна мінімальна розвантажувальна відстань між рухомим конусом та нерухомим.

В цілому залежність (1.34) є схожою до залежностей (1.27) та (1.32).

В джерелі [26] розглядається підхід до визначення продуктивності аналогічний до того який використовується в щокових дробарках. Тобто розглядається поперечний переріз шару матеріалу та час за який цей шар пройде камеру дроблення. Залежність запишеться в наступному вигляді:

$$П_b = \frac{(D_{зк} - L_{min})\pi L_{min} S60nk}{\tan\alpha}, \quad (1.35)$$

де $D_{зк}$ – зовнішній діаметр нерухомого конуса в точці розвантаження, м; S – довжина ходу конуса в місці розвантаження, м; L_{min} – розмір мінімального вихідного отвору, м; n- кількість обертів рухомого конуса, об/хв; k – константа, яка визначає характеристику матеріалу, k=2…3; α – кут захвату.

Ще один підхід до визначення продуктивності конусної розглядається в роботі [29], який грунтується на врахуванні індексу роботи по Бонду. Сама залежність має наступний вигляд:

$$П_{ip} = \frac{W_i D \rho_m \sqrt{(L_{max} - L_{min})}(L_{max} + L_{min})k}{2\sqrt{\frac{i}{i-1}}}, \quad (1.36)$$

де W_i – індекс роботи по Бонду; D – діаметр чаші в заданому перерізі; k – статистичний коефіцієнт (k=0.5 – для м’яких матеріалів, k=1 – для твердих матеріалів).

Визначення продуктивності на основі поправочних коефіцієнтів розглянуто в джерелі [24]. В цілому більшість залежностей для визначення продуктивності конусних дробарок аналогічно до щокових дробарок не враховує розподіл матеріалу по камері дроблення, геометрію матеріалу та дробильних плит, фізичні характеристики матеріалу. Відсутність цих параметрів в багатьох залежностях компенсується вводом відповідних поправочних коефіцієнтів, які в повній мірі не можуть охарактеризувати процес руйнування матеріалу в широких межах його зміни.

Із аналізу та оцінки досліджень по визначенню продуктивності в джерелах представлених раніше можна зазначити, що продуктивність конусних дробарок залежить від крупності живлення. В багатьох конусних

дробарках процес руйнування крупних кусків матеріалу відбувається при прикладенні навантаження рухомим конусом декілька разів перед його руйнуванням. Аналогічна ситуація спостерігається в щокових дробарках. Це пояснюється тим, що в верхній частині камери дроблення руйнування відбувається не ефективно. Зменшення кута захвату в нижній зоні дробильного простору або створення криволінійного профілю в нижній частині камери дроблення не супроводжується збільшенням продуктивності дробарки. Значний вплив на продуктивність конусної дробарки має кутова швидкість ексцентрикового валу. Проте як зазначалось раніше швидкість ексцентрикового валу має визначені межі її зміни, по ряду причин.

При використанні розглянутих вище залежностей для визначення продуктивності спостерігається відмінність від реальної продуктивності конусних дробарок, що свідчить про відсутність адекватної методики визначення теоретичної продуктивності конусних та щокових дробарок.

1.4.3 Аналіз процесу руйнування в камері дроблення валкової дробарки

Розглянемо схему руйнування матеріалу в робочому просторі валків, рис. 1.24. На кусок між валками з боку останніх діє дробильне зусилля роздавлювання F та спричинена ним сила тертя.

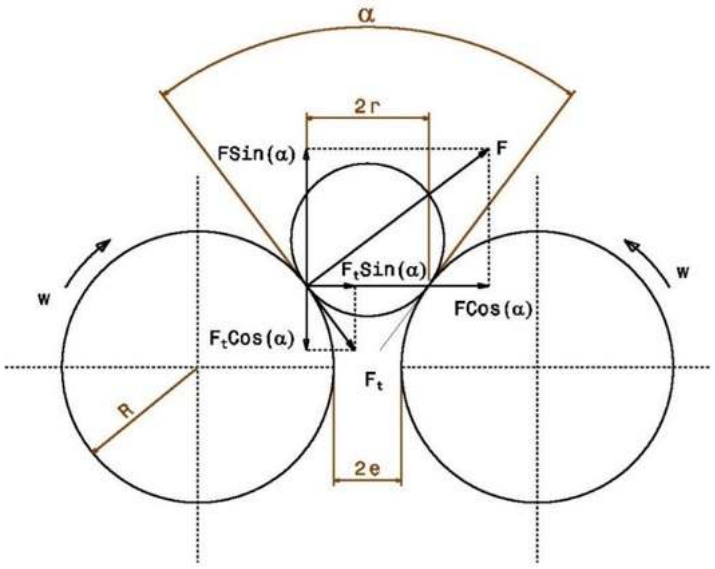


Рис. 1.24. Схема до розрахунку основних параметрів валкової дробарки.

Об’єм дробленого матеріалу в валковій дробарці можна визначити із наступної залежності:

$$V = \left(\frac{L}{2r}\right)\left(\frac{\pi(2r)^3}{6}\right) - \left(\frac{L}{2e}\right)\left(\frac{\pi(2r)^3}{6}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)\pi L\left(r^2 - e^2\right). \qquad (1.37)$$

де L – довжина валків; 2r – діаметр кусків матеріалу, які подаються в дробильний простір валкової дробарки; 2e – діаметр кусків матеріалу готового продукту.

Грунтуючись на визначені енергії дроблення на основі залежності Кірпічева-Кіка можна визначити роботу дроблення для одного ряду матеріалу діаметром 2r [65]:

$$A_{d.rc.} = \left(\frac{\sigma^2 \pi L\left(r^2 - e^2\right)}{3E}\right), \qquad (1.38)$$

Зусилля необхідне для дроблення матеріалів між валками, створюється затягненням пружин, на які спирається рухомий валок [124]:

$$F_{cr} = p\alpha RLk, \qquad (1.39)$$

де p – питомий тиск, що приймається із довідників в залежності від діаметру валків, Па; α – кут захвату, рад; R – радіус валка, м; L – довжина валка, м; k – коефіцієнт, який враховує недовантаження валків (k=0,2…0,6).

При захваті валками кусків матеріалу середнє зусилля дроблення спричинює сили тертя, Н:

$$F_{fr} = F_{cr}f, \qquad (1.40)$$

де f – коефіцієнт тертя.

Силу дроблення, яка залежить від фізичних характеристик матеріалу можна визначити на основі залежності (1.1). Для валкової дробарки залежність (1.1) в розгорнутому вигляді запишеться наступним чином:

$$F_{c.rm.} = \left(\frac{\sigma^2 \pi L\left(r^2 - e^2\right)}{3Es_n}\right), \qquad (1.41)$$

де $s_n = 2r-2e$ – відстань на яку валки деформають матеріал, м.

Частота обертання валків наведена джерелі [24] і визначається на основі наступної емпіричної залежності:

$$n_{max} = 616m\sqrt{\frac{f}{100\gamma Dd}}, \quad (1.42)$$

де f – коефіцієнт тертя дробильного матеріалу по валку; γ – щільність дробильного матеріалу, кг/м^3; D – діаметр валка, м; d – діаметр дробильного матеріалу, м; m – коефіцієнт, який робить поправку по дробильному матеріалу, m=0.4…0.7 (більші значення коефіцієнту приймаються при відповідно менших значеннях ρ, D, d.

Важливим параметром для валкових дробарок є кут захвату, який в свою чергу визначається на основі коефіцієнта тертя [73], [74]. Залежність між кутом захвату та кутом тертя для валкових дробарок має наступний характер:

$$f = tg\alpha, \quad (1.43)$$

Таким чином виходячи з умови допустимих меж зміни коефіцієнта тертя – 0.2…0.3, кут тертя буде приймати значення в межах від 11^0 до 18^0.

Якщо розглядати призму матеріалу, який потрапляє в простір між валками, то необхідно додатково враховувати тертя між частинками матеріалу, та зміну цього тертя в залежності від зміни частоти обертів валків. В джерелі [30] наведені дослідження по зміні кінетичного коефіцієнту тертя, який визначається наступним чином:

$$f_k = \left(\frac{(1+1.12n)}{(1+6n)}f\right), \quad (1.44)$$

Якщо приймати значення частоти обертів валків в межах від 10 до 200 об/хв та коефіцієнт тертя в межах 0.2…0.3, то динамічний коефіцієнт тертя змінюватиметься в межах 0.040…0.060, що представлено на рис. 1.25.

Продуктивністю валкових дробарок з гладками валками визначається з припущенням, що з дробарки виходить суцільна стрічка готового продукту перерізом S=lL із швидкістю [24]:

$$v = \frac{\omega D}{2}, \quad (1.45)$$

Тоді продуктивність, м^3/год:

$$П_{вл} = 3600 L \omega l D k, \tag{1.46}$$

де L – довжина валка, м; D – діаметр валка, м; l – відстань між валками, м; ω – кутова швидкість валків, рад/с; k – коефіцієнт, що враховує ступінь використання ширини валків і розпушення матеріалу (k=0.2…0.3 – для твердих матеріалів; k – 0.4…0.6 – для вологих матеріалів).

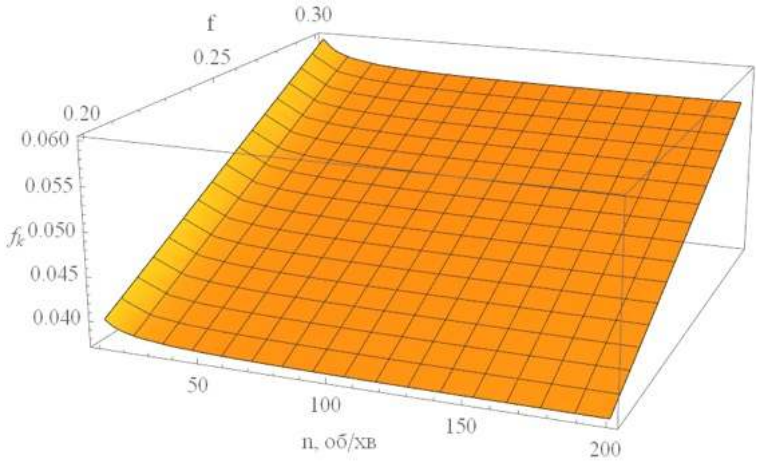


Рис. 1.25. Зміна коефіцієнтів тертя в залежності від частоти обертів валків

Таким чином ми бачимо, що важливу роль в отриманні необхідної продуктивності відіграє кут захвату між валками, коефіцієнт тертя, швидкість обертання валків. Продуктивність, яка розраховується на основі залежності (1.46) є теоретичною так як приймається, що матеріал безперервно подається в простір між валками, а продукт має форму безперервної стрічки із заданою шириною та товщиною.

На основі геометрії валкової дробарки можна встановити залежність між вхідним та вихідним матеріалом, яка запишеться наступним чином:

$$\frac{D}{d} = \frac{\cos\alpha - \frac{l}{d}}{1 - \cos\alpha}, \tag{1.47}$$

Розглянемо межі зміни частоти обертів валків в залежності від зміни кута захвату, коефіцієнту тертя, коефіцієнту m та діаметру матеріалу. Для аналізу приймемо насипну щільність матеріалу - γ = 1600 кг/м^3. Степінь дроблення більшості звичайних валкових дробарок з гладкими валками не перевищує 4 при дробленні порід середньої твердості та 10 для м’яких порід.

На основі вищезазначеного були побудовані відповідні графіки, які представлені на рис. 1.26. Значення кута приймалось в межах 10-30 градусів. Слід зазначити, що деяку невизначеність в залежність (1.42) вносить коефіцієнт m. З графіків видно, що оптимальні значення частоти обертів валків не виходять за межі 180 об/хв, хоча в цілому швидкість валкових дробарок з легкими валками може сягати 300 об/хв. При використанні великих валків швидкість не перевищує 100 об/хв.

Модифікована залежність для визначення продуктивності валкової дробарки розглянута в роботі [31]. Автори роботи намагаються за рахунок фактору ефективності наблизити значення теоретичної продуктивності до реальних її значень. Фактор ефективності враховує пустоти між частинками та зміну насипної щільності матеріалу при проходженні через камеру дроблення. Залежність має наступний вигляд:

$$П_{в2} = 3600 к L v \rho l, \qquad (1.48)$$

де к – коефіцієнт ефективності, який приймає значення від 0.15 до 0.3, та залежить від відстані між роликами та від розміру матеріалу.

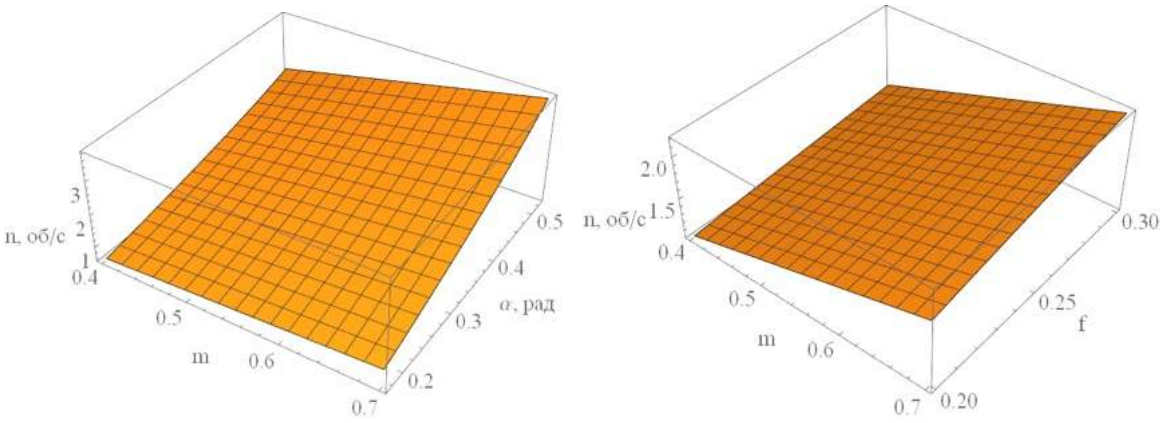


Рис. 1.26. Графіки для визначення швидкості обертів валків в залежності від:
а – коефіцієнта m та кута захвату; б – коефіцієнту m та коефіцієнту тертя f

У валкових дробарках високого тиску типу HPGR (ролер прес) в зв'язку з тим, що руйнування відбувається за двома механізмами внаслідок чого камеру дроблення можна розділити на дві умовні частини: 1) ділянка де відбувається руйнування частинок за рахунок захвату валками; 2) ділянка де

відбувається руйнування за рахунок стиснення (зона компресії). На основі чого в роботі [32] запропоновано для двох ділянок окремо визначати два кути захвату. Схема до розрахунку кутів захвату валкової дробарки HPGR представлена на рис. 1.27.

Таким чином кут захвату для зони руйнування визначається на основі залежності:

$$\alpha_1 = \arccos\left[1-\left(\frac{d_{max}}{1}-1\right)\frac{1}{1000D}\right], \quad (1.49)$$

де d_{max} – максимальний розмір частинки руйнування.

В свою чергу кут захвату для зони стиснення визначатиметься наступним чином:

$$\alpha_2 = \arccos\left[1-\left(\frac{\rho_к}{\rho_н}-1\right)\frac{1}{1000D}\right], \quad (1.50)$$

де $\rho_к$ – щільність матеріалу в стисненій зоні, т/м^3; $\rho_н$ – щільність матеріалу в зоні руйнування, т/м^3.

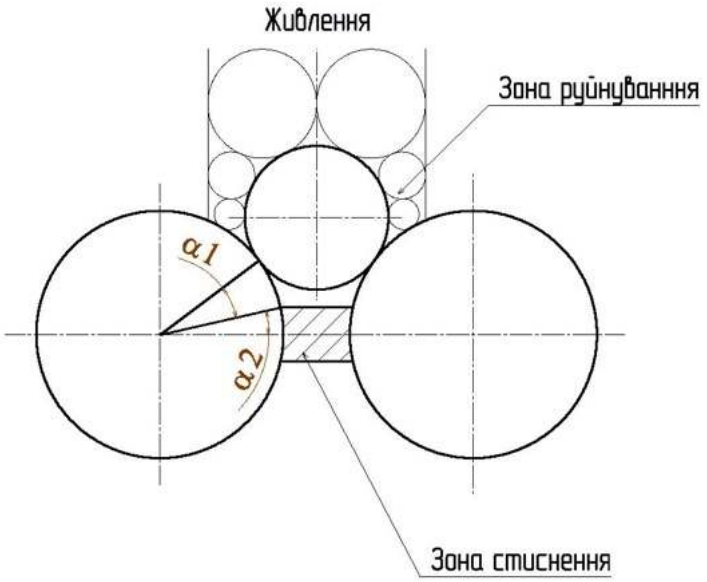


Рис. 1.27. Схема до розрахунку кутів захвату валкової дробарки HPGR

Для оцінки розмірів матеріалу готового продукту важливим параметром є зазор або відстань між валками. В роботі [33] наведена залежність для визначення робочого зазору в залежності від діаметрів валків та сили руйнування. Дана залежність має наступний вигляд:

$$l = \left(k_1 v^2 \left(\frac{2}{gD} \right) + k_2 v \sqrt{\frac{2}{gD}} + k_3 \right) \left(1 + k_4 \lg F_{cr}\right) D, \qquad (1.51)$$

де k_1,k_2, k_3, k_4 – стала матеріалу; F_{cr} – сила дроблення, Н/мм; v – швидкість роликів, м/с.

Швидкість для валкових дробарок типу HPGR визначається на основі наступного твердження: 1) для діаметру валка < 2 м швидкість не повинна перевищувати $v \leq 1.35\sqrt{D}$; 2) для діаметру валка >2 м швидкість по суті є пропорційною діаметру $v \leq D$.

В цілому продуктивність валкових дробарок типу HPGR можна визначати на основі залежностей для звичайних валкових дробарок. Проте в роботі [33] запропонували дещо інший підхід, який грунтується на питомій продуктивності. В загальному вигляді ця залежність запишеться наступним чином:

$$П_{в3} = П_п DLv\rho, \qquad (1.52)$$

де ρ – щільність матеріалу, який подається в камеру дроблення; $П_п$ – питома продуктивність, яка є пропроційною відношенню довжини ролика до його діаметра і визначається дослідним шляхом.

В іншому дослідженні [34] питому продуктивність визначають на основі дробильної сили:

$$П_п = k\left(1 + C \lg F^п_{cr}\right), \qquad (1.53)$$

де $F^п_{cr}$ – питома сила дроблення, яка визначається на основі співвідношення F/(1000LD); k –коефіцієнт, який залежить від швидкості роликів; C - константа матеріалу.

В дослідження [33] зазначається, що при значеннях сили дроблення до 6 Н/м^2 вплив від параметру питомої продуктивності на загальну продуктивність був незначний. За умов, що сила руйнування була постійною незначний вплив на продуктивність мала швидкість. Валки із ребристою поверхнею мали підвищену продуктивність.

1.4.4 Аналіз процесу руйнування в камері дроблення ударних дробарок

Виходячи із силової умови необхідним є те щоб ударна сила F_y, яка виникає внаслідок інерції куска, була рівною силі F, яка необхідна для руйнування матеріалу. Тобто повинна виконуватись рівність – F_y=F.

Для ударної сили ми можемо записати наступну рівність:

$$F_y = \frac{2I_p}{t_y}, \tag{1.54}$$

де I_p – ударний імпульс в кгс*с; t_y – час удару в с.

Згідно класичній теорії удару для випадку удару тіла з масою m_k, в якого початкова швидкість в напрямку удару дорівнює нулю, з ротором, який рухається зі швидкістю v_p і володіючим масою, що значно перевищує масу m_k, то величина ударного імпульсу в Нс визначатиметься наступною залежністю:

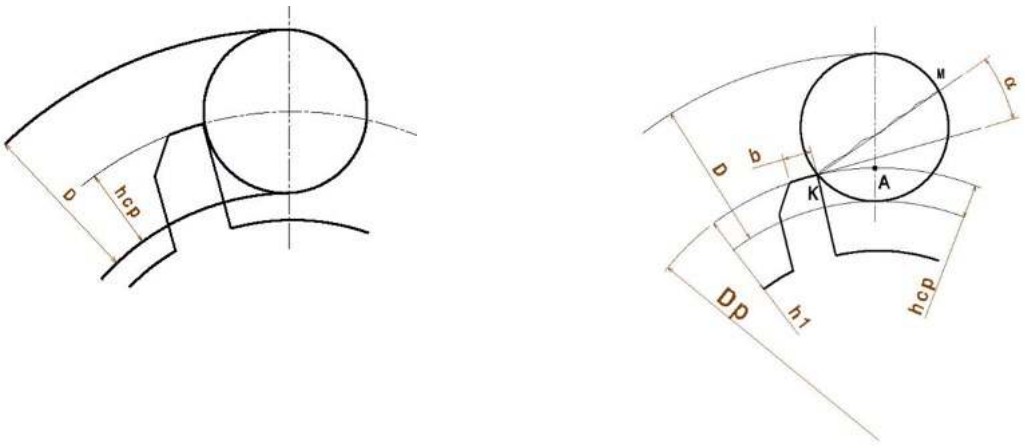
$$I_p = \left(\frac{m_k v_p (1+k)}{1+\left(\frac{e^2}{r^2}\right)} \right), \tag{1.55}$$

де k – коефіцієнт відновлення для тіл, які співударяються; e – ексцентриситет ударної сили відносно центру мас шматка; r – радіус інерції маси шматка.

При центральному ударові коли e=0 залежність (1.55) запишеться наступним чином:

$$I_p = m_k v_p (1+k), \tag{1.56}$$

В роботі [21] зазначається, що залежність (1.56) справедлива для кусків матеріалу вагою не більше 0,5 кг. Для кусків матеріалу вагою до 5 кг є справедливою залежність (1.56).



а б

Рис. 1.28. Схема до розрахунку руйнування матеріалу в камері дроблення ударної дробарки: а – центральний удар; б – ексцентричний удар

Для матеріалу вагою більше 5 кг ударний імульс можна знайти із наступної залежності:

$$I_p = K_m m_k v_p (1+k), \tag{1.57}$$

де K_m – коефіцієнт активної маси, який представляє собою відношення маси сколюваної частини шматка матеріалу до його повної маси і визначається, як відношення об'єму шарового сегменту висотою h до об'єму шара діаметром D по формулі, рис. 1.28, б:

$$K_m = 0,75 k_c^2 \left(1 - \frac{k_c}{3}\right), \tag{1.58}$$

де $k_c = \frac{2h}{D}$.

Висота шарового сегменту може бути знайдена графічно, якщо відомі середня глибина проникнення куска в робочу зону ротора h_{cp} і кут α_c. Кут α_c визначається експериментально в залежності від колової швидкості ротора. Функціонально цю залежність можна виразити у вигляді гіперболічної функції

Підставляючи в залежність (1.54) значення ударного імпульсу із залежності (1.57) отримаємо формулу для визначення ударної сили:

$$F_y = \frac{2K_m m_k v_p (1+k)}{t_y}, \tag{1.59}$$

Силу необхідну для руйнування матеріалу можна визначити з наступної залежності:

$$F = \left(\frac{\sigma^2 V}{2E} \right) s_{n.r.}, \tag{1.60}$$

де $s_{n.r.}$ – деформація куска матеріалу; V =ABh – можна прирівняти до об'єму матеріалу, який виноситься кожною билою; A – горизонтальна проекція робочої дуги ротора; B – довжина ротора; h – висота шару матеріалу.

Продуктивність молоткових дробарок залежить від фізико-механічних властивостей дробильного матеріалу, частоти обертання молотків, їх маси, форми, а також від ступеня дроблення [1].

Продуктивність за умови $D_p > L_p$, м^3/с [1]:

$$П = 1.66 D_p^2 L_p n, \tag{1.61}$$

за умови $D_p < L_p$:

$$П = 1.66 D_p L_p^2 n, \tag{1.62}$$

де n – частота обертання ротора, об/с; D_p – діаметр ротора ($D_p = 3d+0.55$), м; d – найбільший розмір кусків вихідного матеріалу, м; L_p – довжина ротора ($L_p = (0.8…1.2)D_p$, м.

В свою чергу продуктивність роторних дробарок, м^3/год:

$$П = \frac{k_0 k_\beta L_p D_p^x}{v_p^m u^g}, \tag{1.63}$$

де k_0 – коефіцієнт, що залежить від фізико-механічних властивостей дробильного матеріалу, його крупності, кута нахилу відбійних плит, форми та розміру бил; k_β – коефіцієнт, що залежить від кута нахилу відбійної плити (при опущеній плиті k_β =1.3, а при піднятій k_β =5.2); X – показник ступеня діаметра ротора, що залежить від форми камери дроблення (X=1…2); v_p – колова швидкість ротора (для роторних дробарок v_p = 20…50 м/с); u – число бил; m, g – показники ступеня, що залежить відповідно від форми робочої камери та часу проникання всередину робочого кола ротора (змінюється від 0 до 1).

На рис. 1.29 представлена схема до визначення продуктивності роторної дробарки. В джерелі [2] встановлено, що продуктивність дробарок по готовому продукту залежить від того, як відбувається живлення дробарки. Внаслідок збільшення матеріалу, який надходить в камеру дроблення все більша його кількість накопичується на поверхні, яка утворюється рухомими билами ротора. Через деякий час над поверхнею ротора утворюється шар матеріалу, щільність якого дорівнює насипній щільності матеріалу. Цей матеріал під дією сили ваги проникає в зону дії бил на деяку глибину h, після чого зрізається билами та дробиться.

На основі вищезазначеного твердження можна записати залежність для визначення максимально можливої продуктивності роторної дробарки:

$$\Pi_{max} = k_{пр} nuV = k_{пр} nuABh, \tag{1.64}$$

де $k_{пр}$ - коефіцієнт пропорційності, який залежить від міцності матеріалу, розрихлення матеріалу в об'ємі V, ширини вихідного отвору, крупності кусків живлення, положення відбійної плити, форми і розміру бил; V – об'єм матеріалу, який кожне било виносить із ділянки його скупчення; A – горизонтальна проекція робочої дуги ротора; B – довжина ротора; n – число обертів ротора; u – кількість бил.

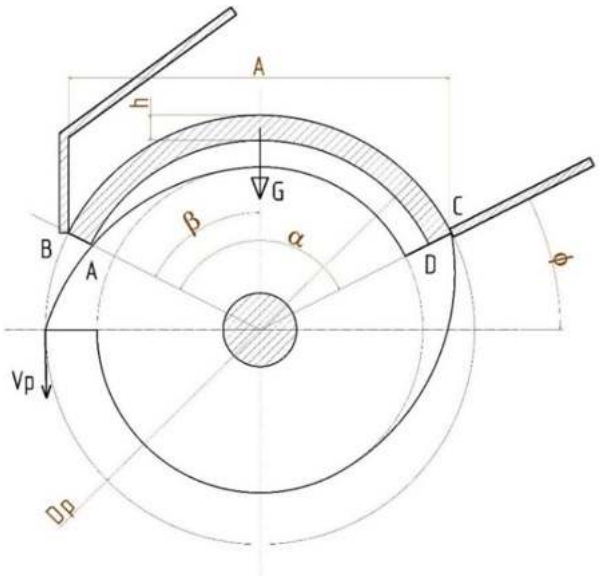


Рис. 1.29. Схема до розрахунку продуктивності роторної дробарки

В розгорнутому вигляді залежність (1.64) можна записати наступним чином:

$$П_{max} = П_0 \frac{B\delta_p^x}{v^m u^q} k_\beta k_г k_з k_в k_D k_\delta, \quad (1.65)$$

де $П_0$ – продуктивність при v=1, δ_p =1, z=1, B=1, β=0, для роторних дробарок вітчизняного виробництва рекомендовано приймати $П_0$ = 1500-1900 м^3/год; B – довжина ротора, яка виражається безрозмірною величиною як співвідношення довжини ротора до його діаметра, який приймається рівним одиниці; δ_p – відносний діаметр ротора, що виражається в частках діаметра ротора, який приймається за одиницю, δ_p =1 при діаметрі ротора 1 м; v – безрозмірна величина, що відображає в скільки разів швидкість ротора (м/с) більше швидкості, яка дорівнює 1 м/с; x - показник при δ_p, приймається в межах 1<x<2; u – число бил; q – показник степені при u, q знаходиться в межах 0<q<1; m – показник степені при v; знаходиться в межах 0<m<1; k_β = 1-0.493sinβ+4.72sin^{2}β при 0<β <65^0; β – кут, який визначає положення нижнього кінця відбійної плити; $k_г$ =1-7.9ρ при 0<ρ<0.03 (ρ=r/D_p); r- радіус заокруглення робочої кромки била; D_p – діаметр ротора; $k_з$ =1+1.9ξ при 0<ξ<0.15 (ξ=s/D_p); s – ширина вихідного отвору; k_D = 1-3.37δ при δ<0.02; k_δ =1-c_δ/700 при 0< c_δ<170; c_δ – критерій міцності, c_δ =σ_p/(γD_p); δ_p – границя міцності при розтязі, кг/см^2; γ – щільність, г/см^3.

Коефіцієнт $k_в$:

$$k_в = \left(1 - \frac{u\pi}{\pi - \delta_k u}\right)^y, \quad (1.66)$$

де δ_k – відносний розмір кусків живлення, δ_k =$D_{k.ср}$/D_p; y – знаходиться в межах 1<y<2.

Як сказано в джерелі [2] формула (1.65) найбільш повно враховує фактори, які впливають на продуктивність, і дає гарний збіг із дробарками різних типорозмірів. Проте слід зазначити, що дана залежність була виведена для радянських зразків дробарок, які виготовлялись в минулому сторіччі. З іншого боку, залежність (1.65) має багато коефіцієнтів, фізичну природу визначення яких автор не вказує, а надає визначений діапазон зміни цих коефіцієнтів. Частина коефіцієнтів в залежності (1.65) має навпаки визначене

значення, тобто це значення визначалось для конкретного типу дробарки і за конкретних умов роботи машини. Залежність (1.63) має схожу проблематику до залежності (1.65). Розглядаючи залежності (1.61) та (1.62), для молоткових дробарок, не важко помітити пряму пропорційність продуктивності від частоти обертів ексцентрикового валу, проте постійне збільшення частоти на деякому етапі спричинить падіння продуктивності, крім цього залежності не враховують фізичні властивості матеріалу.

В самій залежності (1.64) є два параметри, які потребують визначення, це висота шару матеріалу, яка виноситься билами за один оберт ротора на відповідний кут, та горизонтальна проекція робочої дуги ротора А, рис. 1.29.

Використаємо схожий принцип до того, який був застосований для визначення часу випадіння матеріалу, в щокових та конусних дробарках. Таким чином уявімо, що в камеру дроблення потрапляє деяка порція матеріалу яка потрапляє в зону обертання бил ротора. Площа цього матеріалу, заштрихована область ABCD. Тут ми дещо спрощуємо, в реальності товщина сектору, який потрапляє в зону обертання ротора може не бути однаковою по всій довжині дуги AD або BC. Необхідною умовою оптимального робочого процесу є такий процес за якого матеріал при переміщенні на висоту h повинен зрізуватись або здроблюватись билом ротора. Тобто час переміщення на висоту h повинен дорівнювати часу повороту ротора на кут $\alpha = 2\beta$.

Час переміщення матеріалу на висоту визначаємо на основі залежності:

$$t_{п} = \sqrt{\frac{2h}{g}}, \tag{1.67}$$

Час повороту ротора на відповідний кут:

$$t_{к} = \frac{2\beta}{\omega}, \tag{1.68}$$

На основі залежностей (1.67) та (1.68) знаходимо висоту шару матеріалу h:

$$h = \frac{2g\beta^2}{\omega^2} = \frac{1800g\beta^2}{n^2\pi^2}, \tag{1.69}$$

Горизонтальну проекцію робочої дуги ротора А можна знайти як довжину хорди:

$$A = D_p \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right), \tag{1.70}$$

Розглядаючи залежність (1.65) постає питання, як визначити $П_0$. Зазначені рекомендації в джерелі [2] відносно $П_0$ = 1500 -1900 м^3/год підходять для відповідних дробильних машин - СМ-624, СМ-643, СМ-687, які почали виготовляти в другій половині минулого сторіччя. З другого боку в джерелі [2] не надають залежностей для визначення продуктивності $П_0$, що вказує на експериментальне визначення діапазону рекомендованих значень. З вище зазначеного можна припустити, що для попередньої оцінки продуктивності $П_0$ допустимим є використання залежності (1.64). В розгорнутому вигляді та враховуючи (1.67) - (1.70) залежність (1.64) можна записати наступним чином, м^3/год:

$$П_0 = \frac{20g\pi u\beta^2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) D_p L_p}{3\omega}, \tag{1.71}$$

Отож, якщо прийняти роторну дробарку Metso Nordberg NP15 з діаметром ротора D_p=1307 мм, довжиною ротора L_p =1500 мм, числом бил – 4, коловою швидкістю ротора v=50 м/с, та кутом $\beta=40^0$, то отримаємо продуктивність, яка буде рівною 21636 м^3/год. Дана продуктивність є сильно завищеною. Причина можуть полягати в багатьох факторах, які враховуються відповідними коефіцієнтами в залежності (1.65). Підставляючи значення продуктивності по (1.71) в (1.65) отримуємо значення – 2547 м^3/год. При насипній щільності матеріалу в 1600 кг/м^3 ми отримуємо 4075 т/год, що значно перевищує реальну максимальну продуктивність дробарки в 710 т/год. Тут можна зазначити, що в залежності (1.71) не враховується той фактор, що призма матеріалу, яка переміщується на відстань h не вся одразу надходить до розвантажувального отвору. Причиною тут може бути геометрія робочого органу та матеріалу, а також нерівномірний розмір кусків матеріалу. Дане твердження пояснює схема на рис. 1.30.

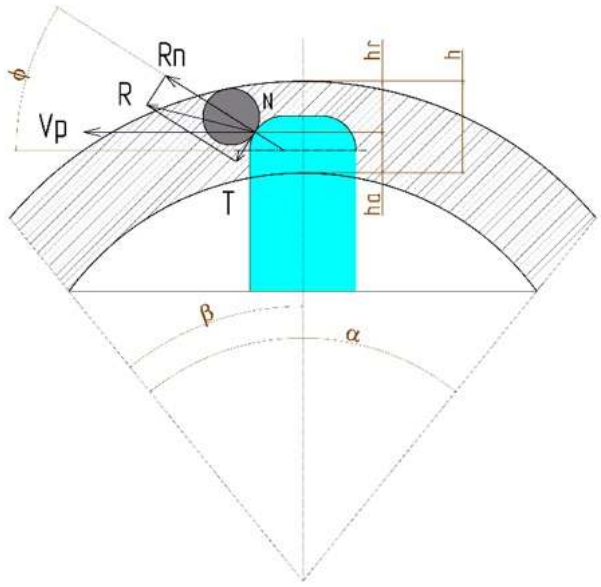


Рис. 1.30. Вплив кута тертя на продуктивність роторної дробарки

Як було сказано раніше при обертання ротора в просторі над ротором утворюється деякий шар матеріалу. В розрахункові залежності (1.71) приймається, що весь цей шар матеріалу висотою H, шириною A та довжиною L проходить до розвантажувального отвору. Проте до розвантажувального отвору потрапляє шар матеріалу висотою ha = h-hr. Причина полягає в тому що в наслідок відповідної геометрії била та самого матеріалу, при їх зіткненні на висоті, що не перевищує hr не відбувається затягування матеріалу далі в дробильний простір. І тут слід враховувати, що цей кут тертя змінюється при повороті била. Ця задача потребує більш ретельного дослідження.

Підберемо продуктивність $П_0$ на основі реальних даних. Так знаючи реальну продуктивність дробарки Metso Nordberg NP15 та враховуючи всі коефіцієнти залежності (1.65), тоді $П_0$=3576 м^3/год.

Потужність приводу роторної дробарки, яка йде на руйнування матеріалу визначається на основі оцінки енергії, що витрачається при ударі.

При співударянні жорстко закріпленого на роторі била із подрібнюваним тілом частина кінетичної енергії ротора передається матеріалу, спричиняючи його руйнування. Закон збереження енергії

$$E_0 = E_1 + E_2, \qquad (1.72)$$

де E_0 – кінетична енергія ротора до співударяння з матеріалом; E_1 – кінетична енергія ротора після удару; E_2 – кінетична енергія, що витрачається на руйнування матеріалу при ударі.

Кінетична енергія, що витрачається на руйнування матеріалу:

$$E_2 = E_0 - E_1 = \frac{I\omega^2}{2} - \frac{I^2\omega^2}{2\left(I + mR^2\right)}. \quad (1.73)$$

де I – момент інерції обертальних мас ротора, кгм^2; ω – кутова швидкість ротора до удару, с$^{-1}$; ω_1 – кутова швидкість ротора після удару, с$^{-1}$.

Кінетична енергія, що витрачається на дроблення матеріалу, Дж:

$$E_2 = \frac{mv_k^2}{2}, \quad (1.74)$$

де m – маса матеріалу, який руйнується внаслідок удару била, кг; v_k – швидкість руху куска після удару, м/с.

Враховуючи той факт, що при співударянні кутові швидкості ротора та дробильного матеріалу приблизно однакові і виражаючи v_k через ω_1 отримаємо наступну залежність [1]:

$$\omega_1 = \omega\sqrt{\frac{I}{I + mR^2}}, \quad (1.75)$$

де R – радіус ротора в точці удару, м.

Необхідну потужність можна розрахувати наступним чином:

$$P = \frac{\left(E_1\omega u\right)}{2\pi}, \quad (1.76)$$

де u – кількість бил на роторі.

В цілому слід зазначити, що витрати енергії на руйнування залежать від багатьох параметрів, серед яких продуктивність, степінь дроблення та фізичні властивості матеріалу.

При проектуванні дробильних машин задача завжди полягає в тому, щоб мінімізувати витрати енергії, тому оптимальною схемою руйнування є та за якої матеріал при одноразовому передаванні енергії від робочих органів дробарки був зруйнованим. Проте в реальних процесах, матеріал неодноразово навантажується робочими органами дробильним машин перед

його руйнуванням, це саме відбувається в роторних та ударних дробарках. А тому значний вплив на процес мають фізичні властивості матеріалу та необхідна степінь дроблення. В джерелі [2] були проведені чисельні дослідження відносно відповідності енергетичних гіпотез до енергії руйнування роторними дробарками. Найкращий результат дала гіпотеза Ріттінгера, на основі якої була виведена залежність для визначення енергії руйнування роторними дробарками:

$$P = \frac{w\Pi(i-1)}{D_c \eta_{др} \eta_{п}}, \qquad (1.77)$$

де w – енергетичний показник дробарки, кВтгод/м^2; D_c – середньозважений розмір вихідного матеріалу, м; $\eta_{др}$ – ККД дробарки; $\eta_{п}$ – ККД приводу.

Відносно залежності (1.77) слід зазначити декілька особливостей. Перша, відповідність гіпотези Ріттінгера, яка зазначена в джерелі [2] має відхилення до 21%. Відхилення по іншим гіпотезам звісно є ще більшими. Друге це енергетичний показник w, який представляє собою характеристику енергоємності процесу руйнування в роторних дробарках. Якщо слідувати гіпотезі Ріттінгера, то енергетичний показник є рівним питомим витратам енергії на одиницю новоутвореної поверхні матеріалу ΔS. Енергетичний показник залежить від виду матеріалу, режиму роботи дробарки та конструкції дробильної машини і може змінюватись в широких межах. Так в окремих дослідженнях [2] енергетичний показник змінювався в межах 14-23%. На сьогодні існує емпірична залежність для визначення енергетичного показника, яка відображає пряму пропорційність від границі міцності на розтяг для матеріалів з межею міцності не нижче $\sigma_р$=160 кгс/см^2 - $w = 0.0002\sigma_р$. При розрахунках енергетичного показника результат має розкид до 30%.

Відносно впливу режимів роботи на енергетичний показник, то можна зазначити, що в межах від $0.4\Pi_{max}$ до $0.8\Pi_{max}$ енергетичний показник є незмінним для відповідної конструкції дробарки і не залежить від продуктивності. Значний розкид значень енергетичного показника можна пояснити тим, що він включає в себе всі види енергії, які передаються ротором

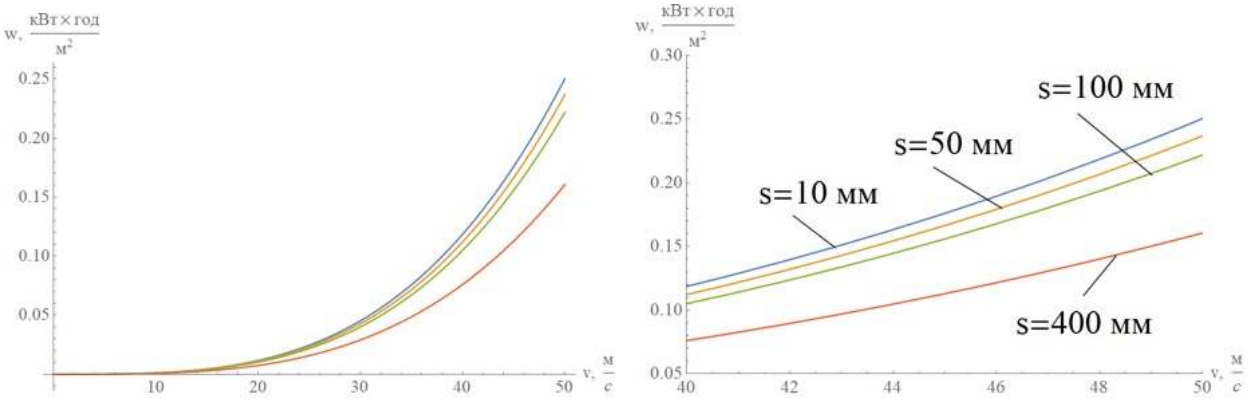
при ударі. До них належать: енергія на руйнування, на знос бил, футеровок та відбивних плит, на переміщення матеріалу, на коливальні процеси в матеріалі та дробарці від ударної дії, і які не призводять до руйнування матеріалу, та інші процеси, що відбуваються при ударі.

Далі визначимо вплив на енергетичний показник колової швидкості, розмірів розвантажувального отвору, кута встановлення відбивної плити та фізичних властивостей матеріалу. До розгляду були прийняті параметри роторної дробарки Metso Nordberg NP15.

На основі вище розглянутих тверджень була встановлена залежність енергетичного показника від параметрів машини та середовища:

$$w = \frac{u \times \omega \times D_c \times E_1 \times \eta_1 \times \eta_2}{2000 \times (-1+i) \times \pi \times Q}, \qquad (1.78)$$

На рис. 1.31 представлений графік залежності енергетичного показника від колової швидкості обертання ротора дробарки та вихідного отвору дробарки.



а б

Рис. 1.31. Графік залежності енергетичного показника від колової швидкості обертання ротора дробарки при різних розмірах вихідного отвору:

а – повний діапазон зміни; б – в діапазонів від 40 до 50 м/с.

Аналізуючи графіки, рис. 1.31 можна зробити висновок, що енергетичний показник для різних розмірів вихідного отвору не змінюється до швидкості обертів в 20 м/с. Подальша зміна енергетичного показника є відносно не значною при зміні вихідного отвору дробарки. Хоча якщо зміни

отвору знаходяться в досить широких межах то вплив збільшується, що відображено в різниці між кривими для s=10 мм та s=400 мм. Максимальне значення вихідного отвору для дробарки Metso Nordberg NP15 складає 100 мм. Значення в 400 мм було взято для більшої наглядності.

Далі був розглянутий вплив кута встановлення першої відбивної плити β. Діапазон зміни кута приймався в наступних межах 0<β<65. Відповідний графік залежності представлений на рис. 1.32.

З графіків можемо спостерігати значну зміну енергетичного показника в діапазоні зміни кута від 10 до 60 градусів. Більш менші значення показника відповідають куту β>60 градусів.

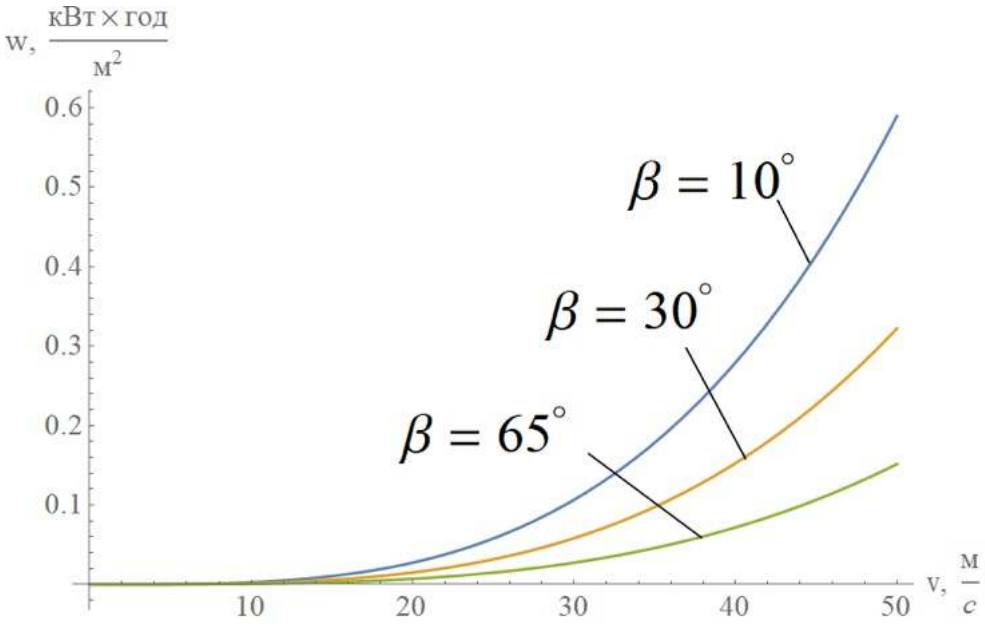
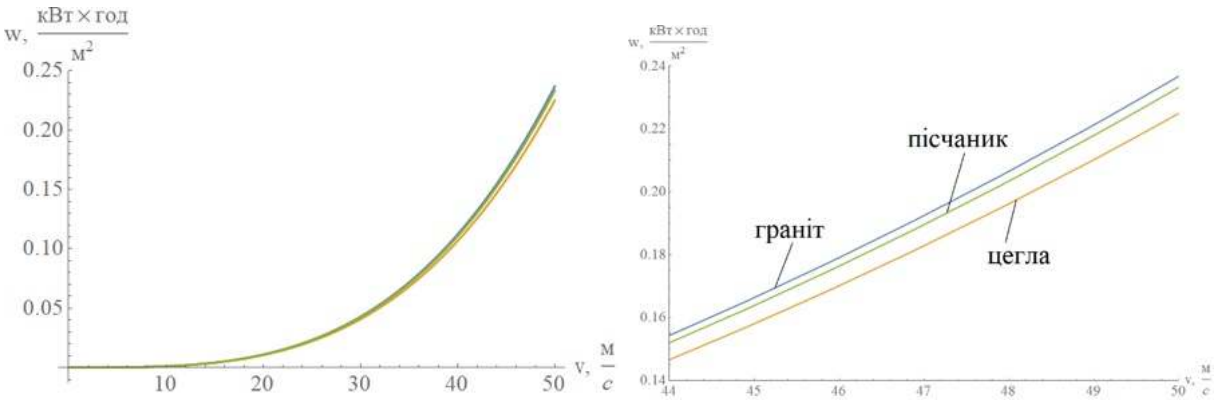


Рис. 1.32. Графік залежності енергетичного показника від колової швидкості обертання ротора дробарки при різних кутах встановлення першої відбивної плити

Для опису залежності енергетичного показника від фізичних властивостей матеріалу був введений коефіцієнт Ks, який є відношенням міцності на розтяг матеріалу до його щільності. Розглядались 3 матеріали: граніт, цегла, піщаник. Графік залежності енергетичного показника від колової швидкості та для різних матеріалів представлено на рис. 1.33.



а б

Рис. 1.33. Графік залежності енергетичного показника від колової швидкості обертання ротора дробарки для різних матеріалів:

а – повний діапазон зміни; б – в діапазонів від 44 до 50 м/с

З графіка рис. 1.33 можна зазначити про відмінність значення енергетичного показника в залежності від фізичних характеристик матеріалу. Матеріали з меншою міцністю мають дещо менші значення енергетичного показника.

1.5. Аналіз моделей до розрахунку параметрів робочого процесу та конструктивних елементів дробильних машин

Дослідженнями моделювання та оптимізації дробильних машин викладені в працях: Блохіна В.С., Назаренка І.І., Ф.Ч. Бонда, Надутого В.П., Митчел Р.Дж., К. Шонерта, Лінча А.Д., Т. Напєра-Мунна, П. Амелунсена,

Ведона Д.М., Д. Брауна, В.Дж. Вітена, І.Ф. Гончаревич, С.Л. Еванса, Н. Мегдаліновича, Д.С. Яна, Р.Ітона, А.Долла, В.Е. Хорста, К.А. Левіса, М.Д. Еверела, Р.А. Бермана, А.Дж.Тагарта, Е.А. Херсама та інші.

Питаннями руйнування матеріалів та енергоефективності дробильних машин присвячені роботи: П. Ріттінгера, Ф. Кіка, В.Л. Кірпічева, П.Ребіндера, Дж. Свенсена, Дж. Мюркеса, А.К. Рундквіста, Дж. Холмса, Л. Джингезіана, Е. Пірета, Д. Уолкера, Р. Шоу, Ф.Ч. Бонда, Мітчел Р.Дж., Чарлза Р.Дж., А.М. Гаудіна, Хуккі Р.Т., Т. Напєра-Мунна, С. Моррела, В.Е. Хорста, Т.Ф. Беррі, А.Дж.Тагарта та інші.

Фундаментальні основи дослідження розмірів частинок у процесах подрібнення викладені в працях: Е. Раммлера, А. Андреазена, П. Розіна, Л.Г. Аустіна, А.М. Гаудіна, С. Моррела та інші.

Розробці та дослідженню нейронних мереж присвячені роботи наступних дослідників: Й. Бенгіо, Д. Гінтона, Я. Лекуна, А. Карпатого, І. Гудфеллоуа, Феї-Фей Лі, Д. Тененбаума, Д. Хассабіса, Ю. Шмідхубера, Е. Ина та інші.

В роботах вище зазначених авторів використовується велика кількість різних моделей. Моделі різних по своєму функціональному призначенню дробильних систем відрізняються подібністю. Порівнюючи їх можна переконатись, що моделі дробильних систем представляються як упорядкована множина або кортеж елементів: джерело енергії, привід, трансмісія, робочий орган, дробимий матеріал (робоче середовище). Кожний елемент кортежу в свою чергу є моделлю і представляється неупорядкованою множиною параметрів, які характеризують даний елемент.

Розглянемо коротко моделі елементів дробильних систем з метою визначення оптимального їх опису множиною параметрів. Переважно в дробильних системах застосовують в якості джерела енергії електропривід.

Для моделювання електроприводу використовується наступне рівняння:

$$I\frac{d\omega_д}{dt} + B\omega_д = M_e - M_o, \qquad (1.79)$$

де $\omega_д$ – кутова швидкість обертання ротора або валу двигуна; I – момент інерції системи; B – сумарний в'язкий опір системи; $M_е$ – електромагнітний момент; $M_о$ – момент опору.

Механізм передачі енергії до робочого органу можна описати наступним рівнянням:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = F(t), \tag{1.80}$$

де m,b,c – матриця інерційних, дисипативних та пружніх коефіцієнтів; $x = f(x, y, \theta, \varphi)$ - вектор узагальнених координат; F(t) – вектор сил і моментів.

При моделюванні елементів конструкції дробарок в основному використовують математичні моделі із зосередженими параметрами. Тобто маси деталей або механізмів, а також сили і моменти, які на них діють прикладаються в певних точках. Стан системи можна описати скінченною кількістю диференціальних рівнянь. В той час як моделі робочого середовища можуть бути описаними на основі моделі з розподіленими або зосередженими параметрами. В моделі із розподіленими параметрами маса матеріалу або сили від робочих органів розподіляються по об'єму матеріалу, тобто в просторі. В таких моделях враховується залежність стану від координат і часу.

Для моделювання робочих органів застосовуються рівняння Лагранжа та рівняння статики твердого тіла. За умов вібраційної або ударної дії на матеріал додаються рівняння динаміки твердого тіла. Важливою задачею в процесі дослідження руйнування матеріалів в камері дроблення є розуміння контакту робочих органів дробильних машин та матеріалу [12].

В більшості дробильних машин руйнування матеріалу відбувається за невисоких швидкостях прикладання навантаження. В таких випадках в якості розрахункової моделі приймається статична модель. Так в дробильних машинах типу щокові, конусні, валкові дробарки для розгляду руйнування матеріалу приймається статична модель. Проте при розгляді роторних та молоткових дробарок використовується динамічна модель. У вібраційних дробарках може прийматись як статична так і динамічна модель.

При моделюванні вібраційної або ударної дії на матеріал розглядається розповсюдження хвиль в середовищі. Рівняння руху системи із розподіленими параметрами:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{E}{\rho}\frac{d^2x}{dz^2}, \tag{1.81}$$

В рівнянні (1.81) $c^2=E/\rho$ – швидкість поширення хвиль. Рівняння (1.81) з'єднує прискорення елементарного шару в середовищі з другою похідною його переміщення за координатою z, що визначає положення цього шару в загальному середовищі.

В рівнянні (1.81) переміщення x залежить не тільки від часу t, а й від координати z. Тому розв'язок рівняння (1.81) буде мати вигляд:

$$x = Z(z)T(t), \tag{1.82}$$

Таким чином переміщення x, визначається добутком двох функцій, одна із яких залежить тільки від аргументу Z, а інша тільки від аргументу T. Функція, яка залежить від аргументу T відображає процес коливання системи і має розв'язок:

$$T(t) = A\cos\omega_1 t, \tag{1.83}$$

де ω_1 – частота коливань системи із розподіленими параметрами. Друга функція має вигляд:

$$Z(z) = C\cos\frac{\omega_1}{c}z + D\sin\frac{\omega_1}{c}z, \tag{1.84}$$

Частотне рівняння для визначення величини ω_1 складається шляхом використання граничних умов. Рівняння (1.84) має нескінченне число власних частот.

Вплив середовища оцінюється, як технологічне навантаження і представляється, як сила опору, що містить три складові: пружну, дисипативну і інерційну.

В загальному випадку дробильну машину можна описати наступною системою матричних рівнянь:

$$A\ddot{x} + B\dot{x} + Cx = F(t), \tag{1.85}$$

де A,B,C – матриці інерційних, дисипативних та квазіпружних коефіцієнтів; x – вектор узагальнених координат; F(t) – вектор прикладеної сили до матеріалу.

Для рішення систем рівнянь (1.85) застосовуються поширені три методи. Операторний метод, який заснований на використанні перетворення Лапласа, метод функцій Гріна та метод розкладення по власним формам.

Взаємодія робочого органу дробарки та робочого середовища на силовому рівні визначається на основі статичної або динамічної жорсткості. Тоді величину переміщення робочого органу в точці дотику до робочого середовища можна визначити на основі наступної залежності:

$$x = F_0 \Big/ \left(C_0 \left(i\omega \right) + C_н \left(i\omega \right) \right), \tag{1.86}$$

де F – навантаження, яке прикладається до робочого середовища робочим органом дробарки; C_0,$C_н$ – відповідно власна жорсткість дробарки та робочого середовища.

Дробильна система в цілому є системою перетворення твердих тіл, за рахунок зміни їх розміру шляхом передачі енергії. Таким чином дробильний процес можна охарактеризувати за допомогою вхідного, вихідного потоку матеріалу, підведеного потоку енергії, а також дробильної системи. Вхідний потік визначається видом матеріалу, діаметром, формою та швидкістю подачі частинок в камеру дроблення. Дробильна машина змінює розміри потоку дробильних тіл, внаслідок чого вихідний продукт може мати різні характеристики, а саме діаметр, форму та міцність. Крім цього дробильна машина приймає участь в передачі енергії та прикладення навантаження до матеріалу, а також може змінювати режими роботи. Самі робочі поверхні дробарки надають твердим тілам в камері дроблення різні переміщення та змінюють їхні швидкості. Значний вплив на робочий процес має стан робочих поверхонь, а також стан навколишнього середовища (запиленість, сухість, вологість, забрудненість). Великий вплив на робочий процес має місце контакту частинки з робочою поверхнею. На рис. А.6, додаток А представлена структурна схема процесів дробильної машини та параметрів, які впливають на ці процеси. Між цими параметрами існує складна взаємодія. Частина із

параметрів впливає на процеси дробильної машини, а частина є наслідком цих процесів. Для створення енергоефективної дробильної машини необхідно визначити основні параметри та встановити складні взаємозв'язки між цими параметрами. На етапі проектування необхідно враховувати параметри подачі, вимоги до продукту, витрати енергії та амортизацію. При роботі дробарки задаються параметри подачі та геометрії конструкції, а параметри продукту та взаємодії оптимізуються шляхом регулювання режиму роботи.

Одним із параметрів, який характеризує процес руйнування є точка руйнування окремої частинки матеріалу. Даний параметр використовується для визначення наступних характеристик процесу: 1) міцності частинки, 2) питомої енергії руйнування, 3) розподіл зерен руйнування по розмірам [40].

Методика моделювання матеріалу в стисненому об'ємі в дробильних машинах дозволяє підвищити вихід зерен кубоподібної форми за рахунок багатократного руйнування при невеликій відносній деформації.

При моделюванні стисненого шару в якості основної моделі приймають одновісне стиснення матеріалу в стальній матриці за допомогою пресу. Матеріалі піддається руйнуванню при різних значеннях відносної деформації. Далі на основі отриманих даних відбувається розрахунок характеристик дробимості і міцності гірської породи. Характеристику дробимості для різних діапазонів крупності матеріалу описується наступним рівнянням:

$$W(x)=\begin{cases} e^{-b_1 x^{k_1}}, & 0 \le x \le x_0 \\ e^{-b_2 x^{k_2}}, & x_0 < x < x_m, \\ 0, & x = x_m. \end{cases} \qquad (1.87)$$

де $x_0 = e^{\frac{\ln\left(\frac{b_1}{b_2}\right)}{(k_2-k_1)}}$; $b_1 = A_1 + B_1\varepsilon$; $k_1 = A_{12} + B_{12}\varepsilon$; $b_2 = e^{A_2+B_2\varepsilon}$; $k_2 = \frac{A_2 + B_2\varepsilon}{A_{22} + B_{22}\varepsilon}$; x – відносна крупність продукту, яка виражається в частці вихідної крупності; x_m – гранична відносна крупність продукту, умовна максимальна крупність, яка відповідає однопроцентному залишку на ситі; ε –значення відносної деформації розколювання; A_1,B_1,A_{12},B_{12},A_2,B_2,A_{22},B_{22} – параметри, які

характеризують дробимість гірської породи в залежності від способу руйнування при одновісному стисненні, та які визначені експериментально.

В процесі дроблення багато процесів мають імовірнісний характер. Якщо розглядати теорію випадкових процесів, то для зв'язку випадкових функцій на вході $x_{вх}(t)$ та виході $x_{вих}(t)$ лінійної системи з передавальною функцією $f_п(\gamma)$ можна використати інтегральне рівняння Вінера-Хопфа:

$$R_{XE}(\tau) = \int_0^{\infty} R_x(\tau - \theta) \cdot K(\theta) d\theta, \ \tau \geq 0. \tag{1.88}$$

Для рішення рівняння (1.88) необхідно апроксимувати кореляційні функції сумою експонент. Такий підхід до рішення задачі побудований на методі невизначених коефіцієнтів.

Експериментальні кореляційні функції можна представити у наступному вигляді:

$$R_x(\tau) = \sum_{r=1}^{R} B_r e^{-B_r|\tau|}; \tag{1.89}$$

$$R_{XE}(\tau) = \sum_{j=1}^{m} D_j e^{-d_j \tau}, \ \tau \geq 0. \tag{1.90}$$

При описі математичної моделі дробарки можна скористатись перетворенням Лапласа. Так наприклад щокова дробарка представляє собою об'єкт з визначеним «притоком» і «витоком» матеріалу камери дроблення, який можна описати наступним рівнянням матеріального балансу [24]:

$$\frac{\mathrm{dm}}{\mathrm{dt}} = П_п(t) - П_д(t), \tag{1.91}$$

де $П_п(f)$, $П_д(f)$ – відповідно продуктивність завантажувального отвору дробарки та продуктивність дробарки, кг/с; m – маса матеріалу дробарки.

1.6. Аналіз законів та моделей визначення енергетичних витрат на подрібнення

Всі існуючі на сьогодні енергетичні закони які описують енергозатрати процесу руйнування в камері дроблення дробильних машин можна умовно розділити на дві групи. Перша група це основні закони і друга група це енергетичні закони які доповнюють або уточнюють закони із першої групи.

До першої групи енергетичних законів відносяться наступні: 1) закон Ріттінгера (гіпотеза поверхонь); 2) закон Кірпічева-Кіка (гіпотеза об'ємів); 3) закон Бонда; 4) закон Ребіндера. Третій та четвертий закони є варіацією перших двох. Проаналізуємо дані закони більш детально [137].

В джерелі [26] зазначається, що значення питомої енергії дроблення для щокових дробарок знаходиться в межах 0,828-1,98 кДж/кг. Дане значення отримано при дробленні магматичних порід, а саме граніт, діабаз, метабазальт. Для осадових порід (алевроліт) питома енергія руйнування приблизно дорівнює 1,26 кДж/кг.

В джерелі [27] були проведені дослідження по визначенню питомої енергії руйнування вапнякових порід, яка склала 1,012-3,298 кДж/кг. В джерелі [28], на основі дослідження, зазначається, що питома енергія руйнування граніту дорівнює 1,5 кДж/кг, а для вапняку приблизно 1 кДж/кг. Дані дослідження дають нам практичні значення меж витрат питомої енергії для щокових дробарок при руйнуванні відповідних гірських порід. Також в джерелі [29] зазначається, що теорія Бонда для визначення енергії руйнування є не точною при руйнуванні одиничного сферичного тіла в камері дроблення щокової дробарки.

В джерелі [30] встановлено, що енергія руйнування діабазу в камері дроблення щокової дробарки лежить в межах 2,56-4,09 кДж/кг. Для осадових порід значення питомої енергії руйнування складає 1,16-1,93 кДж/кг. Проте слід зазначити, що енергія в роботі [31] вимірювалась безпосередньо на валу двигуна. В попередньо розглянутих роботах енергія дроблення визначалась або в камері дроблення дробарки або за допомогою спеціальних тестів на руйнування.

З метою оцінки енергетичних законів та діапазону зміни загальних коефіцієнтів пропорційності було підібрано набір дробильних машин. Технічні характеристики дробильних машин занесені до таблиці А.1, додаток А. На основі виписаних технічних характеристик була визначена питома енергоємність процесу дроблення на валу двигуна при дробленні граніту

щільністю в межах 2600 кг/м^3 та міцністю до 250 МПа для кожної дробарки. Як бачимо з даних таблиці затрати енергії для щокових дробарок мають не значне відхилення від представлених значень для граніту в джерелі [26].

На основі зазначених даних можемо побудувати графіки залежності затрат енергії від площі новоутвореної поверхні та визначити межі зміни коефіцієнту Ріттінгера. Розмір матеріалу приймаємо відповідно для кожного класу дробарок, що представлені в таблиці А.1, додаток А.

Знаючи питому енергоємність процесу дроблення та розміри вихідного матеріалу можна визначити діапазон зміни енергетичногои коефіцієнту для відповідного класу машин [138].

Ґрунтуючись на графіках рис. А.7, додаток А та враховуючи енергозатрати можна визначити діапазон зміни коефіцієнту пропорційності по теорії Ріттінгера для відповідного класу машин. Дані по енергетичному коефіцієнту для зручності занесемо до таблиці А.2, додатки А.

По отриманому діапазону значень для енергетичного коефіцієнту по Ріттінгеру можна зробити наступні висновки. Для більшості дробильних машин із прийнятої вибірки коефіцієнт Ріттінгера змінюється в межах від 0 до 1. І тільки в конусних дробарках середнього дроблення та вібраційних щокових дробарках коефіцієнт Ріттінгера змінюється від 0 до 5. Дробильні машини в яких коефіцієнт Ріттінгера може приймати значення більше 1 застосовуються на стадіях мілкого дроблення і мають відносно значні степені дроблення. Це підтверджує той факт, що для менших фракцій матеріалу необхідно затратити більшу кількість енергії. Класично в більшості наукових джерелах стверджується, що закон Ріттінгера найбільше підходить для визначення енергозатрат при тонкому помелу. Слід зазначити, що в затратах енергії на руйнування матеріалу повинні враховуватись фізичні властивості матеріалу, затрати на тертя у вузлах машини, теплові втрати, кількість матеріалу в камері дроблення і т.д. Всі ці параметри в залежності Ріттінгера повинні бути враховані коефіцієнтом пропорційності. Проте даний коефіцієнт в більшості випадків визначається експериментальним методом і не має методики

розрахунку.

Розглянемо наступний підхід, який базується на визначенні енергії руйнування з використанням закону Кірпічева-Кіка або гіпотези об'ємів. За гіпотезою об'ємів [15] енергія A_V, необхідна для однакової зміни форми геометрично подібних і однорідних тіл, змінюється пропорційно об'ємам або вагам цих тіл. Сама залежність має наступний вигляд:

$$A_V = K_V D_0^3 = \frac{\sigma_{ст}^2 \, V}{2E}, \qquad (1.92)$$

де: K_V – емпіричний коефіцієнт пропорційності, Дж/м^3; V – об'єм кубічного куска з ребром D_0; $\sigma_{ст}$ – напруження, виникаюче при деформації дробленого тіла (межа міцності матеріалу на стиск), Н/м^2; Е – модуль Юнга, Н/м^2.

Побудуємо графіки для визначення діапазону зміни коефіцієнта пропорційності по теорії Кірпічева-Кіка, рис. А.8, додаток А.

Діапазон значень енергетичного коефіцієнту занесемо в таблицю А.2, додаток А. В залежності (5) добуток $\sigma^2/2E$ відображає енергетичний коефіцієнт. Занесемо фізичні характеристики гірських порід та деяких поширених інженерних матеріалів в таблицю А.9 додатка А та визначимо для них значення енергетичного коефіцієнта.

Враховуючи формулу (1.92) та таблицю А.2 додатка А коефіцієнт енергії руйнування граніту складатиме 0,446 Дж/м^3 або в перерахунку на 1 кг 1,16 кДж/кг. Дане значення відповідає дослідженням представленим в джерелах [26], [27], [28]. Проте як ми бачимо переходячи до реальних машин коефіцієнт енергії руйнування має широкий діапазон зміни, рис.А.8, додаток А. Це в свою чергу свідчить про те що при руйнуванні матеріалів дробильною машиною велика частина енергії витрачається на супутні процеси. Аналізуючи діапазони зміни коефіцієнту Кірпічева-Кіка можна помітити, що для мілкого дроблення діапазон розкиду значень коефіцієнту є значним. На основі цього можна підтвердити раніше встановлену закономірність, що закон Кірпічева-Кіка краще описує процеси, які знаходяться в межах зони крупного дроблення.

Порівнюючи вище наведені дві гіпотези можна зазначити наступне.

Гіпотеза об'ємів (закон Кірпічева-Кіка) враховує затрати енергії на пружну та пластичну деформацію тіла і зовсім не враховує витрат енергії на утворення нових поверхонь, на подолання сил зовнішнього і внутрішнього тертя, на втрати енергії, пов'язані з акустичним, електричним і тепловим явищем та ін. Гіпотеза поверхонь (закон Ріттінгера), навпаки, не враховує затрати енергії на пружну і пластичну деформації тіла і враховує тільки витрати енергії на утворення нових поверхонь. Таким чином кожен із двох вище розглянутих законів діє тільки у вузьких рамках. Це призвело до появи двох додаткових гіпотез, метою яких був універсальний підхід до визначення енергозатрат.

Одним із таких законів є закон Бонда. Суть закону Бонда полягає в наступному – енергія при стисненні тіла розподіляється по його об'єму, а коли на поверхні тіла починають розповсюджуватись тріщини, то енергія концентрується на поверхні тріщини і є пропорційною новоутвореної поверхні. [12], [25], [32], [47], [83], [102].

Закон Бонда записується в розгорнутому вигляді наступним чином:

$$W_b = 11 W_i \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right), \tag{1.93}$$

де W_i – індекс роботи по Бонду, кВт/(коротку тонну); P_{80} - розмір, при якому проходить 80% продукту (у мікронах); F_{80} - це розмір, при якому проходить 80% живлення (у мікронах).

Індекс роботи Бонда W_i представляє собою роботу необхідну для зменшення матеріалу від нескінченного розміру до 100 мікронів [33]. Залежність (1.93) досі є темою для чисельних обговорень, тому що не існує єдино прийнятої методики по визначенню параметрів, які входять в це рівняння.

Так наприклад в джерелі [34] на основі чисельних досліджень зазначається, що P_{80} та F_{80} можна визначити, як:

$$F_{80} = 0.63G \; ; \;\; P_{80} = 0.7(L_{\min} + L_t) \, , \tag{1.94}$$

де G – розмір завантажувального отвору дробарки; L_{min} – мінімальне значення вихідного отвору дробарки; $L_t = L_{max} - L_{min}$; L_{max} - максимальне значення

вихідного отвору дробарки.

В іншій роботі [35] залежності для P_{80} та F_{80} мають наступний вигляд:

$$F_{80} = 0.8 S_F F_{\max} + 0.2 S_c \; ; \quad P_{80} = 0.85(CSS + T) \, , \tag{1.95}$$

де S_F – коефіцієнт форми руди, який визначається співвідношення середнього розміру частинки руди до її мінімального розміру (змінюється від 1.7 для кубічної форми до 3.3 для пластинчастої форми); F_{max} – максимальний розмір матеріалу, який завантажується в вхідний отвір дробарки; S_c – розмір отвору колосникового грохота, тобто відстань між окремими брусками колосникового грохота; CSS – мінімальний розмір вихідного отвору дробарки; T – різниця між максимальним і мінімальним вихідним отвором дробарки.

Визначення індексу роботи по Бонду на основі механіки гірських порід. В джерелі [44] було проведено дослідження на основі якого автори зазначають, що механізм руйнування матеріалу в млині є аналогічним до повільного стиснення матеріалу, а також, що питома швидкість руйнування для певного розміру матеріалу є оберненою функцією середнього навантаження руйнування. Крім цього авторами в джерелі [45] була розроблена модель для опису взаємозв'язку між функцією вибіркового помелу (вірогідності руйнування) та фізико-механічними властивостями порід. Перевагою такого методу є те що на основі даних міцності породи можна прогнозувати енергетичні затрати.

Індекс роботи за статистичним методом Чакрабарті. Чакрабарті в роботі [48] запропонував статистичний метод оцінки індексу роботи Бонда за допомогою параметрів розподілу Розіна-Раммлера та Гейтса-Годена-Шумана. Зазначені функції були розглянуті для 35 наборів даних, що охоплюють індекс роботи Бонда від 5.36 до 23.93. Найкращу кореляцію було виявлено з використанням параметрів функції Розіна-Раммлера. За словами Чакрабарті індекс роботи руйнування матеріалу можна визначити для невідомого гірського матеріалу шляхом його дроблення до розміру менше 3327 мм. При цьому потрібно уникати переподрібнення використовуючи низькоенергетичний удар або здавлюванням в закритому циклі з отворами

грохоту 3327 мм. Потім подрібнений матеріал необхідно відсортувати за допомогою стандартного сита Тайлера між розмірами 3350 мм та 75 мм. Далі визначають параметри розподілу Розіна-Раммлера. Потім індекс роботи обчислюється за наступним статистично-енергетичним співвідношенням:

$$W_i = a + bx_1 + cx_2 + dx_1^2 + ex_2^2 + fx_1x_2, \quad (1.96)$$

де x_1 – параметр розміру в рівнянні Розіна-Раммлера для живлення 3327 мм; x_2 – параметр розподілу в рівнянні Розіна-Раммлера для живлення 3327 мм.

Чакрабарті модифікував рівняння Розіна-Раммлера, яке дає гарну кореляцію з індексом роботи проте все рівно існує велика розбіжність, яка потребує уточнення на основі дослідження більшої вибірки даних.

Робочий індекс та абразивність. Зменшення розміру частинок в трубчастому млині також спричинено стиранням [113]. При дробленні матеріалу між дробильними частинками виникають сили стирання. Окрема оцінка руйнування внаслідок стирання є складною. Бонд [51] під час вимірювання зносу мелючого середовища в трубчастих млинах спробував виміряти стирання між середовищем і шихтою та довільно визначив індекс стирання за втратою маси стандартного стрижня, що обертається в барабані і на який діє помольний матеріал протягом встановленого часу. Втрата маси (у грамах) стрижня дає індекс стирання A_i. Під час тесту записується загальна потужність витрачена на обертання. Визначений таким чином індекс стирання включено до таблиці 1.1 для обраних мінералів. Математична кореляція з індексом роботи достовірно не встановлена.

Індекс стирання використовується як індикатор зносу металу та очікуваного терміну служби дробарки та футеровки млина. Високий індекс стирання, наприклад > 0,6, передбачає перевагу одностадійної схеми дробарка-млин SAG, щоб уникнути кількох етапів дроблення та дорогих експлуатаційних витрат на заміну футеровки.

Таблиця 1.1. Робочий індекс та індекс абразивності для обраних мінералів

Мінерал	**Робочий індекс (W_i)**	**Індекс абразивності, (A_i)**

Доломіт		0.016
Пісчаник	11.7	0.082
Магнезит	0	0.079
Мідна руда	11.7	0.147
Гематит	8.5	0.165
Магнетит	13.0	0.222
Граніт	16.6	0.388
Таконіт	16.3	0.775
Кварцит	17.4	0.775
Глинозем	17.5	0.891

Для значень A_i > 0,15 неавтогенні ударні дробарки вважаються неекономічними, а для значень A_i > 0,7 перевагу надають дробаркам із двома рухомими щоками [52]. Бонд розробив низку кореляцій між індексом стирання та зносом металу в діючих установках, рис.А.9, додаток А.

Тест Метсо на абразивність та здатність до подрібнення. Компанією Метсо був створений тест для визначення індексу абразивності (ABR) та здатності до подрібнення (CR). Тест полягає в наступному в металевій чаші обертається навколо своєї осі вертикальна втулка зі швидкістю 4500 об/хв. До втулки прикріплена лопатка із м'якої сталі. В чашу кладуть зразок матеріалу, який взаємодіє із лопаткою протягом деякого часу. В кінці тесту зразок матеріалу просіюють і зважують, а також просіюють і зважують окремо лопатку.

Абразивність в такому тесті визначається за наступною залежністю, г/т:

$$ABR = \frac{(M_B - M_A)1000}{0.5}, \tag{1.97}$$

де M_B, M_A – маса лопатки до і після тесту.

Випробування на стирання Metso в основному використовується для оцінки зносу в молоткових дробарках, тоді як тест на стирання по Бонду також використовується для млинів. Показники випробування Metso на стирання

також використовуються в Bruno, програмному забезпеченні Metso для моделювання дроблення та сортування, як параметри характеристики породи [52].

Таким чином ми бачимо, що не існує єдиної енергетичної теорії, яка б в повній мірі описувала процес руйнування матеріалів для широкого кола дробильних машин. Одна частина енергетичних теорій побудована на емпіричних залежностях інша враховує енергію руйнування тільки у визначених межах.

1.7. Висновки по розділу та постановка задач дослідження

Проведено аналіз конструкцій різних класів дробильних машин та розглянуто основні напрямки їх вдосконалення. На сьогодні йде тенденція у створенні керованих модульних конструкцій дробильних машин із зворотним зв'язком. Продовжують вдосконалюватись геометрія робочих органів та матеріали з яких їх виготовляють. Особливе місце займає дослідження енергоефективності дробильних машин на основі чого постає необхідність у створенні синергетичних дробильних машин. Яскравим прикладом таких дробарок є вібраційні дробарки, за допомогою яких намагаються реалізувати процес вибіркового дроблення, на основі підведення енергії до місць спайності частинок матеріалу. Другою не менш важливою характеристикою таких машин є дослідження їх роботи в резонансному режимі, що значно зменшує енергозатрати.

Виконаний аналіз методів розрахунку дробильних машин та параметрів механічного режиму. На основі аналізу встановлено, що більшість методів для розрахунку параметрів механічного режиму використовує емпіричні залежності. Крім цього розраховані за такими залежностями параметри мають широкий діапазон зміни значень. Встановлено, що процес дроблення матеріалу в дробильних машинах не є оптимальним, шматок матеріалу перед руйнуванням зазнає багаторазового навантаження. На основі визначених

оптимальних значень частоти роботи дробильних машин встановлено, що швидкість навантаження має значний вплив на процес руйнування матеріалів, та потребує більш ретельного дослідження.

Ґрунтуючись на проведеному аналізі вибрано напрям і сформульовано наступні задачі дисертаційного дослідження:

1) Дослідити механізм утворення та розповсюдження тріщин в матеріалі;
2) Дослідити математичні моделі дробильних машин;
3) Розробити рівняння енергетичного балансу яке буде включати кінетичну та потенціальну енергію роботи машин, дисипативну складову енергії конструкції дробильної машин та енергію необхідно для руйнування матеріалу в камері дроблення, яка включатиме механізм утворення та розповсюдження магістральної тріщини в матеріалів;
4) Дослідити енергетичний показник при динамічному руйнуванні матеріалів;
5) Дослідити вплив геометрії поверхні дробильної щоки та матеріалу на процес енергозатрат;
6) Створити синергетичну модель на основі нейронної мережі з метою оптимізації методики розрахунку енергозатрат.

РОЗДІЛ 2. ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ПОДРІБНЕННЯ МАТЕРІАЛУ НА ОСНОВІ ДИСКРЕТНО-КОНТИНУАЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

2.1. Оцінка методів дослідження механізмів руйнування матеріалів

2.1.1. Моделі механізму утворення тріщин

Процес руйнування матеріалу визначається його структурними характеристиками, співвідношенням фізико-механічних характеристик властивостей основних мінералів, станом меж між окремими мінералами в породі, а також умовами навантаження, які можуть утворювати велике різноманіття напружених станів в куску що руйнується. Руйнування матеріалу в камері дроблення дробарки є результатом процесу зародження мікротріщин та їх довільного росту до моменту втрати форми і стійкості зразка. Етапи зародження і росту тріщин можуть бути розділеними, що приводить нас до опису різних стадій руйнування, а саме стадійності процесу.

Одним із найбільш розповсюджених механізмів утворення тріщин є дислокаційний механізм [14]. Існують дві типові дислокаційні конфігурації, для кожної із якої характерним є орієнтування вектору зсуву по відношенню до лінії дислокації. У випадку краєвої дислокації напрям зсуву є перпендикулярним дислокації, у випадку гвинтової дислокації зсув відбувається в напрямку паралельному дислокаційній лінії.

Сила, якої достатньо для руху дислокації має назву Пайерлса-Набарро. Формула для розрахунку сили, яка призводить до зміщення дислокації має вигляд:

$$F = \tau b, \tag{2.1}$$

де τ - дотичне напруження, рівномірно розподілене по площині здвигу і яке діє в напрямку здвигу; b – вектор Бюргерса.

З дислокацією пов’язана також пружна енергія поля її напружень. Ця енергія складається із двох частин. Перша із них E_1 пов’язана із зміщенням атомів в ядрі і дорівнює десятій частині пружної енергії E_2. Якщо прийняти зону в якій зосереджена енергія E_2 у вигляді циліндра радіусом r, віссю якого є лінія дислокації то енергія E_2 визначається на основі наступної залежності:

$$E_2 = \left[\frac{Gb^2}{4\pi}(1-\nu)\right]\left(\ln\left(r/r_0 - 1\right)\right), \tag{2.2}$$

де G – модуль зсуву, ν - коефіцієнт Пуассона, r_0 – радіус ядра дислокації.

Розгалуження суцільної дислокації на часткові дислокації зображено на рис. 2.1. Внаслідок розгалуження суцільної дислокації між частковими дислокаціями утворюється дефект упаковки. Часткові дислокації відомі під назвою дислокації Шоткі, існують також часткові дислокації Франка, які утворюють іншу конфігурацію – сидячу дислокацію.

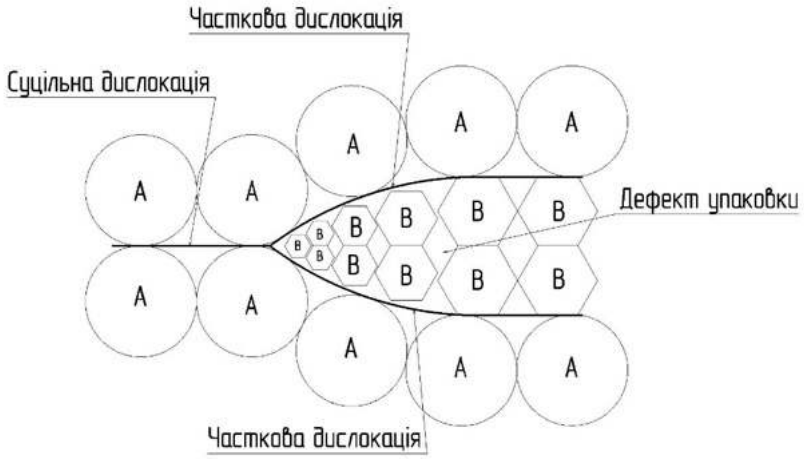


Рис. 2.1. Розгалуження дислокації внаслідок дефекту упаковки

Існує теорія розмноження дислокацій, яка має назву теорія утворення дислокацій від джерела Франка-Ріда, рис. 2.2. Суть теорії полягає в тому, що при здвигових навантаження в матеріалі виникають дислокаційні петлі.

На рис. 2.2 точки А та В є нерухомими по відношенню до рухомого відрізка, який при рості напружень переміщується вперед і розширюється. Подальше збільшення напруження спричиняє безперервний розтяг петлі дислокації до тих пір поки ділянки петлі не дотикаються між собою. Після чого відбувається розрив і петля від’єднується від точок А та В.

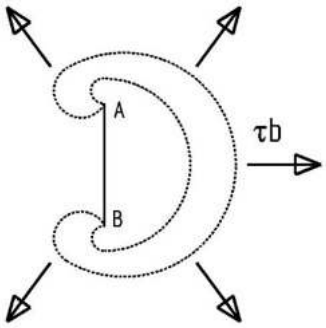


Рис. 2.2. Механізм утворення дислокаційної петлі від джерела Франка-Ріда від дії зовнішнього навантаження

Утворення таких петель не є безкінечним і стримується внаслідок наявності перешкод на шляху розширення. Якщо таку перешкоду зустрічає серія дислокацій, що лежать в одній площині ковзання, то вони накопичуються у перешкоди. Це призводить до появи на перешкоді дотичного напруження τ_0 більшого за напруження, що призводить до накопичення дислокацій τ.

Під дією зовнішнього дотичного напруження τ виникають значні напруження розтягу. Напруження розтягу становляться максимальними при відповідному значенні кута θ між площиною перешкоди і площиною ковзання.

Максимальне напруження розтягу буде рівним:

$$\sigma_0 = \frac{2}{\sqrt{3}}\left[\frac{L}{x}\right]^{\frac{1}{2}}\tau. \qquad (2.3)$$

де L - довжини дислокаційного скупчення; x - відстань до точки А.

До сил опору руху дислокації відносять: 1) сила Пайерлса-Набарро; 2) сили опору викликані перетином дислокацій; 3) надлишкові сили, необхідні для утворення вакансій або вживлених атомів при русі гвинтових дислокацій; 4) опір поперечному ковзанню; 5) сили опору викликані наявністю точкових дефектів; 6) пружні поля від інших дислокацій, що накопились поблизу; 7) сили опору, що пов’язані із вібрацією решітки.

Дислокації є головним механізмом утворення пластичних деформацій тому пластичні матеріали мають тенденцію руйнуватись вздовж площини, які орієнтовані паралельно напрямку максимального напруження здвигу [81]. Руйнування за умов пластичних деформацій зазвичай відбувається при повільному розповсюдженні тріщини із значною пластичною зоною.

Дещо відмінний механізм має крихке руйнування, яке відбувається при перевищенні напружень в матеріалі за границю пружності. Крихке руйнування характеризується швидким розповсюдженням тріщини без значної пластичної деформації. Оскільки пластична деформація незначна,

енергія, яка необхідна для розповсюдження крихкої тріщини суттєво менше чим енергія необхідна для розповсюдження вязкої тріщини. Швидкість розповсюдження тріщин при крихкому руйнуванні залежить від швидкості деформації, зниження температури, збільшенні локальних концентраторів напружень.

2.1.2 Аналіз енергетичних критерії теорії руйнування пружних матеріалів

При вирішенні задач енергоефективного руйнування гірських порід виникають деякі труднощі. Так наприклад властивості гірських порід в масиві і відділених від цього масиву будуть відрізнятись. Це пов'язано з поліморфізмом гірських порід, а також з виникненням значних макро- і мікродефектів в матеріалі після його відділення від гірського масиву. Ще одна особливість гірських порід, яку слід враховувати є самонапружений стан матеріал [116]. Тут мається на увазі, що у відділеній від гірського масиву породі залишаються внутрішні напруження. Дані напруження виникають внаслідок історії формування напружень та деформацій гірського масиву.

Як зазначалось раніше основним механізмом руйнування є розповсюдження тріщини. Процес росту тріщин описується на основі енергетичних та силових критеріїв. Енергетичний критерій опису росту тріщини розглядає теорія Гріффітса [84], [85].

В теорії Гріффітса розглядається збільшення еліптичної тріщини внаслідок чого з'являються нові вільні поверхні (рис.2.3). Якщо приріст тріщини прийняти за da, то виконувана робота буде дорівнювати [2]:

$$A = -\pi\sigma^2 a^2 \left(1-\nu^2\right) E^{-1} h da, \qquad (2.4)$$

де a – більша напіввісь еліпса тріщини; σ - розтягуючі напруження; ν - коефіцієнт Пуассона; E – модуль пружності; h – глибина тріщини (для спрощення приймається як 1).

Залежність (2.4) відображає зміну пружної енергії деякого об'єму матеріалу (який дорівнює об'єму тріщини) при знятті із нього навантаження.

Приймається, що виконувана робота (2.4) не залежить від меншої напіввісі еліпсу b, так як в еліптичній тріщини величина b -> 0. Проте величина b не дорівнює нулю, і з ростом тріщини вона збільшується.

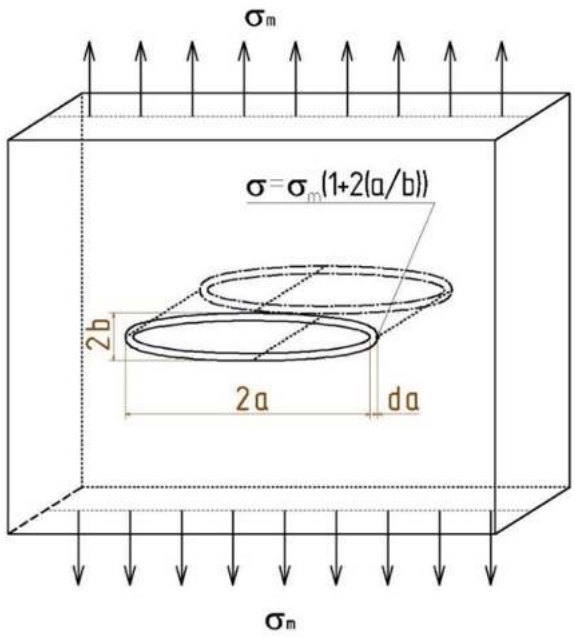


Рис. 2.3. Схема росту тріщини по теорії Гріффітса

В свою чергу напруження в околицях еліптичного отвору, рис. 2.3 можна визначити за допомогою рівняння [2]:

$$\sigma = \sigma_{max}\left(1 + 2\frac{a}{b}\right). \qquad (2.5)$$

Теорія Гріффітса має наступні обмеження [2]. Перше обмеження полягає в тому, що дана теорія обмежена малими деформаціями. А при розгляді розповсюдження тріщини за умов дії розтягуючих зусиль вважається, що тріщина з гострими берегами перетворюється у вузький еліпс. Це в свою чергу значить, що в гострих кінцях тріщини повинні виникати необмежені деформації, а це суперечить лінійній теорії пружності [2].

Наступною особливістю теорії Гріффітса є не врахування напружень, які виникають на поверхні тріщини внаслідок поверхневого натягу, як це відбувається в рідинах [2]. Ефект від поверхневого натягу є суттєвим за умов, що еліпс тріщини є тонким, тобто при a>>b. За умов b->0 вплив поверхневих

сил значно збільшується, та перевищує напруження які виникають на кінцях тріщини.

Розглянуті вище особливості теорії Гріффітса вирішує теорія Баренблатта. Баренблат прийняв, що в кінцях тріщини діють розподілені зусилля зчеплення (рис. 2.4). Ці зусилля притягують поверхні тріщини одну до одної. Тобто при загальній картині розтягу матеріалу (рис. 2.4), розподіленні зусилля в кінцях тріщини навпаки створюють напруження стиску. Після чого був сформульований перший постулат теорії Баренблата, про те що напруження розтягу зрівноважуються напруженнями стиску. Таким чином це пояснює причину, що після деформації поверхні тріщини змикаються утворюючи загострені кути в кінцях. Тут слід зазначити, що теорія Баренблата додатково містить, ще два постулати. Які випливають із доведення першого постулату. Доведення першого постулату, яке обмежується простим однорідним розтягом представлено в джерелі [3]. Доведення грунтується на розгляді трьох станів тіла з тріщиною, після чого методом суперпозиції отримується потрібний результат. Перший стан – розглядається тіло без тріщини до якого прикладені розтягуючі навантаження. Другий стан - розглядається тіло з тріщиною без прикладених зовнішніх навантажень. До поверхонь тріщини прикладаються зусилля, які є протилежними до зусиль розтягу при розгляді першого стану. Третій стан – розглядається тіло з тріщиною без прикладених зовнішніх навантажень. На поверхні тріщини діють сили зчеплення.

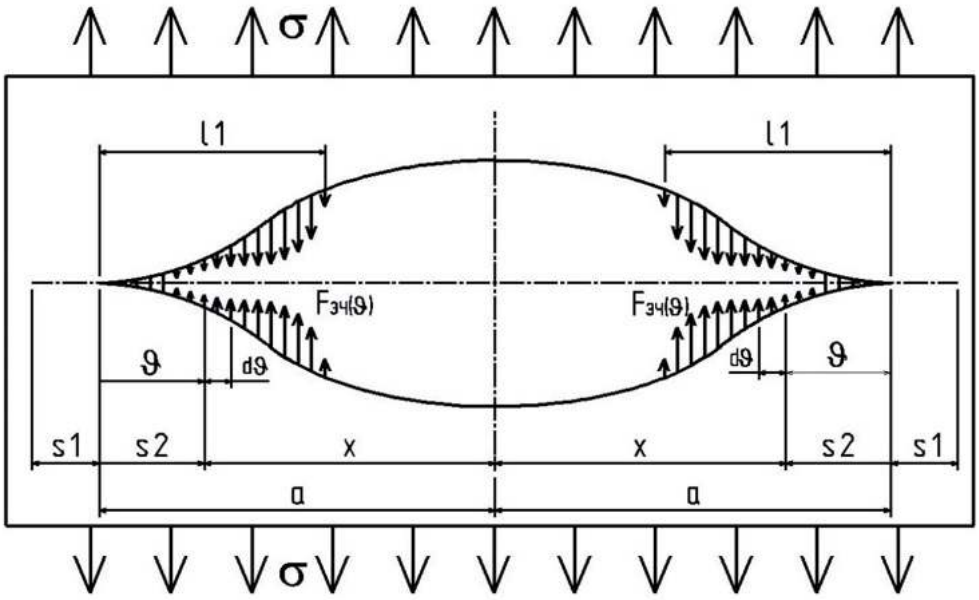


Рис. 2.4. Модель розповсюдження тріщини по теорії Баренблатта

Загальне нормальне напруження в околі тріщини за теорією Баренблатта визначається як:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \left(K_2 + K_3\right) s_1^{-1/2} + F_{зч}\left(a\right) + C\left(s_1^{1/2}\right), \tag{2.6}$$

де $K_2 = \frac{(2a)^{1/2}}{\pi}\int_0^a F_0(t)\left(a^2 - t^2\right)^{-1/2} dt$; $K_3 = -\frac{(2a)^{1/2}}{\pi}\int_0^a F_{зч}(t)\left(a^2 - t^2\right)^{-1/2} dt$; s_1=x-a, C – стала інтегрування; $F_{зч}(a)$ – сила зчеплення; a – більша напіввісь еліпсу.

Коефіцієнт K_3 залежить від довжини тріщини і представляє собою константу матеріалу. Розподілення сил зчеплення $F_{зч}$ обмежено малою зоною розміром l_1. Тобто сили зчеплення мають вагу тільки в зоні розміром l_1, (рис.2.4). В результаті прийняття другої умови коефіцієнт K_3 перетворюється до наступного вигляду:

$$K_3 = -\frac{1}{\pi}\int_0^d F'_{зч}\left(\vartheta\right)\vartheta^{-1/2} d\vartheta, \tag{2.7}$$

де $\vartheta = a - x_n$.

В рівнянні (2.7) інтеграл приймається за постійну матеріалу і має назву «модуль зчеплення». Тепер розглянемо картину руйнування, яку описує теорія Баренблатта.

На тіло в якому є тріщина діє зовнішнє навантаження. В розглянутих вище рівняннях мірою зовнішнього навантаження є коефіцієнт K_2. В ділянках тріщини розміром l_1 діють сили зчеплення $F'_{зч}(\vartheta)$, які протидіють подальшому розповсюдженню тріщини. Таким чином існує граничне стан при якому зовнішнє зусилля перевищує сили зчеплення і тріщина починає розповсюджуватись.

Тобто для розповсюдження тріщини необхідним є умова при якій зовнішнє навантаження буде дорівнювати або перевищить значення в рівнянні (2.7). Саме рівняння (2.7) можна спростити позначивши інтеграл через змінну $M_{зч}$. Тоді умова розповсюдження тріщини запишеться наступним чином:

$$K_2 = M_{зч} / \pi, \tag{2.8}$$

Критерій $M_{зч}$ в рівнянні (2.8) є подібним до критерія γ в теорії Гріффітса і має назву модуль зчеплення.

Зв'язок між теорією Баренблатта і Гріфітса можна встановити при розгляді роботи, яка виконується при розповсюдженні тріщини. В теорії Баренблатта робота з розповсюдження тріщини виконується розподіленими силами зчеплення $F_{зч}(\vartheta)$. В теорії Гріффітса робота визначається на основі стримуючих сил, які розподіляються на продовженні тріщини.

За теорією Барнблатта повна робота, яка виконується в одиницю часу на верхній та нижній поверхні тріщини буде визначатись залежністю:

$$dA = da4\left(1-\nu^2\right)\left(\pi E\right)^{-1}\left[\int_0^{l_1} F_{зч}(s_2)\, s_2^{1/2} ds_2\right]^2. \tag{2.9}$$

де $v\partial u(s_2)/\partial s_2$ - компонента швидкості, яка направлена догори по відношенню до тріщини; $F_{зч}(s_2)$ - сила зчеплення; da=vdt.

Величину в рівнянні (2.9), яка знаходиться в квадратних дужках можна виразити через модуль зчеплення по Баренблатту. Тоді рівняння (2.9) запишеться наступним чином:

$$dA = da4\left(1-\nu^2\right)\left(\pi E\right)^{-1} M_{зч}{}^2. \tag{2.10}$$

По Гриффітсу і Баренблату робота прирівнюється величині новій поверхні. У випадку з Гриффітсом робота виконується утримуючими силами, а у випадку Баренблатта силами зчеплення [2].

Тоді вираз (2.10) для роботи по Баренблатту можна прирівняти до виразу роботи по Гриффітсу, внаслідок чого отримаємо наступне рівняння:

$$M_{зч}{}^2 = \pi\gamma E\left(1-\nu^2\right)^{-1}. \qquad (2.11)$$

На основі умови розповсюдження тріщини по Баренблатту рівняння (2.8) можна переписати наступним чином:

$$K_2 = \left(\gamma E\right)^{1/2}\left[\pi\left(1-\nu^2\right)\right]^{-1/2}. \qquad (2.12)$$

2.1.3. Аналіз силових критерії теорії руйнування пружних матеріалів

Встановлено, що в невеликій зоні перед загостреним кінцем тріщини матеріал починає вести себе нелінійно, а більша частина вивільненої енергії деформації не використовується для створення нової поверхні, а розсіюється в результаті пластичної деформації поблизу вершини тріщини. Сама зона пластичної деформації обмежена тонким шаром навколо тріщини.

Проте внаслідок малості зони перед тріщиною в якій відбуваються пластичні деформації в порівнянні з довжиною тріщини припускають, що розміри цієї зони та степінь пластичних деформацій контролюється коефіцієнтом інтенсивності напружень та границею текучості.

Напруження у вершині тріщини можуть бути вираженими за допомогою параметричної системи рівнянь. Відповідні параметри отримали назву коефіцієнтів інтенсивності напружень і є функціями розмірів тріщини та прикладених навантажень.

В загальній формі напружений стан будь-якого лінійно – пружного тіла з тріщиною можна описати наступним рівнянням:

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{K}{\sqrt{2\pi r}}\right) f_{ij}\left(\theta\right) + C_{вп}, \qquad (2.13)$$

де θ – кут нахилу елементу напруження до осі тріщини; r – радіальна відстань від вершини тріщини; $C_{вп}$ – умова вищого порядку.

При розгляді крихкого руйнування матеріалів Ірвін виділив три основні типи деформацій тіла з тріщиною. До таких деформацій відносяться: нормальний відрив, поперечний здвиг та поздовжній здвиг.

Нормальний відрив. Розглянемо довільну точку О на межі тріщини, рис. 2.5, то за умов нормального відриву напруження перед фронтом тріщини будуть визначатися наступним чином [5], [75], [76]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz}=\tau_{yz} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2} \begin{Bmatrix} 1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2} \\ 1+\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2} \\ 0 \end{Bmatrix} + \{C_x\}, \tag{2.14}$$

де C_x – нескінченно малі функції більш високих порядків, та

$$\sigma_z=\nu\left(\sigma_x+\sigma_y\right). \tag{2.15}$$

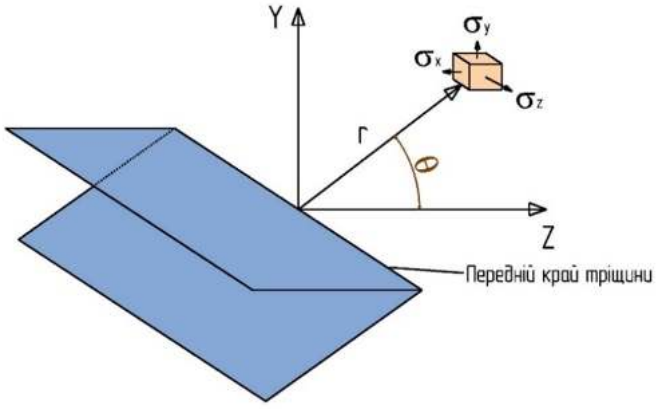


Рис. 2.5. Компоненти напружень на межі тріщини

Переміщення відповідно будуть дорівнювати:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{2E}\sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} (1+\nu)\left[(2\kappa-1)\cos\frac{\theta}{2}-\cos\frac{3\theta}{2}\right] \\ (1+\nu)\left[(2\kappa+1)\sin\frac{\theta}{2}-\sin\frac{3\theta}{2}\right] \end{Bmatrix} + \{C_x\} \tag{2.16}$$

та

$$w=-\left(\frac{\nu_2 z}{E}\right)\left(\sigma_x+\sigma_y\right), \tag{2.17}$$

де E -модуль Юнга; ν – коефіцієнт Пуассона.

За умов плоского напружено стану коефіцієнти в формулах (2.14) та (2.16) будуть рівними [77]:

$$\kappa=\frac{(3-\nu)}{(1+\nu)},\ \nu_1=0,\ \nu_2=\nu. \tag{2.18}$$

Відповідно за умов плоского деформованого стану коефіцієнти в формулах (2.14) та (2.16) будуть рівними:

$$\kappa=(3-4\nu),\ \nu_1=\nu,\ \nu_2=0. \tag{2.19}$$

Поперечний здвиг. При поперечному здвигові напруження перед фронтом тріщини будуть визначатися за наступними рівняннями [78]:

$$\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\\ \tau_{xz}=\tau_{yz}\end{Bmatrix}=\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\begin{Bmatrix}-\sin\frac{\theta}{2}\left(2+\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}\right)\\ \sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}\\ \cos\frac{\theta}{2}\left(1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right)\\ 0\end{Bmatrix}+\{C_x\}. \tag{2.20}$$

Напруження σ_z, будуть визначатися за залежністю (2.15).

Переміщення відповідно будуть дорівнювати:

$$\begin{Bmatrix}u\\ v\end{Bmatrix}=\frac{K_{II}}{2E}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\begin{Bmatrix}(1+\nu)\left[(2\kappa+3)\sin\frac{\theta}{2}+\sin\frac{3\theta}{2}\right]\\ -(1+\nu)\left[(2\kappa-3)\cos\frac{\theta}{2}+\cos\frac{3\theta}{2}\right]\end{Bmatrix}+\{C_x\}, \tag{2.21}$$

За умов, що до тіла з тріщиною будуть прикладені одночасно здвигові напруження та напруження розтягу (відриву) то в полярних координатах напруження будуть визначатись за наступними рівняннями:

$$\begin{Bmatrix}\sigma_r\\ \sigma_\theta\\ \tau_{r\theta}\end{Bmatrix}=\frac{1}{2\sqrt{2r}}\begin{Bmatrix}k_1\left(3-\cos\theta\right)\cos\frac{\theta}{2}+k_2\left(3\cos\theta\text{-}1\right)\sin\frac{\theta}{2}\\ k_1\left(1+\cos\theta\right)\cos\frac{\theta}{2}\text{-}k_2\left(3\sin\theta\right)\cos\frac{\theta}{2}\\ k_1\sin\theta\cos\frac{\theta}{2}+k_2\left(3\cos\theta-1\right)\cos\frac{\theta}{2}\end{Bmatrix}+\{C_x\}. \quad (2.22)$$

Коефіцієнти інтенсивності напружень K_1,K_2,K_3 визначені на основі експериментальних та чисельних методів для типових схем навантаження містяться у відповідних довідниках [21]. Спрощені схеми для визначення коефіцієнту інтенсивності напружень K_1 наведені в таблиці А.3, додаток А.

В цілому коефіцієнт інтенсивності напружень на основі таблиці А.3 можна записати наступним чином:

$$K_I = m\sigma\sqrt{\pi a}, \quad (2.23)$$

де m – параметр, який залежить від геометрії та навантаження в нескінченній та напівнескінченній пластині.

Крім найбільш поширених критеріїв Ірвіна існують інші силові критерії [79].

Представлені дослідження в роботі [39] довели, що експериментальні значення точок руйнування матеріалу не знаходяться на одній лінії. Внаслідок чого існують емпіричні критерії міцності, для узгодження експериментальних даних. Один із таких критерії є критерій Хука-Брауна:

$$\sigma_1 = \sigma_2 + (m\sigma_c\sigma_2 + b{\sigma_c}^2)^{0.5}, \quad (2.24)$$

де m – коефіцієнт, який оцінює розпушення матеріалу (m=0,001 для сильно розрихленого твердого тіла; $m \approx 25$ для непошкодженого твердого тіла); b – коефіцієнт, який визначає взаємозв'язок в матеріалі (b=0 для твердих тіл із слабою внутрішньою взаємодією окремих зерен або при наявності мережі тріщин, b = 1 для жорстких повністю непошкоджених твердих тіл).

Деформаційний критерій локального руйнування Леонова-Панасюка можна записати наступним чином:

$$2\nu_n\left(l_0, l, F_0\right) = \delta_k, \quad (2.25)$$

де $\nu_n(l_0, l, P_0)$ – нормальна складова вектора зміщення берегів тріщини; P_0 – параметр, що характеризує зовнішнє граничне навантаження; l_0 – лінійний розмір області початкової тріщини. Зона перед тріщиною моделюється розрізом до берегів якого прикладені напруження, які визначаються фізичними властивостями матеріалу.

Морозов запропонував свій критерій, який визначається за наступною залежністю:

$$I_c = K_c\left[1-\left(\sigma_1/\sigma_B\right)^2\right]^{1/2}, \qquad (2.26)$$

де K_c – критерій лінійної механіки руйнування; $\sigma_в$ – тимчасовий опір руйнуванню; σ_1 – максимальне головне напруження поруч з границею тріщини. Даний критерій має назву критерію тріщиностійкості і використовується для оцінки розповсюдження тріщини в металах.

Аналогічно до енергетичного критерію J-інтегралу, існує критерій I-інтеграл Черепанова-Райса. Критерій I-інтеграла записується наступним чином:

$$I = \int_C \left(E_p n_x - \sigma_{ij} \frac{\partial V_i}{\partial x} n_j \right) ds, \qquad (2.27)$$

де C – замкнутий контур; $E_p = \int \sigma_{ij}\varepsilon_{ij}$ - щільність енергії деформації; V_i, σ_{ij} – компонента переміщень і напружень; n_j – компонента нормалі до елементу контуру ds. Даний критерій описує питому енергію руйнування матеріалу. Важливим параметром є щільність енергії деформації, який справедливий тільки для пружних деформацій. При появі пластичних деформацій параметрі щільності енергії потрібно коригувати, врахуванням історії навантаження та теплового режиму.

Перспективна енергетична теорія була запропонована Дж.Си, яка побудована на використанні критерія критичної щільності енергії деформації. Проте є складності використання даного критерія, які полягають у визначенні напружень та деформацій окремими блоками, а також необхідності запису

даних по історії навантаження. Внаслідок цього необхідно оперувати великими об’ємами даних.

Зв'язок критерія інтенсивності руйнування з механічними властивостями і параметрами структури матеріалу була запропонована Андрейкивим А.Е. [18]:

$$K_{Ic} = \left(\rho\tau_s E\left(1-\nu^2\right)\ln\left(1-\psi\right)^{-1}\right)^{1/2}, \qquad (2.28)$$

де ρ – структурний параметр; τ_s – границя текучості; ψ – звуження поперечного перерізу зразка при одновісному розтязі.

2.1.4. Швидкість вивільнення енергії деформації

Важливим для розуміння суті коефіцієнта інтенсивності напружень є з’ясування математичної залежності швидкості вивільнення енергії деформації від напружень в околі кінця тріщини. Так, наприклад, збільшенні довжини тріщини довжиною 2a в пластині одиничної товщини буде рівним Δa з кожного боку. Новоутворені поверхні збільшують загальну площу на 4Δa. Тобто поверхнева енергія збільшується на 4Δaγ. На основі умови розповсюдження тріщини [2] можемо записати рівняння для швидкості вивільнення енергії деформації:

$$V_E = \frac{1}{2}\frac{\partial E_1}{\partial a}, \qquad (2.29)$$

де E_1 - функція енергії деформації; a – півдовжина тріщини; V_E – швидкість вивільнення енергії деформації

В роботі [2] зазначається, що рівняння (2.29) є по суті енергетичним критерієм крихкого руйнування Гріффітса. Швидкість вивільнення енергії V_E можна розглядати як силу, яка намагається розкрити тріщину, а для її визначення потрібно знати тільки напруження та зміщення поруч із кінцями тріщини.

Рівняння швидкості вивільнення енергії для трьох основних типів розповсюдження тріщини на площини запишуться наступним чином:

$$G_1 = \frac{\pi(\kappa+1)k_1^2}{8\mu};\ \ G_2 = \frac{\pi(\kappa+1)k_2^2}{8\mu};\ G_3 = \frac{\pi k_3^2}{2\mu}; \qquad (2.30)$$

де G_1 – швидкість розповсюдження тріщини для руйнування типу нормального відриву; G_2 – швидкість розповсюдження тріщини в умовах поперечного здвигу; G_3 - швидкість розповсюдження тріщини в умовах поздовжнього здвигу.

В джерелі [2] зазначається, що рівняння (2.30) пояснюють еквівалентність енергетичної теорії Гріффітса та коефіцієнтів інтенсивності напружень при руйнування ізотропних, однорідних і крихких матеріалів.

На основі залежностей (2.30) також можна зробити висновок про те, що існує зв'язок між швидкістю затрати роботи і енергією деформації, яка запасена в малій круговій області навколо кінця тріщини. Цю локальну деформацію можна розглядати як енергетичний бар’єр, який заважає руйнуванню.

Рівняння яке визначає загальну енергію деформації в пружному тілі на площині в циліндричних координатах запишеться наступним чином:

$$E_n = \frac{1}{2}\iint_d \left[\sigma_r \frac{\partial u}{\partial r} + \sigma_\theta\left(\frac{u}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}\right) + \sigma_{r\theta}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r}\right)\right] dS, \qquad (2.31)$$

де n=1,2.

За умов поздовжнього здвигу рівняння (2.31) матиме наступний вигляд:

$$E_3 = \frac{1}{2}\iint_d \left(\sigma_{rz}\frac{\partial w}{\partial \varphi} + \sigma_{\theta z}\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta}\right) dS, \qquad (2.32)$$

де $dS = rdrd\theta$.

Схема до розрахунку загальної енергії деформації тіла, яке містить тріщину представлена на рис. 2.6.

За умов інтегрування рівнянь (2.31) або (2.32) в межах для r від 0 до R та для θ від $-\pi$ до π, для різних схем навантаження можна отримати наступні рівняння для енергії деформації:

$$E_1 = \frac{\pi(2\kappa - 1)Rk_1^2}{16G};\ \ E_2 = \frac{\pi(3\kappa + 2)Rk_2^2}{16G};\ E_3 = \frac{\pi Rk_3^2}{2G}, \qquad (2.33)$$

де E_1 – енергія деформації за умов розтягу; E_2 – енергія деформації за умов поперечного зсуву; E_3 – енергія деформації за умов поздовжнього зсуву; G – модуль зсуву; $\kappa = 3\text{-}4\nu$ – для плоскої деформації; ν – коефіцієнт Пуассона.

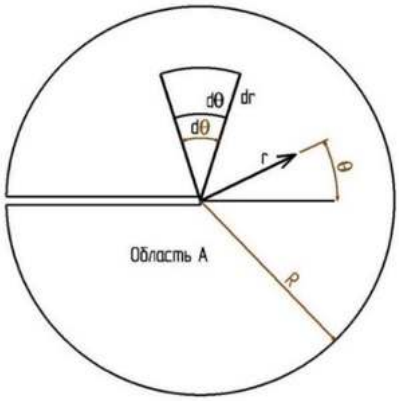


Рис. 2.6. Розрахункова схема до визначення енергії тіла з тріщиною

2.2 Аналіз поширених реологічних моделей, які використовуються при моделюванні матеріалів

2.2.1. Класичні реологічні моделі

Класичними реологічними моделями є модель Гука, Ньютона та Сен-Венана. Модель Гука описує ідеально пружне тіло [126].

Модель Гука. Реологічне рівняння твердого тіла Гука записується у формі (одноосьове навантаження):

$$\sigma = \varepsilon E, \qquad (2.34)$$

За умови чистого зсуву рівняння (2.34) запишеться:

$$\sigma = 2G\varepsilon, \qquad (2.35)$$

В тензорній формі рівняння закону Гука матиме вигляд:

$$\sigma = \lambda\theta\delta + 2G\varepsilon, \qquad (2.36)$$

де λ – стала Ламе; θ – відносна зміна об'єму; G – модуль зсуву; ε – деформація.

Модель Ньютона. Реологічне рівняння має вигляд:

$$\sigma_{ij} = \eta \frac{dv_{ij}}{dz}, \tag{2.37}$$

де η – коефіцієнт в'язкості; $\frac{dv}{dz}$ - градієнт швидкості.

В загальному вигляді рівняння (2.37) записується наступним чином:

$$\sigma_{ij} = K\theta\delta_{ij} + 2\eta \frac{dv_{ij}}{dz}, \tag{2.38}$$

де K – об'ємний модуль пружності; θ – відносна зміна об'єму; δ_{ij} – кронекерівський дельта-тензор.

Рівняння (2.37) описує опір, який виникає через недостатню ковзкість частинок середовища є пропорційним швидкості з якою ці частинки розділяються.

Модель Сен-Венана та Прандтля. Для середовища Сен-Венана встановлений постулат, згідно якому існує деяка межа пластичності до якої середовище є абсолютно твердим. Тобто коли виконується умова $\tau=\tau_{пл}$, то матеріал починає пластично деформуватись. Для середовища Сен-Венана реологічне рівняння має вигляд:

$$\tau_{ij} = \frac{2\dot{\gamma}_{ij}}{\lambda_m}, \tag{2.39}$$

λ_m – коефіцієнт пропорційності.

Якщо середовище описується на основі закону Гука при напруженнях нижче межі пластичності. При цьому загальна деформація є сумою пружної і пластичної деформації, то отримаємо середовище Прандтля. Реологічне рівняння для середовища Прандтля має наступний вигляд:

$$2\dot{\gamma}_{ij} = \frac{\dot{\tau}_{ij}}{G} + \lambda_m \tau_{ij}, \tag{2.40}$$

За умови $G=\infty$ рівняння (2.40) перетворюється в (2.39). Для тіла Прандтля точка, що обмежує пружну ділянку, визначається границею пластичності та відповідною їй граничною пружною деформацією.

Слід зазначити, що для тіла Прандтля границя текучості співпадає із границею пластичності. Робота, яка виконується напруженнями до границі текучості, накопичується в тілі у вигляді енергії пружної деформації і

повертається без втрат при розвантаженні. А робота напружень вищих граничного значення енергії пружної деформації розсіюється в тілі внаслідок внутрішнього тертя.

В'язко-пластичне середовище або модель Бінгама. Ідеалізоване пластичне тверде тіло, яке чинить опір пластичній деформації не тільки за рахунок границі текучості, а також за рахунок в'язкості, яку називають пластичною в'язкістю - $\eta_{пл}$. Реологічна формула моделі Бінгама має наступний вигляд:

$$\tau = 2G\gamma, якщо |\tau| < |\tau_{пл}|, \tau - \tau_{пл} = 2\eta_{пл}\dot{\gamma}, якщо |\tau| \geq |\tau_{пл}|, \qquad (2.41)$$

де $\tau_{пл}$ – межа текучості; $\eta_{пл}$ – коефіцієнт пластичної в'язкості; $\dot{\gamma}$ - швидкість зміни деформації зсуву; γ – деформація зсуву.

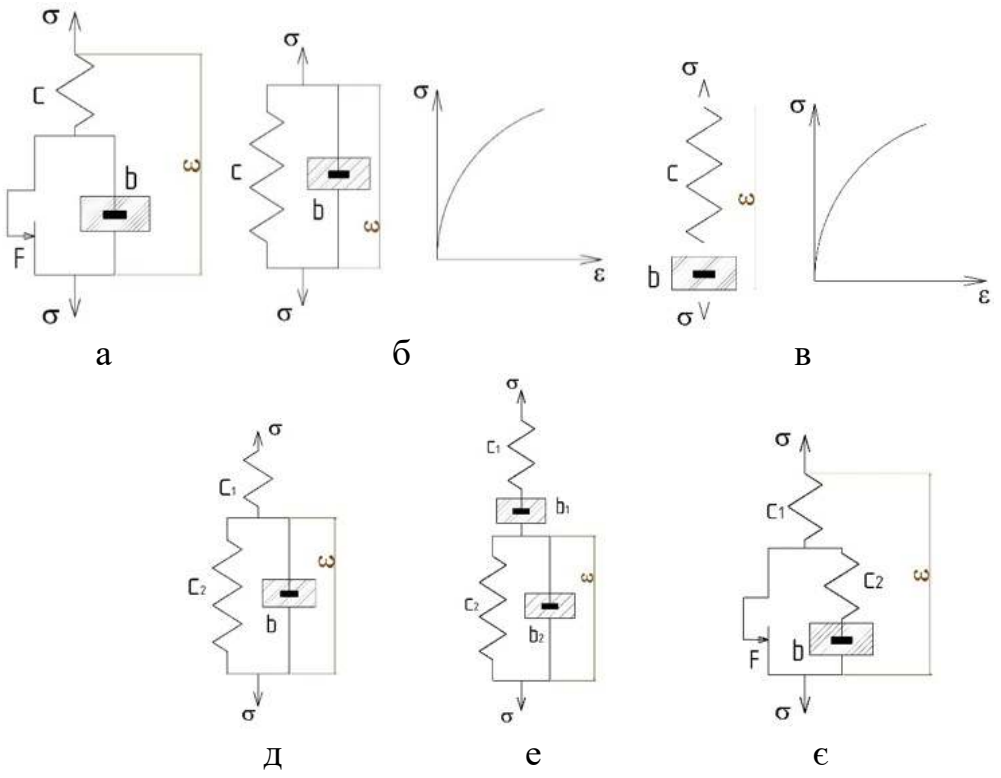


Рис. 2.7. Комбінації простих реологічних моделей:

а – Бінгама; б – Кельвіна-Фойгта; в – Максвела; д – Пойнтинга-Томпсона; е - Бюргеса; є – Шведова-Бінгама

Модель Бінгама призначена для опису таких середовищ, як: 1) суспензій та пастоподібних матеріалів (бетонні, шламові розчини); 2) грунти та гірські породи в умовах зсувних процесів; 3) біологічні рідини.

До переваг моделі Бінгама можна віднести гарний опис пластичних рідин та простоту. До недоліків – не враховує нелінійну залежність в'язкості від швидкості зсуву, тиксотропію, спектр релаксаційних процесів та гістерезис при циклічних навантаженнях.

При $\tau_{пл}=0$ модель Бінгама вироджується в ньютонову рідину. При $\eta_{пл}=0$ вона переходить в тіло Прандтля. Розрахункова схема для моделі Бінгама представлена на рис. 2.7, а.

Пружно-в'язке середовище із запізненням деформації або модель Кельвіна-Фойгта. Реологічне рівняння для випадку чистого зсуву має наступний вигляд, рис. 2.7, б:

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + 2\eta\dot{\varepsilon}_{ij}, \tag{2.42}$$

Рішенням рівняння (2.42) є:

$$\varepsilon = e^{-\frac{G}{\eta}t}\left(\varepsilon_0 + \frac{1}{2\eta}\int \sigma e^{\frac{G}{\eta}t} dt\right), \tag{2.43}$$

де ε_0 – початкова деформація. Якщо на середовище діє постійне напруження, тобто σ = const, то рівняння (2.43) можна записати наступним чином:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{2G} + \left(\frac{\varepsilon_0 - \sigma}{2G}\right)e^{-\frac{t}{T_c}}, \tag{2.44}$$

де $T_c=\eta/G$ – час запізнення деформації (час повзучості).

Формула (2.44) надає ряд кривих залежності деформацій від часу при постійному напруженні, рис. 2.8.

Якщо $\sigma=\text{const} =2G\varepsilon_0$, то ми отримаємо випадок статичної рівноваги. Тоді тіло Кельвіна є твердим тілом, а його в'язкість – в'язкістю твердого тіла. Якщо $\sigma=\text{const}< \sigma_0$, то деформація поступово зменшується; якщо $\sigma=\text{const}> \sigma_0$, то деформація поступово збільшується із зменшенням швидкості.

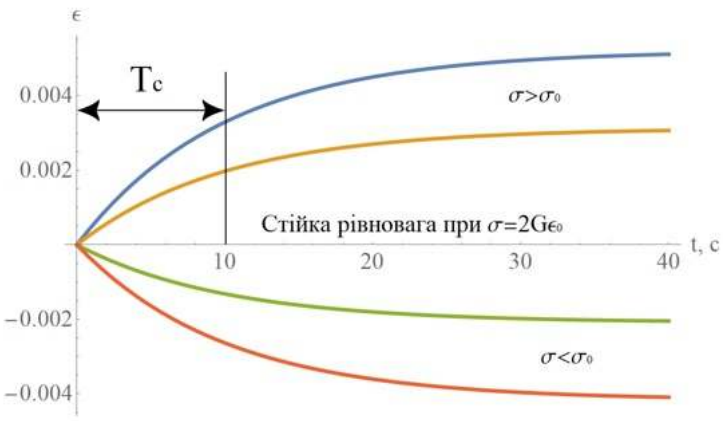


Рис. 2.8. Графік залежності деформації від часу для моделі Кельвіна-Фойгта

Якщо параметр T_c в моделі середовища Кельвіна-Фойгта є занадто великим, то шари середовища можуть повільно текти. Таке явище можна прирівняти до повзучості. Проте це не є класичною повзучістю, а всього лиш свідченням того, що деформація росте дуже повільно. При t->∞ деформація досягає сталого значення згідно залежності (2.44), тобто через значний проміжок часу. Таким чином модель середовища Кельвіна-Фойгта повільно реагує на навантаження і ця затримка виражається експонентною в рівнянні (2.44). Параметр T_c є по суті часом післядії, тобто він визначає швидкість затриманого «пружного» відгуку на навантаження. Ефект запізнення деформації при навантаженні та розвантаженні викликаний наявністю в'язкого елемента (демпфера). Модель тіла Кельвіна-Фойгта використовується при моделюванні таких середовищ: 1) Полімери та пластмаси; 2) біологічні тканини (мязи, сухожилля, шкіра); 3) Будівельні матеріали (бетон, асфальт); 4) гірські породи (грунти, глини та інші) при тривалому або малошвидкісному навантаженні.

Недоліком моделі середовища Кельвіна-Фойгта є те що вона не підходить для процесів де відбуваються високочастотні або ударні навантаження, бо не описує миттєвого пружного відгуку. З цією метою використовують більш складні моделі. До інших недоліків моделі відносяться: 1) описує просту спектральну поведінку, хоча реальні матеріали мають цілий спектр часів релаксації (тобто складний частотний відгук); 2) обмежене застосування до

нелінійних матеріалів (не описує пластичність, пошкодження чи структурні ефекти; 3) не описує релаксацію напруження.

Пружно-в'язке середовище або модель Максвела. Реологічне рівняння моделі Максвела в тензорній формі має наступний вигляд, рис. 2.7, в:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\dot{\sigma}_{ij}}{2G} + \frac{\sigma_{ij}}{2\eta}, \tag{2.45}$$

де $\dot{\varepsilon}_{ij}$ - тензор швидкості зміни деформацій; $\dot{\sigma}_{ij}$- тензор швидкості зміни напружень; G – модуль зсуву; η – в'язкість демпфера.

Рішенням рівняння (2.45) є:

$$\sigma = e^{-\frac{G}{\eta}t}\left(\sigma_0 + 2G\int \dot{\varepsilon} e^{\frac{G}{\eta}t} dt\right), \tag{2.46}$$

де σ_0 – початкове напруження. Якщо прийняти, що швидкість деформації буде сталою $\dot{\varepsilon}$=const, то рівняння (2.46) запишеться наступним чином:

$$\sigma = 2\dot{\varepsilon}\eta + \left(\sigma_0 - 2\dot{\varepsilon}\eta\right)e^{-\frac{t}{T_s}}, \tag{2.47}$$

де T_s =η/G – час релаксації.

Якщо $\dot{\varepsilon}$=σ_0/2η, то буде спостерігатись стале течіння, і разом із тим внутрішні сили будуть знаходитись в рівновазі із зовнішніми навантаженнями, як у випадку ньютонівської рідини.

Якщо під дією деякого напруження σ_0 в тілі виникає деформація і в подальшому ця деформація залишається постійною, то напруження зменшується у відповідності із рівнянням:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{t}{T_s}}, \tag{2.48}$$

Якщо $\dot{\varepsilon}$> σ_0/2η, то напруження збільшується; якщо $\dot{\varepsilon}$< σ_0/2η, то напруження зменшується, поки не досягне постійного значення. Якщо напруження збільшується із постійною швидкістю то деформація збільшується по наступному закону:

$$2\varepsilon(t) = \frac{\dot{\sigma}}{G}\left(t + \frac{t^2}{2T_s}\right) = \frac{\sigma}{G}\left(1 + \frac{t}{2T_s}\right), \tag{2.49}$$

Модель середовища Максвела веде себе у відповідності із величиною T_s, причому остання відіграє роль масштабу часу. Таким чином за умов, що

тривалість експерименту є малою ($t<<T_s$, $\varepsilon=\sigma/2G$), то середовище веде себе як модель Гука. В іншому випадку, якщо експеримент є тривалим ($t>>T_s$, $\sigma=2\eta\dot{\varepsilon}$), то матеріал веде себе як в'язка ньютонівська рідина. Чудовим прикладом для опису поведінки такого моделі Максвела є використання в якості середовища бетону. Якщо період дії навантаження на бетон вимірюється днями або часами, то бетон веде себе, як пружне тверде тіло. Проте якщо спостерігати за деформаціями бетону на протязі років, то можна помітити його течіння. Процес течіння визначається рівнянням $2\dot{\varepsilon}=\sigma_0/GT_s$, і має назву встановленої повзучості. Тут слід зазначити, що в даному випадку при знятті навантаження середовище залишається в деформованому стані.

Модель середовища Максвела чудово описує рідини при дослідженні довготривалих процесів. Для твердих тіл таку модель можна використовувати у короткочасних процесах.

До переваг моделі Максвела можна віднести можливість описувати релаксацію напружень та простоту. Недоліками такої моделі є те, що вона не описує правильно повзучість, не має миттєвого пружного відгуку при прикладені навантаження, проста спектральна поведінка, обмеженість використання (в основному гарно описує рідини), не підходить для опису високочастотних процесів. Модель гарно підходить для опису таких середовищ, як: полімери, смоли, бітуми, будівельні матеріали (пасти, штукатурки, в'яжучі), грунти у повільних процесах деформації тощо.

Модель Пойтінга-Томпсона. Використовується для опису матеріалів, що поєднують пружні та в'язкі властивості але з більш складною часовою поведінкою, ніж класичні моделі Максвела чи Кельвіна, рис. 2.7, д.

Середовище, яке описується даною моделлю миттєво реагує на деформацію при прикладенні навантаження. Така система поєднує в собі властивості миттєвої і повільної пружності.

Щоб отримати реологічне рівняння для моделі Пойтінга-Томпсона необхідно скласти напруження, що передаються елементами Гука і Максвела

або Гука і Кельвіна-Фойгта. Якщо прийняти за суму елементи Гука та Максвела то напруження визначатиметься наступним чином:

$$\sigma = 2E_1\varepsilon + e^{-\frac{E_2}{\eta}t}\left(\sigma_0 + 2E_2\int \dot{\varepsilon}e^{\frac{E_2}{\eta}t}dt\right), \tag{2.50}$$

де E_1 – модуль пружності окремої пружини; E_2 – модуль пружності пружини поєднаної із демпфером; η – коефіцієнт в'язкості демпфера.

Якщо швидкість зміни деформації тіла $\dot{\varepsilon}$=0, то на основі цього ми отримаємо рівняння релаксації напруження:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{t}{T_p}}, \tag{2.51}$$

де T_p =η/E_2 - час релаксації.

Якщо тіло отримало деяку початкову деформацію, і в момент часу t=0 навантаження було знято (σ=σ_0=0), то процес повернення відбувається із післядією, час якої рівний:

$$T_r = \frac{(E_1 + E_2)\eta}{E_1E_2}, \tag{2.52}$$

При t=∞ деформація повністю зникає. Рівняння (2.50) Може бути перетвореним до наступного виду:

$$\sigma + \frac{\eta}{E_2}\dot{\sigma} = E_1\varepsilon + \eta\left(1 + \frac{E_1}{E_2}\right)\dot{\varepsilon}, \tag{2.53}$$

В рівнянні (2.53), якщо E_1=0, то отримуємо модель Максвела, при E_2=∞ отримуємо модель Кельвіна-Фойгта.

Перевагами моделі Пойтинга-Томпсона є можливість описувати миттєву та затриману деформацію, релаксацію напружень, повзучість та простота. Недоліками моделі не враховує нелінійні ефекти, обмежена точність, не описує пластичність і руйнування, обмежена в опису повзучості (деформація при постійному напруженні зростає але обмежено), не придатна для опису високочастотних коливальних процесів. За допомогою даної моделі описують наступні середовища: полімери, біотканини, гірські породи в межах лінійної теорії пружності).

Модель Бюргерса. Використовується для опису в'язкопружних середовищ із властивістю релаксації та повзучості, рис. 2.7, е. Дана модель є комбінацією моделі Максвела та моделі Кельвіна-Фойгта.

Реологічне рівняння Бюргерса має наступний вигляд:

$$\sigma + \frac{\eta_1}{E_1}\dot{\sigma} = \eta_1\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)\dot{\varepsilon} + \frac{\eta_1\eta_2}{E_2}\ddot{\varepsilon}, \tag{2.54}$$

де E_1,E_2,$\eta_1\eta_2$ – різні модулі пружності та коефіцієнти в'язкості.

При навантаженні тіло Бюргерса володіє миттєвою та затриманою пружністю, а також в'язкою текучістю. При розвантаженні спостерігається миттєва і затримана пружні деформації, а також незворотні деформації в'язкого течіння. Модель тіла Бюргеса володіє як часом релаксації так і часом післядії.

Час релаксації для моделі середовища Бюргеса визначається:

$$\frac{1}{T_{1,2}} = \frac{\eta_1 E_1 + \eta_2 E_1 + \eta_1 E_2 \pm \sqrt{\Delta}}{2\eta_1\eta_2}, \tag{2.55}$$

де T_1,T_2 – два періоди часу релаксації;

$$\Delta = \left(\eta_1 E_1 + \eta_2 E_1 + \eta_1 E_2\right)^2 - 4\eta_1\eta_2 E_1 E_2, \tag{2.56}$$

Час пружної післядії:

$$T_r = \frac{\eta_2}{E_2}, \tag{2.57}$$

Переваги моделі Бюргеса є гарний опис повзучості середовища, простота, описує релаксацію напружень, універсальність, яка визначається тим, що моделі Максвела, Кельвіна-Фойгта та Лесершича є її частковими випадками. До недоліків слід віднести не можливість відображення нелінійної в'язкопружності, яка властива багатьом матеріалам при великих деформаціях, володіє значною кількістю параметрів, що ускладнює дослідження середовища на основі експериментів, не завжди є адекватною при дослідженні в значному часовому проміжку (від десятки до сотні і більше років). Модель Бюргеса найкраще описує такі середовища, як ґрунти, полімери, асфальт, цементний камінь, біологічні тканини. Для опису руйнування гірських порід в камері дроблення дана модель є кращою в порівнянні із Пойнтінга-Томпсона, оскільки може враховувати повільну деформацію і релаксацію.

Модель Шведова-Бінгама. Використовується для опису пластичних в'язких тіл, рис. 2.7, є. Поведінку таких матеріалів можна описати як такі, що

є твердими при напруженнях але починають текти коли напруження перевищує деяке граничне значення.

Реологічне рівняння для моделі Шведова-Бінгама має вигляд:

$$2\dot{\gamma} = \frac{\left(\tau - \tau_{пл}\right)}{\eta_{пл}} + \frac{\dot{\tau}}{E}, \tag{2.58}$$

Перевагами моделі Шведова-Бінгама є те що вона описує матеріали, можуть переходити в пластичний стан при перевищені межі текучості, поєднує пружну та пластичну поведінку матеріалів, простота. До недоліків слід віднести те, що вона не описує плавний перехід між пружною та пластичною зоною (в цій зоні є присутня стадія нелінійного зміцнення), безмежний ріст деформацій після переходу границі текучості (на практиці матеріали зазнають зміцнення), не враховує релаксацію напружень, обмеженість застосування (пластичні матеріали).Модель Шведова-Бінгама найкраще описує такі матеріали як полімери, пластмаси, гуми, еластомери, клеї та композитні матеріали.

Модель Перзиня. Модель використовується для опису в'язкопружно-пластичних матеріалів і є поєднанням більш простіших моделей: 1) Гука; 2) Кельвіна-Фойгта; 3) Шведова-Бінгама. Тобто це узагальнена реологічна модель яка враховує миттєву реакцію, повільну релаксацію, повзучість, межу текучості. Реологічне рівняння моделі Перзиня в узагальненому вигляді записується наступним чином:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{H} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{P}, \tag{2.59}$$

де $\dot{\varepsilon}_{ij}$ - тензор повної швидкості зміни деформації; $\dot{\varepsilon}_{ij}^{H}$ - пружна складова; $\dot{\varepsilon}_{ij}^{P}$ - складова на основі моделі Перзиня.

Складова тензора швидкості зміни деформації на основі моделі Перзиня:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{P} = \gamma \Phi\left(\frac{f\left(\sigma_{ij}\right)}{k}\right)\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}, \tag{2.60}$$

де $f\left(\sigma_{ij}\right)$ - функція текучості; k – коефіцієнт масштабу, який характеризує рівень напружень; Ф – функція пластичного потенціалу; γ – параметр в'язкопластичності (обернено пропорційний до часу релаксації).

Модель середовища Перзиня працює наступним чином. Якщо напруження менші від границі текучості Ф=0, то пластичних деформацій не має і поведніка середовища описується на основі моделі Гука. В іншому випадку, якщо напруження перевищує границю текучості, то середовище поводить себе як пластичне. Швидкість зміни пластичної деформації тим більша чим більше перевищення границі текучості.

В'язкопластичність в моделі описується не через класичний коефіцієнт в'язкості, а через час релаксації або параметр вязкоплстичності, який керує швидкістю зміни пластичної течії при перевищенні границі текучості. Якщо функція Ф є однорідною (наприклад степенева), то в такому випадку коефіцієнт k можна винести із під функції Ф:

$$\frac{\gamma}{k^n} = \frac{1}{\eta}, \tag{2.61}$$

де η – ефективна в'язкість.

Перевагами моделі є можливість опису швидкісних ефектів, повзучості та релаксації напружень, ударних деформацій, добре інтегрується в алгоритми методу скінчених елементів. Недоліками моделі є необхідність проведення експерименту для визначення функції Ф, відносно чимала кількість параметрів, при сильному нелінійному поводженні середовища може давати не точні результати, складність в чисельних розрахунках, менш придатна для опису крихких середовищ.

Застосовується модель до таких матеріалів як метали, ґрунти, геоматеріали, полімери, бітуми, будівельні матеріали (бетон, асфальт) тощо.

В цілому можна підсумувати наступне. Серед розглянутих вище простих реологічних моделей середовищ, найкраще для опису гірських порід підходять моделі Бюргерса, Перзиня, Гука, Сен-Венана, Прандтля.

2.2.2. Складні реологічні моделі

Значним проривом в дослідженнях механіки суцільного середовища стало впровадження чисельних методів моделювання. Звісно на початкових

етапах такі методи були громіздкими з боку затрати людських ресурсів. Проте із стрімким розвитком обчислювальної техніки дані чисельні методи набули широко поширення. Найпоширенішими на сьогодні чисельними методами розрахунку робочих середовищ є метод кінцевих елементів (FEM) та метод дискретного елемента (DEM). На сьогодні існує велика кількість програмних комплексів які дозволяють з достатньою точністю виконувати розрахунки методом кінцевих елементів. До найбільш поширених платформ відносяться: Ansys, Nastran, Abaqus. Якщо розглядати задачі утворення та розповсюдження тріщин то крім вбудованих окремих модулів для таких розрахунків в програмні комплекси Ansys та Nastran існують окремі програмні рішення, які можуть виконувати відносно детальні розрахунки моделей середовищ за наявності в них тріщин. До таких програмних продуктів відносяться: Warp3D, Franc3D, Franc2D, Afgrow, Flac3D, FsaCrack та інші. Найпоширеним програмним комплексом для моделювання методом дискретних елементів є EDEM, який розповсюджується компанією Altair. Такі програмні комплекси як Ansys та Nastran також мають вбудовані модулі для виконання розрахунків методом дискретних елементів.

Тут слід зазначити, що дані програмні продукти успішно використовуються для моделювання робочих процесів взаємодії машин і робочих середовищ. На основі їх тривалого використання були зібрані бібліотеки реологічних моделей матеріалів. Розглянемо поширені реологічні моделі, які використовуються при моделювання гірських порід. До таких моделей відносяться: 1) Грунт та піна; 2) Псевдо – Тензор; 3) Геологічна; 4) Швера-Мюррея; 5) Континуальної поверхні шапки; 6) Кулона-Мора; 6) З’єднаного каменю.

Одночасно з цим також широко використовують при моделюванні геологічних порід наступні типи моделей: 1) Крихкого руйнування; 2) Джонсона Холмквіста для бетону та кераміки; 3) Грунтобетон; 4) Гістерезисного ґрунту; 5) Рамберга Осгуда; 6) Модифікована модель Друкера Прагера; 7) Орієнтованої тріщини; 8) Руйнування бетону; 9) Вінфріта для

бетону; 10) Цегли виготовленої із грунту; 11) Залізобетонної стіни на зсув; 12) Бетонної балки.

Модель ґрунту та піни. Є відносно простою моделлю для опису ґрунтів, бетону або деформуємої піни [40]. Функція текучості описується наступним рівнянням:

$$\psi = I_2 - (a_0 + a_1 p + a_2 p^2), \tag{2.62}$$

де p – тиск; a_0, a_1, a_2 – константи; I_2 – другий інваріант девіаторного тензора напружень. Поведінка моделі є наступною – на початкових етапах навантаження при малих деформаціях модель поводить себе лінійно-пружно. При збільшенні рівня деформацій перетворюється в нелінійну модель. В рівнянні (2.62) другий інваріант визначається на основі наступної залежності:

$$I_2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}, \tag{2.63}$$

де S_{ij} – девіаторний тензор напружень.

Девіаторний тензор напружень визначається за наступною залежністю [41]:

$$S_{ij} = \sigma_{ij} + (p + q)\delta_{ij}, \tag{2.64}$$

де σ_{ij} - тензор напружень; δ_{ij} - коефіцієнт Кронекера, яки приймає значення 1 при умові, що індекси є рівними між собою та нуль при різних значеннях індексів; q – об'ємна в'язкість, так, як в'язкість не входить в дану модель, то q=0.

Тут слід зазначити, що залежності (2.63) та (2.64) є узагальненими для опису об'ємного навантаженого стану матеріалу. Так, наприклад при описі ґрунтів слід враховувати напруження та деформації, які виникають по різним осям, тобто напружений стану який буде повторювати умови залягання ґрунтів. Проста модель руйнування матеріалу в камері дроблення враховує одновісне навантаження.

Для визначення невідомих коефіцієнтів a_0, a_1, a_2 в (2.62) будується графік залежності значень другого інваріанта девіаторного тензора I_2 від середнього

напруження σ_c. Далі на основі квадратичної регресії визначаються невідомі коефіцієнти.

За умови одновісного навантаження другий інваріант девіаторного тензора можна визначити із наступної залежності - $I_2 = \frac{1}{3}\sigma_y^2$. Тоді залежність (2.62) можна переписати [40]:

$$\frac{1}{3}\sigma_y^2 = \left(a_0 + a_1 p + a_2 p^2\right), \tag{2.65}$$

Схематична залежність тиску від зміни об'єму матеріалу зображена на рис. 2.9 [40].

В цілому можна зазначити, що дана модель ідеально підходить для опису навантаженого стану ґрунтів, а також може використовуватись в якості наближеної моделі для гірських порід. Така модель ідеально підходить при моделюванні взаємодії ківша, фундаменту із грунтом або піском, а також ударів по грунту. Якщо в якості середовища є піна, можливим є моделювання поглинання енергії при ударах.

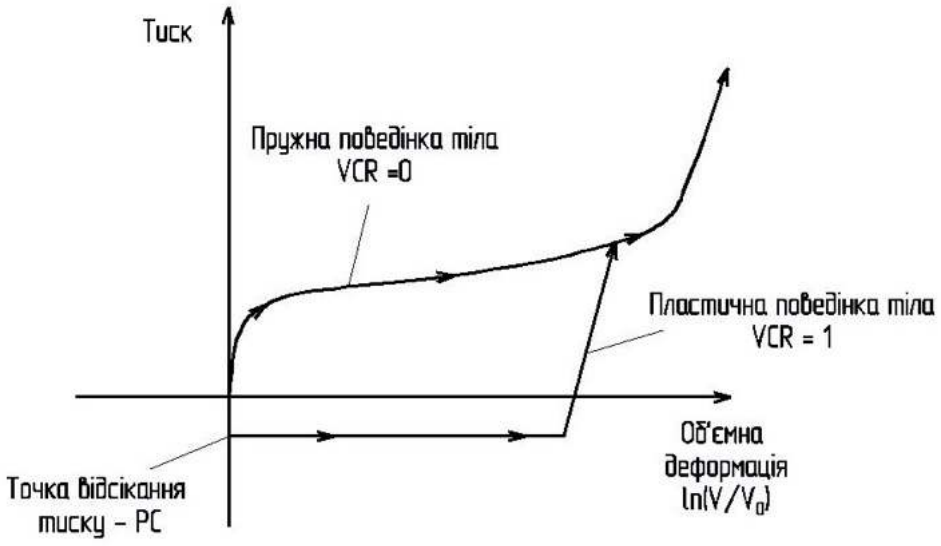


Рис.2.9. Залежність тиску від зміни об'єму для матеріалу type 5

Модель псевдо – тензор. Модель матеріалу, яка була створена для аналізу заглиблених сталевих залізобетонних конструкцій, що піддаються імпульсним навантаженням. Ця модель має два режими в залежності від

фізичних властивостей матеріалу. Перший режим – звичайна крива текучості, другий режим – включає дві криві текучості, які функціонально залежать від тиску, а також включає параметри перемикання між кривими. Для обох режимів є варіант задання кривої навантаження LCP, яка є коефіцієнтом швидкості деформації для кривої пластичності.

Окремо розглянемо режими моделі псевдо-тензор. Перший режим добре підходить для опису стандартних моделей, таких як поверхня текучості Мора-Кулона з межею Треска, рис. 2.10.

Модель Мора-Кулона з межою Треска в поєднанні із рівнянням стану добре зарекомендувала для опису взаємодії ґрунту із залізобетонною конструкцією [40]. Для того, щоб задати режим 1 моделі псевдо-тензор необхідно прийняти, що $a_0 = a_1 = a_2 = b_1 = a_{0f} = a_{1f} = 0$, потім необхідно вказати відповідні значення тиску, та відповідні значення границі текучості [40]. Параметри, які відносяться до властивостей армування, початковій границі текучості та дотичному модулю повинні також бути встановленими в нуль.

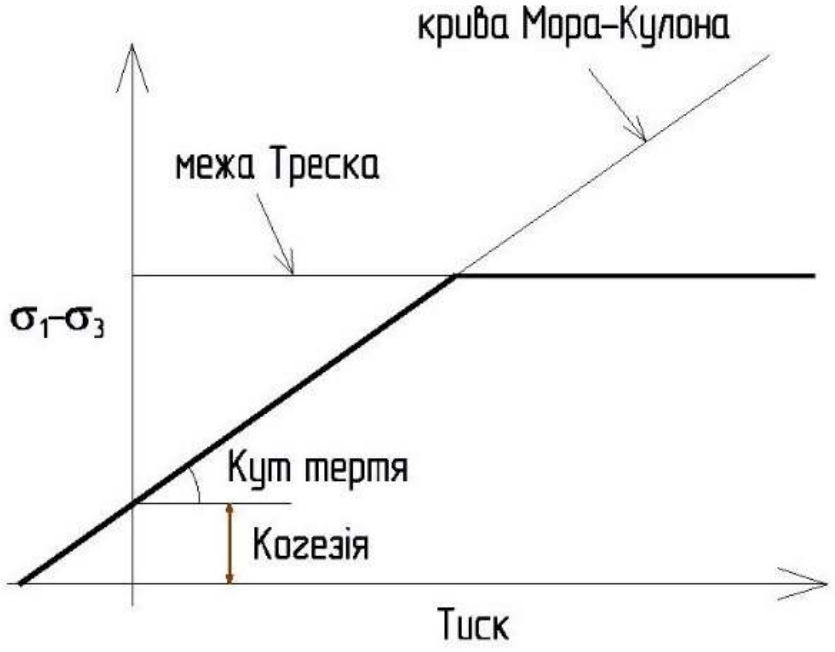


Рис. 2.10. Крива Мора-Кулона з межою Треска

Другий режим. Поєднання двох моделей – руйнування та пошкодження. Цей режим використовує дві криві текучості в залежності від тиску в наступному вигляді:

$$\sigma_y = a_0 + \frac{p}{a_1 + a_2 p}. \qquad (2.66)$$

Перша крива текучості найкраще описує максимальну межу текучості, в той час друга крива більш краще описує руйнування матеріалу. Тут є чимала кількість варіацій задання відповідної кривої для матеріалу [40]. Додатково в джерелі [40] розглянуті режим 2 для генерації простої моделі бетону та змішаної модель.

Дана модель застосовується для опису анізотропного пошкодження та руйнування матеріалів. В більшості випадків для композитів і шаруватих матеріалів. Наприклад: 1) моделювання композитних матеріалів; 2) опис накопичення пошкодження в різних напрямках; 3) здатність відтворювати різні механізми руйнування (розрив волокон, розшарування матриці, зсув).

Модель є адекватною для наступних гірських порід: сланці, гнейси, вугілля, тріщинуваті масиви. Тобто шаруваті породи, і за умов використання експериментальних даних.

Геологічна модель. Дана модель представляє із себе один із підвидів моделі геологічної шапки. Модель використовується при вирішенні геомеханічних проблем, а також при моделюванні таких матеріалів, як бетон. Модель базується на формулюваннях представлених в джерелах [42], [43], [44]. За базу в моделі взято теорію геологічної шапки до якої імплементовано теорію, шо описує нелінійне кінематичне зміцнення. На рис. 2.11 відображена графічна інтерпретація геологічної моделі.

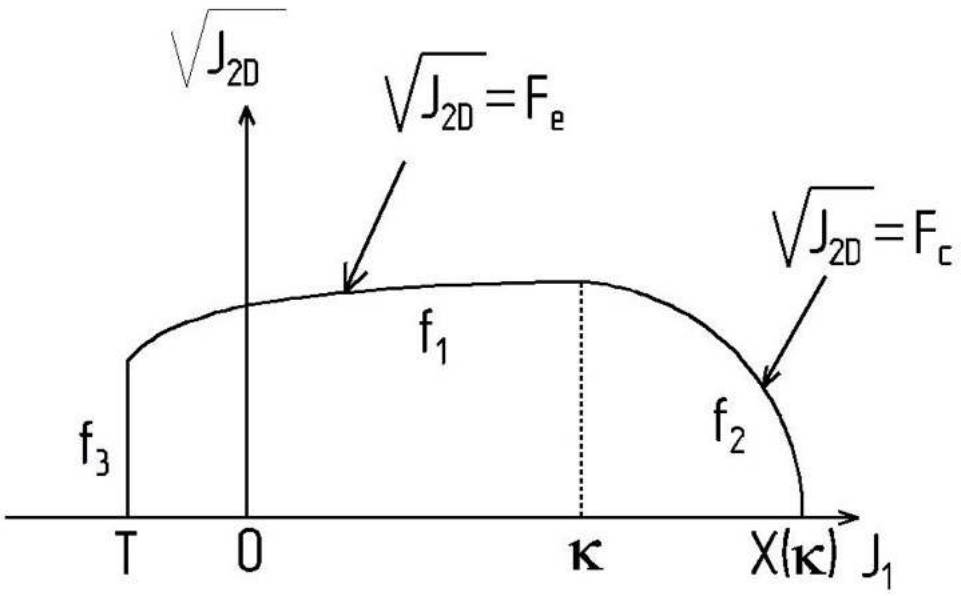


Рис. 2.11. Крива, яка описує геологічну модель

Математичне формулювання моделі представленої на рис. 2.11 наводиться в термінах інваріантів тензора напружень. Квадратний корінь другого інваріанту тензора девіатора напружень визначається наступним чином:

$$\sqrt{J_{2D}} = \sqrt{\frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}}\,, \tag{2.67}$$

На графіку рис. 2.11 корінь другого інваріанту тензора девіатора напружень є мірою викривлення або напружень зсуву. В той час як перший інваріант напружень J_1 відображає тензор напружень.

Модель геологічної шапки на рис. 2.11 описується трьома різними поверхнями.

Перша поверхня (f_1) є крива поверхневого руйнування. Функція першої кривої записується наступним чином:

$$f_1 = \sqrt{J_{2D}} - \min[F_e(J_1), T_{mises}], \tag{2.68}$$

де $F_e(J_1) = \alpha - \gamma \exp(-\beta_1 J_1) + \theta J_1$; $T_{mises} = \left| X(\kappa_n) - L(\kappa_n) \right|$.

Поверхня f_1 є фіксованим простором який не зміцнюється, якщо не має кінематичного зміцнення. Поверхня f_2 представляє геологічну шапку і функціонально записується наступним чином:

$$f_2 = \sqrt{J_{2D}} - F_c\left(J_1, K\right), \tag{2.69}$$

де F_c визначається на основі наступної залежності

$$F_c\left(J_1, \kappa\right) = \frac{1}{R}\sqrt{\left[X[\kappa] - L\left(\kappa\right)\right]^2 - \left[J_1 - L\left(\kappa\right)\right]^2}, \tag{2.70}$$

де точка перетину $X(\kappa)$ із віссю J_1 визначається на основі наступної залежності:

$$X\left(\kappa\right) = \kappa + RF_e\left(k\right), \tag{2.71}$$

В свою чергу $L(\kappa)$ визначається на основі системи рівнянь:

$$L\left(\kappa\right) = \begin{cases} k \text{ if } \kappa > 0; \\ 0 \text{ if } \kappa \le 0. \end{cases} \tag{2.72}$$

Параметр зміцнення κ пов'язаний із пластичною зміною об’єму наступною залежністю:

$$\varepsilon_v^p = W\left\{1 - \exp[-D\left(X\left(\kappa\right) - X_0\right)]\right\}, \tag{2.73}$$

Третя поверхня є поверхня зрізу напруження, яка визначається наступною функцією:

$$f_3 = T - J_1, \tag{2.74}$$

де T – вхідний параметр матеріалу, який визначає його максимальний гідростатичний натяг.

Перевагами геологічної моделі є можливість контролювати величину розширення, що виникає під дією зсувного навантаження. Так, наприклад в моделях Кулона-Мора та Друкера-Прагера пластичне розширення продовжується до тих пір, поки до моделі прикладені зсувні навантаження, внаслідок чого в багатьох випадках створюється набагато більше розширення ніж в експериментальних моделях. Закон зміцнення в геологічній моделі дозволяє поверхні f_2 стискатися, поки вона не перетне зону руйнування в точці $X(\kappa)$, після чого рух припиняється.

Ще однією перевагою геологічної моделі є можливість моделювати пластичні ущільнення. Тобто об’ємна реакція є пружною в діапазоні до точки к. Включення кінематичного зміцнення призводить до гістерезисного розсіювання енергії в умовах циклічного навантаження. В роботі [45] розглядається нелінійне кінематичне зміцнення для поверхні f_2 за умов, що параметри C та N є не нульовими. В роботі [46] наведені додаткові рекомендації щодо вибору параметрів геологічної моделі на основі експериментальних даних.

Призначена для гірських порід та бетонів із крихкою поведінкою. Використовується при моделюванні динамічних ударів і вибухів у гірських масивах, статичних і напівстатичних задачах з деформацією порід, моделювання пошкодження і тріщинуватості.

Розглядаючи теорії розповсюдження трішини найбільш універсальною є теорія Грифітса, проте вона має складний математичний опис при практичному застосуванні. В цілому можна помітити, що за останнє століття розвитку людства була розглянута велика кількість різноманітних задач руйнування матеріалів. Для кожної із таких задач була створена відповідна теорія руйнування. Проте ми досі спостерігаємо розбіжності в експериментальних та теоретичних дослідженнях по руйнуванню матеріалів. Звісно тут потрібно враховувати теплові втрати енергії, не однорідність структури матеріалу і т.д. На основі цього ми приходимо до висновку, що загальна модель опису процесу руйнування може бути занадто громіздкою і складною у практичному застосуванні. Одним із можливих варіантів спростити таку модель ми вбачаємо в більш детальному розгляді процесу руйнування матеріалу.

Залежності розглянуті вище добре описують розвиток тріщини на макрорівні. Для розгляду процесів, що відбуваються на мікрорівні можна скористатись теорією фракталів. Розглянемо більш детально особливості теорії фракталів для опису розповсюдження тріщини.

2.3. Фрактальні моделі дроблення

2.3.1. Огляд фрактальних моделей руйнування матеріалів

Одним із ключових понять фракталів є їх розмірність та розуміння того як визначити розмірність. Так наприклад, розмірність множини точок, що утворюють лінію, є M=1 [108]. Розмірність для площин і викривлених поверхонь має значення M=2, в той час як евклідова розмірність сфери дорівнює M=3. Визначення фракталів, яке побудоване на їх розмірності звучить наступним чином. Фракталом називається множина, для якої розмірність Хаусдорфа-Безиковича суворо більше його топологічної розмірності.

Сама розмірність Хаусдорфа-Базиковича (M) множини A є критичною розмірністю, при якій міра O_d змінює своє значення з нуля на нескінченність:

$$O_d = k_d \times n_d \times x_d^d \xrightarrow[x->0]{} \begin{cases} 0 \text{ при } d > M; \\ \infty \text{ при } d < M, \end{cases} \tag{2.75}$$

де k_d – геометричний коефіцієнт; O_d - міра, яку ми приймаємо для виміру геометричної фігури; x – геометричний розмір; d – розмірність міри.

Саме розуміння міри O_d можна дати на прикладі кривої покритої сферами. В об’єм кожної сфери потрапляє деяка кількість точок яка належить кривій. Кількість сфер, яка визначає розмір кривої є по суті мірою O_d.

Розглядаючи різні методи та підходи процесу руйнування матеріалів не важко відокремити багаторівневу модель. Тобто процес руйнування розглядають на різних енергетичних рівнях. Можна виділити наступні основні рівні: 1) атомний – пов'язаний з розглядом руйнування міжатомних звязків; 2) рівень взаємодії окремих зерен, які представляють собою умовно включення різних мінералів; 3) мезоскопічний рівень - описує ріст мікротріщин, які потім поєднуються в магістральні тріщини. Одною із особливостей таких багаторівневих моделей є те що при порівнянні між собою вони є самоподібні [115].

В роботах [19] - [21] була запропонована гіпотеза про перехідний шар між тріщиною і суцільного середовища, який буде володіти фрактальною розмірністю. Таким чином навколо тріщини утворюється пластична зона, а поблизу самої вершини тріщини утворюється однорідна ізотропна зона. Ці дві поверхневі зони навколо тріщини враховує фрактальна розмірність. Поверхнева енергія матеріалу визначається, як різниця між розмірністю простору, що оточує тріщину і фрактальною розмірністю перехідної зони.

Характеристика фрактальної розмірності тріщини є предметом чисельних досліджень. Основні спори виникають відносно геометрії поверхні, яка виникає внаслідок руйнування. В роботі [18] фрактальний підхід до теорії руйнування побудований на двох твердженнях. Перше вказує на те, що поверхня руйнування є прямим наслідком особливостей розвитку фронту тріщини. Друге вказує, що для опису реальних тріщин доцільно вибирати модель фрактала, який буде володіти властивостями шорсткості та самоподібності. Такими особливостями наділені фрактали, що описують природні явища.

Розглянемо схему фрактального підходу до процесу руйнування яка запропонована в роботі [18]. В роботі робиться припущення, що границі тріщини на мікрорівні не є гладкими, а мають шорстку поверхню. Таким чином в рівняння критерія міцності пропонується ввести фрактальну поправку, яка буде враховувати шорсткість поверхні на мікрорівні. Проте автори фрактального підходу [18] стверджують, що існують межі застосування фрактальної моделі, які пов’язані із розмірами тріщини. Таким чином запропонований підхід представляє собою синергетичну модель тріщини в твердому тілі.

Суть синергетичної моделі полягає в тому, що на мікрорівні тріщина описується фрактальною кривою, а на макрорівні тріщина розглядається, як гладкий розріз. Фрактальні особливості мікрорівня враховуються, як масштабний параметр, при оцінці міцності зразка матеріалу з тріщиною. Тут

слід наголосити, що фрактальна розмірність виступає, як додатковий параметр до основного параметру тріщини – її довжини.

2.3.2. Визначення геометричних параметрів тріщини з використанням фракталів

Довжину фрактального контуру можна побудувати за допомогою Хаусдорської (фрактальної) міри, яка застосовується до множини у просторі, що мають складну нерегулярну структуру. Суть такого методу полягає в тому, що фрактальний контур (тріщина) покривається множиною куль (квадратів) радіуса r. Після чого підсумовується d-мірна міра покриття для всіх елементів покриття. Далі розраховується границя при r->0, яка визначає d-мірну міру множини. В свою чергу фрактальна розмірність D напряму повязана із зростанням довжини фрактального контура при зміні масштабу вимірювання. При D =1 отримуємо гладку поверхню тріщини, довжина якої не залежить від масштабу, проте при D>1 – поверхня тріщини є сильно зрізаною, довжина якої зростає при збільшенні масштабу.

Виходячи із вищезазначеного можна відмітити, що фрактальна розмірність D, може бути показником ступеня мікропошкодження, енергії руйнування. При більш шорсткій поверхні тріщини, тобто при D>1, це вказує на збільшення енергії руйнування внаслідок збільшеного опору розповсюдження тріщини.

В роботі [115] використаний масштабний аналіз із фіксованою лінійкою для визначення довжини фрактального контура:

$$L_D=\gamma(D)l^D \ . \qquad (2.76)$$

де γ(D) – функція, яка залежить від геометрії фігури та D; D – розмірність міри; l – мікроскопічна довжина (довжина одиничного сегменту або розмір лінійки).

При описі поверхні тріщини, яка є сильно порізаною на мікрорівні, можна скористатись дробовим інтегралом Рімана-Ліувіля. Для одномірного випадку (вздовж координати x):

$$I_{\alpha}^{\alpha} f(x) = \frac{1}{\Gamma(n)} \int_{a}^{x} (x-t)^{D-1} f(t) dt, \qquad (2.77)$$

де Γ(n) – гамма-функція; a – нижня межа інтегрування; D – порядок інтегрування, який відповідає фрактальній розмірності.

Доведення того, що для опису тріщини можна приймати фрактальний обєкт у вигляді залежності (2.77) наведено в джерелі [115].

Якщо прийняти за елемент покриття фрактальної кривої шар, то в залежності (2.76) функцію γ(α) можна визначити як [115]:

$$\gamma(D) = \frac{\Gamma^{D}(1/2)}{2^{D}\Gamma(1+D/2)} \qquad (2.78)$$

де 2<D<3. При 1<D<2 вираз (2.77) можна розглядати, як α-мірну площу перерізу шару, а при 0<D<1 як D-мірну довжину розміром з діаметр шару.

Геометричний сенс виразу (2.77) можна пояснити наступним чином. Уявімо, що є деяка ділянка довжиною l, по суті це може бути поверхня тріщини на мікрорівні. У відповідність ділянці l ставиться площа A деякої фігури, яка описується функцією f(x). Таким чином на основі накладання на сильно порізану поверхню тріщини відповідної фігури відбувається згладжування зрізаної поверхні тріщини, рис.2.12.

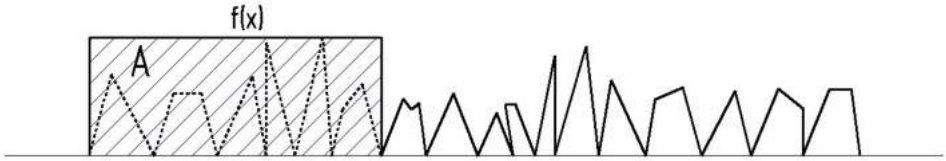


Рис. 2.12. Приклад згладжування фрактальної поверхні тріщини

Розглянутий фрактальний підхід, при якому використовується згладжування поверхні тріщини ентропійною мірою Хаусдорфа дозволяє розглядати фрактальні тріщини як структуру, що є вкладеною в евклідовий простір [115].

Енергетична концепція процесу руйнування матеріалу на основі фрактального підходу пояснюється наступним чином. Масштабний фактор d

(роздільність) тобто мінімальний масштаб до якого деталізується тріщина є одним із параметрів, який визначає довжину тріщини:

$$L = \left(\frac{l}{d}\right)^{D} d, \tag{2.79}$$

У випадку механіки руйнування d пов'язують із мікроструктурним масштабом через залежність:

$$d = \frac{2}{\pi}\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^{2}, \tag{2.80}$$

де σ_c – границя міцності; K_{Ic} – статична вязкість руйнування для прямолінійної тріщини довжиною 2a.

Виходячи із рівнянь (2.79) та (2.80) для довжини тріщини можна записати:

$$L = l^{D}\frac{2}{\pi}\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^{2(1-D)}. \tag{2.81}$$

Проте вираз (2.81) можна спростити виразивши d через фрактальну розмірність:

$$d = \frac{\pi^{D/2}}{2^{D}\Gamma\left(1+D/2\right)\Gamma\left(1+D\right)}, \tag{2.82}$$

В геометричному сенсі вираз є узагальненням одиничної кулі в D-вимірному просторі.

Тоді прирівнюючи (2.80) та (2.82) отримаємо:

$$\frac{\pi^{D/2}}{2^{D}\Gamma\left(1+D/2\right)\Gamma\left(1+D\right)} = \frac{2}{\pi}\frac{K_{Ic}^{2}}{\sigma_c^{2}}, \tag{2.83}$$

Тут необхідно зазначити, що гірські матеріали ведуть себе в основному, як крихкі тіла. Проте механізм фрактального опису процесу руйнування матеріалу внаслідок накопичення пошкоджень представляє доволі цікаву задачу. В зв'язку із цим при використанні фрактального підходу до руйнування гірських порід розглядають задачу про накопичення пошкоджень при квазікрихкому руйнуванні [115].

При розгляді пружної площини, яка розтягується в напрямку осі у рівномірним зусиллям F, сумарну роботу по формуванню поверхні руйнування в джерелі [115] пропонується визначати:

$$\Delta W = \frac{2F^2 d_n d_0 (1-\nu)}{\pi G(1-\varpi)}, \tag{2.84}$$

де $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ - модуль зсуву; E – модуль Юнга; ν – коефіцієнт Пуассона; d_0 – період з яким утворюється система тріщин.

Довжину реальної тріщини в проміжку від $-l \le x \le l$ та ґрунтуючись на рівняннях (2.76), (2.79) та (2.82) можна записати наступним чином:

$$L = \frac{\pi^{D/2} l^D}{2^D \Gamma(1+D/2)\Gamma(1+D)}, \tag{2.85}$$

Тоді на основі рівняння Грифітса для енергії поверхні тріщини можна записати наступне:

$$\Delta \Pi = -2\gamma \frac{\pi^{D/2} l^D}{2^D \Gamma(1+D/2)\Gamma(1+D)}, \tag{2.86}$$

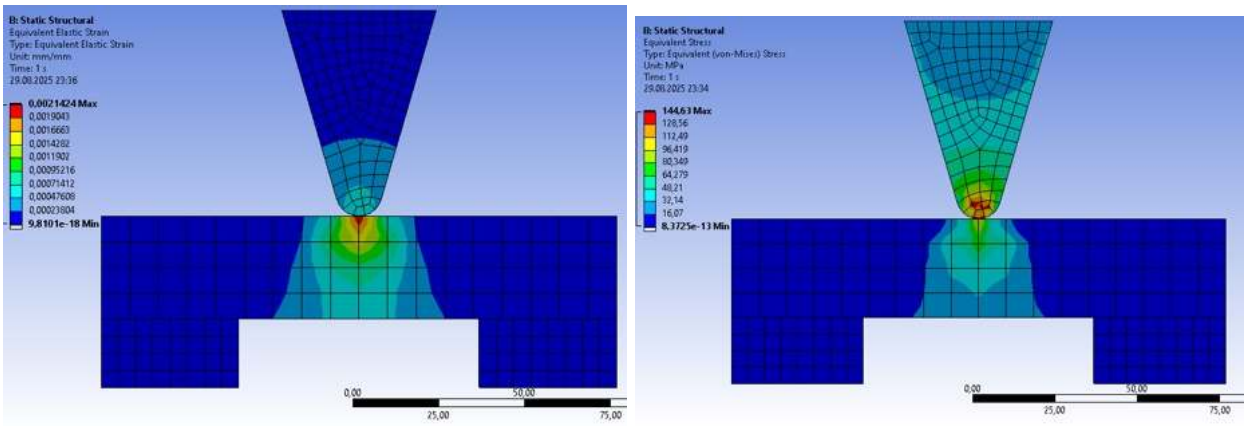
Виходячи із рівняння балансу енергії в деякому наближенні можна прирівняти (2.84) та (2.86) отримаємо залежність для визначення критичного навантаження.

2.4 Моделювання процесів руйнування матеріалів

Розглянемо приклади моделювання робочих середовищ із використанням різних реологічних моделей описаних вище. За модель матеріалу приймемо граніт, а в якості навантажувальної схеми - балку на двох опорах до центру якої прикладено навантаження. Геометрію робочих органів буде розглянуто нижче. Сам процес моделювання будемо виконувати в програмному середовищі Ansys R2021.

Почнемо із розгляду класичної моделі – моделі Гука. Для цієї мети в Ansys є готова реологічна модель – Isotropic Elasticity. Фізичні властивості для

граніту приймемо наступні – щільність (ρ =2600 км/м^3), модуль пружності – 50000 МПа, коефіцієнт Пуассона – 0,27. На рис. 2.13, а представлена картина напружень та деформацій, які виникають в дослідному зразку (граніт). Для відтворення картини можливих напружень та деформацій було прикладено зусилля в межах 30 кН. Матеріал для клина та опорних елементів приймаємо в якості вуглецевої сталі. Картина напружень відповідає класичному їх розподіленні при дії зосередженої сили на пружний простір.



а б

Рис. 2.13. FEM модель зразку граніту при використанні реологічної моделі Гука: а – картина деформацій; б – картина напруження.

Графік залежності напружень від деформацій представлений на рис. 2.14. З графіка видно прямопропорційну залежність напруження від деформації.

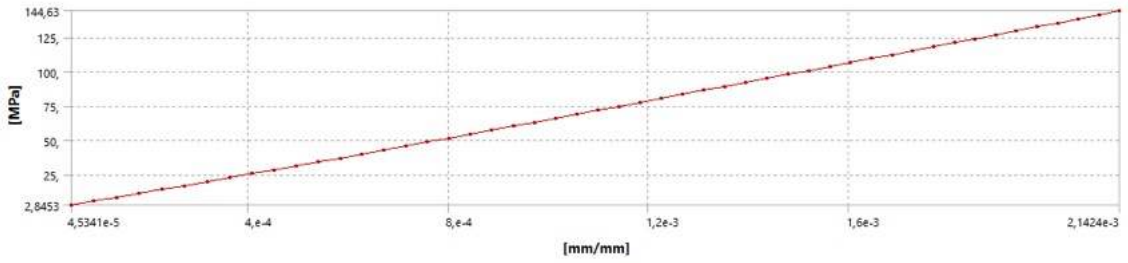
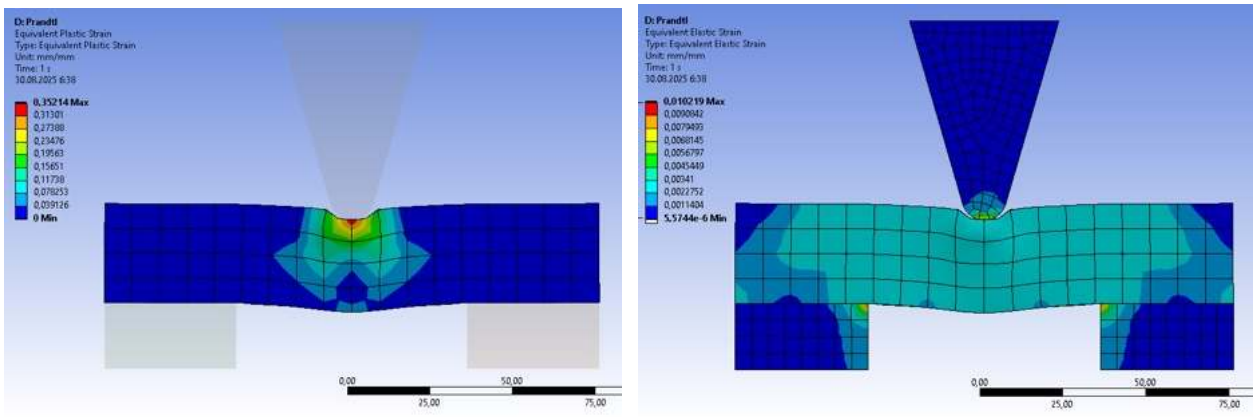


Рис. 2.14. Графік залежності зміни напруження від деформації для реологічної моделі Гука.

Реологічних моделей Сен-Венана або Прандтля в бібліотеці Ansys не існує. Виходом в даному випадку є використання моделей – Bilinear Isotropic

Hardening або Multilinear Isotropic Hardening. Ці дві моделі відтворюють пластичну поведінку матеріалу і при відповідних граничних умовах повністю повторюють модель Прандтля або Сен-Венана.

Для відтворення моделі Прандтля простішим варіантом є використання Bilinear Isotropic Hardening. Пружні та пластичні деформації відображено на рис. 2.15.



а б

Рис.2.15. FEM модель, яка відображає деформації в зразку граніту для реологічної моделі Прандтля: а – пластичні деформації; б – пружні деформації

Графік залежності напружень від деформації з використанням моделі Прандтля представлено на рис. 2.16.

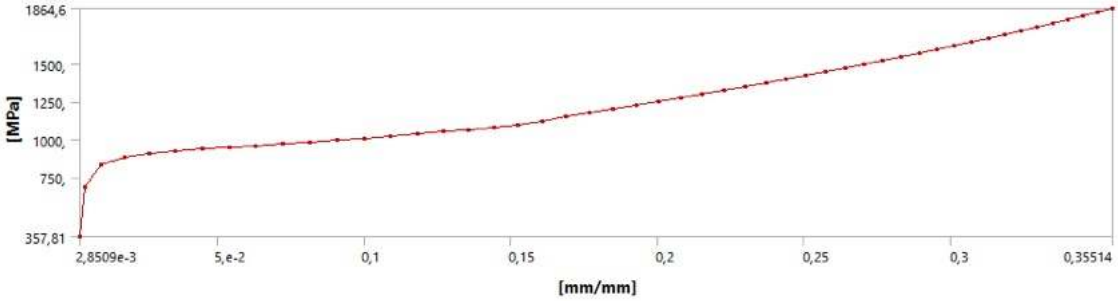


Рис. 2.16. Графік залежності зміни напруження від деформації для реологічної моделі Прандтля.

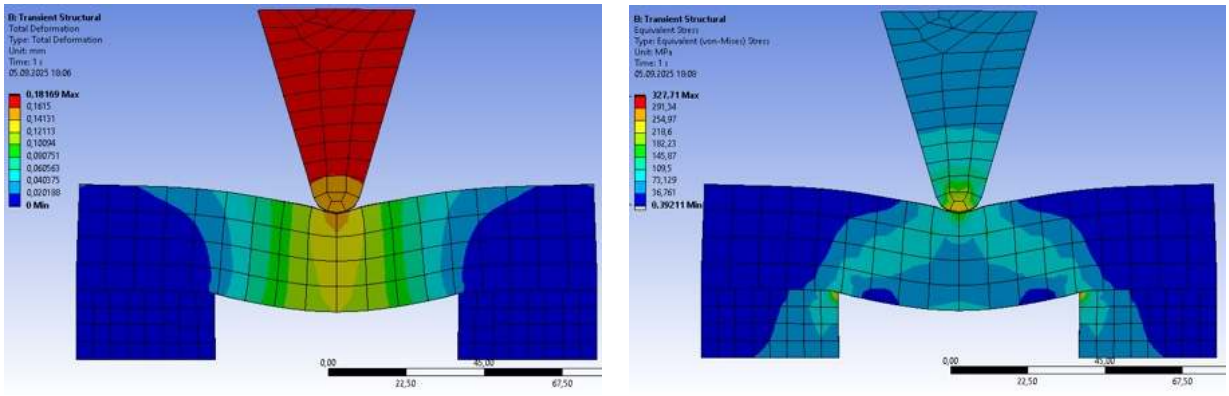
Аналізуючи пластичну модель Прандтля можна помітити відсутність кривої, яка відображає процес розвантаження матеріалу, рис. 2.16. Причина полягає в тому, що для відображення такої кривої в Ansys необхідно використовувати відповідні нелінійні моделі матеріалів. В свою чергу різниця

між навантажувальною кривою і розвантажувальною символізує про затрати енергії на пластичні деформації, утворення дефектів, розсіяння у вигляді тепла.

Далі розглянемо модель Бінгама. Так само як модель Прандтля в Ansys відсутня в чистому вигляді вязкопластична модель Бінгама.

Для відтворення моделі Бінгама можливим є використання наявної моделі із визначеними граничними умовами. При моделюванні необхідно параметр n (strain rate hardening exponent 1) прийняти рівним одиниці.

Поля деформацій та напружень вязкопластичної моделі Бінгама, представлені на рис. 2.17. Картина напружень та деформацій будувалась для випадку прикладення навантаження в розмірі 50000 Н.



а б

Рис.2.17. FEM модель, яка відображає картину деформацій та напружень в зразку граніту для реологічної моделі Бінгама: а – деформації; б – напруження

Графік залежності напружень від деформації для моделі Бінгама представлено на рис. 2.18.

Тут слід зазначити, що для адекватного відображення картини напружень та деформацій для вязкопластичної моделі необхідно виконувати в модулі transient structural. Це пов’язано з тим, що в даній моделі вводяться часові залежності.

Наступним кроком розглянемо більш складну реологічну модель (Кулона-Мора) і для порівняння застосуємо її для різних геологічних порід.

Зведемо в таблиці 4 та 5 фізичні характеристики дослідних геологічних порід, додаток А.

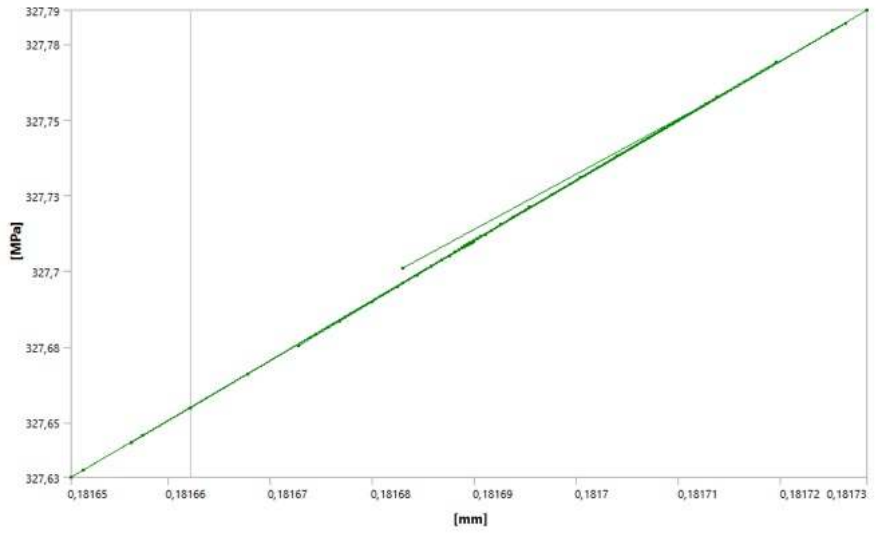


Рис. 2.18. Графік залежності зміни напруження від деформації для реологічної моделі Бінгама.

В таблиці 3 для багатьох гірських порід є невідомими параметри: 1) кут внутрішнього тертя; 2) когезія. Дані параметри є необхідними при вирішення задачі напруженого стану на основі моделі Кулона-Мора. Кут внутрішнього тертя можна визначити на основі наступної залежності:

$$\varphi = \left(\sin\left[\frac{6am_b\left(s + m_b\sigma_{3n}\right)^{a-1}}{2\left(1+a\right)\left(2+a\right) + 6am_b\left(s + m_b\sigma_{3n}\right)^{a-1}} \right] \right)^{-1}, \qquad (2.87)$$

де a, m_b, s – критерії Хоека-Брауна; $\sigma_{3n} = \sigma_{3max}/\sigma_в$ – коефіцієнт; σ_{3max} – нормальне напруження, яке відповідає верхній межі відповідності між теорією Кулона-Мора та Хоека-Брауна; $\sigma_в$ - границя міцності при одновісному навантаженні для відповідного матеріалу.

Запишемо визначення для критеріїв Хоека-Брауна:

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}\left(e^{-GSI/15} - e^{-20/3}\right),\ s = e^{\left(\frac{GSI-100}{9-3D}\right)},\ m_b = m_i e^{\left(\frac{GSI-100}{28-14D}\right)}. \qquad (2.88)$$

де m_i – константа Хоека-Брауна (визначається або на основі лабораторних тестів або приймається із таблиці [53]); GSI – геологічний індекс міцності породи (приймається із таблиці [53]); D – фактор який залежить від ступеню

порушення кристалічної решітки при видобутку породи із гірського масиву та релаксації напружень.

Когезія є компонентом міцності при дотичних напруженнях. Когезійна міцність визначається на основі наступної залежності:

$$c = \frac{\sigma_в \left[(1+2a)s + (1-a) m_b \sigma_{3n} \right] \left(s + m_b \sigma_{3n} \right)^{a-1}}{(1-a)(2+a)\sqrt{1 + \left(6a m_b \left(s + m_b \sigma_{3n} \right)^{a-1} \right) / \left((1+a)(2+a) \right)}}, \quad (2.89)$$

Тоді дотичне напруження по теорії Кулона -Мора буде рівним [53]:

$$\tau = c + \sigma \sin \varphi \quad (2.90)$$

Складнощі при визначенні когезії та кута внутрішнього тертя полягають у визначенні коефіцієнту σ_{3n}. З цією метою необхідно розглянути головні напруження, які діють на матеріал та їх співвідношення при різних теоріях.

Встановлено, що для міцних матеріалів, таких як граніт, габбро, генйс, мрамор коефіцієнт σ_{3n} прямує до нуля. На основі цього та кута внутрішнього тертя φ взятого із табличних значень [49],[50],[51],[52],[53] було визначено когезійну міцність для відповідних матеріалів. Для перевірки використовувались відомі табличні значення когезії для окремих матеріалів. Відмінність від розрахункових значень склала менше 5%.

Для визначення кута дилітансії можна скористатись наступною залежністю:

$$\psi_д = \frac{\varphi}{1 + \log_{10} \sigma_в} \log_{10} \frac{\sigma_в}{\sigma_3 + 0.1}, \quad (2.91)$$

Залишкова когезія та кут тертя є параметрами, які допомагають описати процес поширення тріщини в породі під час деформації. Такий підхід використовується в моделі CSFC (когезійне розмякшення – постійне тертя), CSFH (когезійне розмякшення – зміцнення тертям), CWFS (когезійне послаблення – збільшення тертя) [54]. Дані моделі призначені для детального дослідження росту тріщини та використовують за базу критерії Кулона-Мора і Хоека-Брауна.

В роботі [54] зазначається, що падіння когезії можна визначити на основі наступної залежності:

$$c = c_i \exp\left[-\left(\frac{\varepsilon^p}{\varepsilon^p_{c,r}}\right)^2\right], \tag{2.92}$$

де ε^p – пластична деформація; c_i – початкова когезія; $\varepsilon_{c,r}^p$ – ефективна пластична деформація при якій когезія досягає свого залишкового значення.

При цьому залишковий кут тертя пропонується визначати на основі наступної залежності:

$$\sin\varphi = \begin{cases} 2\dfrac{\sqrt{\varepsilon^p \varepsilon^p_{\varphi,r}}}{\varepsilon^p + \varepsilon^p_{\varphi,r}} \sin\varphi_r, \ \varepsilon^p < \varepsilon^p_{\varphi,r}, \\ \sin\varphi_r, \ \varepsilon^p > \varepsilon^p_{\varphi,r} \end{cases} \tag{2.93}$$

де $\varepsilon_{\varphi,r}^p$ – ефективна пластична деформація при якій кут тертя досягає свого залишкового значення; φ_r – початковий кут тертя.

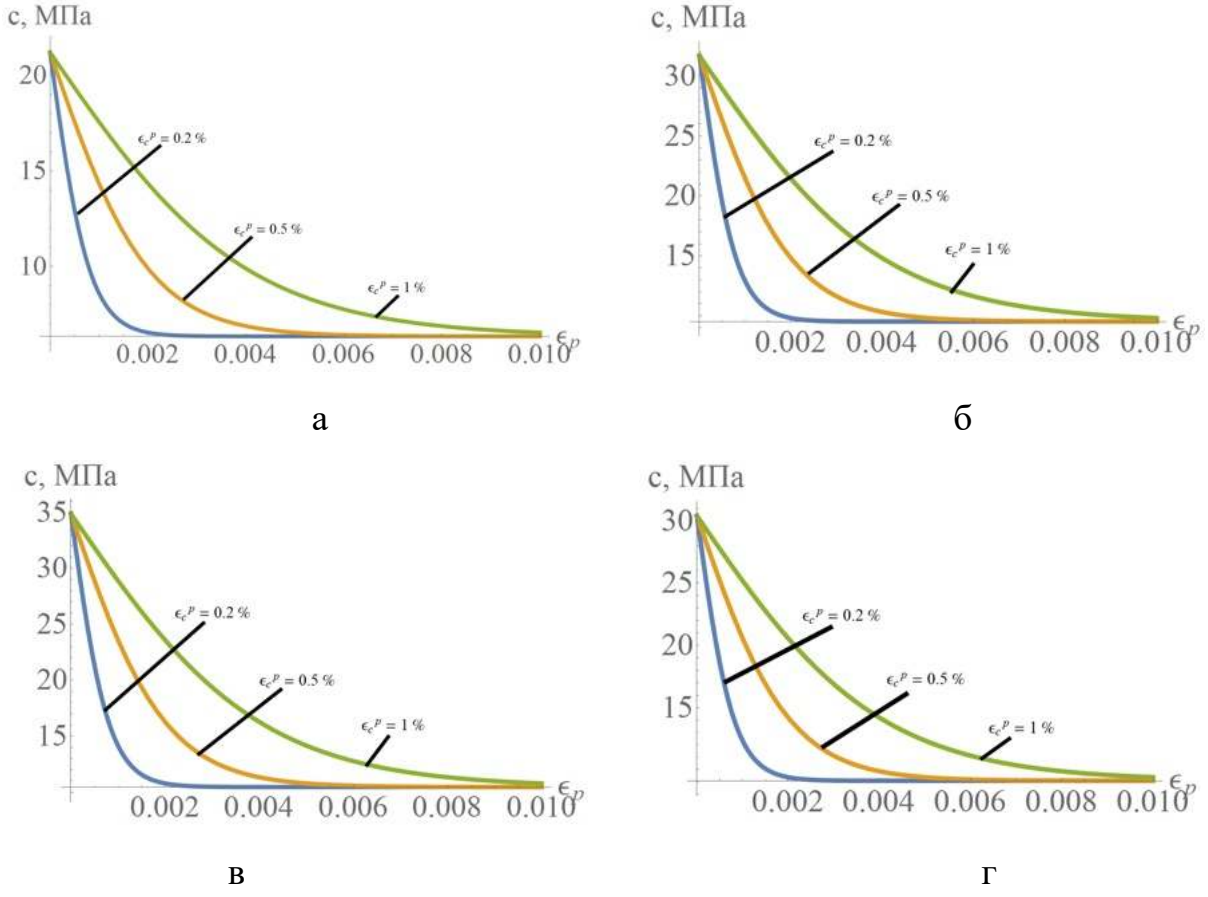


Рис. 2.19. Залишкова когезія в залежності від пластичної деформації зсуву: а – мармур; б – граніт; в – габбро; г- гнейс

Використання залежностей (2.92) та (2.93) має складнощі у визначенні ефективної пластичної деформації. Для моделі CWFS приймається, що когезія

досягає свого залишкового значення при $\varepsilon_{c,r}^{p} = 0{,}2\%$, при цьому залишковий кут тертя досягає свого максимального значення при $\varepsilon_{\varphi,r}^{p} = 0{,}5\%$.

Побудуємо графіки залежності пластичних деформацій зсуву від когезійної міцності рис. 2.31 для матеріалів представлених в таблиці 4.

Для моделі CSFC в роботі [55] запропонована інша залежність для визначення залишкової когезії:

$$c = c_i\left(1 - \frac{\tanh(100\gamma_p)}{\tanh(10)} + 0.001\right)^n, \tag{2.94}$$

де γ_p – здвигова пластична деформація; h – параметр; n – параметр, який визначає тип матеріалу (пов'язаний із текстурою матеріалу та розміром зерен, які утворюють матеріал). Визначається експериментально [55].

Коефіцієнт пластичності в залежності (2.94) дорівнює $\gamma_p = 0$ коли когезія набуває максимального значення, тобто при піковій міцності. При залишковій когезії $\gamma_p = 10\%$.

В роботі [56] для моделі CWFS пропонується визначати залишкову когезію та кут тертя на основі залежностей:

$$c = c_r + (c_i - c_r)\left[2 - \frac{2}{1 + \exp(-5\frac{\varepsilon^p}{\varepsilon_r^p})}\right], \tag{2.95}$$

$$\varphi = \varphi_i + (\varphi_r - \varphi_i)\left[\frac{2}{1 + \exp\left(-5\frac{\varepsilon^p}{\varepsilon_r^p}\right)} - 1\right], \tag{2.96}$$

де c_r – залишкова когезія (в роботі [56] приймають значення $c_r = 0{,}3c_i$ для вапняку); φ_r - кут тертя при залишковій когезії.

У розглянутих моделях вище, залежності (2.92) - (2.96), не зрозумілим є значення пластичної деформації. Так для матеріалів які ведуть себе пластично визначення пластичної деформації не матиме значних труднощів. Проте для моделей пружно-пластичних або пружно-в’язко-пластичних визначення частки пластичних деформації буде складним. Тому такі моделі потребують

експериментального уточнення. Якщо більш широко розглядати дробильні машини і процеси які в них відбуваються то для динамічного руйнування дана модель для опису процесу розповсюдження тріщин, а саме втрати міцності матеріалу, буде не точною.

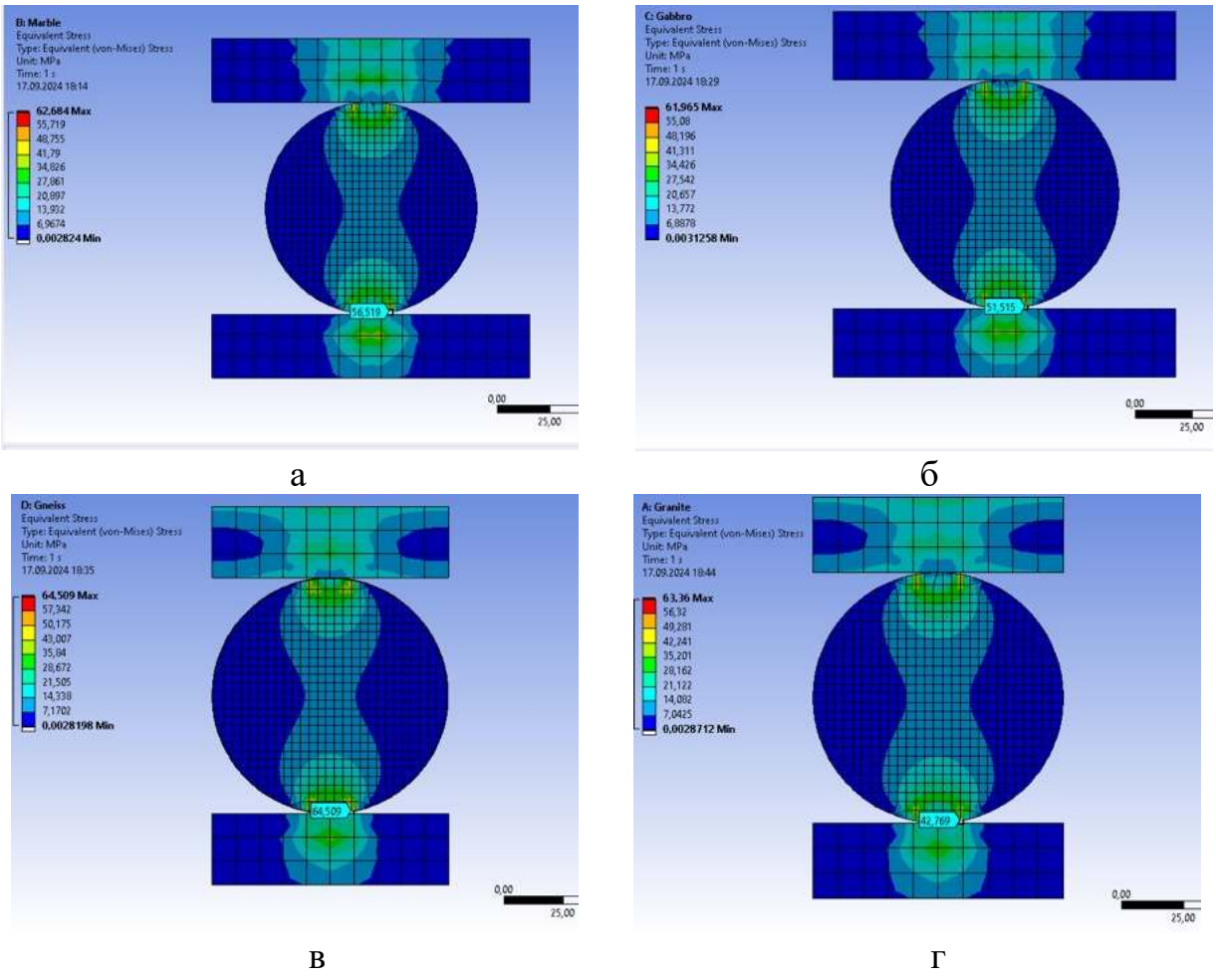
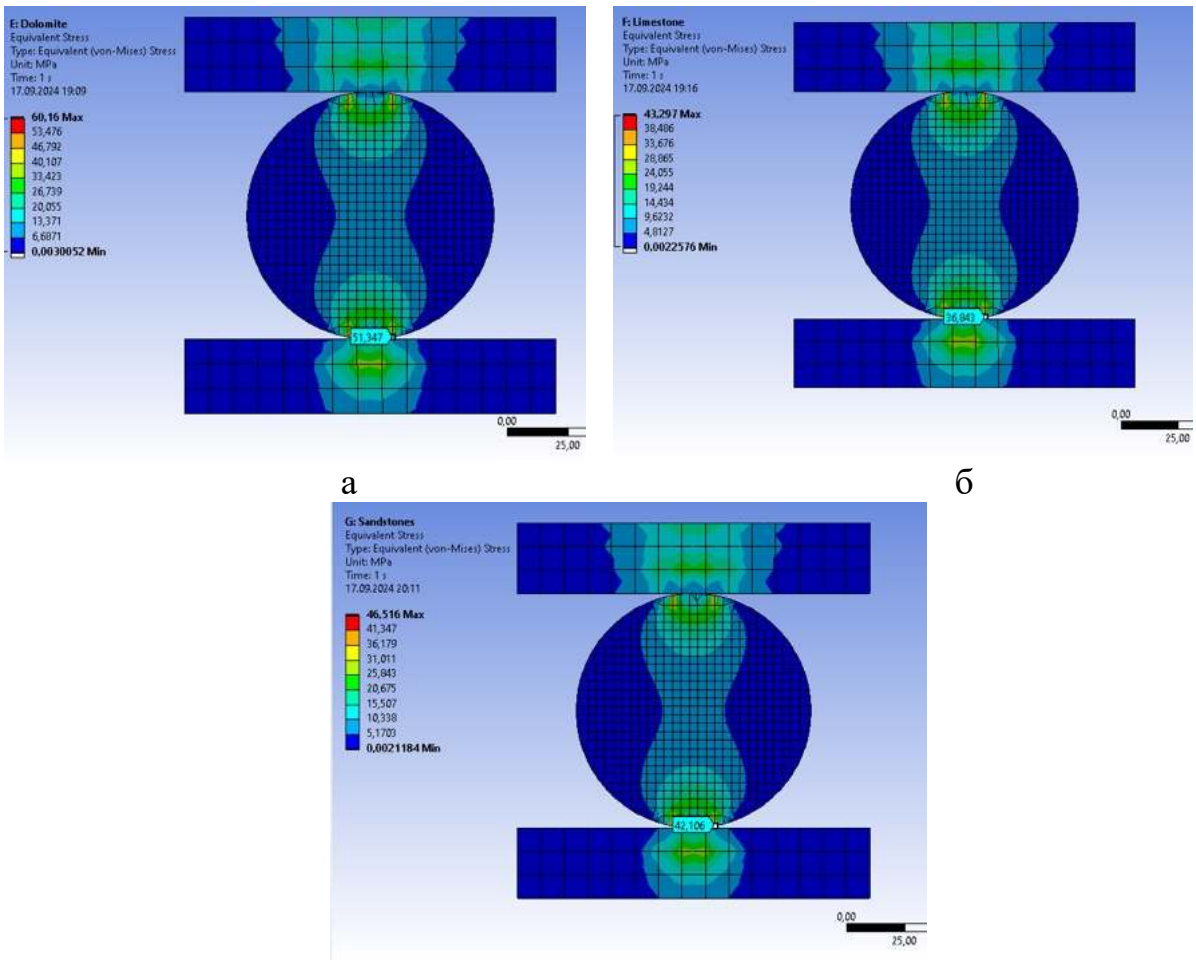


Рис. 2.20. Картина напружень магматичних порід при навантаженні на стиск:
а – мрамор; б – габро; в – гнейс; г – граніт

Значення пластичної деформації було прийнято в межах 1 мм. На основі чого була визначена залишкова когезія для відповідних матеріалів. Всі данні по залишковій когезії занесені в таблицю 3. Для кожного матеріалу було розглянуто три випадки, а саме коли ефективна деформація складає ε_{cp} = 0.2%, 0.5%, 1%. В цілому, як зазначалось в роботах [55] та [56] значення залишкової когезії при різному відсотковому співвідношенні пластичної деформації є однаковою і починається від 0,2%.

Для визначення залишкового кута тертя за формулою (2.96) необхідно визначити кут тертя при залишковій когезії φ_r.



а б

в

Рис. 2.21. Картина напружень осадових порід при навантаженні на стиск:

а – доломіт; б – вапняк; в – пісчаник

На основі розрахованих параметрів моделей матеріалів створюємо відповідну бібліотеку в Ansys та проводимо відповідні розрахунки. Для відтворення камери дроблення щокової дробарки було підготовлено дві моделі, які включають в себе дві плити, що стискають матеріал у вигляді сфери. Розмір сфери – D = 100 мм, рис. 2.20. Аналогічна модель була використана для осадових порід, рис. 2.21.

Результати розрахунків занесемо в таблицю 4. Аналізуючи картини напружень для дослідних магматичних та осадових порід ми бачимо, що вони є схожими. Графік нормальних напружень в напрямку осей X та Z для матеріалу граніту представлено на рис. 2.22.



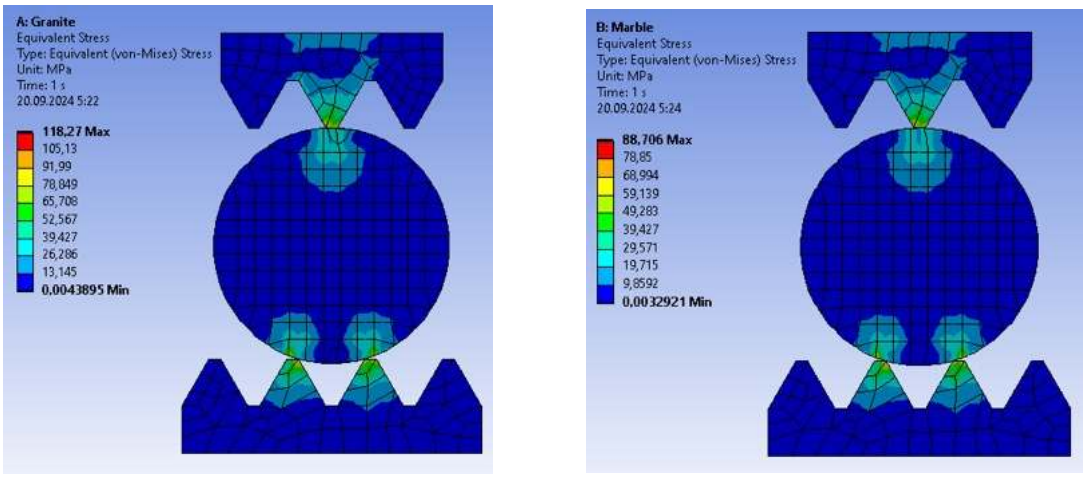
Рис. 2.22. Нормальні напруження вздовж осей X та Z при навантаженні плоскими робочими органами

Результати картини напружень узгоджуються із представленими в роботах [57], [58]. Найбільші напруження на початку стиснення виникають в місцях контакту матеріалу і дробильної плити. В центрі породи напруження є набагато меншими. При подальшому збільшенні навантаження точка контакту матеріалу і плити збільшується, внаслідок можливого викришування, пружної деформації, ущільнення зони контакту тощо. В результаті концентрація напруження на поверхні контакту зменшується, що може призводити до початку руйнувань в центральній частині зразка. В роботі [58] зазначається про значні відмінності в картинах напружень однорідних та неоднорідних по структурі матеріалів. Якщо враховувати той факт, що більшість будівельних порід є неоднорідними матеріалами, тобто гетерогенними, то з цього випливає, що для моделювання таких матеріалів краще використовувати дискретний підхід, через те що неоднорідність породи може мати локальний вплив на поля напружень.

В роботах [58], [59] зазначається, якщо для навантаження зразка використовуються плоскі сталеві пластини, то ширину контакту та контактні напруження можна визначити на основі наступного рівняння:

$$\frac{b}{D} = 2\left(\frac{2F}{\pi Dt}\right)^{1/2}\left[\frac{1-\nu_p^2}{E_p} + \frac{1-\nu_s^2}{E_s}\right]^{1/2}, \qquad (2.97)$$

де b – ширина площадки контакту; D – діаметр матеріалу; F – навантаження; t – товщина матеріалу; ν_p та ν_s - коефіцієнт Пуассона відповідно пластини та матеріалу; E_p та E_s – модуль пружності пластини та матеріалу.



а б

Рис. 2.23. Картина напружень за умов прикладення навантаження клиноподібними робочими органами: а – граніт; б – мармур

На рис. 2.23 представлена картина напружень в матеріалі внаслідок прикладення до нього навантаження клиноподібними робочими органами.

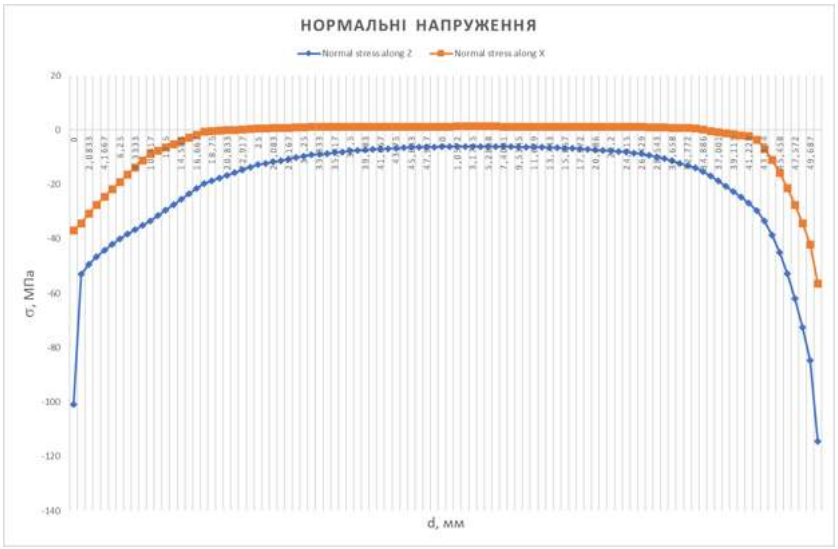


Рис. 2.24. Нормальні напруження вздовж осей X та Z при навантаженні клиновими робочими органами

Порівнюючи картини напружень при прикладені навантажень плоскими робочими органами і клиноподібними стає зрозуміло, що напруження в матеріалі на порядок вищі при використанні клиноподібних робочих органів. І тут можна зазначити, що чим менша ширина площадка клину в місці контакту тим концентрація напруження буде вищою. Для вибору необхідної площадки можна скористатись рівнянням (2.97). Графік нормальних напружень вздовж осі Z та X відображено на рис. 2.24, які відображають значно вищі напруження в контактних зонах і мають більш пологу ділянку в наближенні до центру матеріалі. Це також вказує на механізм утворення тріщин та початку руйнування матеріалу в контактній зоні.

Вище були розглянуті моделі руйнування матеріалів за умов статичного навантаження. Проте до широкого кола дробильних машин входять дробарки в яких модель навантаження матеріалу в камері дроблення є динамічною. Тобто навантаження до матеріалу прикладаються із деякою швидкістю. Поширеним програмним забезпеченням для моделювання динамічних задач є Ansys, Abaqus, MSC Dytran та інші. В даній роботі далі буде використовуватись в дослідженнях окремий модуль Ansys – LS-Dyna. Описувати принцип роботи та особливості програми можна винести в окремий рукопис, який можна скачати на сайті Ansys [40]. Для виконання моделювання процесу руйнування внаслідок удару в Ls-Dyna була підготовлена відповідна модель.

Модель складається із балки прямокутного перерізу, яка опирається на дві опори та призматичного ударника, що знаходиться на деякій відстані від балки. В якості матеріалу балки прийнято граніт, а для опор та ударника є сталь. З метою економії ресурсів моделювався невеликий проміжок часу – 0.06 секунди при цьому відстань від ударника до балки була прийнята 10 мм.

Для призматичного ударника була прийнята реологічна модель – elastic, яка відповідає пружній моделі Гука. Основними параметрами моделі, які визначають фізичні властивості тіла є густина, модуль Юнга, коефіцієнт

Пуассона. Інші параметри в картці mat_elastic залишаємо без змін (DA та DB використовуються в основному для балок Белічко-Швера).

Для гранітної балки була прийнята модель Джонсона – Холмквіста, параметри якої розглянемо більш детально. В програмному комплексі Ansys Ls-Dyna наявними є три відмінні між собою моделі Джонсона-Холмквіста. Перша модель Mat_Johnson_Holmquist_Ceramics є пластичною моделлю руйнування, яка призначена для моделювання поведінки крихких матеріалів та зменшення їх міцності при ударних навантаженнях. До таких матеріалів належать кераміка, скло та інші.

В цілому при використанні реологічної моделі Джонсона – Холмквіста поведінка матеріалу ділиться на дві стадії. На першій стадії матеріал поводиться пружно до певного рівня напруження, після якого матеріал переходить в другу стадію. Друга стадія знаходиться за межею текучості. При перевищенні межі текучості матеріал починає накопичувати пошкодження, що зменшує його міцність.

Другим типом моделі є Mat_Johnson_Holmquist_Concrete. Дана реологічна модель використовується для моделювання пористих матеріалів, особливо бетонів, які піддаються великим деформаціям, високим швидкостям деформацій та високому тиску. Еквівалента міцність визначається як функція тиску, швидкості деформації та ушкодження. Тиск задається як функція об’ємної деформації та враховує ефект постійного руйнування. Пошкодження накопичуються як функція пластичної об’ємної деформації, еквівалентної пластичної деформації та тиску.

Третя версія моделі Mat_Johnson_Holmquist_JH1 є аналогічною до моделі Mat_Johnson_Holmquist_Ceramics_JH2 відмінність полягає в тому що JH1 є оригінальною версією моделі матеріалу, а JH2 є оновленою версією JH1, в якій покращили модель руйнування.

Розглянемо спочатку модель Mat_Johnson_Holmquist_Ceramics_JH2.

Загальне напруження визначається як:

$$\sigma^n = \sigma_i^n - D\left(\sigma_i^n - \sigma_f^n\right), \tag{2.98}$$

де

$$\sigma_i^n = a\left(p^n + t^n\right)^k \left(1 + c\ln\dot{\varepsilon}^n\right), \tag{2.99}$$

де a - параметр нормалізованої міцності неушкодженого матеріалу, c - параметр міцності, який враховує залежність міцності від швидкості деформації, $\dot{\varepsilon}^n$ - нормалізована швидкість пластичної деформації, $t^n = \frac{[\sigma_p]}{p_{HEL}}$, $p^n = \frac{p}{p_{HEL}}$, p_{HEL} - компонент тиску на межі пружності Гугоні, $[\sigma_p]$ – максимальна міцність на розтяг, p – тиск; k – показник тиску для цілісного матеріалу (визначає наскільки гідростатичний тиск підвищує міцність матеріалу до появи тріщин), в програмі визначається змінною n.

Напруження в формулі (2.99) відображає поведінку матеріалу до його пошкодження (напруження в матеріалі який не почав руйнуватись). Індекс n в залежностях (2.98) та (2.99) вказує на нормалізовану величину. Напруження та тиск нормалізуються еквівалентними напруженнями на межі пружності Гюгоніо. Швидкість деформації нормалізується еталонною швидкістю деформації, яка визначається у вихідних даних.

Параметр D представляє собою накопичення руйнування, яке ґрунтується на основі збільшення пластичної деформації за обчислювальний цикл та пластичної деформації до руйнування. Визначається на основі залежності:

$$D = \sum \frac{\Delta\varepsilon^p}{\varepsilon_f^p}, \tag{2.100}$$

В свою чергу пластична деформація до руйнування визначається як:

$$\varepsilon_f^n = d_1\left(p^n + t^n\right)^{d_2}, \tag{2.101}$$

Параметр σ_f^n відображає поведінку руйнування та визначається:

$$\sigma_f^n = b\left(p^n\right)^m \left(1 + c\ln\dot{\varepsilon}^n\right) \le \sigma_{F\max}, \tag{2.102}$$

де $\sigma_{F\max}$ - максимальна міцність на розтріскування (при встановленні програмно значення 0.0, то $\sigma_{F\max}=10^{20}$; b – нормалізована міцність пошкодженого матеріалу (вказує наскільки матеріал може витримувати навантаження після його руйнування); m – показник (експонента) тиску для пошкодженого матеріалу (визначає, як сильно тиск впливає на міцність пошкодженого матеріалу). Параметр d_1 контролює швидкість накопичення пошкодження. Якщо встановити значення $d_1 = 0$, то повне руйнування відбувається миттєво за один крок часу.

Гідростатичний тиск в непошкодженому матеріалі при стисненні визначається наступним рівняння:

$$p = k_1\xi + k_2\xi^2 + k_3\xi^3, \tag{2.103}$$

За умов розтягу рівняння (2.103) дещо спрощується:

$$p = k_1\xi, \tag{2.104}$$

де $\xi = \frac{\rho}{\rho_0} - 1$, ρ – густина матеріалу в процесі навантаження, ρ_0 – початкова густина матеріалу, у ненавантаженому стані. Частина втрати пружної енергії перетворюється на гідростатичну потенційну енергію. Ця частина енергії визначається параметром β і програмно він задається в межах від 0 до 1.

Межа пружності Гугоні визначає максимальне напруження при якому матеріал поводиться пружно при ударних навантаженнях. Дана межа визначається рівністю:

$$\sigma_{hel} = k_1\xi_h + k_2{\xi_h}^2 + k_3{\xi_h}^3 + \frac{4}{3}G\left(\frac{\xi_h}{1+\xi_h}\right), \tag{2.105}$$

де ξ_h - густина матеріалу до межі пружності Гугоні; G – модуль зсуву матеріалу, k_1 – коефіцієнт еквівалентний модулю об’ємної пружності, k_2 та k_3 – коефіцієнти. Зв'язок об’ємного модуля пружності із модулем Юнга визначається рівнянням:

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}, \tag{2.106}$$

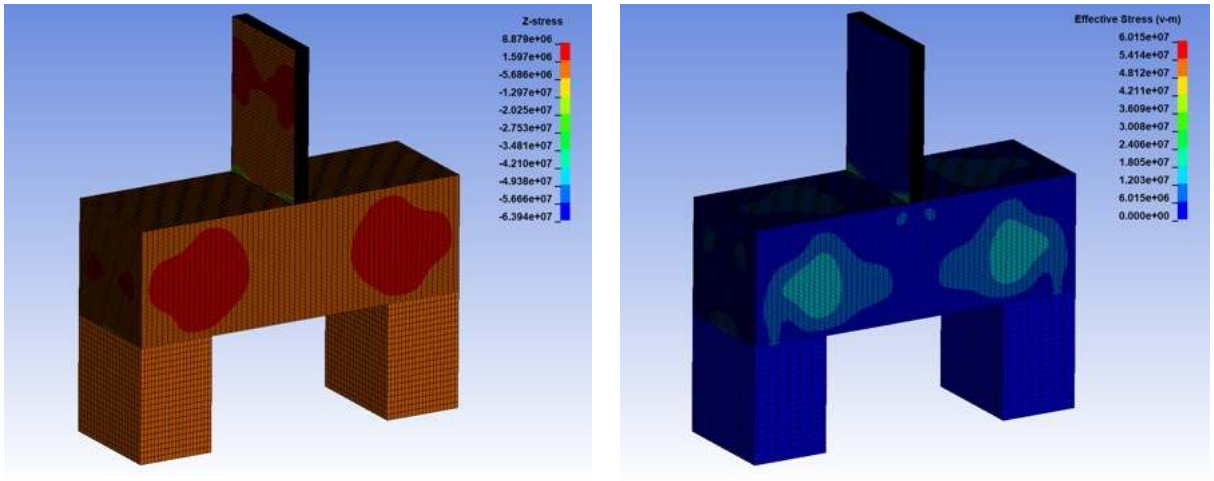
Компонента тиску на границі пружності Гугоні визначається формулою (2.103) в якій приймається відповідна густина матеріалу.

В спрощеному вигляді формулу (2.105) можна записати:

$$\sigma_{hel} = 1.5\left(\tau_{hel} - p_{hel}\right), \tag{2.107}$$

Окремо потрібно зазначити про параметри, які явно не входять в описані вище залежності, проте потребують визначення при моделюванні швидкісних навантажень. Так в карті програми є параметр EPS0, який визначає поріг швидкості деформації при якому матеріал вважається навантаженим квазістатично. Тобто якщо швидкість деформації менше даного параметра то матеріал поводиться квазістатично. В іншому випадку при перевищенні швидкістю деформації параметра EPS0 програмно починає діяти лоагрифмічне підвищення міцності, яке контролюється іншим параметром – c.

Другий параметр FS, який є критерієм видалення матеріалу. Тобто коли елемент вважається зруйнованим його можна видалити із розрахункової сітки, щоб моделювати тріщини або руйнування матеріалу.



а б

Рис. 2.25. Картина напружень при дії ударного навантаження на балку, при використання моделі JH2: а – напруження в напрямку осі Z; б – еквівалентні напруження по Мізесу.

На основі вище зазначеного були прийняті відповідні значення параметрів в допустимих межах для граніту. Картина напружень в напряму осі z та еквівалентного напруження по Мізесу представлено на рис. 2.25.

Із рис. 2.25 можна помітити, що під час ударного навантаження максимальні напруження виникають на поверхні удару, а також розповсюджуються по балці до внутрішніх краї опор. На основі цього твердження можна припустити, що тріщини може розділити балку на 3 частини.

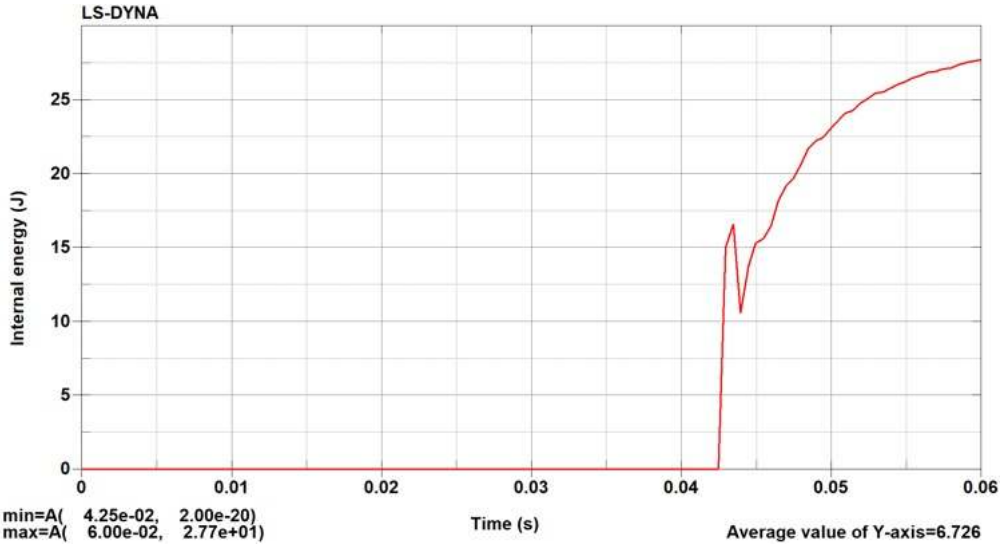


Рис. 2.26. Зміна внутрішньої енергії системи при JH2

Крім картини напружень також були визначені внутрішня та кінетична енергії, графіки яких представлені на рис. 2.26 та 2.27.

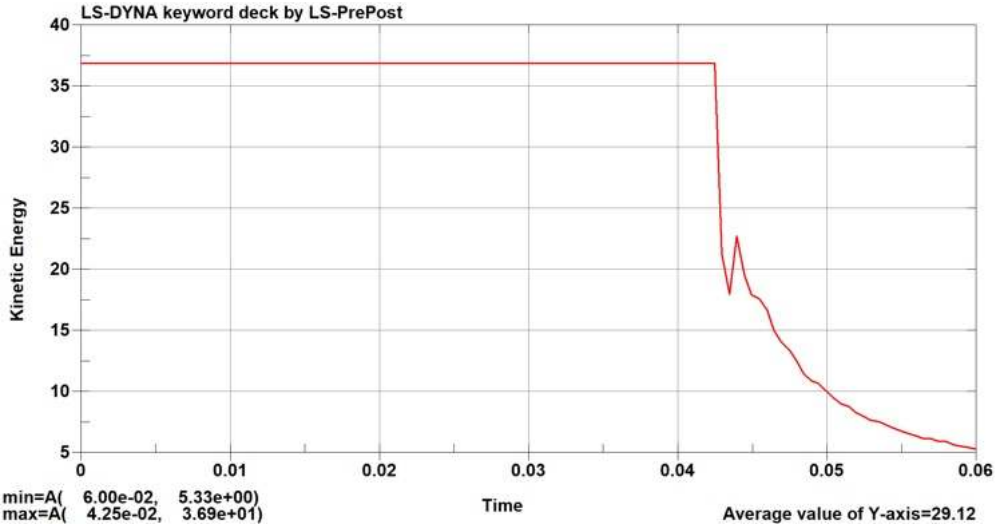


Рис. 2.27. Зміна кінетичної енергії при динамічному навантаженні тіла JH2

Порівняння енергій рис.2.26 та рис. 2.27 дає нам розуміння того, яка частина кінетичної енергії перетворилась у внутрішню енергію деформацій та пошкоджень. Тут слід зазначити, що при ударі частина кінетичної енергії також йде на роботу сил тертя та демпфування в місці удару. Дану частину енергії відображає програмний параметр Sliding Interface Energy, зміна якого представлена на рис. 2.28.

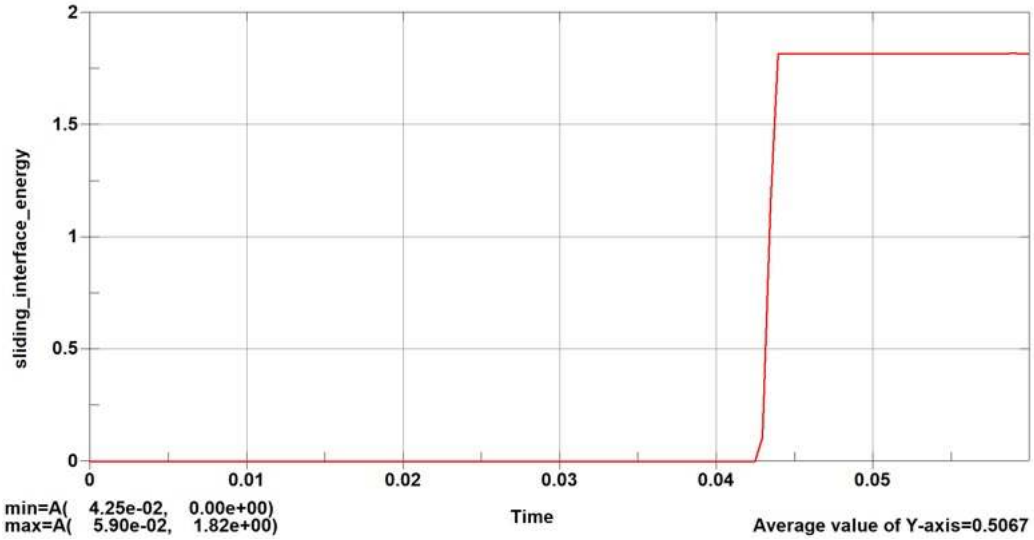


Рис. 2.28. Зміна енергії, яка витрачається на контакт та демпфування при JH2

Як бачимо із графіка рис. 2.28 максимальне значення Sliding Interface Energy є 1.82 Дж в той час як максимальне значення внутрішньої енергії системи 27.7 Дж є меншим ніж значення підведеної енергії. Аналізуючи вищезазначене можна помітити різницю в підведеній до тіла енергії через удар та корисно витраченої енергії на внутрішні деформації, які призводять до руйнування тіла. Різниця в цілому складає E_k-E_{in}=36.9-27.7= 9.2 Дж. Таким чином можна відмітити, що в процесі удару частина енергії в розмір 9.2 Дж розсіюється і не йде на корисну роботу деформації тіла. В розсіювану енергію входить енергія контактної взаємодії, яка складає 1.82 Дж.

Для порівняння далі розглянемо модель JH1 або Mat_Johnson_Holmquist_Concrete_JH1. Хоч і модель деяких показниках є схожою із попередньою але має в собі також багато відмінностей. Модель JH1

як зазначалось раніше гарно підходить для опису пористих матеріалів або бетонів. Нормалізоване еквівалентне напруження для моделі визначається як:

$$\sigma^n = \frac{\sigma}{f_c^{'}}\ , \tag{2.108}$$

де σ є еквівалентне напруження; $f_c^{'}$ - квазістатична осьова міцність на стиск.

Програмно для визначення нормалізованого еквівалентного напруження (2.108) використовується наступна залежність:

$$\sigma^n = \left[A\left(1-D\right) + BP^{nN} \right]\left[1 + C\ln\left(\dot{\varepsilon}^n\right)\right], \tag{2.109}$$

де D – параметр руйнування; $P^n = \frac{P}{f_c^{'}}$ - нормалізований тиск; $\dot{\varepsilon}^n = \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}$ - безрозмірна швидкість деформації. Модель поступово накопичує пошкодження D від еквівалентної пластичної деформації і від пластичної об'ємної деформації. Залежність яка визначає поступове накопичення пошкодження записується:

$$D = \sum \frac{\Delta\varepsilon_p + \Delta\theta_p}{D_1\left(P^n + T^n\right)^{D_2}}, \tag{2.110}$$

де $\Delta\varepsilon_p$ - еквівалентна пластична деформація; $\Delta\theta_p$ - об'ємна пластична деформація; D_1 та D_2 – константи матеріалу; $T^n = \frac{T}{f_c^{'}}$ - максимальний нормалізований гідростатичний тиск на розтяг.

Міцність при певному пошкодженні (DS), за умови, що $P^n > 0$ та дії стискальних навантажень:

$$DS = f_c^{'} \min\left[\sigma_{\max}, A\left(1-D\right) + BP^{n^N} \right]\left[1 + C\ln\dot{\varepsilon}^n\right], \tag{2.111}$$

При дії розтягувальних навантажень та $P^n < 0$:

$$DS = f_c^{'} \max\left[0, A\left(1-D\right) - A\left(\frac{P^n}{T}\right)\right]\left[1 + C\ln\dot{\varepsilon}^n\right], \tag{2.112}$$

де A – нормалізована когезійна міцність, C – коефіцієнт швидкості деформації; N – експоненціальний показник зміцнення під тиском; $\sigma_{\max}$ -

максимально допустима міцність матеріалу в нормалізованому виді; B - нормалізоване зміцнення під тиском.

Тиск для повністю щільного матеріалу визначається:

$$P = k_1\theta' + k_2\theta'^2 + k_3\theta'^3, \tag{2.113}$$

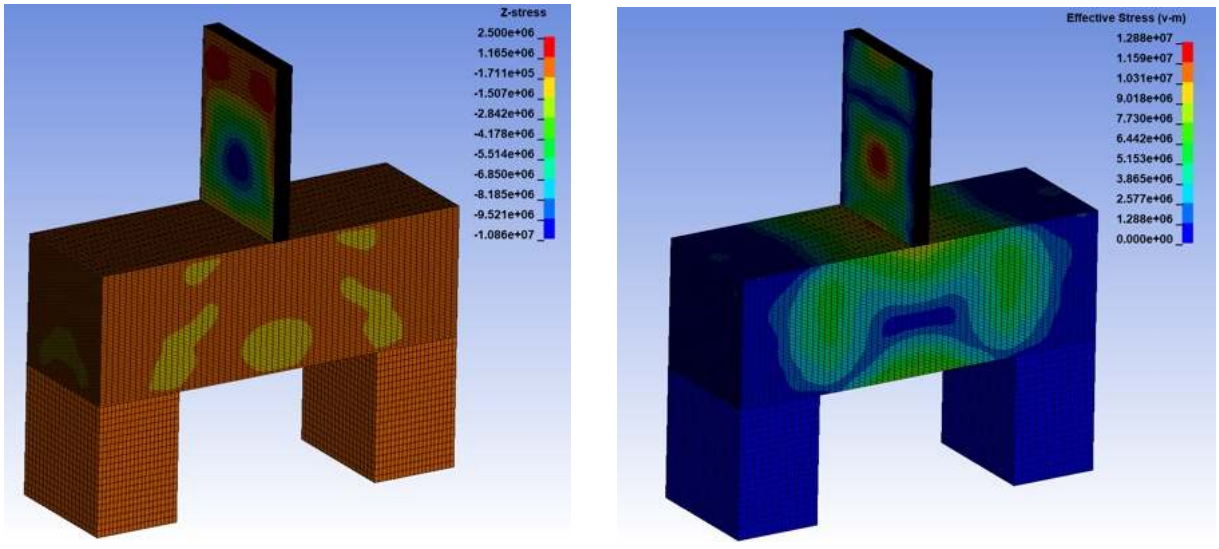
де k_1, k_2, k_3 – константи матеріалу; θ' - модифікована об'ємна деформація.

Модифікована об'ємна деформація визначається:

$$\theta' = \frac{\theta - \theta_{lock}}{1 + \theta_{lock}}, \tag{2.114}$$

де θ_{lock} - закрита об'ємна деформація.

Тут слід навести пояснення зазначених вище залежностей. Закрита об'ємна деформація є деформація при якій матеріал стає повністю ущільненим, тобто після цієї деформації додаткове стискання матеріалу вже неможливе. Тобто тут необхідно уявити, що в гірській породі можуть бути пори, які при деформуванні закриваються. Модифікована об'ємна деформація є скоригована деформація, яка використовується для визначення тиску та поведінки матеріалу, враховуючи, що матеріал не завжди може бути щільним.



а б

Рис. 2.29. Картина напружень при дії ударного навантаження на балку, реологічна модель балки ЯН1: а – напруження в напрямку осі Z; б – еквівалентні напруження по Мізесу.

Картини напружень 2.29 відображають перші секунди удару. Максимальні напруження на рис. 2.29, б є чітко вираженим в місці удару та контакту балки із внутрішніми гранями опор балки.

Зміна внутрішньої та кінетичної енергій зображено на рис.2.30 та рис. 2.31. Максимальне значення внутрішньої енергії складає 21.6 Дж.

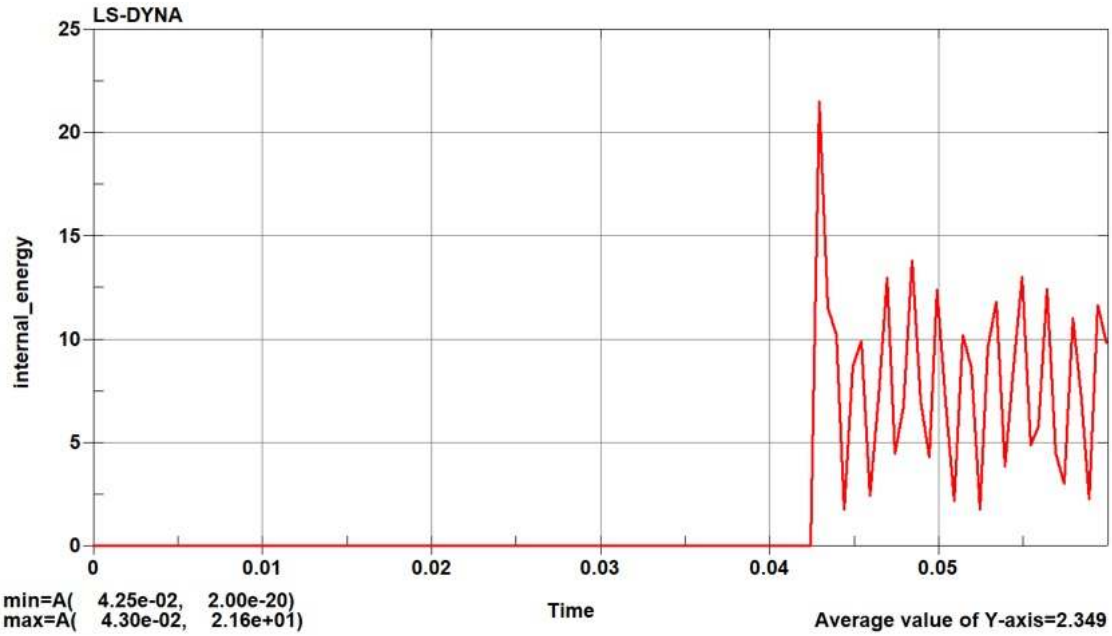


Рис. 2.30. Зміна внутрішньої енергії системи при JH1

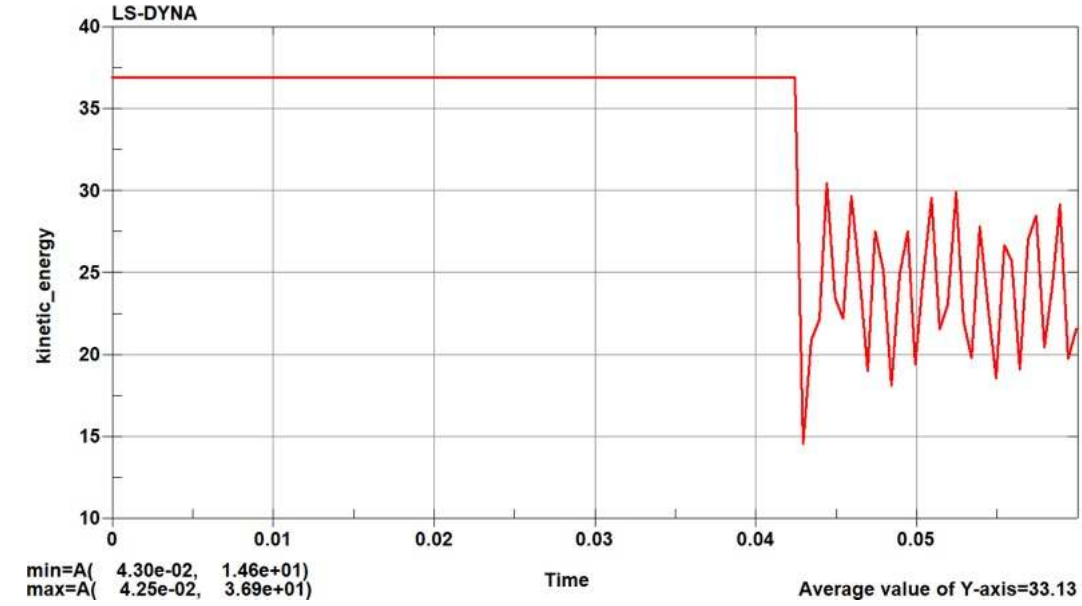


Рис. 2.31. Зміна кінетичної енергії при динамічному навантаженні тіла JH1

Зміна енергії контактної взаємодії відображена на рис. 2.32 і максимальне значення якої складає 3.47 Дж. Таким чином різниця між підведеною енергією та витраченою на корисну роботу сягає 15.3 Дж. Звісно тут слід відмітити наявність похибки контактної взаємодії і в такому випадку більш реальні значення різниці енергій можна визначити експериментально для різних видів матеріалів.

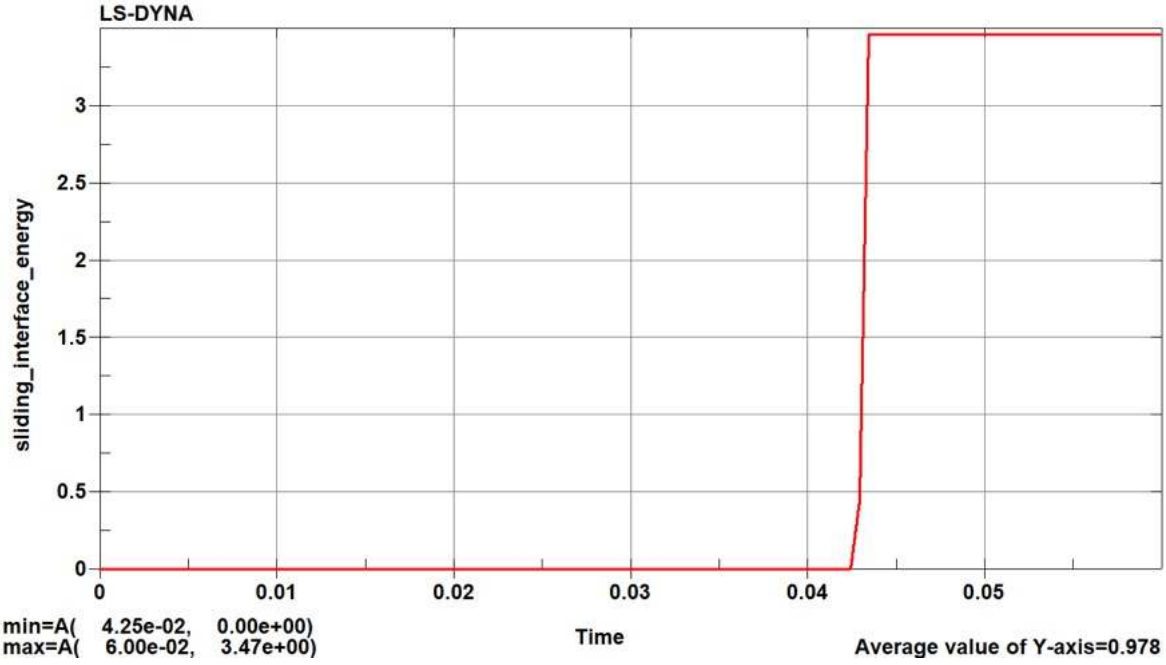


Рис. 2.32. Зміна енергії, яка витрачається на контакт та демпфування при JH1

2.5. Обґрунтування та вибір моделей

2.5.1. Типи робочих органів дробильних машин

Дослідження процес руйнування матеріалу в камері дроблення повинно обов’язково включати або ґрунтуватись на основі розгляду контактної взаємодії матеріалу та робочого органу машини [149]. В найбільш поширених дробильних машинах таких як, щокові та конусні дробарки руйнування матеріалу відбувається за рахунок зближення дробильних щік. У валкових дробарках матеріал руйнується внаслідок потрапляння в робочий простір між двома валками [127]. Проте один із валків має можливість переміщуватись в

горизонтальному напрямку для пропускання недробимого матеріалу та не допущення руйнування конструкції. Дещо інша картина присутня в дробарках ударної дії (роторних та молоткових). В них матеріал руйнується за рахунок удару.

В роботі [36] зазначається що всі існуючи контакти матеріалу із робочими органами машин зводяться до двох видів контактних площадок: кола та прямокутника. При прикладення навантаження точки контакту можуть переходити або в локальну колову поверхню за умови що форма тіла, що тисне є коло або в прямолінійну поверхню, якщо тиск здійснюється деякою площадкою. Другим випадком є матеріал який дотикається з одного боку точкою, а з іншого боку двома точками. Після прикладення навантаження ми можемо отримати комбінації: 1) три колові поверхні; 2) дві прямокутні площадки; 3) колова поверхня і прямокутна площадка.

З іншого боку необхідно розглянути контактну поверхню робочих органів дробильних машин. На рис.А.10, додаткок А представлені поширені профілі дробильних щік щокових дробарок.

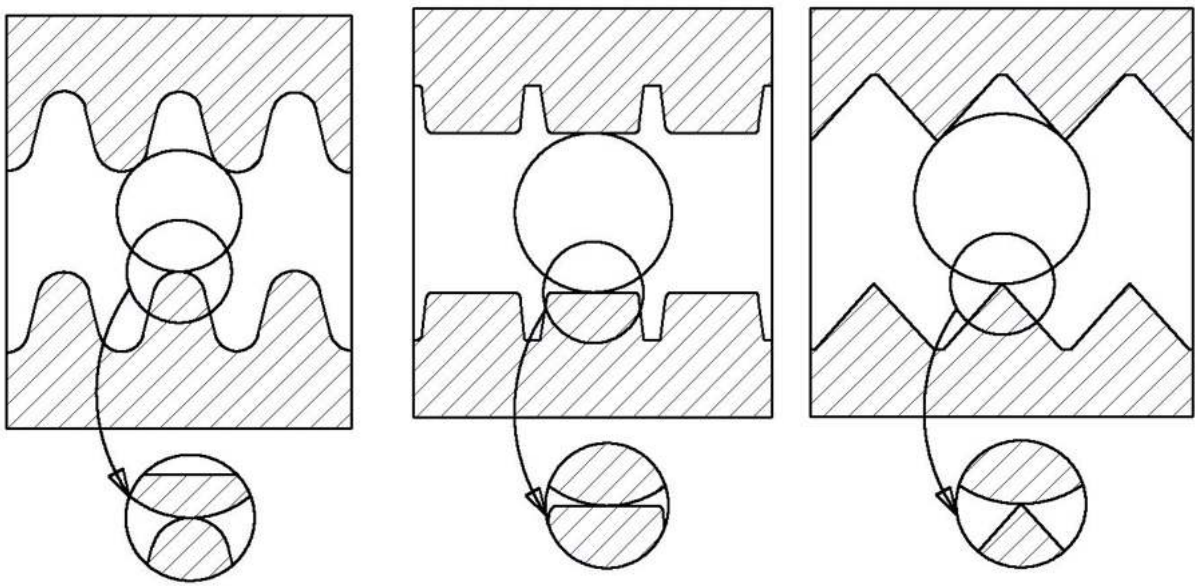
Відмінність профілів продиктовано широкою гамою будівельних матеріалів із різними фізичними властивостями. Типи профілів і їх призначення наступні: а) стандартний профіль (для дроблення широкого кола гірських порід та гравію); б) профіль для кар'єрів (використовується при дробленні уламкових скельних порід, плоскі зуби краще працюють із абразивним матеріалом, потребують більшого підводу енергії); в) Покращений профіль (суперпрофіль) (підходить для загального застосування та при дробленні гравію, має підвищений термін служби за рахунок того, що дрібязок може протікати по канавкам між зубами); г) гофрований профіль для вторинної переробки (підходить для дроблення бетону, мілкий матеріал легко проходить по канавкам між зубами); д) хвилястий профіль для вторинної переробки (підходить для дроблення асфальту); е) профіль із підвищеним зчепленням (підходить для дроблення твердих та округлих порід, забезпечує краще зчеплення та більшу продуктивність, має збалансовану зносостійкість,

дрібний матеріал проходить по канавкам між зубами); є) стандартний клиноподібний зуб (підходить для дроблення різних гірських порід, гравію); ж) профіль із антиковзним покриттям (призначений для дроблення плитних осадових порід, переробці бетонних та асфальтних плит); з) плита із вставками TIC (призначена для дроблення твердих гірських порід, також може використовуватись при переробці будівельних конструкцій).

Аналізуючи профілі дробильних плит приходимо до висновку, що контакт між дробильними плитами здійснюється по схемам представленим на рис.2.33, а саме: 1) по колу; 2) по прямій; 3) по точці.

Схожі типи контактів спостерігаються в конусних та валкових дробарках. В ударних дробарках контакт робочого органу і матеріалу розглядався вище (див. рис. 1.30). І в основному він відбувається по лінії або по точці.

Таким чином на основі аналізу контактних поверхонь дробильних машин ми приходимо до висновку, що контактна задача зводиться до вирішення трьох окремих задач: 1) тиск випуклого профілю; 2) тиск прямолінійного профілю; 3) тиск клиноподібного профілю.



а б в

Рис. 2.33. Типи контактів на основі профілів дробильних плит: а) по колу; б) по прямій; в) по точці (клин)

2.5.2. Визначення контактної взаємодії робочих органів дробильних машин з матеріалом, що руйнується

В цілому контактними задачами займалось широке коло вчених. Класичною задачею, яка дала поштовх до досліджень широкого кола контактних проблем є задача про навантаження напівпростору зосередженою силою, а саме задача Бусенеска. Тут слід зазначити, що такі задачі вирішувались для різних реологічних моделей і в загальному при дослідженні руйнування матеріалів дробильними машинами їх можна розділити на контактні задачі теорії пружності та контактні задачі теорії пластичності.

Почнемо із розгляду зосередженої сили на пружний напівростір. Дана задача з деякими спрощеннями підходить для опису контакту матеріалу з дробильною поверхнею у вигляді клину. На рис. 2.34 зображена розрахункова схема.

Рішення для радіального нормального та дотичного напруження приймають наступне:

$$\sigma_R = -kF\frac{\mathrm{Cos}\,\theta}{l^2}, \qquad \tau_{rz} = \frac{1}{2}\sigma_r \mathrm{Sin}\,2\theta, \tag{2.115}$$

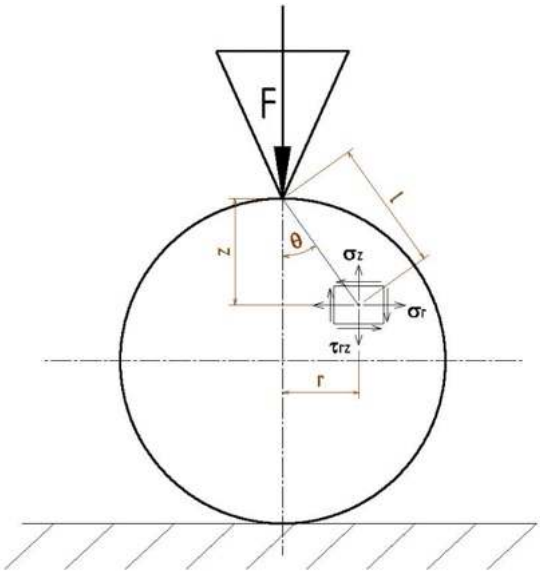


Рис. 2.34. Розрахункова схема до вирішення задачі про дію зосередженої сили на пружне тіло

Дане рішення виводиться за допомогою використання наступної функції напружень :

$$\varphi = -\frac{kF}{2} r\theta \operatorname{Sin}\theta, \tag{2.116}$$

При переході на циліндричні координати рішення (2.115) будуть мати наступний вигляд:

$$\sigma_z = -kF\frac{z^3}{l^3},\ \tau_{rz} = -kF\frac{z^2 r}{l^5}, \tag{2.117}$$

При цьому

$$\cos\theta = \frac{z}{l};\ \sin\theta = \frac{r}{l};\ \frac{1}{2}\sin 2\theta = \frac{rz}{l^2};\ l^2 = z^2 + r^2. \tag{2.118}$$

Коефіцієнт k заходиться на основі складання рівняння рівноваги відносно зовнішніх і внутрішніх сил. Внутрішнє зусилля знаходять на основі суми зусиль які діють на елементарних площадках вздовж довжини z і в остаточному варіанті записується:

$$k = \frac{3}{2\pi}, \tag{2.119}$$

Компоненти нормального напруження σ_θ, σ_r за умов вісесиметричної задачі знаходять на основі використання наступної функції напружень:

$$\varphi = C_1 z\ln r + C_2\left(r^2 + z^2\right)^{1/2} + C_3 z\ln\left(\frac{\sqrt{r^2+z^2}-z}{\sqrt{r^2+z^2}+z}\right), \tag{2.120}$$

Функція напружень підставляється у відповідні спрощені рівняння напружень Бельтрама-Мітчела для вісесиметричної задачі. В результаті підстановки в рівняннях з’являються відповідні константи, які знаходяться з граничних умов.

В заключному вигляді рівняння для напружень будуть мати наступний вигляд:

$$\begin{cases} \sigma_z = -\dfrac{3}{2}\dfrac{F}{\pi}\dfrac{z^3}{l^5}; \\ \sigma_r = -\dfrac{F}{2\pi}\left[\dfrac{1-2\mu}{l(l+z)} - \dfrac{3zr^2}{l^5}\right]; \\ \sigma_\theta = \dfrac{F}{2\pi}(l-2\mu)\left[\dfrac{z}{l^3} - \dfrac{1}{l(l+z)}\right]; \\ \tau_{rz} = -\dfrac{3F}{2\pi}\dfrac{z^2 r}{l^5}. \end{cases} \tag{2.121}$$

Компоненти переміщень знаходять на основі рівнянь Коші та (2.120) і мають наступний вигляд:

$$\begin{cases} u = \dfrac{F}{4\pi G}\left[\dfrac{rz}{l^3} - (1-2\mu)\dfrac{r}{l^2+lz}\right]; \\ w = \dfrac{F}{4\pi G}\left[\dfrac{2(1-\mu)}{l} - \dfrac{z^2}{l^3}\right]. \end{cases}, \tag{2.122}$$

Особливістю такої задачі є те що в точці прикладення сили, яка є точкою початку координат переміщення стають нескінченними через появу радіуса в знаменнику у формулах для переміщень. В такому випадку необхідно уявити, що у початку координат в області пластичних деформацій матеріал вирізаний напівсферичною поверхнею малого радіуса, а зосереджена сила F замінена статично еквівалентними зусиллями, що розподілені по цій поверхні.

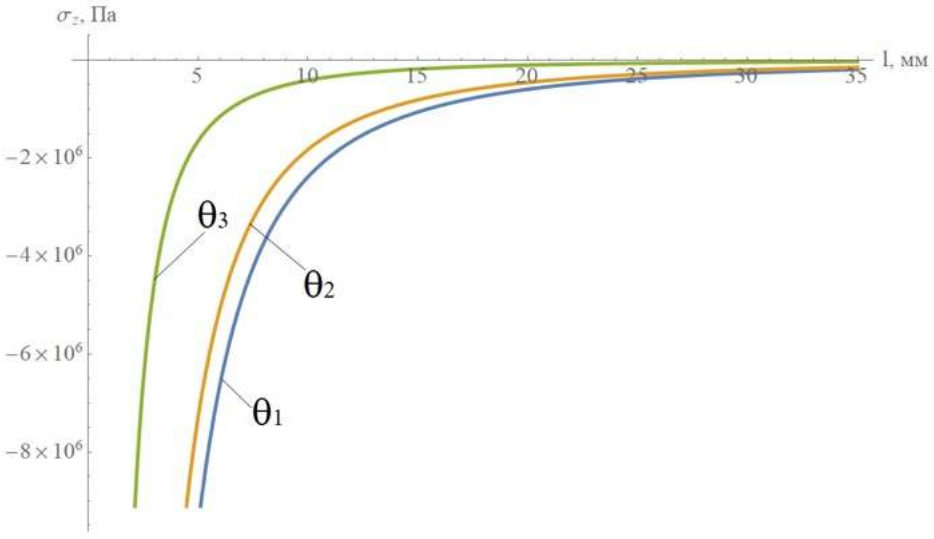


Рис. 2.35. Нормальне напруження в залежності від зміни l та θ.

Другою особливістю є не врахування пластичних деформацій, які виникають в даному випадку в точці контакту. На рис. 2.35 представлена залежність нормального напруження від довжини l та кута θ.

При побудові графіка 2.35 використовувались наступні параметри: $\theta_1=0^0$, $\theta_2=40^0$, $\theta_3=80^0$, F=500 кН. У випадку кута 0 градусів маємо z=l, тобто напруження вздовж осі z. З графіка рис.2.35 видно, що напруження в околі точки прикладання навантаження прямують до нескінченності, чого не може бути. Це свідчить про неврахування пластичних деформацій в точці контакту. Напруження вздовж осі прикладання зусилля є найбільшими.

На рис. 2.36 зображено графік залежності дотичного напруження від параметрів l та θ. На основі графіка рис.2.36 можна зазначити, що максимальні дотичні напруження виникають ближче до поверхні матеріалу. В осьовому напрямку дотичні напруження є відсутніми. В цілому величина дотичних напружень є меншою ніж нормальні напруження.

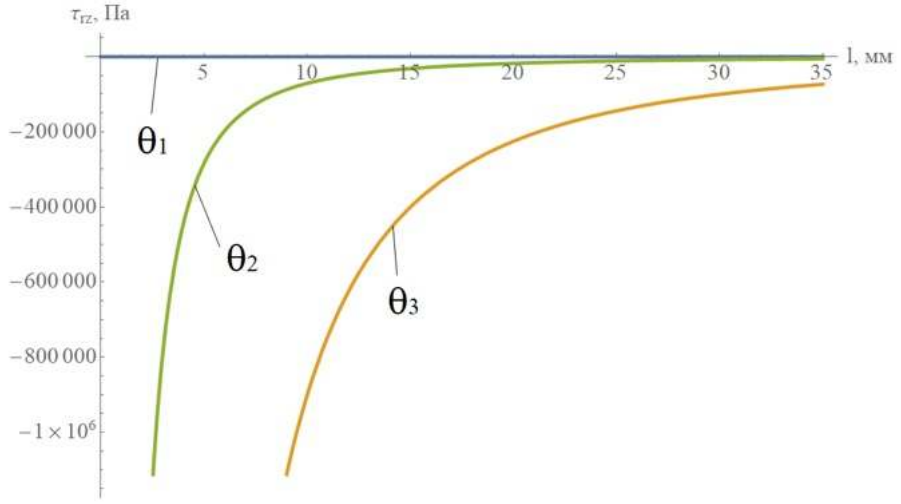


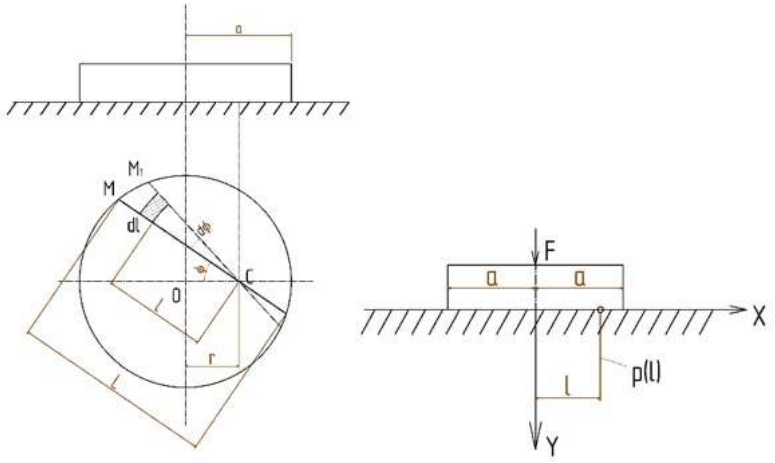
Рис. 2.36. Дотичне напруження в залежності від зміни l та θ.

Далі розглянемо задачу про розподілене навантаження, яка є аналогом типу контакту по лінії. На рис. 2.37 представлена розрахункова схема, яка відображає тиск круглого штампу на пружний напівпростір.

За умов рівномірного розподілення навантаження F по площі кола радіусом a то тоді:

$$q = \frac{F}{\pi a^2}, \tag{2.123}$$

де F – зовнішнє зусилля, Н; а – ширина штампа, м.



а б

Рис. 2.37. Схема до розрахунку контактної задачі від рівномірно розподіленого навантаження на пружний напівпростір: а - тиск по площі кола; б - тиск від штампа шириною 2а

В такому випадку елементарне зусилля визначатиметься, як:

$$dF = qdS, \tag{2.124}$$

де dS – елементарна площа. Тоді використовуючи циліндричні координати для вісесиметричної постановки задачі елементарна площа визначатиметься на основі залежності dS=rdrdφ. Із попередньо розглянутої задачі дії зосередженої сили на пружний напівпростір можна зазначити, шо компонента нормального напруження вздовж осі z (σ_z) визначається по залежності (2.121). Підставимо значення сили на основі (2.124) в залежність (2.121). Отримаємо наступне рівняння:

$$d\sigma_z = -\frac{3q}{2\pi}\frac{z^3}{l^5} rdrd\varphi, \tag{2.125}$$

Для отримання значення напруження необхідно проінтегрувати рівняння (2.125) наступним чином:

$$\sigma_z = -\frac{3q}{2\pi}\frac{z^3}{l^5}\int_0^a\int_0^{2\pi} rdrd\varphi, \tag{2.126}$$

Тоді

$$\sigma_z = -\frac{3q}{2}\frac{z^3 a^2}{l^5} = -\frac{3F}{2\pi}\frac{z^3}{l^5}, \tag{2.127}$$

Прогин визначають на основі розгляду навантаження, яке прикладене до елементарної площадки dR, рис. 2.37, а. Ця площадка визначається як dR=ldφdl. Тоді загальне переміщення на основі рівняння (2.122) буде:

$$w = \frac{1-\mu^2}{\pi E} q \int dl \int d\varphi, \tag{2.128}$$

або

$$w = 4\frac{F}{\pi^2 a^2}\frac{\left(1-\mu^2\right)}{E}\int_0^{\pi/2}\sqrt{a^2 - r^2\sin^2\varphi}\,d\varphi, \tag{2.129}$$

За умов, що на пружний напівпростір прикладено навантаження F від прямокутної площадки шириною 2a, рис. 2.37, б, напруження визначатиметься:

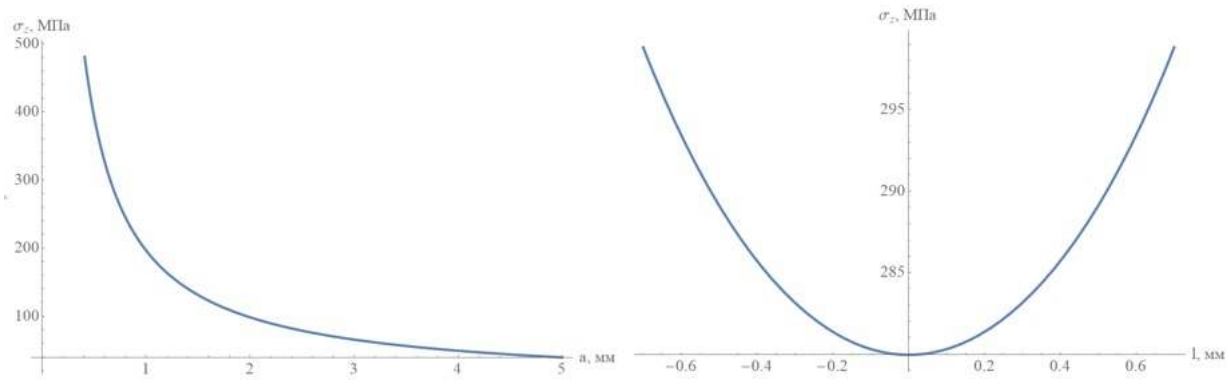
$$\sigma_z = \frac{F}{\pi a}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}}, \tag{2.130}$$

Для переміщень також буде дещо відмінна залежність:

$$w = -\frac{2\left(1-\sigma\right)^2}{\pi E}\int_{-a}^{a} p(l)\ln|x-l|\,dl, \tag{2.131}$$

Аналізуючи залежності розглянуті вище приходимо до висновку, що картина нормального напруження вздовж осі z від дії круглого штампу є аналогічною до задачі про прикладення зосередженої сили до напівпружного простору. Проте в залежності для визначення переміщення вздовж осі z (2.129) при визначеній величні a зникає безкінечність, яка була присутня в залежності (2.122). Для оцінки впливу ширини площадки, яка контактує із матеріалом при його руйнуванні на основі (2.130) був побудований відповідний графік, рис. 2.38, а. Зусилля дроблення приймалось на основі досліджень, результати яких наведені в джерелі [28] і містять – F=2.9e+5LH, де L та H геометричні розміри

дробильної плити. В даному випадку приймались розміри плити дробарки Metso C120.



а б

Рис. 2.38. Графіки визначення напружень в залежності від a та l: а) напруження від ширини штампу; б) напруження в залежності від відстані від осі штампа.

На основі графіків рис. 2.38 можна відмітити наступне: 1) для руйнування матеріалу міцністю до 300 МПа ширина рифлення площадки щоки повинна бути в межах 0.6 мм, що є невеликим значенням; 2) графік рис.2.38, б по суті відображає епюру навантаження з якої випливає, що максимальні нормальні напруження виникають в місцях контакту найбільш віддаленої точки штампу по площі контакту від його осі, тобто в точках торцевих граней. Тут слід відмітити, що в цих точках при контакту реальних тіл відбуваються пластичні деформації. Таким чином ми бачимо, що затрати енергії в певній мірі залежать від ширини площадки по якій прикладається навантаження до матеріалу, що руйнується.

Тепер розглянемо випадок жорстокої напівкруглої поверхні яка вдавлюється в пружний напівпростір, рис. 2.39. Принцип визначення переміщення є аналогічним до розглянутого вище в задачі рис. 2.37, а.

Таким чином переміщення визначається на основі залежності (2.128), в якій функція розподілу тиску також є невідомою. Тобто

$$w = \frac{1-\mu^2}{\pi E} \int\int q d\varphi dl, \qquad (2.132)$$

Переміщення шару в напівпружну поверхню можна описати як

$$w = w_0 - w_1, \qquad (2.133)$$

де w_0 – опускання шару в центральній точці дотику; w_1 – початковий зазор між шаром та граничною площиною.

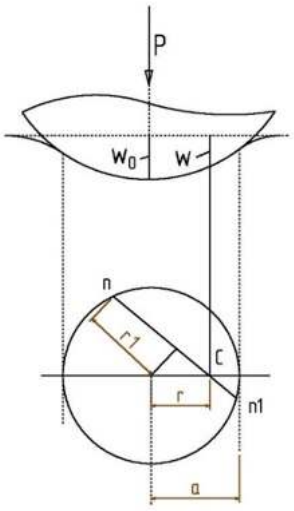


Рис. 2.39. Схема до розрахунку контактної задачі від вдавлювання жорсткої напівкруглої поверхні, яка вдавлюється в пружний простір

Залежність (2.133) можна записати в наступному вигляді

$$w = w_0 - \frac{l^2}{2R}, \tag{2.134}$$

В зв'язку із тим, що шар який моделює колову поверхню дробильної плити є жорстким і вдавлюється в матеріал необхідним є врахування того, що частина пружної поверхні після деформування буде повторювати поверхню шара.

Таким чином можна прирівняти рівності (2.132) та (2.134):

$$\frac{1-\mu^2}{\pi E}\int\int qd\varphi dl = w_0 - \frac{l^2}{2R}, \tag{2.135}$$

На основі інтегрування рівняння (2.132) отримуємо

$$w_0 = \frac{1}{2}\left(\frac{1-\mu^2}{E}\right)\pi q_0 a;\ \frac{1}{2R} = \frac{\left(1-\mu^2\right)\pi}{4aE}q_0;\ F = \frac{2}{3}\pi a^2 q_0, \tag{2.136}$$

де q_0 – розподілений тиск в центрі контакту.

Із рівнянь (2.135) знаходимо a, q_0 та w_0:

$$a=\sqrt[3]{\frac{3}{8}\frac{\left(1-\mu^2\right)F}{E}2R};\ q_0=\sqrt[3]{\frac{24}{\pi^3}\left(\frac{E}{2R\left(1-\mu^2\right)}\right)^2F};$$
$$w_0=\sqrt[3]{\frac{9\pi}{8}\frac{1}{2R}\left(\frac{\left(1-\mu^2\right)}{E}\right)^2F^2} \tag{2.137}$$

Розподілений тиск на відстані r від центру контакту складатиме:

$$q=\sqrt[3]{\frac{24}{\pi^3}\left(\frac{E}{2R\left(1-\mu^2\right)}\right)^2F}\sqrt{1-\frac{r^2}{a^2}}, \tag{2.138}$$

В даному випадку залежність (2.138) відображає тиск саме в площині контакту двох тіл. Для визначення напружень в будь-якій точці об'єму тіла можна скористатись рішенням Папковича-Найбері, яке ґрунтується на визначенні переміщень з використанням бігармонічних рівнянь. Рішення такої задачі наводиться в джерелі [120]. Ще одним варіантом рішення є використання перетворень Ганкеля.

Аналізуючи вище розглянуті задачі можна помітити спільні недоліки, які полягають в тому, що вони не враховують сили тертя та пластичні деформації.

Тому наступним кроком ми розглянемо задачу деформування пружних тіл при контакті в якій враховується тертя.

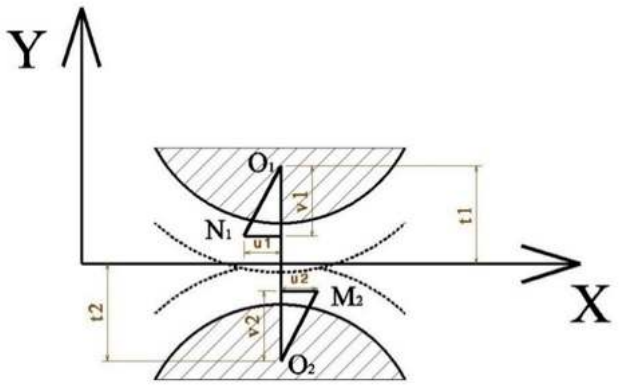


Рис. 2.40. Схема до розрахунку контакту двох пружних тіл

На рис.2.40 наведена схема до розрахунку контакту двох пружних тіл. Припустимо, що перед стисненням два пружні тіла в площині XOY обмежені

кривими – y=f1(x) та y=-f2(x). Зазор між тілами виразимо через f1(x)+ f2(x) ≠0. Тобто дотикання тіл буде за умови коли сума двох кривих буде рівною нулю.

Приймемо для розрахунків відповідні точки M_2 та N_1 на тілах, що контактують, які будуть розміщені симетрично лінії контакту, рис.2.40. Пружне тіло при деформації має дві складові переміщення. Перша складова, визначає його заглиблення в інше тіло, тобто приймається модель жорсткого тіла яке вдавлюється в пружне тіло. Такі переміщення позначимо t_1 та t_2. З іншого боку тіло пружно деформується в зворотному напряму, тобто коли навпаки інше тіло є жорстким. Пружні переміщення в напрямку осі OY, будемо позначати через v_1 та v_2 відповідно. Крім переміщення в нормальному напрямку тіла будуть зазнавати пружних переміщень в напрямку осі X, які позначатимуться через u_1 та u_2. Із рисунку 2.40 можна відмітити, що абсциси точок M_2 та N_1, будуть рівними x - u_1 та x + u_2, а ординати відповідно $f_1(x- u_1)$ та $-f_2(x+u_2)$. Тоді ордината точки A, що відноситься до тіла 2 визначатиметься, як $-f_2(x+u_2)- v_2 +t_2$, а ордината точки A, що відноситься до тіла 1 буде $f_1(x-u_1)+ v_1 -t_1$. Таким чином можна записати наступне

$$f_1(x-u_1)+v_1-t_1=-f_2(x+u_2)-v_2+t_2, \tag{2.139}$$

Тоді загальне переміщення

$$v_1+v_2=t_2+t_1-f_2(x+u_2)-f_1(x-u_1), \tag{2.140}$$

Слід зазначити, що в даному випадку залежність (2.140) враховує переміщення двох тіл без тертя. Далі необхідним є визначити значення цих переміщень. Для цього необхідно розглянути дію сили на деякій ділянці контакту. Відмітимо на осі OX точку x=h, яка буде знаходитись на поверхні контакту, тобто вісь OX проходить через лінію дії контакту. Далі прикладемо до цієї точки силу F, то внаслідок цього точка h отримає переміщення вздовж вісі OY, яке буде рівним:

$$v_n=-\frac{2\left(1-\mu^2\right)}{\pi E}F\ln\frac{1}{r}+C_n, \tag{2.141}$$

де r=|h-x| - відстань між точками вісі OX із абсцисами h і x; E – модуль пружності; μ – коефіцієнт Пуассона; C_n – стала.

Тут слід відмітити, що точка h є точкою прикладання навантаження, а точка x, це точка в якій ми хочемо визначити переміщення відносно точки прикладення навантаження. Таким чином при розгляді задачі в якій прикладається точкова сила ми отримуємо в знаменнику формули (2.141), що призводить до невизначеності. Тому прикладена сила до напівпростору розглядається в деякому околі точки h. На основі цього можна записати

$$dv_n = -\frac{2\left(1-\mu^2\right)}{\pi E} p\left(h\right) \ln \frac{1}{|h-x|} dh + C_n, \tag{2.142}$$

Таким чином для переміщень v_1 та v_2 можна записати

$$dv_1 = \frac{2(1-{\mu_1}^2)}{\pi E_1} p(h)\, ln\, \frac{1}{|h-x|} dh + C_1;$$

$$-dv_2 = -\frac{2(1-{\mu_2}^2)}{\pi E_2} p(h)\, ln\, \frac{1}{|h-x|} dh + C_2, , \tag{2.143}$$

Інтегруючи рівняння (2.143) по площі контакту (за умов розгляду задачі на площині інтегруємо по довжині контакту l) та підставляючи його в рівняння (2.139) отримаємо наступну залежність:

$$\int_l \; p(h) ln \frac{1}{|h-x|} dt = \frac{(t_2+t_1)-f_2(x+u_2)-f_1(x-u_1)}{\frac{2(1-{\mu_1}^2)}{\pi E_1}+\frac{2(1-{\mu_2}^2)}{\pi E_2}}, \tag{2.144}$$

Рівняння (2.144) є основним інтегральним рівнянням плоскої контактної задачі теорії пружності.

Якщо між стискуваними тілами є сила тертя, то в околі контакту будемо мати наступне співвідношення між нормальними та дотичними напруженнями:

$$\tau_{xy} = k\sigma_y, \tag{2.145}$$

де k – коефіцієнт тертя.

Завдяки наявності дотичних зусиль точки стискуваних тіл здійснюють додаткові переміщення в напрямку осі OY, які позначаються як v^t_1 та v^t_2. На основі відомих співвідношень теорії пружності можна записати:

$$\frac{dv_1^t}{dx} = \frac{k \times p\left(x\right)}{G_1}; \;\; \frac{dv_2^t}{dx} = \frac{k \times p\left(x\right)}{G_2}; \tag{2.146}$$

де G_1 та G_2 – модулі зсуву матеріалів, які стискаються.

Інтегруючи залежності (2.145) по x отримаємо:

$$v_1^t = \frac{k}{G_1}\int_0^x p(h)dh + C_1^t,\ \ v_2^t = \frac{k}{G_2}\int_0^x p(h)dh + C_2^t, \tag{2.147}$$

Переміщення (2.147) необхідно додати до основних переміщень, тобто загальні переміщення будуть - v_1+ v^t_1 та v^t_2+ v_2. Таким чином отримаємо наступні рівняння

$$\begin{aligned} v_1 + v_1^t &= \frac{2\left(1-\mu_1^{\,2}\right)}{\pi E_1}\int_l p(h)\ln\frac{1}{|h-x|}dh + \frac{k}{G_1}\int_0^x p(h)dh + C_1; \\ v_2 + v_2^t &= -\frac{2\left(1-\mu_2^{\,2}\right)}{\pi E_2}\int_l p(h)\ln\frac{1}{|h-x|}dh + \frac{k}{G_2}\int_0^x p(h)dh + C_2, \end{aligned} \tag{2.148}$$

Сумуючи рівняння (2.148) та враховуючи нерівність (2.140) отримаємо наступне рівняння:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{2\left(1-\mu_1^{\,2}\right)}{\pi E_1} + \frac{2\left(1-\mu_2^{\,2}\right)}{\pi E_2}\right)\int_l p(h)\ln\frac{1}{|h-x|}dh + k\left(\frac{G_1+G_2}{G_1G_2}\right)\int_0^x p(h)dh = \\ &= t_2 + t_1 - f_2(x+u_2) - f_1(x-u_1) \end{aligned} \tag{2.149}$$

Задаючись наступними параметрами рівняння (2.149) можна записати в простішому вигляді:

$$\vartheta = \frac{2\left((1-\mu_1{}^2)E_2 + (1-\mu_2{}^2)E_1\right)G_1G_2}{(\pi E_1E_2)(G_1+G_2)k}, \tag{2.150}$$

$$f(x) = \frac{\left(t_2+t_1-f_2(x+u_2)-f_1(x-u_1)\right)G_1G_2}{(G_1+G_2)k}, \tag{2.151}$$

Тоді (2.149) запишеться як:

$$\vartheta\int_l p(h)\ln\frac{1}{|h-x|}dh + \int_0^x p(h)dh = f(x), \tag{2.152}$$

Задаємо ділянку інтегрування l від a до b. Тоді рішення рівняння (2.152) буде мати наступний вигляд:

$$p(x) = \frac{\sin\pi\gamma\cos\pi\gamma}{\pi}f'(x) - \delta, \tag{2.153}$$

де

$$\delta = \frac{\frac{\cos^2 \pi\gamma}{\pi}\int_a^b \frac{\left((t_2+t_1)+h\right)^{\frac{1}{2}+\gamma}\left((t_2+t_1)-h\right)^{\frac{1}{2}-\gamma} f'(h)dh}{h-x} - F\cos\pi\gamma}{\pi\left((t_2+t_1)+x\right)^{\frac{1}{2}+\gamma}\left((t_2+t_1)-x\right)^{\frac{1}{2}-\gamma}}, \quad (2.154)$$

$$F = \int_a^b p(h)dh, \quad (2.155)$$

$$\gamma = \frac{1}{\pi} arctg \frac{1}{\pi\vartheta}, \quad (2.156)$$

Залежність (2.155) вказує на те що прикладене навантаження приймають як суму навантажень в проміжку від a до b.

Так як в знаменнику залежності (2.154) можливим є отримання нульового значення, що може призвести до невизначеності, особливо по контуру штампа. З цією метою необхідним є виконання двох умов:

$$\int_{-a}^{a}\left(\frac{(t_2+t_1)+h}{(t_2+t_1)-h}\right)^{\gamma}\frac{f'(h)dh}{\sqrt{(t_2+t_1)^2-h^2}} = 0;$$

$$\cos\pi\gamma\int_{-a}^{a}\left(\frac{(t_2+t_1)+h}{(t_2+t_1)-h}\right)^{\gamma}\frac{hf'(h)dh}{\sqrt{(t_2+t_1)^2-h^2}} = -\pi F, \quad (2.157)$$

Враховуючи умови (2.157) рівняння (2.154) запишеться наступним чином

$$\delta = \frac{\cos^2\pi\gamma}{\pi^2}\left((t_2+t_1)+x\right)^{\frac{1}{2}-\gamma}\left((t_2+t_1)-\right)^{\frac{1}{2}+\gamma}\int_{-a}^{a}\left(\frac{(t_2+t_1)+h}{(t_2+t_1)-h}\right)^{\gamma}\frac{f'(h)dh}{\sqrt{(t_2+t_1)^2-h^2}(h-x)}. \quad (2.158)$$

За умови, що геометрія тіл, що дотикаються є визначеною, то необхідність в умовах (2.157) відпадає. Якщо тіла мають прямокутний профіль, то f(x)=const і залежність (2.153) буде мати наступний вигляд:

$$p(x) = \frac{PCos(\pi\gamma)}{\pi\left((t_2+t_1)+x\right)^{\frac{1}{2}+\gamma}\left((t_2+t_1)-x\right)^{\frac{1}{2}-\gamma}}, \quad (2.159)$$

2.5.3 Аналіз геометричних параметрів робочих органів дробильних машин

В залежності від розмірів рифлень та діапазону регулювання вихідного отвору для щокової дробарки можливими є три найбільш характерні режими роботи [1]:

1) Ширина розвантажувального отвору (CSS) менше по величині кроку рифлень;
2) Ширина розвантажувального отвору (CSS) є близькою по величині до кроку рифлень;
3) Ширина розвантажувального отвору (CSS) більше кроку рифлень.

Так при першому режимі роботи дробарки є відсутнім зазор між вершинами рифлень дробильних плит і внаслідок чого матеріал просковзує між гранями рифлень. За таких умов можливими є три варіанти проходження понаднормового матеріалу, рис. 2.41.

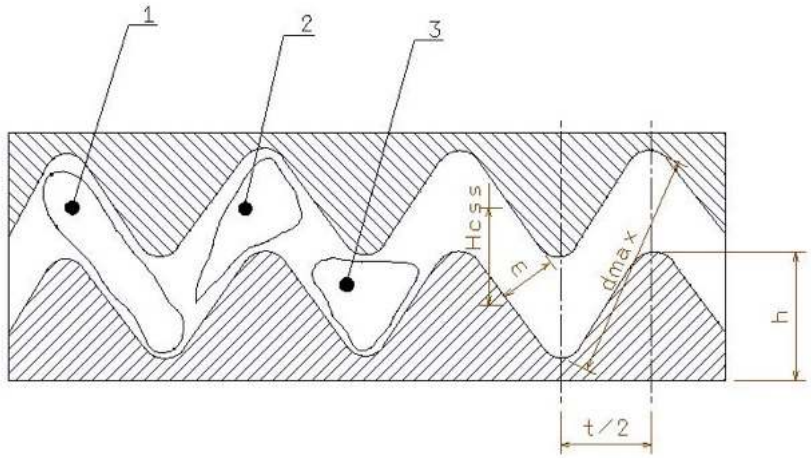


Рис. 2.41. Проходження наднормованого матеріалу в зоні розвантаження:
1 – лещадний шматок; 2 – клиновий; 3 - трикутноподібний

При першому варіанті форми куска матеріалу (рис.2.41) максимальна довжина куска розраховуватиметься за наступною залежністю, мм:

$$d_{\max} \le \left(\sqrt{\left(\frac{t}{2}\right)^2 + \left(H_{css} + h\right)^2} \right), \qquad (2.160)$$

де t – крок рифлень, мм; h – висота рифлень; H_{css} – ширина розвантажувального отвору, мм.

В свою чергу максимальна ширина куска матеріалу, мм:

$$m \le \left(H_{css} \sin\alpha\right), \tag{2.161}$$

де α кут між поверхнею рифлень щоки та перпендикуляром опущеним на цю грань.

Якщо кусок матеріалу має форму 2 (рис. 2.41), то він може пройти між гранями рифлень і вершиною рифлень. Довжина шматка може досягати l= (0,5-0,7)dmax. За умов, що кусок має форму 3 (рис. 2.41) його максимальна довжина може сягати l= 1,4Hcss.

В джерелі [15] зазначається, для отримання понаднормової кількості готового матеріалу доцільним є прийняття режиму роботи дробарки при якому ширина розвантажувального отвору відповідає подвійні висоті рифлень.

В джерелі [16] зазначається при стисненні шматка матеріалу в камері дроблення щокової дробарки на поверхні матеріалу утворюються дві зони стиснення. На утворенні цих двох зон стиснення затрачається 73% підведеної енергії, 22% на розвиток ефективної тріщини до критичного розміру, 5% на швидкісний розвиток тріщини до моменту повного руйнування шматка матеріалу.

Сам процес руйнування можна описати наступним чином – при стисненні шматка в камері дроблення в точках контакту виникають пружні деформації, після чого утворюються зони стиснення, рис.2.42.

Напруження, які виникають в зоні контакту можна прийняти рівними відношенню прикладеної сили до площі контакту руйнування. Якщо розглядати, що в камері дроблення руйнується тіло сферичної форми, то за таких умов площа контакту буде рівною:

$$dS = r_a^2 \sin\left(\varphi\right) d\varphi d\theta . \tag{2.162}$$

Тоді напруження стиску, які виникають в зонах руйнування будуть рівними:

$$\sigma_{cm} = \frac{F}{r_a^{\,2} \sin(\varphi_a) d\varphi_a d\theta_a}, \tag{2.163}$$

Для врахування багатьох факторів, які впливають на величину напруження в матеріалі під час його руйнування в роботі [16] пропонується враховувати фізико-механічні властивості дробильної породи, кусковатість, ступінь заповнення дробильного простору матеріалом, геометрію матеріалу та геометрію камери дроблення. З цією метою була запропонована наступна залежність:

$$\sigma_{cm} = f(x_1) f(x_2) f(x_3) f(x_4) \frac{F}{r_a^{\,2} \sin(\varphi_a) d\varphi_a d\theta_a}. \tag{2.164}$$

Об’єм зони руйнування можна з невеликими спрощеннями записати наступним чином:

$$dV = r_a^{\,2} \sin(\varphi) d\varphi dr d\theta, \tag{2.165}$$

В джерелі [18] зазначається, що радіус r_a можна визначити за наступною залежністю:

$$r_a = f_b l_c^{0.5} R_м^{0.625-0.0005R}, \tag{2.166}$$

де f_b – функція розміру шматка матеріалу; l_c – шлях, який проходить плита під дією сили, за рахунок руйнування в зоні стиснення.

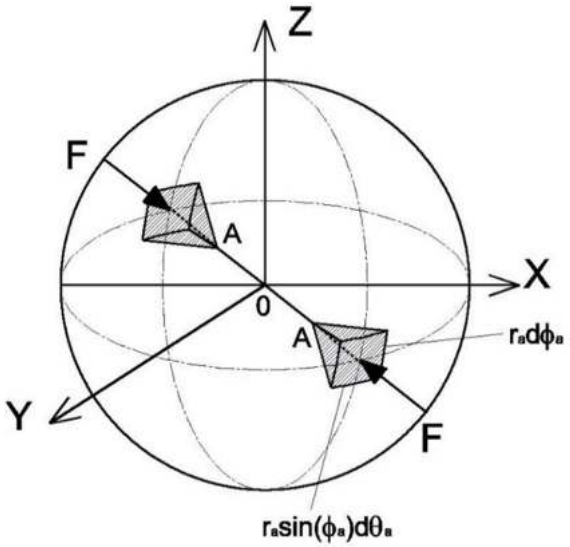


Рис. 2.42. Схема навантаження матеріалу в камері дроблення

Для прогнозування характеристик крупності продукут дроблення можна скористатись наступною залежністю [1]:

$$X_t = 1.85 d_x^{0.485} H_{css}, \tag{2.167}$$

де X_t – крупність частинки матеріалу при виході d; H_{css} – розмір випускного отвору дробарки.

Залежність (2.167) є справедливою для щокових та конусних дробарок.

Деяку зацікавленість представляють дослідження продуктивності дробарки представлені в джерелі [8]. В якому зазначається, що продуктивність дробарки може бути визначена як функція ширини розвантажувального отвору та може бути визначена на основі наступної залежності:

$$Q_f = Q_{\min} + k_q + f_q(\sigma), \tag{2.168}$$

де k_q – коефіцієнт, який враховує лінійний приріст продуктивності за рахунок збільшення розміру вихідного отвору дробарки від мінімального значення до максимального; $f_q(\sigma)$ – коефіцієнт, який враховує нелінійне зміну продуктивності внаслідок зменшення міцності матеріалу.

З метою апроксимації дробильного простору гірською породою в роботі [17] використовують кумулятивну криву гранулометричного складу живлення. Зазначена крива описується рівняннями параболи другого порядку та має вигляд:

$$f_k(x) = k_1 + k_2 d + k_3 d^2, \tag{2.169}$$

де k_i – числові коефіцієнти. Проте слід враховувати, що використання кумулятивної кривої призводить до деякого завишення розрахованих зусиль дроблення.

2.6 Дробильні системи із реологічним представленням навантажень

Аналіз процесу дроблення матеріалу у дробарці дозволяє наступним чином сформулювати основні його особливості. Частинка дробимої породи майже ніколи не руйнується за один хід дробильної щоки. Процес дроблення

розвивається наступним чином. Частинка неправильної форми потрапивши в камеру дроблення дробарки, поступово зколюється до розмірів правильної форми, внаслідок чого вона переміщується по камері дроблення в напрямку розвантажувального отвору. Після чого поверхня контакту частинки з робочими органами дробарки збільшується і як наслідок збільшується прикладене навантаження, яке в деякий момент досягає критичного значення. Частинка розколюється на більш маленькі шматочки.

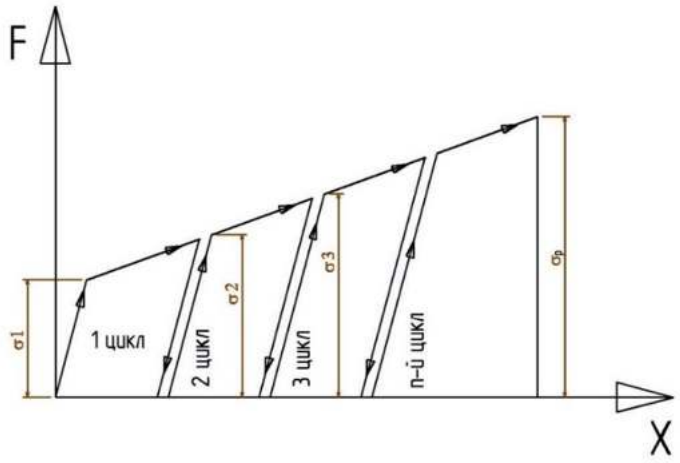


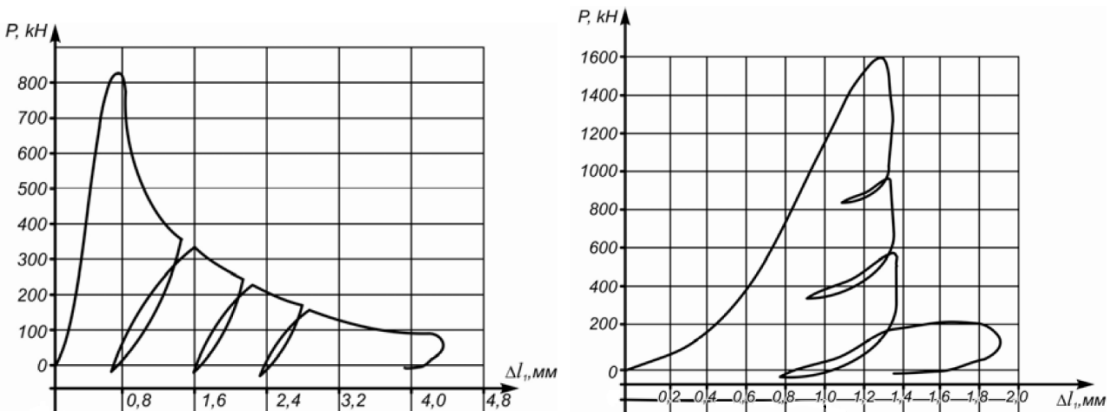
Рис. 2.43. Графічне представлення процесу руйнування матеріалу в камері дроблення

Таким чином в частинці породи неправильної форми, при малому ходові робочих органів у верхній частині камери дроблення не створюються напруження, які спроможні одразу зруйнувати частинку. При невеликих деформаціях, що виникають в контактній зоні, відбувається руйнування виступаючих частин матеріалу, який дробиться. Проте після руйнування виступаючих частин породи, поверхня частинки стає більш правильною, що призводить до збільшення площі контакту. Крім цього частинка переміщується ближче до зони розвантаження, де хід робочих органів є більшим. Внаслідок цих процесів напруження, що виникають в частинці досягають граничних значень, після чого частинка розколюється на окремі куски. Тут також слід зазначити, що при почерговому навантаженні частинки, крім зколу її виступаючих країв, відбувається накопичення залишкових

деформацій, перерозподіл внутрішньої структури зерен та виникнення системи тріщин, що призводить до зменшення міцності частинки.

Схему процесу руйнування матеріалу в камері дроблення дробарки представлена на рис. 2.43.

В роботі [103] зазначається, що при навантаженні гірських порід можна виділити дві стадії: I - докритичне руйнування; II - закритичне руйнування. В цілому в роботі [103] діаграму напруження-деформація розділяється на 6 зон. При проходженні кожної зони йдуть відповідні затрати енергії. В більшості випадків енергія витрачається на корисні деформації – пружні, пластичні. Проте деформування матеріалу в більшості випадків не є відповідним ідеалізованій кривій навантаження-деформації. На окремих етапах деформування матеріалу можуть виникати ефекти, які вимагають додаткового підводу енергії, внаслідок чого відбувається розсіювання енергії. До таких ефектів можна віднести втрати на тертя, вязкопружність, мікропластичність, залишкова міцність тощо.



а б

Рис. 2.44. Графіки деформування: а – аргіліт; б – алеврит

На рис. 2.44 представлена картина циклічного руйнування таких матеріалів, як аргиліт та алевріт [103]. Як ми бачимо після втрати міцності на діаграмах спостерігаються чисельна поява петель, які можуть свідчити про залишкові деформації, локальні зсуви та мікротріщини. Це все вказує на складний, поступовий процес руйнування. Внаслідок такого процесу постає

необхідність додаткового підводу енергії з метою повного руйнування матеріалу. Проте слід розуміти, що кількість додаткової енергії є значно меншою в порівнянні із першим циклом навантаження матеріалу.

Відносно розсіювання енергії при руйнуванні гірських порід зазначається в роботах [105] та [106], в яких вказується на те що гірські породи здатні накопичувати в собі потенціальну енергію, яка є більшою ніж енергія руйнування і з фізичної точки зору цей процес є складним для опису. Звісно тут слід зазначити, що розмір накопиченої потенціальної енергії може значно відрізнятись в залежності від реологічної моделі матеріалу.

Виявляється, якщо приймати за модель гірської породи модель Фойгта, то виникає проблема із критеріями Гріффітса та Ірвіна, яка полягає в тому, що тріщина в такому тілі розповсюджуватись не може. Тоді для даної моделі необхідно вводити додаткові коефіцієнти або робити відповідні припущення. Одним із таких припущень є прийняття твердження, що поверхнева енергія γ є функцією швидкості тріщини v. Вигляд самої функції отримується або із експерименту або при розгляді моделей із зоною ослаблених зв'язків.

Ще одною особливістю при руйнуванні частинки є зміна її об'єму, саме при досягненні напружень граничної межі. На цьому явищі ґрунтується визначення дилитації. Тобто зміна об'ємної деформації в залежності від величини різниці напружень. Відомо, що нижче деякої різниці напружень, яку можна позначити коефіцієнтом C_1, об'ємна деформація змінюється лінійно. При перевищенні значення різниці напружень вище за C_1 відбувається відхилення від лінійності (тобто деформація перестає бути лінійною).

Величина дилитації може бути в межах від 0.2 до 2 значення зменшення об'єму матеріалу, якби він був би ідеально пружним. Дилитація починається при напруженні 1/3 – 2/3 від величини руйнуючого напруження. Величина дилитації при руйнуванні є меншою ніж пористість матеріалу (пісчаник), проте для таких порід як граніт дилитація може перевищувати початкову пористість. На основі даних джерела [106] значення коефіцієнту C_1 для граніту може починатись від 116 МПа. Для мармуру від 31 МПа.

Особливо слід звернути увагу на дослідження в джерелі [109], в якому представлені результати ряду тестів гірських порід. Як слідує із звіту зразки піддавались різним видам навантажень: 1) циклічному одноосьовому навантаженню; 2) трьохосьовому навантаженню; 3) вібраційному та згинальному навантаженню. На основі тестів в роботі представлені відповідні діаграми напруження-деформація.

На рисунку 2.45 наведена одна із діаграм деформація-напруження при осьовому навантаженні зразка граніту. Дана діаграма є підтвердженням розсіювання деякої частини енергії при циклічній деформації зразка граніту. Аналогічні діаграми були отримані для таких матеріалів, як базальт, діорит, гнейс, пісчаник, вапняк, сланець, туф тощо. Схожі діаграми при одновісному циклічному деформуванні граніту отримані також в роботах [110] - [112].

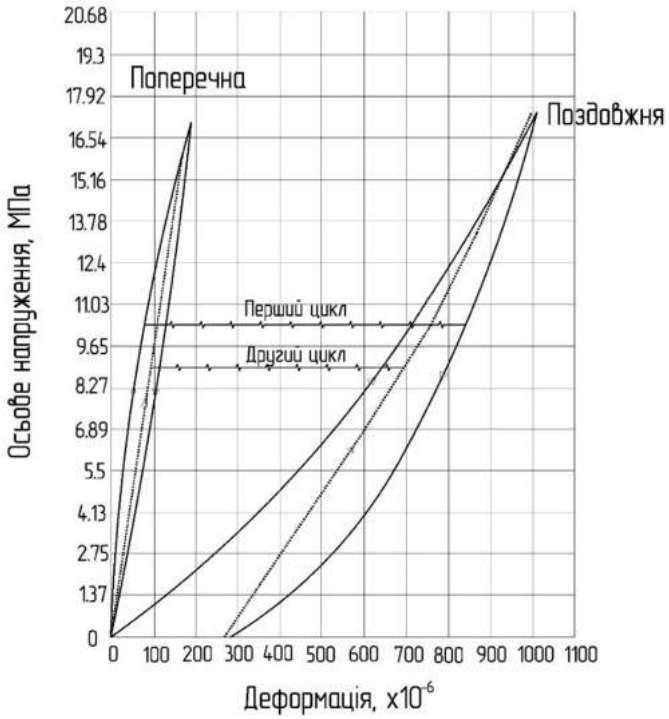


Рис. 2.45. Графік циклічного навантаження зразків граніту:

Отже по характеру руйнування матеріали можна розділити на два класи. До першого класу відносяться матеріали при руйнуванні яких підведена енергія майже повністю перетворюється в енергію руйнування. До другого класу відносяться матеріали для яких потрібно підвести більше енергії ніж

енергія руйнування. Окремо слід зазначити, що крихкість гірських порід при їх об'ємному стисненні знижується. Дана властивість гірських порід відмічається в роботі [103].

2.7. Висновки по розділу

Розглянуто та проаналізовано основні моделі дислокаційного механізму утворення тріщин в твердих матеріалах. Встановлено основні сили опору руху дислокацій в матеріалі. Подолання сил опору та розповсюдження тріщини в матеріалі по дислокаційному механізму потребує затрат енергії. Для оцінки та визначення затрат енергії на розповсюдження тріщини існує чисельна кількість теорій руйнування. Проте їх в загальному плані можна розділити на два класи: енергетичні та силові. Найбільш поширеними енергетичними теоріями є теорія Гріффітса та Баренблатта, які взаємно доповнюють одна одну. До силових теорій відносяться теорії Орвана та Ірвіна, на основі якої вибудовується методологія визначення напружень та деформацій в околі тріщини з використанням коефіцієнтів інтенсивності напружень. Також поширеними силовими теоріями є теорії Мізеса-Хенкі, Кулона-Мора, Морозова, Черепанова-Райса.

Важливим параметром процесу руйнування матеріалу є швидкість вивільнення енергії деформації в околі вершини тріщини та її вплив на коефіцієнт інтенсивності напружень. Можна зробити висновок про те, що існує енергетичний бар'єр, який заважає руйнуванню. Для визначення цього бар'єру необхідно проінтегрувати рівняння загальної енергії деформації, яка запасена в пружному тілі, по коловій області навколо кінця тріщини.

Велику увагу в розділі приділено розгляду реологічних моделей гірських порід. Проаналізовано прості класичні моделі Максвелла та Фойгта, а також геомеханічні моделі, які використовуються при моделюванні гірських порід в сучасних розрахункових програмних комплексах (Ansys, Abaqus та ін.).

Паралельно з розглядом енергії розповсюдження тріщини в розділі проведений широкий аналіз та оцінка енергетичних законів руйнування матеріалу на макрорівні. Значну варіацію має енергетичний закон Бонда, який на сьогодні широко використовується при проектуванні дробильних машин. Проте даний закон пов'язує енергетичні характеристики процесу із фізичними властивостями дробимого матеріалу через індекс роботи, який визначається окремо для кожного матеріалу і є деяким середнім значенням.

Окремо встановлено значення коефіцієнтів пропорційності для поширених енергетичних законів, при застосуванні їх до реальних дробильних машин. Зміна енергетичних коефіцієнтів лежить в широких межах, що не дає встановити відповідні закономірності між параметрами матеріалу та машини і затратами енергії на процес дроблення.

Виконано аналіз та оцінка використання фрактальної моделі для опису поверхні руйнування матеріалу на мікрорівні. На основі аналізу встановлено перспективність опису поверхні руйнування на мікрорівні за допомогою фрактальної кривої. Наведені рівняння для опису енергії руйнування на основі теорії Гріффітса, в якому довжина поверхні тріщини описується з використанням фракталів. Далі в розділі 3 буде розглянуто загальну реологічну модель матеріалу, в якій запропоновано використовувати фрактальну модель для опису енергії тертя, що є складовою загальної енергії руйнування.

Розглянуто процес руйнування матеріалу в камері дроблення, в якому матеріал описується простою реологічною моделлю. Встановлено, що процес руйнування матеріалу в камері дроблення (щокові, конусні, ударні, вібраційні дробарки) в силу геометрії дробильних машин та нерівномірності розмірів дробильного матеріалу, а також нерівномірності подачі живлення є стадійним. Окремо слід зазначити про дробарки ударної дії в яких матеріал неодноразово навантажується внаслідок особливості самого процесу, тобто швидкісного удару ротором або молотками, після чого відбувається удар по футерувальним поверхням або по падаючому матеріалу.

Враховуючи циклічну модель навантаження та аналізуючи дослідження по циклічному навантаженню гірських порід встановлено що частина підведеної енергії до матеріалу, розсіюється, внаслідок наявності тертя, мікротріщин, перерозподілу внутрішньозернової структури матеріалу, вязкопружних або вязкопластичних ефектів тощо.

На основі проведеного теоретичного дослідження процесу енергозатрат на мікро та макрорівнях подальшою задачею є розробка реологічної моделі, яка буде враховувати енергію сил пружності, демпфування, тертя та натягу. Враховуючи математичну модель дробильної машини та реологічну модель матеріалу встановити загальні енергозатрати процесу дроблення.

РОЗДІЛ 3 СИСТЕМНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИНЕРГЕТИЧНОГО ПОДРІБНЕННЯ

3.1 Методи дослідження фізичних процесів в камері дроблення

Процес руйнування матеріалу в камері дроблення є фізичним процесом, який можна описати математично. Основна мета такого опису є визначення основних параметрів, які впливають на процес, та подальше створення моделі машина-робочий орган-середовище. На рис. 3.1 представлена загальна структурна модель частинки матеріалу, яка зазнає руйнування.

При розгляді процесу руйнування матеріалу приймають одну з двох основних моделей: 1) континуальна 2) дискретна.

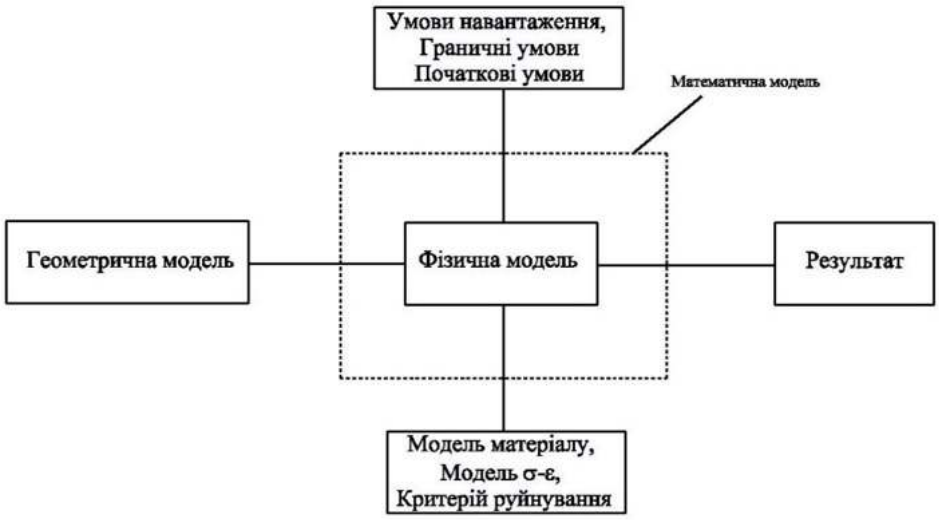


Рис. 3.1. Структурна модель процесу руйнування матеріалу

При розгляді **континуальної моделі** частинка розглядається, як безперервне тіло. Поведінку частинки можна оцінити за допомогою класичної теорії поля. За допомогою початкових та граничних умов можна оцінити розподіл напружень та деформацій всередині тіла. Недоліком такої моделі є складність опису частинки на мікрорівнях (атомному рівні). Для подолання таких проблем континуальна модель включає в себе додаткові методи, такі як

введення нелінійних параметрів або застосування нелокальної механіки континууму [25].

В цілому в розділі 2 даної роботи булу розглянуті континуальні моделі руйнування частинки, які пов’язані з розвитком тріщини до повного руйнування частинки. Концепція механіки руйнування вводить додаткову структурну змінну – дефекти та їх розміри і далі розглядає частину тіла з тріщиною, як термодинамічну систему.

Залежно від енергетичного балансу тріщина в частинці може бути рухомою або навпаки. Як зазначалось раніше для опису особливостей поля напружень поблизу вершини тріщини та для опису ефектів руйнування тіла можуть використовуватись коефіцієнти інтенсивності напружень K (SIF), контурні інтеграли J, та швидкість вивільнення енергії Ev. Коефіцієнти інтенсивності напружень є локальними параметрами в околі тріщини, в той час як швидкість вивільнення описує глобальну поведінку (зміну потенціальної енергії при зміні розмірів тріщини). Контурні інтеграли J пов’язані з енергією в околі тріщини. Для ідеально крихких лінійно-пружних матеріалів розглянуті вище параметри пов’язані між собою наступним чином – $K^2 \sim EJ$. Для більш кращого розуміння методів, які використовуються при розгляді руйнування матеріалу на рис 3.2 представлена структурна схема побудови фізичних моделей матеріалу.

На основі рисунку А.11, додаток А можна заначити, що для опису напруженого та деформованого станів геометрично простих тіл, які піддаються простому навантаженню використовується математичний апарат, який містить прості рівняння, що можна розв’язати аналітично. Для більш складної геометрії твердих тіл та складних умов навантаження використовуються чисельні методи. Такі методи можна класифікувати за типом фізичного формулювання на континуальний або дискретний. За типом дискретизації – диференційний або інтегральний. За типом часової дискретизації – неявний або явний метод. Якщо при використанні чисельних методів не можливо отримати точні рішення в такому випадку

використовують чисельні методи для отримання наближених розв’язків. До таких методів відносяться методи Ейлера та метод Рунге-Кутта. Серед диференційних методів найпоширенішими і основними є метод скінченних елементів (FEM) та метод скінченних різниць (FDM). Поширеним інтегральним методом є метод граничних елементів (BEM).

В цілому поведінку твердого тіла до і після руйнування залежить не тільки від фізичних властивостей матеріалу, а також від форми частинки, швидкості деформації, жорсткості та режиму роботи дробарки.

За умови коли фізична модель не підходить для опису процесу в камері дроблення може використовуватись емпірична модель. Емпіричні моделі побудовані на експериментальних даних, і їх параметри варіюють в обмежених рамках процесу. Результати експериментів можуть оброблюватись різними математичними методами: 1) оцінки; 2) логічний опис; 3) регресійний та кореляційний аналіз; 4) нейронні мережі.

Методи дискретного елементу та зв’язаних частинок. При дослідженні руйнувань матеріалів інженери частіше стикаються із складним навантажувальним станом, для розгляду якого приходиться користуватись набором математичних методів. Поширеними методами в аналізі складного напруженого стану частинки є числові методи. Комбінація різних числових методів має назву зв’язного аналізу. Зв’язний аналіз може бути трьох видів послідовним, гібридним і комбінованим.

Застосування класичного методу Лагранжа або методу кінцевих елементів при вирішенні задач руйнування не дає необхідної точності через неможливість точного обчислення напруженого стану частинки за наявності в ній таких сингулярностей, як тріщин, отворів або пористих включень. В таких випадках є необхідним використання методу, який буде розглядати середовище як дискретну модель. Таким методом є метод дискретних елементів. Тут слід зазначити, що поєднання континуальної моделі та дискретної при дослідження тіл з тріщинами буде ще більш ефективним.

На початку розвитку метод дискретних елементів базувався на логіці моделювання Монте-Карло, яка використовувалась в молекулярній динаміці. Проте широкого розповсюдження метод набув після того як його доповнили більш детальною взаємодією між частинками, додали можливість локального обертання кожної частинки, зміну об’єм частинки, дистанційної взаємодії, зміну форми. Метод дискретного елементу можна розглядати як чисельний метод для вирішення задач механікі суцільного середовища за наявності сингулярностей. В свою чергу традиційні методи такі як FEM та XFEM оперують рівняннями із частковими похідними, використання яких призводить до ускладнення розрахунку поверхневого напруження тріщини. Основним недоліком при вирішенні задач напруженого стану матеріалу з використанням континуальних моделей є їх нездатність точно описати розповсюдження тріщин при руйнуванні матеріалу, які розривають міжзернові зв’язки. В дискретному методі (DEM) реалізований механізм, який розглядає тіло як набір окремих зерен пов’язаних відповідними зв’язками. При прикладені навантаження до тіла, що перевищує допустиме. Зв’язки зерен, які знаходяться ближче до точки прикладання зовнішнього навантаження розриваються. Внаслідок розриву перших зв’язків, прикладене зусилля перерозподіляється між зв’язками які залишились. Такий процес є подібним до розповсюдження тріщини в твердому тілі. При аналізі напруженого стану методом дискретного зерна і зв’язки описуються відповідними реологічними моделями.

Подолати проблеми моделювання континуального середовища методу дискретних елементів (DEM) допомагає алгоритм зв’язних частинок (BPM). Поєднання цих двох моделей опису середовища дозволяє розглядати більш широке число задач механіки суцільного середовища. Ці дві моделі можуть працювати як послідовно так і паралельно. Тобто є можливість розгляду руйнування матеріалу з поступовим руйнуванням його звязків та переходом від континуального середовища до дискретного. Ці дві моделі можуть описати такі характеристики поведінки середовища, як пружність, розповсюдження

тріщин, акустичну емісію, накопичення пошкоджень внаслідок анізотропії матеріалу, гістерезис та ін.

В цілому метод DEM при вирішенні задач розглядає використання трьох систем: 1) фрикційної системи; 2) контактної пружності; 3) зв'язки при непрямому контакті зерен. Поступальний та обертальний рух кожної частинки обчислюється для кожного кроку часу Δt з використанням класичних законів механіки [60]. Взаємодія між частинками оброблюється на основі штрафів спеціальними контактними алгоритмами [61]. На рис. 3.2 представлена модель взаємодії двух частинок [62].

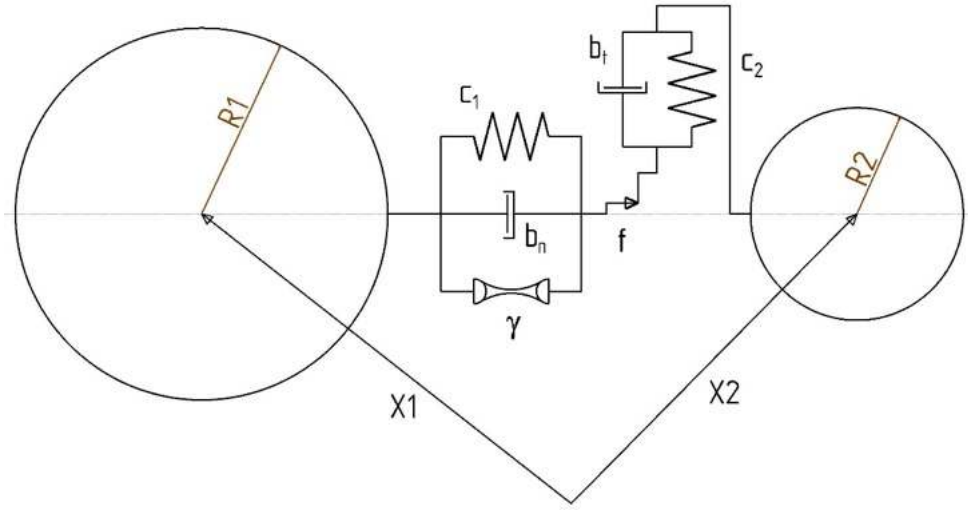


Рис. 3.2. Реологічна DEM модель взаємодії частинок

Маси сфер (частинок, які взаємодіють між собою) визначаються на основі наступних залежностей:

$$m = V\rho = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho, \tag{3.1}$$

де V – об'єм сфери; ρ – щільність сфери, яка визначається на основі фізичних властивостей матеріалу.

Момент інерції сфер:

$$I = \frac{2}{5} m r^2 = \frac{2}{15}\pi r^5 \rho. \tag{3.2}$$

Нормальна сила контакту визначається, як:

$$F_n = c_1 x_{int}, \tag{3.3}$$

де $x_{int} = R_1+R_2 -|X1-X2|$ - відстань взаємодії; Xi – координата і-ої сфери.

В цілому відстань взаємодії поділяється на три стани: 1) $x_{int} \leq 0$; 2) $0 < x_{int} \leq x_{crit}$; 3) $x_{int} > x_{crit}$.

В рівнянні c_n є нормальним коефіцієнтом жорсткості, він визначається:

$$c_1 = \frac{k_1 R_1 k_2 R_2}{k_1 R_1 + k_2 R_2} N_k, \tag{3.4}$$

де k_i - об'ємний модуль жорсткості і-ої сфери; R_i - радіус і-ої сфери; N_k =0,01– параметр, який визначає відхилення нормального коефіцієнту жорсткості (в LS-DYNA – NormK). Регулюючи параметр N_k можна змінювати часові кроки взаємодії, що призводить до зміни жорсткості. Об'ємний модуль пружності визначається на основі модуля пружності Е та коефіцієнту Пуассона:

$$k_i = \frac{E_i}{3(1-2\nu_i)}, \tag{3.5}$$

Часові кроки визначаються параметром Δt_s:

$$\Delta t_s = k_s \sqrt{\frac{m}{c_n}}, \tag{3.6}$$

де k_s – масштабний фактор для обчислення часових кроків; m – маса частники.

Тангенціальна сила взаємодії визначається аналогічно до нормальної із використання тангенціального коефіцієнту жорсткості c_2.

Тангенціальний коефіцієнт жорсткості визначається:

$$c_2 = c_1 k_{tan}, \tag{3.7}$$

де k_{tan} – параметр, який визначає відхилення тангенціального коефіцієнту жорсткості (за замовчуванням можна прийняти, як $2/7*N_i$).

Нормальна сила демпфування визначається:

$$F_{ndamp} = b_n \dot{x}_{int}, \tag{3.8}$$

де b_n - константа демпфування, яка визначається із наступного рівняння

$$b_n = k_D \sqrt{\frac{m_1 \times m_2}{m_1 + m_2} c_n}, \tag{3.9}$$

де k_D – параметр нормального демпфування ($0 \leq k_D \leq 1$).

Тангенціальна сила демпфування визначається аналогічно до рівнянь (3.8) та (3.9). Відмінністю є використання параметрів k_{tD} та c_t

Сила тертя визначається на основі класичного закону – $F_{тр} = f_т F_n$. При використанні прикладного програмного забезпечення можна задавати коефіцієнт тертя ковзання Fric та кочення FricR. При нульовому значенні коефіцієнту тертя ковзання кількість степенів вільності зменшується до трьох та використовується центральна система сил для кожної сфери окремо. За умов Fric>0 застосовується повне обмеження в 6 степенів вільності та використовується загальна система сил для кожної сфери.

Капілярні сили між вологими частинками були запропоновані в джерелі [63]. Капілярна сила визначається наступним чином [64]:

$$F_k = -\frac{2\pi R\gamma\cos(\varphi)}{1+\frac{x_{int}}{2x_\Delta}}, \tag{3.10}$$

де γ – поверхневий натяг рідини; φ – кут контакту між рідинним мостом та сферою; $R = (2R_1R_2)/(R_1+R_2)$ – ефективний радіус; x_Δ – відстань занурення.

Відстань занурення:

$$d_\Delta = d_{int} + \sqrt{d_{int}^{\,2} + 2\frac{V_A}{\pi R}}, \tag{3.11}$$

де V_A – об’єм вологої зони між сферами по якій вони взаємодіють;

3.2 Обґрунтування та визначення фізичних аспектів процесу руйнування матеріалу в робочій камері дробарки

3.2.1. Рівняння руху та визначення основних параметрів пружного середовища для континуальних систем

Континуальними називаються системи, в яких параметри розподілені по всьому об’єму, в різних джерелах можуть мати назву систем з розподіленими

параметрами. Головною особливістю систем з розподіленими параметрами полягає в наявності нескінченної кількості власних частот і форм коливань.

В цілому процесом розповсюдження коливань в середовищі має назву хвильового процесу. Якщо взаємозв'язок між частинками середовища здійснюється силами пружності, що виникають у наслідок деформації середовища при передачі коливань від одних частинок до інших, то хвилі називають пружними. Якщо частинки середовища в хвилі здійснюють коливання до напрямку направлення розповсюдження хвилі, то такі хвилі називають поперечними. В поперечних хвилях відбувається зсув шарів середовища відносно другого, тобто вони по суті є хвилями деформації зсуву. Пружні сили, що протидіють відносному переміщенню шарів, виникають в тілах, що намагаються зберегти свою форму, а саме в твердих тілах.

При розповсюдженні хвиль напружено-деформований стан шарів середовища характеризується почерговим процесом стиснення і розтягу, таким чином поздовжні хвилі є хвилями об'ємної деформації. Передача коливань від частинки до частинки характеризується швидкістю передачі. Залежність швидкості хвилі від частоти коливань називається дисперсією.

Ідеально пружна поведінка матеріалу передбачає виконання наступних умов: 1) деформація відповідає кожному значенню прикладеного напруження і має рівноважне значення; 2) рівноважне значення досягається миттєво; 3) справедливим є принцип суперпозиції, тобто відгук є лінійним.

Невиконання вище зазначених умов закону Гука приведе до різних форм проявлення непружності матеріалу. Для таких матеріалів залежності напруження від деформації представляються двома кривими, які є різними при навантаженні і при знятті навантажень. Ці криві утворюють так звану петлю гістерезису, площа якої визначає дисипацію або розсіювання механічної енергії за цикл.

При визначенні рівняння руху системи з розподіленими параметрами розглядається стержень до якого з лівого боку в торець прикладена сила F. При цьому вважається, що в площі перерізу стержня частинки не перемішуються,

не порушується суцільність шару і при визначенні залежностей між діючими силами спрацьовують закони Ньютона, а деформації і напруження відповідають закону Гука. В даному випадку розглядається Ейлерова постановка задачі, коли виконується опис зміни фізичних величин у фіксованих точках простору. На основі розгляду зазначеної вище задачі та відповідних математичних перетворень, отримуємо рівняння руху системи із розподіленими параметрами в наступному вигляді:

$$\frac{d^2x}{du^2} = \frac{1}{c^2}\frac{d^2x}{dt^2}, \tag{3.12}$$

де $c = \sqrt{(E/\rho)}$ – швидкість поширення збурення у шарі матеріалу; du – частина шару матеріалу; dx – переміщення границь елементу шару du.

Рівняння (3.12) з'єднує прискорення елементарного шару в середовищі з другою похідною його переміщення за координатою u, що визначає положення цього шару в загальному середовищі.

Рівняння (3.12) записане в частинних похідних визначає залежність x від часу t та від координати u. В такому випадку розв'язок рівняння (3.12) матиме наступний вигляд:

$$x = U(u)T(t), \tag{3.13}$$

Розв'язок першої складової рівняння (3.13) можна представити в наступному вигляді:

$$T(t) = A\cos(\rho t), \tag{3.14}$$

де ρ – частота вільних коливань системи із розподіленими параметрами.

Розв'язко другої складової відповідно:

$$u = C\cos\left(\frac{\rho}{c}u\right) + D\sin\left(\frac{\rho}{c}u\right), \tag{3.15}$$

Рівняння (3.15) має нескінченне число коренів (власних частот).

3.2.2 Рівняння руху та визначення основних параметрів пружно-в'язкого та пружно-пластичного середовища для континуальних систем

Для врахування пружно-в'язких властивостей застосовується реологічна модель Кельвіна-Фойгта, в якій залежність між напруженням σ і деформацією ε має вигляд:

$$\boldsymbol{\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon}}, \tag{3.16}$$

де η – коефіцієнт, що враховує в'язкі властивості середовища.

Хвильове рівняння пружно - в'язкого середовища запишеться наступним чином:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho}\frac{\partial^2 x}{\partial u^2} + \frac{\eta}{\rho}\frac{\partial^3 x}{\partial x^2 \partial t}, \tag{3.17}$$

Рішення рівняння (3.17) представляється в наступному вигляді:

$$x = x_0 e^{\pm\alpha u + i(\pm ku - wt)}, \tag{3.18}$$

де x_0 – амплітуда коливань у точці збудження хвилі; α – коефіцієнт згасання хвилі в середовищі, в якому періодично збуджується хвиля; k – хвильове число (k=ω/c); u – координата за напрямком якої розповсюджується хвиля.

Параметри в рівнянні (3.17), які потребують визначення є η та E. Так як середовище є пружно-в'язким, модуль пружності в такому середовищі не є постійним і залежить від частоти збурень та часу. Для опису такого середовища використовується комплексний модуль пружності, тобто він включає модуль пружності E_1, який описує пружну поведінку плюс E_2, який пов'язаний із дисипацією енергії.

В загальному випадку при розгляді рівняння (3.17) модуль E визначається як:

$$E = \frac{\rho\omega^2\left(k^2 - \alpha^2\right)}{\sqrt{\left(k^4 - \alpha^4\right)^2 + 4k^2\alpha^2\left(\alpha^2 + k^2\right)^2}}, \tag{3.19}$$

Коефіцієнт опору можна записати:

$$\eta = 2E\frac{\alpha}{c\left(k^2 - \alpha^2\right)}, \tag{3.20}$$

Інший підхід у визначенні параметрів пружньо-вязкого середовища ґрунтується на розгляді залежності напруження від деформації в комплексній площині. Тоді рівняння (3.16) запишеться в наступному вигляді:

$$\sigma = E_1\varepsilon + iE_2\varepsilon\gamma, \tag{3.21}$$

де i – уявна одиниця, яка вказує на поворот вектору непружної складової відносно пружної на кут π/2; γ – коефіцієнт втрат, який оцінює рівень енергії, що розсіюється в середовищі за один цикл навантаження.

Коефіцієнт втрат можна визначити на основі співвідношення енергії розсіювання ΔW до потенційної енергії W:

$$\gamma = \frac{\Delta W}{2\pi W}, \tag{3.22}$$

Хвильове рівняння буде мати наступний вигляд:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = c^2\left(1+i\gamma\right)\frac{d^2x}{du^2}, \tag{3.23}$$

Рішення рівняння (3.23) має наступний вигляд:

$$x\left(u_1, t\right) = X_0 e^{i\omega t - kx}, \tag{3.24}$$

де k=ω/c(α+iβ)-комплексне хвильове число.

В рівнянні (3.21) E_1 визначається як:

$$E_1 = \frac{\left(1-\alpha^2 c^2/\omega^2\right)\rho c^2}{\left(1+\alpha^2 c^2/\omega^2\right)}, \tag{3.25}$$

В свою чергу E_2 визначається як:

$$E_2 = \frac{2\rho c^2 \alpha\, c/\omega}{\left[1+\left(\alpha\, c/\omega\right)^2\right]^2}, \tag{3.26}$$

де α – коефіцієнт згасання хвилі, β – коефіцієнт, який впливає на довжину хвилі.

При розгляді пружно-пластичного середовища ми зіштовхуємось із значною нелінійністю та часовою залежністю стану матеріалу. Така поведінка матеріалу не дає можливості отримати рівняння руху. Тому вирішення задачі полягає у розгляді системи рівнянь, яка включає наступні рівняння: 1)

рівняння руху; 2) закон деформацій; 3) конститутивні рівняння з урахуванням пластичності; 4) рівняння плинності (критерій Мізеса, Друкера-Прагера).

Рівняння руху:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x}, \tag{3.27}$$

де ρ – щільність матеріалу; u – вектор переміщень; σ – тензор напружень.

Закон деформацій:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right), \tag{3.28}$$

де u та v – компоненти переміщень по відповідним напрямкам.

Рівняння з урахуванням пластичності:

$$\sigma = C_i \left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \right), \tag{3.29}$$

де C_i – тензор пружних коефіцієнтів; ε_1 – компоненти тензора деформацій (пружні і пластичні деформації); ε_2 – компоненти тензора пластичних деформацій (відповідають за постійну деформацію після того, як матеріал перевищує свою пружну межу).

Критерій Мізеса для тривимірного стану напружень:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{2}\left((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right)}, \tag{3.30}$$

де $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – головні напруження в матеріали (найбільші, середні і найменші); σ_y – поріг текучості.

Здвиг по фазі між напруженням і деформацією в дисипативному середовищі можуть бути обумовлені різними фізичними явищами. Основні з них: в’язке тертя, механічний гістерезис, пластична текучість матеріалу, релаксація матеріалу. Механічний гістерезис іноді називають тертям твердого тіла або внутрішніми витратами. При дії сили на пружне середовище в останньому відбуваються незворотні мікрозміни структури (поворот і руйнування кристалів або руйнування молекулярних ланцюгів). В результаті цього при знятті навантаження у середовищі утворюється залишкова деформація, яка при періодичному процесі призводить до відставання по фазі

деформації від відповідного напруження. Залежність між ними набуває гістерезисного характеру і визначається постійною гістерезису – відношенням залишкової деформації до максимальної. При малих деформаціях постійна гістерезису рівна коефіцієнту втрат, тобто куту між векторами напруження і деформації.

Пластичне тертя матеріалу характерне тим, що залишкова деформація пропорційна часу дії зусилля. Час дії періодичного зусилля пропорційний періоду, через це залишкова деформація зростає зі зменшенням частоти. Релаксацію матеріалу викликають зміни молекулярної структури, вирівнюванням температури між проміжками шарів з протилежними знаками деформації. В релаксуючому середовищі при постійній деформації викликане її напруження поступово спадає. В результаті виникає зсув по фазі між напруженням і деформацією наслідком чого є поглинання енергії. Час необхідний для встановлення напруження в релаксуючому середовищі, називають часом релаксації. Найбільшого значення релаксації і відповідний коефіцієнт втрат досягають при частоті, коли період коливань зрівнюється з часом релаксації.

3.2.3 Чисельний метод вирішення задачі напруженого та деформованого стану середовища

Як зазначалось вище при вирішенні задач напружено-деформованого стану пружно-пластичного середовища через складнощі опису поведінки матеріалу використовують набір диференційних рівнянь замість рівняння руху. Разом з цим великий набір інженерних задач пов'язаний з описом фізичних процесів середовища при його взаємодії із робочими органами будівельних машин є складним. В зв’язку з цим були розвинуті чисельні методи, про які зазначалось вище. Поширення набули метод кінцевих елементів переважно для континуального середовища та метод дискретного елементу для дискретного середовища. Особливістю методу дискретного

елементу є представлення середовища у вигляді набору частинок (сфер). Інша назва групи методів, які розглядають середовище у вигляді набору частинок (сфер) є безсіткові методи. Таким чином, як зазначалось раніше метод дискретного елементу є безсітковим методом для опису дискретного середовища. Проте є інші безсіткові методи, які описують континуальне середовище. Поширеним безсітковими методами, які описують континуальні середовища є: 1) метод згладжених частинок в гідродинаміці (SPH); 2) локальний безсітковий метод Петрова-Галеркіна (MLPG); 3) безелементний метод Галеркіна (EFG); 4) розширений безсітковий метод скінчених елементів (MEFEM); 5) метод згладжених частинок Галеркіна (SPG).

Перший метод використовується в основному для опису рідин та газів. Інші 4 методи використовуються в основному для опису твердих тіл. Хоч перший метод використовується для опису в основному рідин, його також часто використовують для опису руйнування твердих тіл. В чисельному моделюванні механіки рідин рівняння руху виводяться на основі законів збереження маси, моменту та енергії. Ці три фундаментальні закони збереження разом із додатковими рівняннями, які описують фізичні властивості матеріалу та середовища визначають поведінку системи.

Як зазначалось раніше при опису рівнянь руху системи в механіці суцільного середовища використовують один із двох принципів: 1) Ейлерова постановка задачі; 2) Лагранжева постановка задачі.

В Лагранжевій постановці ми стежимо за окремими частинками середовища та описуємо, як змінюються їх властивості в часі. В безсіткових методах, які розглядають середовище у вигляді частинок (сфер) використовується Лагранжевий підхід.

В такому випадку рівняння на основі збереження маси має вигляд:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \frac{\partial v^{\beta}}{\partial x^{\beta}}, \tag{3.31}$$

Відповідно моменту:

$$\frac{dv^{\beta}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{dx^{\beta}}, \tag{3.32}$$

Енергії:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{p}{\rho}\frac{\partial v^{\beta}}{\partial x^{\beta}}, \tag{3.33}$$

де ρ – щільність середовища; v – швидкість частинки середовища; E – внутрішня енергія; p – тиск; β – є тензорним індексом, використовується для позначення напрямку координат і визначає сумування по всіх координатах за повторюваним індексом.

В цілому безсітковий метод частинок використовує кінцевий набір дискретних елементів для представлення стану системи та її руху. Кожна частинка володіє набором змінних, таких як маса, момент, енергія, стан та інших змінних пов'язаних із конкретною задачею. Необхідності в опису зв'язності між частинками не має, проте потрібно задати початковий розподіл або генерацію частинок. Один із підходів до генерації елементів є використання сітки в центрі, якої розміщується частинка.

Чисельна дискретизація в безсітковому методі включає апроксимацію значень функції, похідних та інтегралів в частинці за допомогою апроксимації частинок, при якій використовується інформація із сусідніх частинок, що взаємодіють із розглядуваною частинкою.

Наприклад, змінна поля v для частинки, яка розміщена в точці x=(x,y,z) може бути апроксимована з використанням інформації про частинку, яка знаходиться в межах визначеної області y:

$$v(x) = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i(x) v_i, \tag{3.34}$$

де N – число частинок у визначеній області y; v_i – змінна поля i-ої частинки; φ_i – функція поверхні i-ої частинки, яка побудована на основі інформації про всі частинки у визначені області y.

Далі в якості безсіткового метода будемо розглядати метод згладжених частинок в гідродинаміці. Формулювання метод SPH (ЗЧГ) можна поділити на

два етапи. Перший є його інтегральне представлення (ядерна апроксимація функцій поля). Другий – апроксимація частинок. На першому етапі інтеграл від добутку довільної функції та згладжувальної ядерної функції дає ядерну апроксимацію у вигляді інтегрального представлення функції. Інтегральне представлення функції потім апроксимується шляхом сумування значень найближчих сусідніх частинок, що дає частинкову апроксимацію функції в дискретній точці.

Функція згладжування повинна відповідати ряду умов: 1) бути нормалізованою (умова єдності); 2) набувати властивостей функції Дірака, коли довжина згладжування прямує до нуля; 3) бути компактною.

Безперервні інтегральні представлення щодо апроксимації ядер методу ЗЧГ можна перетворити на дискретизовані форми сум всіх частинок визначеної області (опорної області). Дискретизований процесу сумування над частинками має назву частинкової апроксимації. В такому випадку нескінченно малий об'єм у місці розташування частинки замінюють кінцевим об'ємом ΔV, який відноситься до маси частинки $m - m_i = \Delta V_i \rho_i$. Тут ρ є щільність і-ої частинки. Таким чином рівняння (3.34) матиме вигляд:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i}{\rho_i} f(x_i) W(x - x_i, h), \qquad (3.35)$$

де W – функція згладжування ядра; h – довжина згладжування, що визначає зону впливу функції згладжування W; f(x) - функція тривимірного положення вектору x.

Важливу роль в рівнянні (3.35) відіграє функція згладжування. Визначення оптимальної функції згладжування для відповідної задачі, досі є полем для досліджень, хоча в цілому існує серія досліджень де наводяться різні значення функції згладжування для окремих випадків. Одним із методів визначення функції згладжування є розклад в ряд Тейлора.

Враховуючи рівняння (3.35) та концепцію апроксимації частинок рівняння збереження маси можна записати в наступній формі:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = -\rho_i \sum_{j=1}^{N} \frac{m_j}{\rho_j} v_j^{\beta} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^{\beta}}, \tag{3.36}$$

де m_j – маса j-ої частинки; N – кількість частинок в опорній області.

Рівняння (3.36) відображає, що швидкість зміни щільності частинки в часі тісно пов'язана із відносними швидкостями між цією частинкою та всіма іншими частинками в опорній області. Градієнт функції згладжування визначає внесок цих відносних швидкостей. Аналогічні рівняння можна записати для балансу моменту та енергії.

Таким чином рівняння (3.36) запишеться:

$$\frac{dv^{\alpha}_i}{dt} = \sum_{j=1}^{N} m_j \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^{\beta}}, \tag{3.37}$$

де $\sigma^{\alpha\beta} = -p\delta^{\alpha\beta} + \tau^{\alpha\beta}$ – загальний тензор напружень. Перша частина тензора напружень описує ізотропний тиск, друга частина описує в'язкі напруження зсуву.

Енергетичне рівняння буде наступним:

$$\frac{dE_i}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N} m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_i^2} \right) v_{ij}^{\beta} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^{\beta}} + \frac{\mu_i}{2\rho_i} \varepsilon_i^{\alpha\beta} \varepsilon_j^{\alpha\beta}, \tag{3.38}$$

Розглянуті підходи до розрахунку балансу маси, моменту та енергії побудовані на основі рівнянь Навьє-Стокса. Використання таких рівнянь до твердих тіл призведе до не врахування пружних або пластичних властивостей твердих тіл. Тому для того, щоб використовувати безсітковий метод ЗЧГ до твердих тіл необхідно змінити тензор напружень. Так наприклад для твердих тіл баланс імпульсу записується у вигляді рівняння:

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + M_i, \tag{3.39}$$

де M_i – об'ємні сили; σ_{ij} – тензор напружень.

Для рідких тіл тензор напружень визначається залежністю $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}$. Щоб перейти до розгляду твердого тіла другий доданок в рівнянні для тензора напружень слід замінити на тензор напружень, який визначає пружні властивості тіла, а саме $\sigma_{ij} = \lambda\theta + 2G\varepsilon_{ij}$. Тут θ – відносна зміна об'єму, а λ та G – сталі матеріалу.

При малих деформаціях в двовимірній постановці можна використовувати тензор деформацій:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right), \tag{3.40}$$

Далі перейдемо до опису хвильового процесу в матеріалі при прикладені зовнішнього навантаження. Як було зазначено вище закон збереження імпульсу описується рівнянням (3.37). Враховуючи реологічну модель запропоновану в розділі 3.1 рівняння (3.37) для рідких та газоподібних тіл запишеться наступним чином:

$$\frac{dv^{\alpha}_{i}}{dt} = \sum_{j=1}^{N} m_j \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} + F_d\right)\frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^{\beta}} + F_{тр} + F_{зовн}, \tag{3.41}$$

де F_d – штучна в'язкість (дисипативний член); $F_{тр}$ – сила тертя; $F_{зовн.}$ – зовнішні сили.

В якості сили тертя для рідин та газів використовується модель Кулонівського тертя. Для твердих тіл запропоновано використовувати опис на основі площі контакту. Так як поверхня тріщини є сильно зрізаною, то її довжину гарно описувати на основі фрактальної моделі. Силу тертя можна визначити як:

$$F_{mp} = \tau_{зс} S, \tag{3.42}$$

де $\tau_{зч}$ – зсувне напруження зчеплення; S – площа контакту.

Зсувне напруження в моделі матеріалу Кулона-Мора визначається залежністю (2.90). Тоді за умов тріщини одиничної ширини залежність (3.42) запишеться наступним чином:

$$F_{тр} = \left(c + \sigma_n \tan(\varphi)\right) \times \frac{\left(\Gamma(1/2)\right)^{\alpha} d_n^{\alpha}}{2^{\alpha}\Gamma(1+\alpha/2)}, \tag{3.43}$$

Таким чином на основі розглянутих моделей робочих середовищ пропонується використовувати комбіновану модель, яка на етапі завантаження матеріалу в камеру дроблення розглядає середовище як дискретне. Далі після повного завантаження камери дроблення, перерозподілу матеріалу і вибору більшості зазорів приймаємо, що модель є континуальною.

Після руйнування матеріалу та початку його розвантаження знову приймаємо континуальну модель. Приклад такої моделі зображено на рис. 3.4.

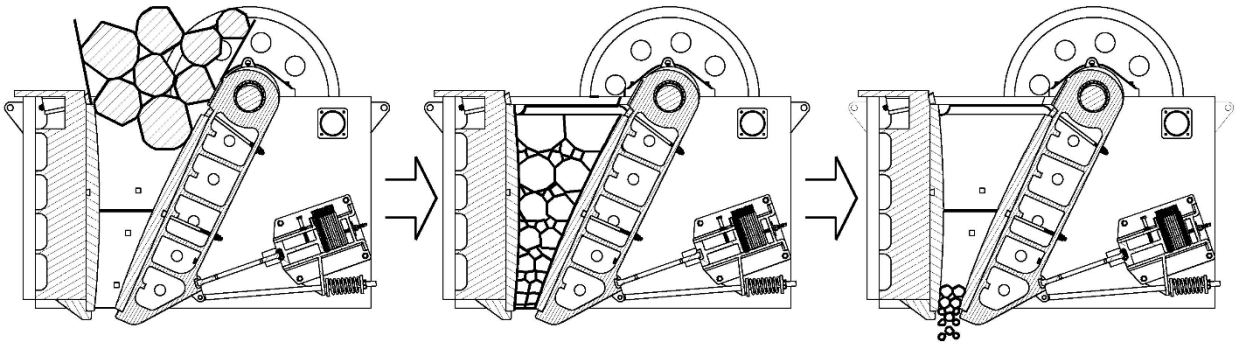


Рис. 3.3. Комбінована модель середовища в процесі подрібнення

3.3 Моделювання процесів дробильних машин

3.3.1 Дослідження математичної моделі щокової дробарки

Для моделювання руху щокової дробарки можна скористатись рівняннями Лагранжа. На основі цього можна записати наступне [132]:

$$m\ddot{x}(t) = F_t - F_r, \tag{3.44}$$

де $\ddot{x}$ - прискорення рухомої щоки, c^{-1}; m – маса рухомої щоки, кг; F_t – зусилля руйнування прикладене до матеріалу, Н; F_r – сила прикладена до ексцентрика.

В свою чергу дробильне зусилля визначається на основі наступної залежності:

$$F_t = c \cdot x(t), \tag{3.45}$$

де c – коефіцієнт, який враховує фізичні властивості матеріалу та геометрію камери дроблення.

Сила реакції, яка діє на ексцентрик запишеться наступним чином:

$$F_r = k \cdot \varphi(t), \tag{3.46}$$

де k – коефіцієнт, який визначає геометрію дробарки та ексцентриситет.

В цілому моделювання руху щокової дробарки з простим рухом щоки повязано із значними труднощами, через значну кількість ланок механізму, які

передають рух дробарки від ексентрикового валу до рухомої щоки. Внаслідок цього перед інженером постає складна математична задача, яка потребує значних розрахункових ресурсів. Іноді в зв'язку з цим виникає необхідність спрощення такої моделі, яке не призведе до значної втрати точності в розрахунках. На основі вищезазначеного за розрахункову модель була прийнята модель предаставлена на рис. 3.4.

Загальна кінетична енергія системи представленої на рис. 3.4 буде мати наступний вигляд:

$$T=T_1+T_2+T_3+T_4+T_5, \tag{3.47}$$

де T_1,T_2,T_3,T_4,T_5 – кінетичні енергії окремих ланок системи.

Розпишемо окремо кінетичні енергії окремих ланок системи.

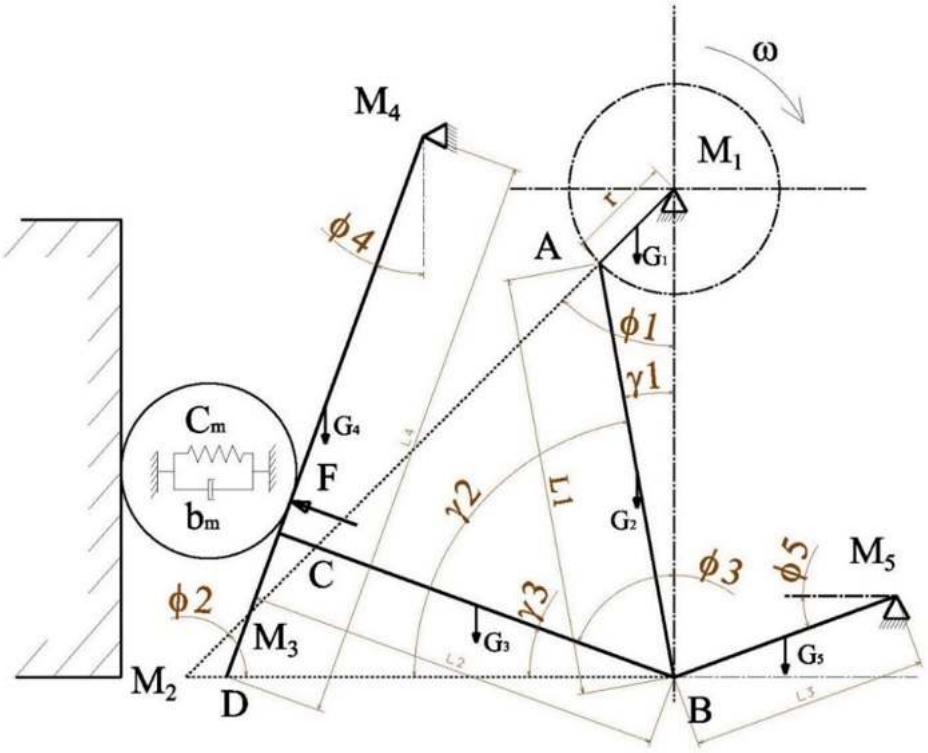


Рис. 3.4. Щокова дробарка із простим рухом щоки

Кінетична енергія першої ланки:

$$T_1=\frac{I_1\dot{\varphi}_1^2}{2}, \tag{3.48}$$

де φ_1 -кут повороту першої ланки; I_1 – моменті інерції першої ланки.

Кінетична енергія другої ланки:

$$T_2 = \frac{1}{2}\left(I_2 + m_2\left(L_8^2 + \left(\frac{L_1}{2}\right)^2 - 2L_8\left(\frac{L_1}{2}\right)\left(\frac{r}{L_1}\mathrm{Sin}[\varphi_1]\right)\right)^2\right) R_1\dot{\varphi}_1^{\,2}, \tag{3.49}$$

де I_2 – момент інерції другої ланки; L_1, L_8, r – геометричні параметри; m_2 – маса другої ланки; $R_1 = (r/L_8)^2$ – коефіцієнт.

Кінетична енергія третьої ланки:

$$T_3 = \frac{1}{2}\left(I_3 + m_3\left(L_9^2 + \left(\frac{L_2}{2}\right)^2 - 2L_9\left(\frac{L_2}{2}\right)\mathrm{Cos}\left[\gamma_3\right]\right)^2\right) R_2\dot{\varphi}_1^{\,2}, \tag{3.50}$$

де I_3 – момент інерції третьої ланки; L_2, L_9 – геометричні параметри; γ_3 – кут; $R_2 = R_1(L_6/L_9)^2$ – коефіцієнт; m_3 – маса третьої ланки.

Кінетична енергія четвертої ланки:

$$T_4 = \frac{1}{2} I_4 R_3 \dot{\varphi}_1^{\,2}, \tag{3.51}$$

де I_3 – момент інерції четвертої ланки; $R_3 = R_2(L_{11}/L_{12})^2$ – коефіцієнт.

Кінетична енергія пятої ланки:

$$T_5 = \frac{1}{2} I_5 R_1 \left(\frac{L_6}{L_3}\right)^2 \dot{\varphi}_1^{\,2}, \tag{3.52}$$

де I_5 – момент інерції четвертої ланки; L_3, L_6 – геометричні параметри.

Загальна потенціальна енергія системи буде мати вигляд:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5, \tag{3.53}$$

де P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 – потенціальні енергії окремих ланок системи.

Окремо для кожної ланки потенціальні енергії системи можна записати наступним чином.

Потенціальна енергія першої ланки:

$$P_1 = \frac{m_1 g r \varphi_1^{\,2}}{4}, \tag{3.54}$$

де m_1 – маса першої ланки.

Потенціальна енергія другої ланки:

$$P_2 = m_2 g\left(\frac{2r-\varphi_1^2}{4}\right), \tag{3.55}$$

де m_2 – маса другої ланки.

Потенціальна енергія третьої ланки:

$$P_3 = m_3 g\frac{L_2}{2}\mathrm{Cos}\left[\varphi_3\right]\delta\varphi_3, \tag{3.56}$$

де m_3 – маса третьої ланки; φ_3 – кут повороту третьої ланки.

Потенціальна енергія четвертої ланки:

$$P_4 = \frac{m_4 g L_4 \mathrm{Sin}\left[\varphi_4\right]\delta\varphi_4}{2}, \tag{3.57}$$

де m_4 – маса четвертої ланки; φ_4 – кут повороту четвертої ланки.

Потенціальна енергія п’ятої ланки:

$$P_5 = \frac{m_5 g L_3 \mathrm{Sin}\left[\varphi_5\right]\delta\varphi_5}{2}, \tag{3.58}$$

де m_5 – маса пятої ланки; φ_5 – кут повороту пятої ланки.

Матеріалі в розрахунковій моделі враховуємо на основі реологічних моделей. Більшість матеріалів при руйнуванні в камері дроблення дробильних машин ведуть себе як квазіпружні тіла. Тобто для такі тіла краще описувати на основі моделей Гука. Проте на нашу думку більш універсальною для опису матеріалу в камері дроблення є модель Фойгта. Таку модель за потреб можна пертворити на модель Гука прирівнюючи коефіцієнт дисипації до нуля, а також дослідити динамічні процеси під час руйнування матеріалу.

За таких умов до опису загальної кінематичної моделі роботи щокової дробарки необхідно додати потенціальну енергію деформації матеріалу, а також енергію дисипативних сил. Тут слід зазначити енергія дисипативних сил для гірських порід є незначною.

Потенціальну енергію пружної деформації матеріалу можна запистати наступним чином:

$$P_6 = \frac{1}{2}c_m\left(L_4\,\mathrm{Sin}\left[\varphi_4\right]\right)^2, \tag{3.60}$$

де C_m – коефіцієнт пружності матеріалу.

Енергія дисипативних сил:

$$\Phi = \frac{b_m R_3 \dot{\varphi}_1^{\,2}}{2}, \tag{3.61}$$

де b_m – коефіцієнт дисипації.

На основі рівнянь Лагранжа другого роду складаємо рівняння руху ланок щокової дробарки. Загальне рівняння руху представлено в додатку 1. В якості функції для узагальненої координати використаємо наступну:

$$\varphi(t) = A\mathrm{Sin}(\omega t), \tag{3.62}$$

При вирішенні загального рівняння руху щокової дробарки з простим рухом щоки анлітичним методом виникають складнощі. Тому для вирішення такої задачі скористаємося чисельним методом. В якості значень геометричних параметрів окремих ланок приймемо геометричні параметри існуючої щокової дробарки із простим рухом щоки (ЩДП-1,5х2,1).

Так як матеріал для дослідів ми описуємо за допомогою реологічної моделі, то в такому випадку нам необхідно визначитись із коефіцієнтами пружності для різних гірських порід. При розрахунках щокових дробарок переміщення рухомої щоки при якому відбувається дроблення матеріалу визначається за емпіричною залежністю. Для дробарок із простим хитанням щоки залежність має наступний вигляд [5]:

$$S_B = (0.01...0.03)B; \;\; S_H = 8 + 0.26b, \tag{3.63}$$

де S_B, S_H – хід рухомої щоки у верхній та нижній точках рухомої щоки; B – ширина приймального отвору; b – максимальний розмір вихідного отвору.

Виходячи із залежності (3.63) для дробарки ЩДП-1,5х2,1 значення ходу рухомої щоки будуть змінюватись у верхній та нижній точках камери дроблення щокової дробарки в наступних межах S_B = 15...45 мм, S_H = 57.4 мм. Як відомо коефіцієнт пружності визначається із наступної залежності:

$$c_{np} = \frac{F}{s_n}, \tag{3.64}$$

де F – сила, яка прикладена до матеріалу, s_n – розмір деформації матеріалу під дією сили. У випадку руйнування матеріалу в камері дроблення щокової дробарки необхідною умовою є щоб $F \geq F_{др}$. А значення переміщення x повинно бути більшим за відносний стиск для відповідного матеріалу. Для щокової дробарки залежність (3.64) можна записати наступним чином:

$$c_{пр} = \frac{\sigma^2 \pi L\left(D^2 - d^2\right)}{12 E s_n^{\,2}}. \tag{3.65}$$

Тут слід зазначити що необхідне переміщення дробильної щоки внаслідок якого відбудеться руйнування для різних матеріалів можна визначити на основі залежності:

$$s_n > eD, \tag{3.66}$$

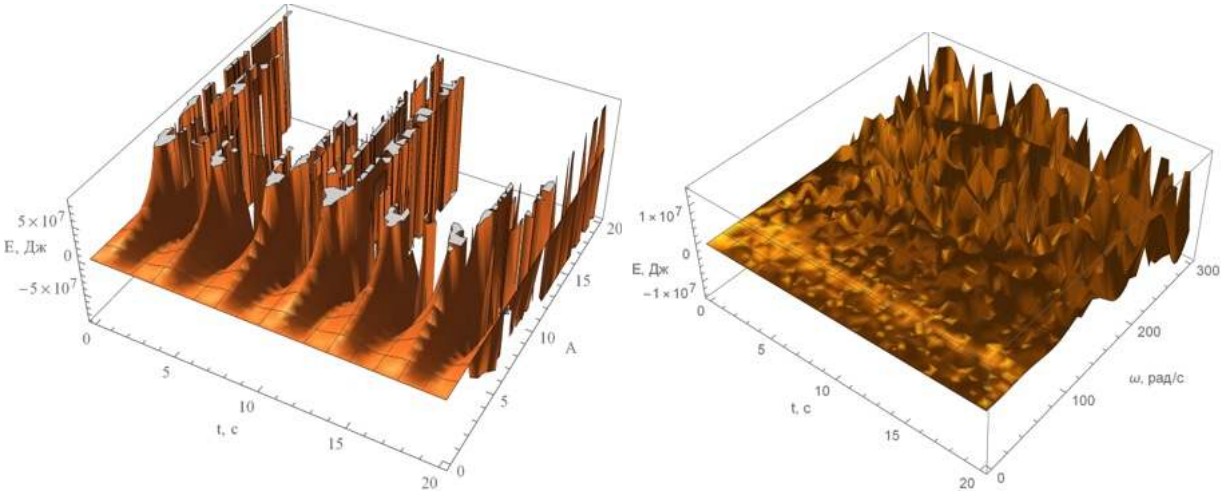
де e=σ/E – відносний стиск. Проте в джерелі [5] зазначається, що у звязку з тим, що подрібнені куски мають невизначену форму та контактують з дробильними плитами не площинами, а точками, хід рухомої щік приймається на основі залежностей (3.63). Таким чином параметр s_n (для верхньої точки рухомої щоки) можна прийняти рівним 45 мм для всіх матеріалів, які будуть руйнуватись в камері дроблення щокової дробарки ЩДП 1,5х2,1. Тут слід зазначити, що для багатьох матеріалів стиснення на 45 мм може бути надлишковим. Звісно в умовах механічного управління дробильною машиною значення переміщення дробильної плити при якому однозначно будуть руйнуватись всі гірські породи міцністю до 300 МПа є виправданим. Але в зв'язку з широким розвитком автоматизованих систем управління виробничими процесами зявляється можливість оптимізувати переміщення дробильної плити в залежності від фізичних властивостей матеріалу.

Розрахуємо коефіцієнти пружності на основі залежності (3.65) для поширених гірських порід та занесемо їх в таблицю А.6, додатку 1.

Аналізуючу таблицю 12, додаток 1 можна зазначити, що приймаючи за хід щоки для дробарки ЩДП-1,5х2,1 мінімальне значення, тобто 15 мм отримаємо коефіцієнт пружності значно менший ніж зазначено в таблиці. Так наприклад для граніту він матиме значення $c_м$= 678183928,6 Н/мм. Як бачимо

це значення відрізняється в 5 разів. Таким чином це свідчить про неврахування фізичних властивостей та розміру матеріалу в процесі їх руйнування в камері дроблення.

Для дробарки ЩДП-1,5х2,1 частота обертів ексцентрикового валу складає 2,5 об/с або 150 об/хв. Тоді кутова частота буде рівною ω=15,7 рад/с. В якості матеріалу для прикладу розглянемо граніт з границею міцності в 250 МПа. Для визначення оптимальних меж зміни коефіцієнту А скористаємося графіком залежності крутного моменту на привідному валу від коефіцієнту А та часу t – $M_л$ (A,t), рис. 3.5, а.



а б

Рис. 3.5. Графік зміни енергії для щокової дробарки з простим рухом щоки:
а - E(A,t); б - E(ω,t)

З графіка рис. 3.5, а стає зрозумілим, що при роботі дробарки з кутовою частотою обертів привідного валу ω=15,7 рад/с значення затраченої енергії не має розривів на всьому проміжку часу за умов, що коефіцієнт А змінюється в межах від 0 до 5. Проте в діапазоні від 0 до 5 частина точок приводить до завищених значень затрачуваної енергії.

Таким чином ми можемо побудувати графік зміни енергії в залежності від зміни часу та кутової частоти, рис. 3.5, б.

Тут слід зазначити, що графік рис. 3.5, б отриманий при значенні коефіцієнту А=0.09. Дослідимо зміну енергії в залежності від зміни кутової частоти обертання ексцентрикового валу дробарки.

З графіка 3.5, б можна зазначити, що незначні затрати енергії знаходяться в межах коли ω ≤90 рад/с.

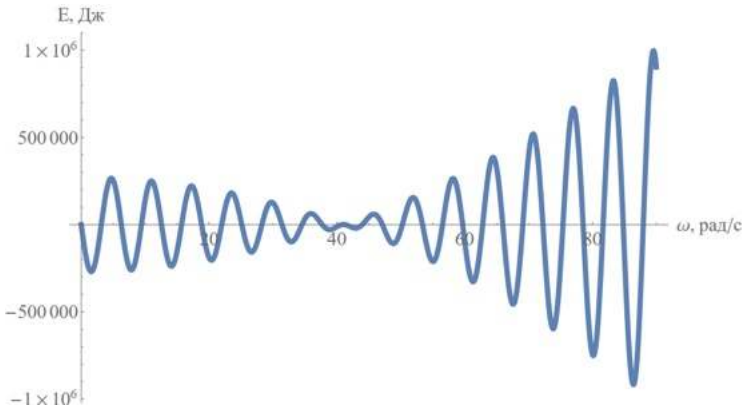


Рис. 3.6. Графік зміни енергії руйнування матеріалу в залежності від частоти обертання ексцентрикового валу

На основі цього можна побудувати залежності зміни енергії руйнування від частоти обертів ексцентрикового валу, рис. 3.6. З графіка видно, що найменші затрати знаходяться в околі точки 40 рад/с.

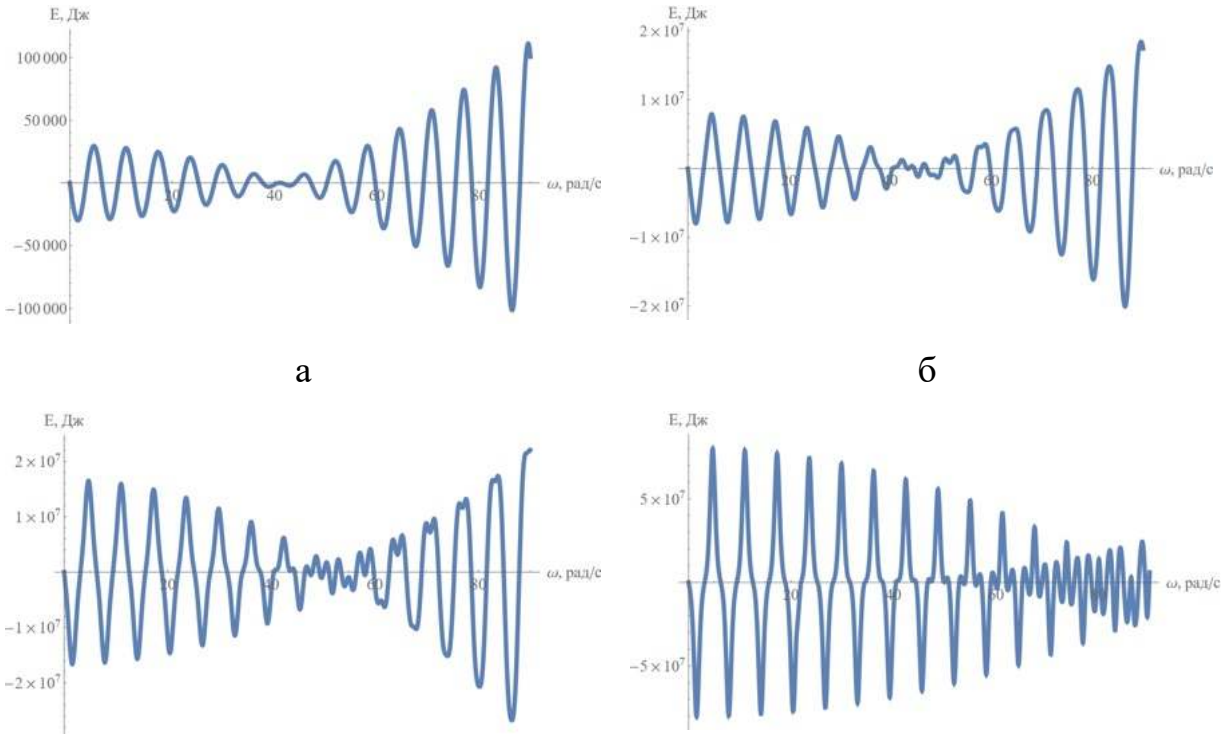


Рис. 3.7. Зміна енергії в залежності від частоти обертання ексцентрикового валу при дробленні граніту: а – А=0.01; б – А=2; в – А=3; г – А=5

Дослідимо функцію E[ω] в залежності від зміни коефіцієнту А. Відповідні графіки зображено на рис. 3.7.

На основі графіків рис. 3.7 можна зробити наступний висновок. При збільшенні коефіцієнту А енергія на дроблення в цілому збільшується. При значеннях коефіцієнту А ≤ 2 найменші затрати енергії знаходяться в околі точки ω =40 рад/с, що відповідає частоті обертів n=381.972 об/хв. При значеннях коефіцієнту А≥2, точка низьких енергозатрат зміщується в сторону більш вищих частот обертання ексцентрикового валу. Слід зазначити, що дані залежності побудовані за умов дроблення граніту міцністю 250 МПа на стиск. Розглядаючи в цілому графіки рис. 3.7 можна відмітити, що збільшення коефіцієнту А підвищує амплітуду коливань щоки. Тобто великі значення енергії на початку процесу свідчить про те що ми одразу намагаємося провернути колінчастий вал дробарки на великий кут майже на нульовій швидкості.

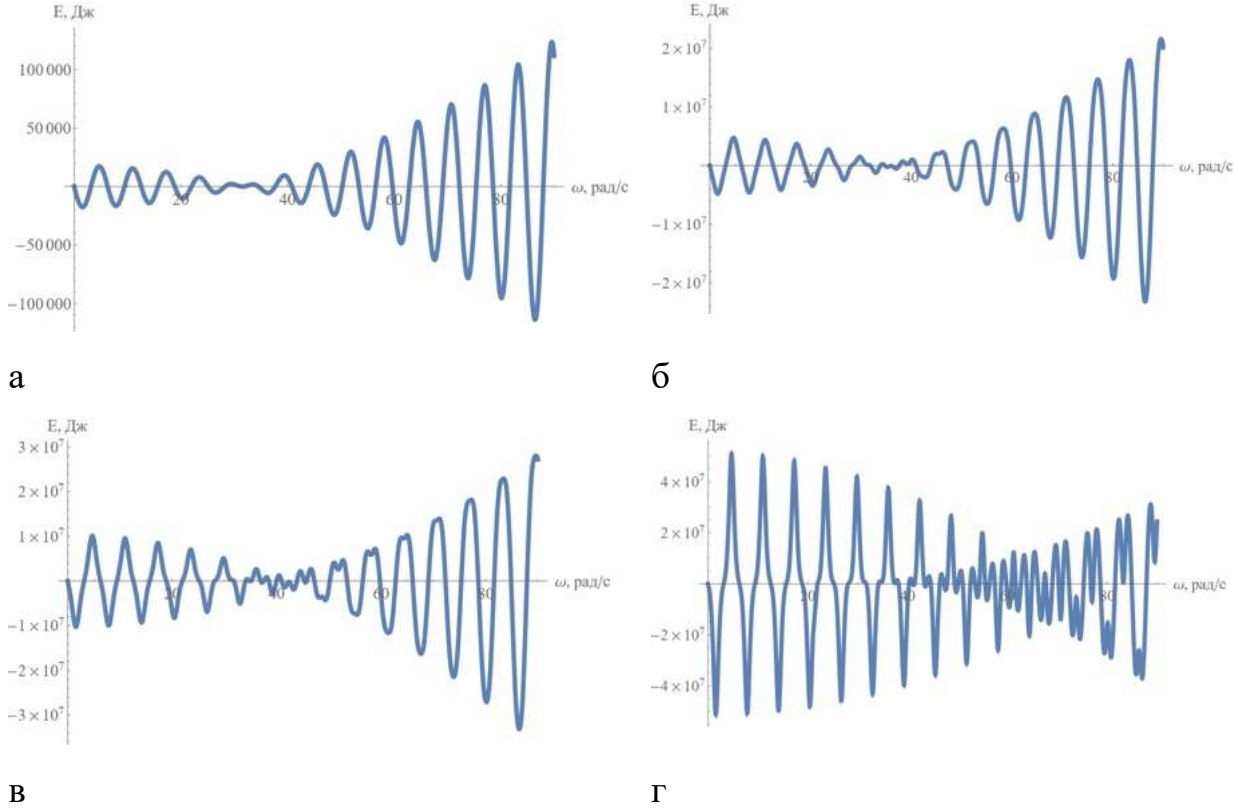


Рис. 3.8. Зміна енергії в залежності від частоти обертання ексцентрикового валу при дробленні пісчанику: а – А=0.01; б – А=2; в – А=3; г – А=5

Проведемо аналогічні дослідження проте приймемо за матеріал пісчаник з границею міцності на стиск – 170 МПа. Графіки функції E[ω] при зміні коефіцієнту A в межах від 0 до 5 для пісчаника в якості матеріалу дроблення зображені на рис. 3.8.

Аналізуючи графіки рис.3.8 ми спостерігаємо, що при значенні коефіцієнту A≤ 2 найменші значення енергії знаходяться в околі точки ω =35 рад/с. Таким чином можна зазначити, що для різних матеріалів необхідно підбирати відповідну амплітуду переміщення та частоту коливань робочого органу з метою оптимізації енергозатрат.

3.4.2 Дослідження математичної моделі конусної дробарки

Розрахунки потужності та продуктивності конусних дробарок, а також їх будова були розглянуті вище в роботі. Дослідження математичної моделі почнемо із розгляду кінематики роботи конусної дробарки.

Конус дробарки при роботі здійснює складний обертальний рух: 1) переносний (обертання власної осі конуса відносно осі дробарки), ω_1; 2) обертання відносно власної осі, ω_2. Такий рух тіла має наукове визначення – прецесія. Приймаючи спрощення, що кут між осями конуса і дробарки залишається постійним можна казати про регулярну прецесію конуса.

Взаємозв’язок між кутовими швидкостями обертання конуса виражається наступною системою рівнянь:

$$\begin{cases} \omega_2 \cos\gamma = \omega_1 + \omega\cos\beta; \\ \omega_2 \sin\gamma = \omega\sin\beta, \end{cases} \tag{3.67}$$

де γ – кут між осями дробарки і рухомого конуса; β – кут між віссю дробарки і миттєвою віссю обертання рухомого конуса; ω – миттєва кутова швидкість обертання відносно миттєвої осі.

Миттєву швидкість обертання рухомого конуса ω можна визначити на основі рішення рівняння (3.67) та виключення параметру ω_2, внаслідок отримуємо систему:

$$\omega = \frac{\omega_1}{\sin\beta ctg\gamma - \cos\beta}, \tag{3.68}$$

Мінімальне значення кута β визначається профілем дробильного простору. Для дробарок крупного дроблення зазвичай β=10-25^0, для дробарок середнього і мілкого дроблення β=40-55^0. За умов, що миттєва швидкість обертання конуса буде рівною 25 сек$^{-1}$, та γ=2^0, графік залежності ω_1 від γ буде мати вигляд, рис. 3.9. При зміні значення миттєвої швидкості форма графіка є не змінною.

Тут слід відмітити, що передаточне число ексцентрика в процесі зміни режиму роботи дробарки також має змінне значення і визначається як i=ω_1/ω. При цьому миттєва швидкість обертання визначається системою рівнянь (3.68).

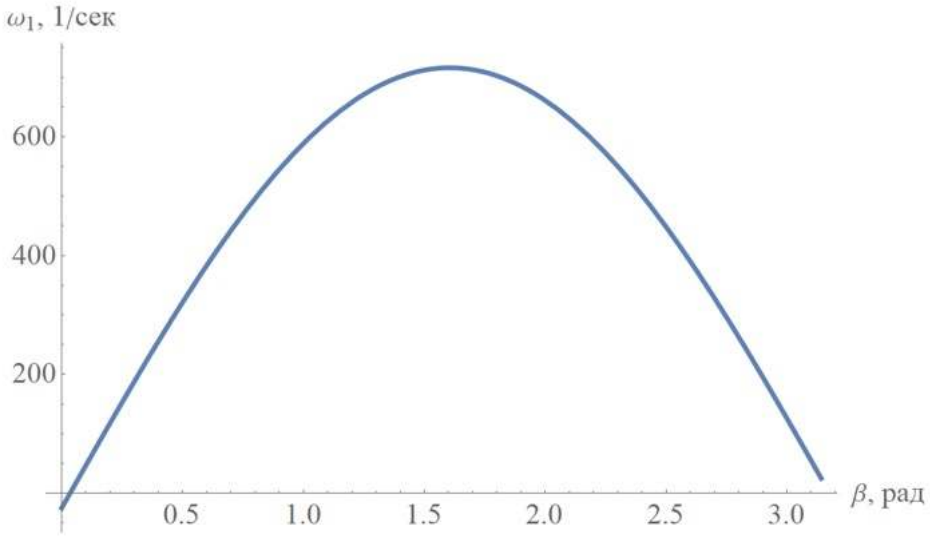


Рис. 3.9. Графік залежності ω_1 від γ

Розрахункову схему конусної дробарки, на основі якої складаються рівняння руху можна представити у вигляді комбінації зосереджених мас і зв'язків, рис. 3.10. Значними складнощами при побудові таких рівнянь є визначення несучої здатності основних деталей дробарки і режими роботи, які слід рахувати розрахунковими для кожного типу конструктивного виконання дробарки.

В дробарках із безпосереднім приводом розрахунковими масами є ротор привідного електродвигуна і ексцентрик. В джерелі [82] зазначається, що в деяких розрахункових випадках масою рухомого конуса і нерухомого конуса можна знехтувати. Рухомий конус при дробленні і потраплянні недробимого тіла обертається навколо миттєвої, положення якої визначається системою рівнянь (3.68).

Кінетична енергія рухомого конуса, як функція положення його миттєвої осі визначається рівністю:

$$T = \frac{J\omega^2}{2}, \tag{3.69}$$

В рівнянні (3.69) миттєва кутова швидкість рухомого конуса ω пов'язана із кутовою швидкістю ексцентрика рівнянням (3.68).

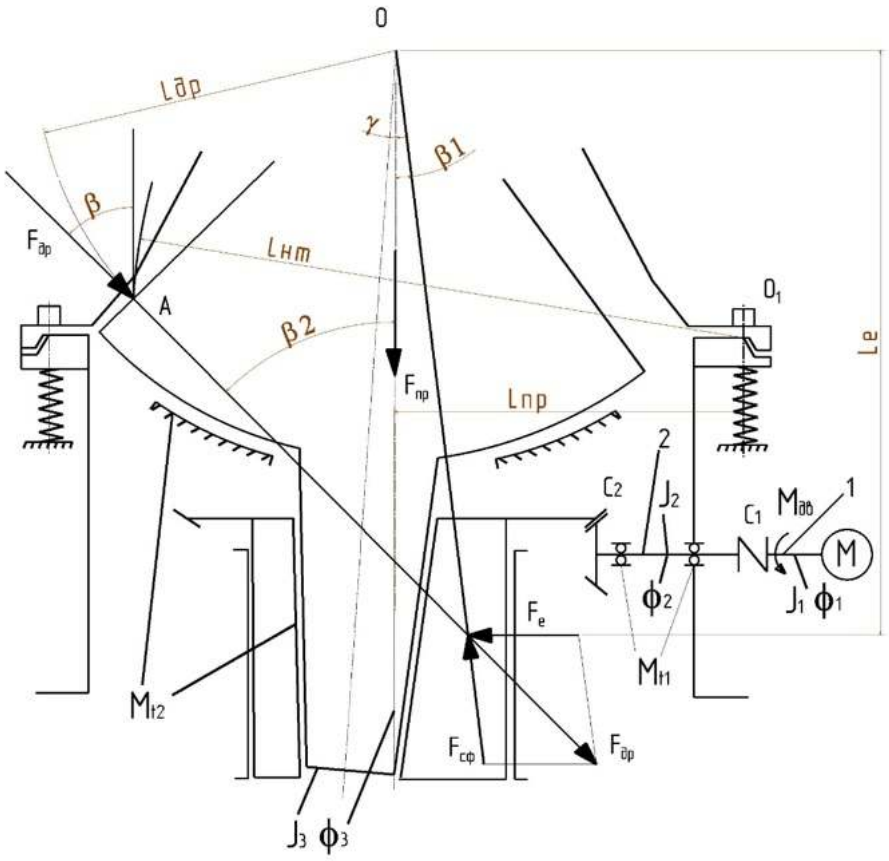


Рис. 3.10. Схема до розрахунку конусної дробарки

Диференціальні рівняння руху мас конусної дробарки можна представити в наступному вигляді:

$$\begin{cases} M_{дв} + J_1\ddot{\varphi}_1 = C_1(\varphi_1 - \varphi_2) + M_{t1}; \\ C_1(\varphi_1 - \varphi_2) = J_2\ddot{\varphi}_2 + C_2(\varphi_2 - \varphi_3) + M_{t2}; \\ C_2(\varphi_2 - \varphi_3) = J_3\ddot{\varphi}_3 + M_д, \end{cases} \quad (3.70)$$

де J_1, J_2, J_3 – приведений момент інерції валів двигуна, конічної передачі, рухомого конуса відповідно; φ_1, φ_2, φ_3 – кут повороту (узагальнена координата) валів двигуна, конічної передачі, рухомого конуса відповідно; $M_{дв}$ – момент який створює електродвигун; M_{t1}, M_{t2} – приведений момент сил тертя в опорах конічного валу та ексцентрикової втулки; $M_д$ – приведений момент сил подрібнення; $\ddot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_2, \ddot{\varphi}_3$ - кутове прискорення валів двигуна, конічної передачі, рухомого конуса відповідно.

Для вирішення рівняння (3.70) аналітичним методом необхідно визначити його складові та звести до узагальненої координати [134].

Приведений момент інерції валу двигуна:

$$J_1 = \frac{1}{2} m_1 r_1^2, \quad (3.71)$$

де m_1 – маса валу двигуна, кг; r_1 – радіус валу двигуна, м.

Крутильна жорсткість валу двигуна:

$$C_1 = \frac{G_1 J_{p1}}{l_1}, \quad (3.72)$$

де G – модуль зсуву матеріалу, Па; J_{p1} – полярний момент інерції перерізу, $м^4$; l_1 – довжина валу, м. В свою чергу враховуючи полярний момент інерції перерізу формула (3.72) запишеться:

$$C_1 = \frac{\pi G_1 d^4}{32 l_1}, \quad (3.73)$$

де d – діаметр валу, м.

Приведений момент від сил тертя в опорах валу двигуна можна визначити:

$$M_{тр} = f_1 F r_1, \quad (3.74)$$

f_1 – коефіцієнт тертя; F - радіальне навантаження на підшипник, Н; r – радіус валу, м.

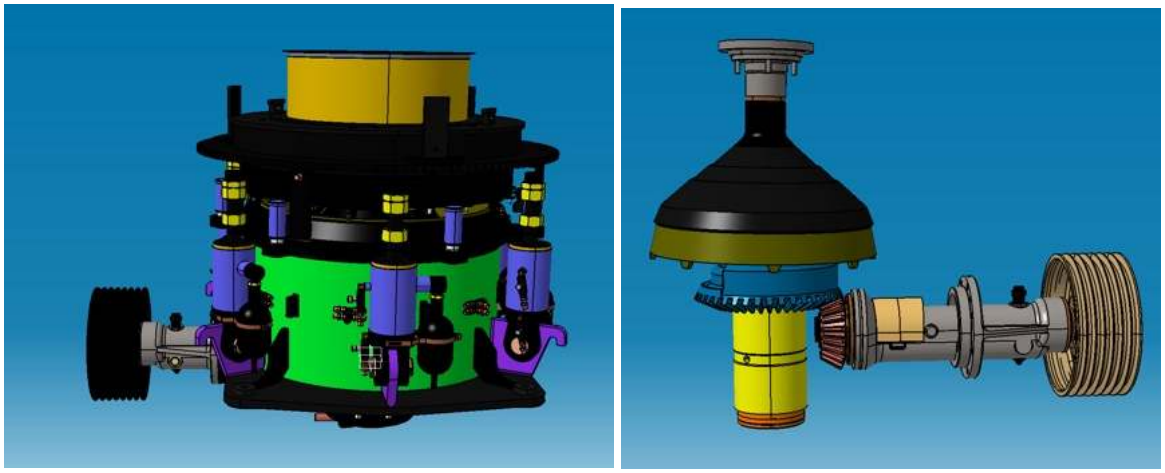
Параметри C_2, J_2, M_{t2} визначаються аналогічно, як в рівняннях (3.71)-(3.74). Окремо слід зазначити про момент інерції рухомого валу. Для визначення моменту інерції рухомого конуса відносно миттєвої осі обертання можна скористатись залежністю на основі еліпсоїда інерції, яка записується наступним чином:

$$J_3 = J_{1s}\cos^2(\beta-\gamma) + J_{2s}\sin^2(\beta-\gamma), \tag{3.75}$$

де J_{1s} – момент інерції рухомого конуса відносно осі симетрії; J_{2s} – момент інерції рухомого конуса відносно осі, що проходить через точку підвісу рухомого конуса перпендикулярно його осі; β і γ – відповідні кути, рис. 3.10.

Розрахунки будемо виконувати на прикладі стандартної конусної дробарки з діаметром конус 940 мм. Аналогом може слугувати конусна дробарка metso HP200.

Загальний вид дробарки представлено на рис. 3.11, а. Рухомий конус в зборі та привід представлено на рис. 3.11,б.



а б

Рис. 3.11. Розрахункова модель конусної дробарки:
а – загальний вид; б – привід та рухомий конус в зборі

Для визначення моменту інерції відносно осі симетрії розбиваємо рухомий конус на п’ять простіших частин рис. А.12, додаток А.

Тут слід зазначити, що геометрія конуса є більш складною і спрощення її до виду простих фігур введе деяку похибку в допустимих межах.

Таким чином можна записати наступне:

$$J_{s1}=\frac{3m_1\left(r_{12}^5-r_{11}^5\right)+5\left(m_2r_{21}^2+m_3r_{31}^2+m_4r_{41}^2+m_5r_{51}^2+m_6r_{61}^2+m_7r_{71}^2\right)\left(r_{12}-r_{11}\right)\left(r_{11}^2+r_{11}r_{12}+r_{12}^2\right)}{10\left(r_{12}-r_{11}\right)\left(r_{11}^2+r_{11}r_{12}+r_{12}^2\right)}, \quad (3.76)$$

де m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 – маси відповідних ділянок рухомого конуса; r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{31}, r_{32}, r_{41}, r_{51} – відповідні радіуси окремих частин рухомого конуса.

Значення розрахункових параметрів конструкції конусної дробарки занесемо в таблицю А.10, додаток А.

При визначенні моменту інерції J_{s2} рухомий конус умовно розбивається на елементи циліндричної форми та визначається сума моментів інерції всіх елементів:

$$J_{s2}=\sum_{i=1}^{n}\left(J_i+m_il_i^2\right), \quad (3.77)$$

де J_i – момент інерції елементу відносно осі $X_ц$, що проходить через центр тяжіння і є паралельною осі x; m_i – маса елементу; l_i – відстань від центру ваги елемента до точки навколо якої відбувається коливання конуса.

Вісь x проходить через точку підвісу і є перпендикулярною осі конуса.

Для циліндру висотою h і радіусом r момент інерції визначається:

$$J_i=\frac{m_i}{12}\left(3r_i^2+h_i^2\right), \quad (3.78)$$

Тоді залежність (3.75) запишеться наступним чином:

$$J_3=\left[\frac{3m_1\left(r_{12}^5-r_{11}^5\right)+5\left(m_2r_{21}^2+m_3r_{31}^2+m_4r_{41}^2+m_5r_{51}^2+m_6r_{61}^2+m_7r_{71}^2\right)\left(r_{12}-r_{11}\right)\left(r_{11}^2+r_{11}r_{12}+r_{12}^2\right)}{10\left(r_{12}-r_{11}\right)\left(r_{11}^2+r_{11}r_{12}+r_{12}^2\right)}\right]\times \quad (3.79)$$
$$\times\cos^2\left(\beta-\gamma\right)+\left[\sum_{i=1}^{n}\left(J_i+m_il_i^2\right)\right]\sin^2\left(\beta-\gamma\right).$$

Приведений момент сили дроблення можна визначити на основі розгляду перерізу рухомого конуса представленого на рис. 3.12.

Момент від сили дроблення можна записати у вигляді наступного рівняння:

$$M_{др}=F_{др}\left[\left(e\times\mathrm{Sin}\,\alpha\right)+f\left(r_1+r_2\right)\right], \quad (3.80)$$

В якості рішення системи рівнянь (3.70) можна прийняти наступну залежність – φ_1=Asin(ωt). Наявність в системі рівнянь (3.70) більше одної узагальненої координати призводить до складності рішення рівнянь аналітичним методом.

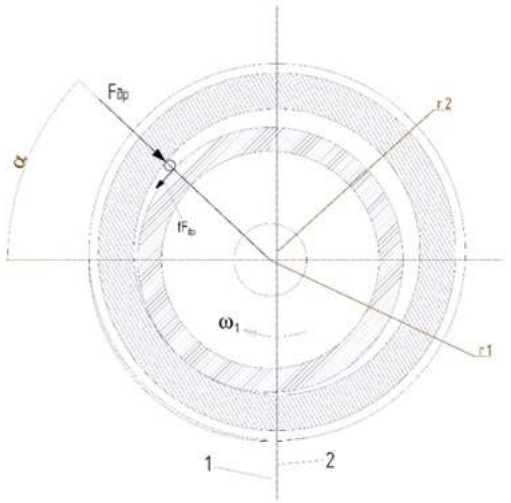


Рис. 3.12. Схема до розрахунку приведеного моменту від сили дроблення

В такому випадку краще використовувати чисельні методи такі як Ейлера або Рунге-Кута. Проте в деякому спрощенні систему можна звести до узагальненої координати за рахунок передаточних відношень між частотами обертання валів. Приймемо наступні співвідношення для кутів повороту:

$$\varphi_2 = \frac{1}{n_1}\varphi_1,\ \varphi_3 = \frac{1}{n_1 n_2}\varphi_1, \tag{3.81}$$

Тоді рішення для узагальнених координат будуть мати наступний вигляд:

$$\varphi_1 = AS\,\mathrm{in}(\omega t);\ \varphi_2 = \frac{A}{n_1}S\,\mathrm{in}(\frac{\omega t}{n_1});\ \varphi_3 = \frac{A}{n_1 n_2}S\,\mathrm{in}(\frac{\omega t}{n_1 n_2}), \tag{3.82}$$

В свою чергу систему рівнянь (3.70) внаслідок математичних перетворень можна записати наступним чином:

$$M_{ов} = \left[\begin{array}{l} J_1 A\omega^2\,\mathrm{Sin}(\omega t) - \dfrac{J_2 A\omega^2\,\mathrm{Sin}\left(\dfrac{\omega t}{n_1}\right)}{n_1^3} - \dfrac{J_3 A\omega^2\,\mathrm{Sin}\left(\dfrac{\omega t}{n_1 n_2}\right)}{n_1^3 n_2^3} + \\ + f_1 F_{r1} r_1 + f_2 F_{r2} r_2 + F_{др}\left[\left(e \times \mathrm{Sin}\,\alpha\right) + f_3\left(r_{81} + r_{91}\right)\right] \end{array}\right], \tag{3.83}$$

де n_1 – передаточне відношення між вихідним валом двигуна та валом конічної передачі; n_2 – передаточне відношення між валом конічної передачі та рухомим конусом; e – ексцентриситет; α – кут прикладення сили дроблення; ω – власна частота коливань; $F_{др}$ – сила дроблення; f_3 – коефіцієнт тертя між конусом та дробильним матеріалом; r_{81}, r_{91} – радіус рухомого та нерухомого конусів в місці перерізу.

У виразі (3.83) не зрозумілою залишаються радіальні сили в опорах – F_{r1}, F_{r2}. Визначити радіальне зусилля F_{r1} можна на основі розгляду балки на двох опорах, рис. 3.13.

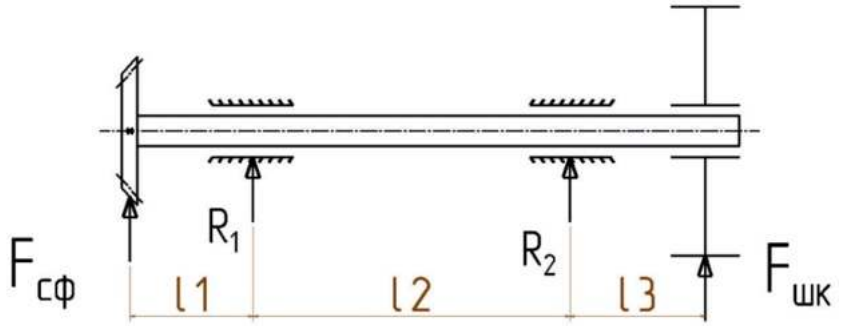


Рис. 3.13. Схема навантажень в привідному валові дробарки

Знаходимо реакції R_1 та R_2:

$$R_1 = \frac{F_{сф}\left(-l_1 - l_2 + \frac{\left(1+e^{\beta\mu}\right)Cot(\alpha)l_3 r_k}{\left(-1+e^{\beta\mu}\right)r_{sh}}\right)}{l_2}, \tag{3.84}$$

$$R_2 = -\frac{F_{сф}\left(\left(1+e^{\beta\mu}\right)Cot(\alpha)l_2 r_k + \left(1+e^{\beta\mu}\right)Cot(\alpha)l_3 r_k - \left(-1+e^{\beta\mu}\right)l_1 r_{sh}\right)}{\left(-1+e^{\beta\mu}\right)l_2 r_{sh}}, \tag{3.85}$$

де $F_{сф}$ – компонента реакції сили дроблення, яка прикладається до опори рухомого конуса (див. рис. 3.10); α – кут евольвентного зачеплення (для прямозубих передач зазвичай – $\alpha=20^0$); β – кут охоплення пасом шківа в радіанах (в нашому випадку можна прийняти β=3.3…3.5 радіан); μ – коефіцієнт тертя пасу по шківу (μ ≈ 0.25…0.35); $r_к$ – радіус конічної шестерні; r_{sh} – радіус шківа; l_1, l_2, l_3 – відстані між опорами.

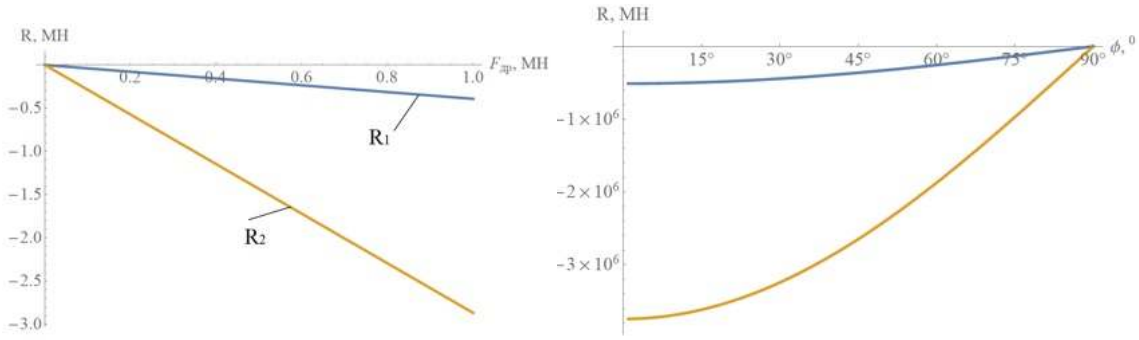
Реакція сферичної опори:

$$R_{сф} = F_{др} \frac{\mathrm{Cos}\,\beta_2}{\mathrm{Cos}\,\beta_1}, \tag{3.86}$$

де β_1, β_2 – відповідні кути (дивись рис. 3.10);

Кут β_1 є кутом між віссю дробарки та віссю рухомого конуса. Для аналога конусної дробарки metso HP200, яка є конусною дробаркою середнього дроблення кут β_1 можна прийняти в межах 2.3 градуса. В свою чергу для попередніх розрахунків кут β_2 можна прийняти в межах 40 градусів.

Враховуючи, що максимальне значення сили дроблення в конусній дробарці може варіювати в межах 100 – 300 тон, то на основі цього можна визначити діапазон значень зміни радіальних зусиль в опорах валу, рис. 3.14.



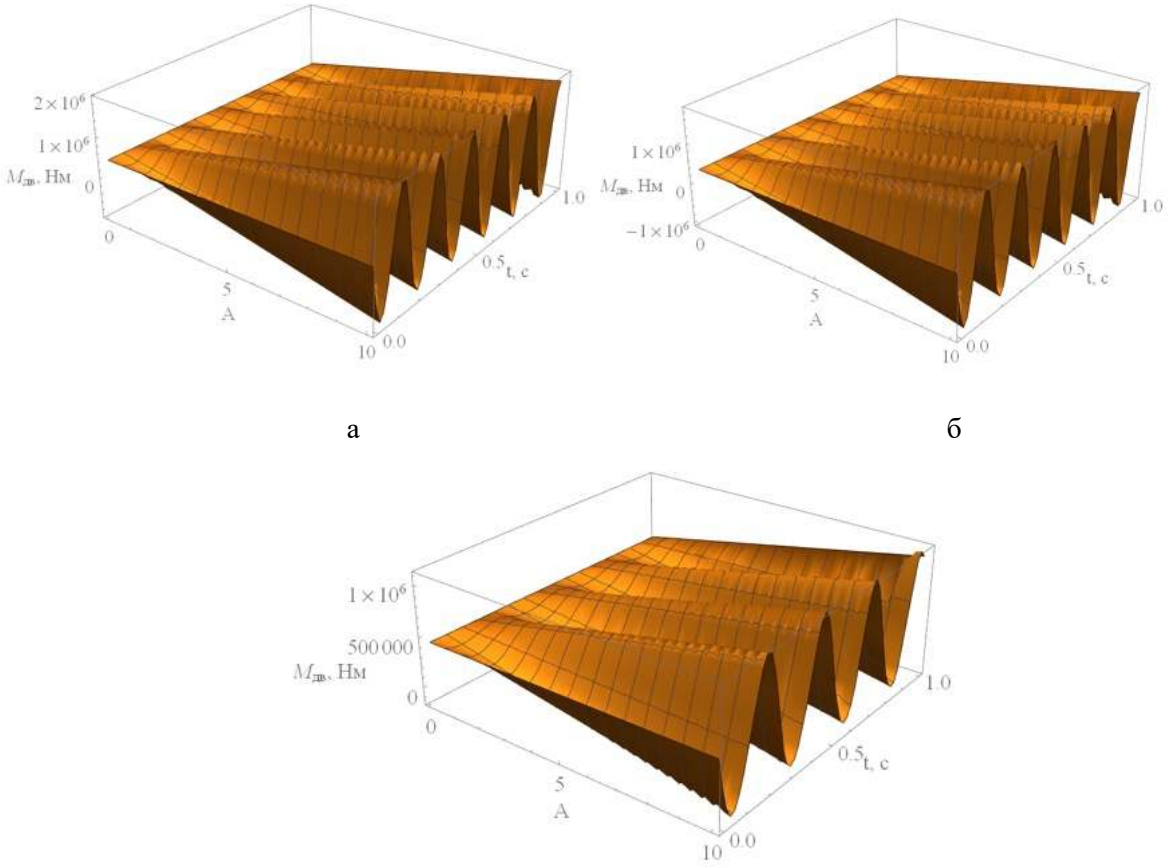
а б

Рис. 3.14. Графік залежності величини радіального зусилля в опорах привідного валу від: а - значення сили дроблення: б – кута нахилу сили дроблення до вертикалі

З графіка, рис. 3.14, а видно, що радіальне зусилля в опорі 2 є більшим. На основі цього в залежності (3.85) будемо приймати радіальне зусилля для другої опори. Деякий інтерес представляє із себе кут нахилу сили дроблення до вертикальної осі дробарки, рис. 3.14, б. З даного графіка видно що при більш пологих конуса радіальне зусилля в опорах привідного валу є меншим.

Радіальне зусилля F_{r2} в ексцентриковій опорі рухомого конуса визначаємо, як горизонтальну складову сили дроблення F_e (див. рис. 3.10). Силу F_e можна визначити на основі залежності:

$$F_e = F_{др} \frac{L_{др}}{L_e}, \tag{3.87}$$



а б

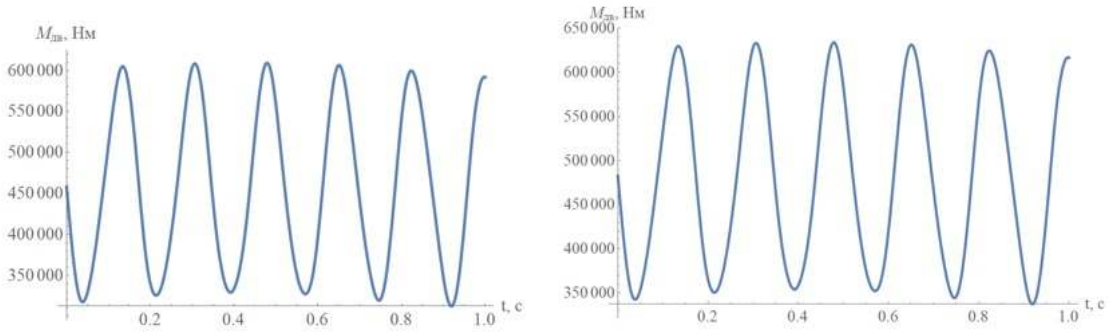
в

Рис. 3.15. Графік зміни крутного моменту на валу двигуна конусної дробарки в залежності від зміни коефіцієнту А при: а) ω=157 рад/с; $\alpha=0^0$, f_3 =0.25; б) ω=157 рад/с; $\alpha=0^0$, f_3 =0.2; в) ω=104 рад/с; $\alpha=0^0$, f_3 =0.25.

Таким чином знаючи параметри, які входять до рівняння (3.70) можна описати кінематику роботи конусної дробарки. Параметри, які відповідають конусній дробарці зображеній на рис. 3.15 занесемо у відповідну таблицю. 5, додатку 1. На рис. 3.16 представлено графік залежності крутного моменту від зміни коефіцієнту А, за умови що значення сили дроблення знаходиться в межах $F_{др}$ = 1x10^6 Н. З графіку видно, що із збільшенням коефіцієнту А крутний момент на валу двигуна збільшується. Коефіцієнт тертя f_3 матеріалу по робочим поверхням дробарки також має значний вплив на значення крутного моменту в той час як зміна кута випередження рівнодійної сили дроблення не значно впливає на крутний момент. Для того щоб зрозуміти

величну впливу кута випередження рівнодійної сили необхідно розглянути зміну крутного моменту в часу при визначеному коефіцієнті А, який приймемо рівним 1, рис. 3.16.

Як бачимо із графіків рис. 3.16 при збільшенні кута випередження рівнодійної сили дроблення крутний момент на валу двигуна підвищується.



а б

Рис. 3.16. Графік зміни крутного моменту при: а) $\alpha=0^0$; б) $\alpha=30^0$;

3.4.3 Моделювання процесу дроблення в конусній дробарці методом дискретного елементу

Для виконання поставленої задачі будемо використовувати спеціальне програмне забезпечення Rocky Ansys 2024 1.1 [100]. З цією метою була підготовлена модель конусної дробарки, аналога Metso HP200, та завантажена в модуль Rocky. Далі опишемо граничні умови, які були використані для нашої DEM моделі. В цілому структура DEM моделі була розглянута вище і включає в себе наступні сили: 1) нормальну; 2) тангенціальну; 3) адгезивну. Крім сил взаємодії частинок, програма Rocky додатково має можливість врахування моменту, що чинить опір перекочуванню частинок одна по одній у місці контакту (rolling resistance). Звісно, що при розрахунках взаємодії багатьох частинок необхідними є значні ресурси, особливо при врахуванні контакту між ними. Для підвищення швидкості розрахунку в програмі є параметр numerical softening factor, який штучно зменшує жорсткість контактів, тобто

це збільшує дозволений крок часу. Крок часу в DEM моделі обмежується часом коливання частинки:

$$\Delta t \le c\sqrt{\frac{m}{k}}, \tag{3.88}$$

де n – коефіцієнт; m – маса частинки; k – жорсткість частинки.

Якщо жорсткість частинки в формулі (3.88) дуже велика, то крок часу стає дуже малим, що в свою чергу сповільнює розрахунок. Таким чином задаємо коефіцієнт, який зменшує жорсткість - 5. Тут слід зазначити, що при зменшенні жорсткість, ми отримуємо деяку похибку в розрахунку. При коефіцієнті 5-10 похибка є допустимою для більшості задач.

Оремо розглянемо сили, які доступні при програмному моделюванні. Для задання нормального зусилля присутні наступні моделі: 1) гістерезисна лінійна пружина (hysteretic linear spring); 2) лінійна пружина з демпфером (linear spring dashpot); 3) пружина з демпфером по Герцу (hertzian spring dashpot). Модель 2 та 3 по суті є лінійною та нелінійною вязкопружною реологічною моделлю. Такі моделі були розглянуті в розділі 2. Перша модель по суті є пружно- пластичною реологічною моделлю. Для гірських порід можна використати модель 1. Вона враховує залишкову деформацію при повторних зіткненнях матеріалу в камері дроблення, особливо при моделюванні крихких порід.

Тангенціальна сила має також три варіанти її задання: 1) пружна модель із обмеження за законом Кулона; 2) із обмеженням Кулона; 3) Герца-Міндліна -Дерезевича.

Пружна модель із обмеженням за законом кулона (linear spring coulomb limit) має наступний принцип дії. При зіткненні двох частинок або частинки із робочим органом дробарки починає діяти дотична сила, яка накопичується пропорційно тангенціальному зсуву δ_t:

$$F_t = k_t \delta_t, \tag{3.89}$$

де k_t – дотична жорсткість контакту; δ_t – тангенціальне зміщення між двома частинками від моменту контакту.

Як тільки тангенціальне зусилля починає перевищувати силу тертя контакт починає ковзати. У формульному вигляді це можна виразити так:

$$\left|F_t\right| \le \mu F_n, \tag{3.90}$$

де μ – коефіцієнт тертя; F_n – нормальна сила.

Модель тертя із обмеженням Кулона (coulomb limit) є спрощеною попередньо- розглянутою моделлю. Тобто дотична сила одразу обмежується законом Кулона, що виключає із моделі накопиченню зсуву. Залежність (3.90) в такому випадку перепишеться наступним чином:

$$F_t = \mu F_n, \tag{3.91}$$

Особливістю такої моделі є те що не має ефекту прилипання, тобто частинки можуть ковзати або ні. Контакт не зберігає в пам'яті інформацію про попереднє деформування частинки.

Модель Герца-Міндліна -Дерезевича враховує нелінійний контакт, часткове ковзання, та історію навантаження. Частинки при контакті можуть мати ділянку, яка ковзає і ділянку яка прилипає, в свою чергу зусилля взаємодії поверхонь зростає по нелінійному закону. Залежність (3.89) для тангенціального зусилля має наступний вигляд:

$$F_t = 8Ga\delta_t, \tag{3.92}$$

де G – модуль зсуву; a – радіус контактної плями, який залежить від глибини

$$a = \sqrt{R\delta_n}, \tag{3.93}$$

де R – радіус кривизни контактуючих поверхонь.

Так само як і для попередніх моделей тангенціальна сила не може перевищувати силу тертя (див. залежність 3.90).

Для розрахунків приймаємо пружну модель із обмеження за законом Кулона. Адгезивна сила має наступні варіанти вибору: 1) стала; 2) лінійна; 3) JKR. При виборі моделі сталої адгезивної сили, вона не змінюється залежно від площі контакту або величини деформування частинки. Лінійна модель встановлює залежність сили адгезії від глибини перекриття або відстані між поверхнями. Модель JKR (Джонсон-Кендалл- Робертс) є найбільш точнішою проте одночасно із цим є складною. Дана модель враховує модуль пружності

частинок, поверхневу енергію, радіус частинок, геометрію контакту. Сила адгезії визначається:

$$F = \frac{4}{3} E\sqrt{R}\delta^{3/2} - 3\pi R\gamma + \sqrt{6\pi R\gamma E\delta^{3/2} + (3\pi R\gamma)^2}, \quad (3.94)$$

де E – модуль пружності; γ – поверхнева енергія; R – радіус частинок.

Для простоти попереднього розрахунку приймемо адгезивну силу як сталу. Тертя при перекочуванні частинок між собою або по робочій поверхні дробильної машини враховується параметром rolling resistant. Даний параметр має два варіанти задання: 1) модель із сталим моментом; 2) лінійна пружна модель перекочування із обмеженням.

В моделі із сталим моментом сила опору обертанню частинки задається граничним моментом, який не залежить від кута перекочування або деформації контакту. Коли момент, який намагається повернути частинку перевищує граничне значення частинка починає перекочуватись навколо контактної точки.

Лінійна пружна модель перекочування із обмеженням є більш точною фізичною моделлю. Модель опору коченню зростає лінійно до деякого граничного значення. Тобто контакт накопичує момент поступово, потім після досягнення граничного значення відбувається провертання частинки.

Програмний комплекс Ansys Rocky пропонує широкий вибір налаштувань геометрії моделі частинки, яка потрапляє в камеру дроблення та параметрів процесу її взаємодії із іншими частинками або робочими органами дробарки. При виборі частинки є можливість вибрати її форму. Геометрія частинки представлена сферичною, багатогранною, циліндричною, полігональною формами. Також можна задати власну геометрію або геометрію у вигляді брикету. Значний інтерес представляє багатогранна форма частинки. Додатково задається розмір частинок на основі ситового аналізу продукту дроблення. Ситовий аналіз приймаємо на основі технічної документації по конусній дробарці metso HP200. В якості матеріалу дроблення приймаємо граніт, та задаємо його фізичні характеристики.

В налаштуваннях частинки також представлений модуль її руйнування. В даному модулі для вибору є дві моделі руйнування: 1) Ab-T10; 2) Тавареса.

Модель руйнування Ab-T10 детально розглядається в розділі 5. Модель Тавареса містить набір рівнянь, що використовуються для опису поведінки крихких гірських порід, за умов коли навантажуються силами різної величини [121]. Дана модель використовує алгоритм Лаггера-Вороного для прогнозування фрагментації частинок та відображення реалістичної картини руйнування. Процес руйнування визначається енергією контакту частинок. Тобто опис алгоритму є наступним. Спочатку визначається енергія руйнування частинки, яка подається в дробильний простір, далі на основі моделі контакту частинок визначається їх контактна енергія, яка порівнюється із енергією руйнування. Якщо енергія контактної взаємодії є меншою енергії руйнування, тоді частинка не руйнується, а накопичує пошкодження. Після чого процес повторюється доти поки енергія контактної взаємодії не перевершить енергію руйнування. Далі розраховується параметр t_{10}.

Визначення параметрів моделі руйнування Тавереса наводиться в розділі 5. Параметри для моделі Тавареса приймаємо наступні: σ^2=0.0141, φ=0.3534, E_∞=18 Дж/кг, d_0=40.8мм, A=2.7845, $b^/$=0.32073.

Крім цих параметрів додатково в моделі Тавереса необхідно визначити значення мінімальної енергії E_{min}. Це мінімальна кількість енергії, що передана частинці, яка ще призводить до виникнення в ній пошкоджень. При проведені досліджень мінімальним значенням підведеної енергії було 122 Дж/кг, проте в даному експерименті зразок було зруйновано. Звісно кількість енергії при якій в зразку будуть виникати тріщини без його руйнування буде значно меншою. Якщо врахувати той фактор, мінімальне значення енергії руйнування в дослідах склало 10 Дж/кг, то можна припустити, що мінімальна кількість енергії для більшості дослідних зразків при якій в них будуть виникати тріщини може бути в діапазоні до 10 Дж/кг. За замовчанням в мануалі по моделі руйнування Тавареса мінімальне значення енергії E_{min} встановлено на

позначці 1 Дж/кг. В зв'язку із цим попередньо приймемо для нашого дослідження це значення.

Ще одним параметром моделі є відношення E_{max}/E_{50}. Даний параметр відповідає верхньому граничному значенню розподілу енергії, що у чотири рази перевищує медіанну енергію руйнування E_{50}. Параметр γ приймаємо за замовчуванням 5.

Наступним кроком є визначення поведінки зруйнованих елементів частинок, що піддаються руйнуванню. Тут необхідно визначити мінімальний абсолютний розмір продукту процесу руйнування – minimal absolute size. Задаючи параметри цієї вкладки слід враховувати обчислювальні можливості системи. Тобто визначаючи розміри фрагментів продукту руйнування дуже малими це буде призводити до значного збільшення часу та ресурсів на розрахунки. Занадто малі частинки можуть також спричинити числові проблеми. Так параметр -minimal volume fraction for fragmentation disabling визначає межу розміру об'єму фрагменту руйнування відносно початкового об'єму частинки, яка піддається руйнуванню. Тобто – V_minimal-volume-fraction =V_фрагмент/V_початкова-частинка. Якщо наприклад встановити для цього параметру значення 0.5, то це буде визначати, що фрагменти руйнування об'ємом менше 50% відносно об'єму вихідної частинки будуть знехтувані. По суті це визначає, що частинка розколюється на 2 фрагменти, кожен із яких має розмір в двічі менший ніж оригінальна частинка матеріалу. Інші фрагменти меншого об'єму будуть проігноровані. Значення 0.5 можна прийняти на попередньому розрахунку для швидкого відлагодження моделі руйнування. Проте для більш реалістичної картини слід використовувати значення 0.001-0.05. Ми спробуємо розрахунки в межах значень 0.005-0.25, що є оптимально прийнятним для наявної дослідної розрахункової системи.

Параметр minimal size ratio визначає мінімальний розмір фрагменту, який виражений у частці від початкового розміру вихідної частинки. Тобто minimal_size_ratio=діаметр найменшого фрагменту/початкового діаметру частинки до руйнування. Якщо прийняти для параметру значення за

замовчанням 0, то це визначатиме програмно, що не має обмеження для розмірів фрагментів руйнування. Хоча в програмі закладена границя, яка обмежує розмір фрагменту, для того, щоб не виникало колізій в обчисленням. Проте значення цієї границі є достатньо мінімальним, що в принципі при значних потужностях обчислювальної системи дозволяє генерувати широкий спектр фрагментів.

Для визначення розподілу фрагментів після руйнування частинки в програмному комплексі Ansys закладено наступні найпоширеніші функції розподілу розмірів частинок: 1) розподіл Годена-Шумана; 2) неповний бета-розподіл.

Модель Годена-Шумана описує накопичений розподіл розмірів фрагментів після дроблення на основі залежності:

$$f_p = \left(\frac{d}{d_{\max}} \right)^m, \tag{3.95}$$

де f_p – частка фрагментів менших від діаметру d; d_{max} – максимальний розмір фрагмента; m – індекс розподілу, що визначає крутість кривої (приймається 0.5-2). Якщо приймати значення m більше, то в розподілі будуть переважати великі фрагменти. В іншому випадку фрагменти будуть невеликі. Дана модель використовується для простих моделей дроблення.

Для більш точнішого моделювання використовується використовується бета-розподіл, особливо коли реальні дані відхиляються від степеневого закону. В Ansys використовується наступна залежність при розрахунку неповного бета-розподілу:

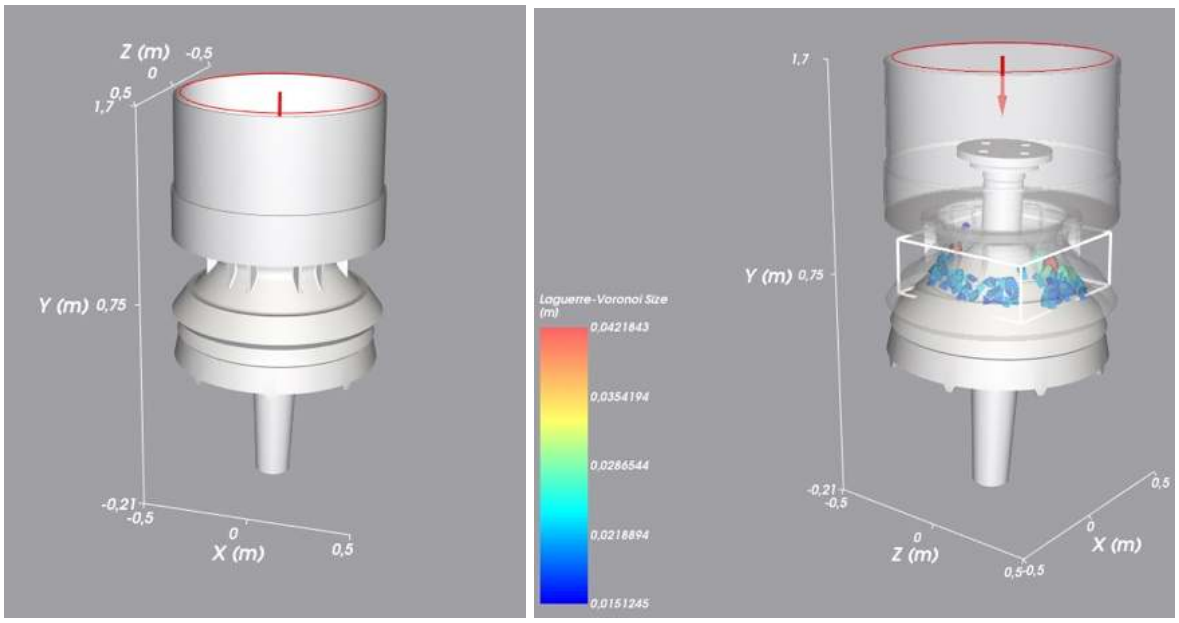
$$f_d = I_{\frac{d-d_{\min}}{d_{\max}-d_{\min}}}(f,q), \tag{3.96}$$

де $I_x(f,q)$ – нормалізована неповна бета-функція; d_{min},d_{max} – мінімальний і максимальний розмір фрагментів; f, q – параметри форми, які визначають форму розподілу. Залежність (3.96) в розгорнутому вигляді наводиться в розділі 5, формула (5.38).

При визначенні неповного бета-розподілу необхідним є наявність параметрів α_n та β_n, які визначаються на основі кривих розподілу методом

регресійного аналізу. В даному випадку ми приймемо ці значення на основі дефолтних значень, які пропонуються в Ansys.

На основі підготовленої 3д моделі конусної дробарки, рис. 3.17 та експериментальних даних руйнування матеріалу було виконано моделювання робочого процесу дробарки в програмному комплексі Ansys з використанням методу DEM. На рис. 3.17, а представлена модель конусної дробарки в програмі для моделювання. В даному випадку представлені елементи конструкції які безпосередньо приймають участь в процесу руйнування матеріалу, що пов’язано з економією обчислювальних ресурсів.

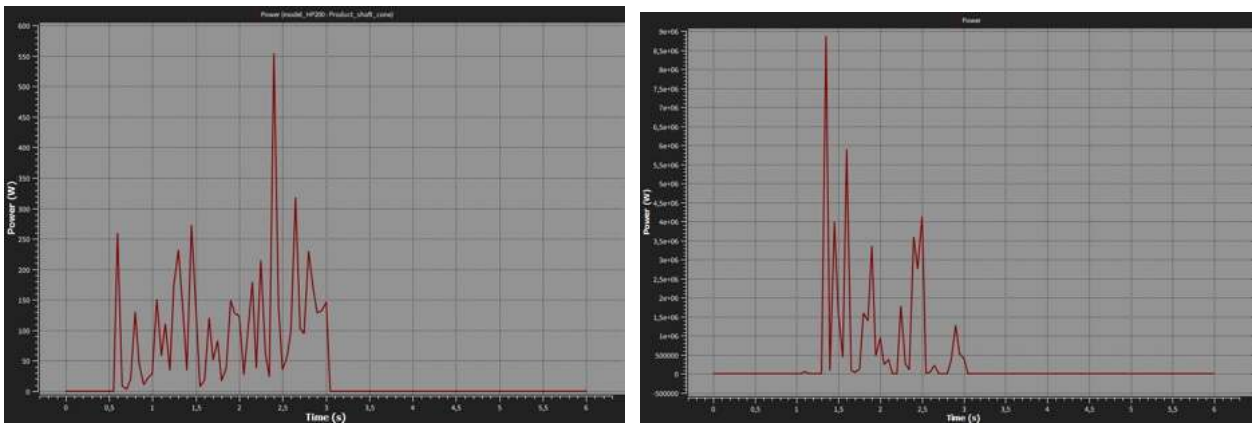


а б

Рис. 3.17. Моделювання робочого процесу конусної дробарки методом DEM:

а- підготовлена модель конусної дробарки; б – зруйновані частинки визначені на основі алгоритму Лагерра-Вороного

Моделювання процесу руйнування надає числений набір даних. Для оцінки кількості зруйнованих частинок в програмі використовується алгоритм Лагерра-Вороного. Так на рис. 3.17, б представлена модель дробарки на якій відображена кількість зруйнованих частинок матеріалу.



а б

Рис. 3.18. Графіки зміни потужності:

а – вал рухомого конуса; б – рухомий конус

Далі була розглянута затрачувана потужність на робочий процес конусної дробарки. Так як в моделі рухомий вал і рухомий конус є окремими деталями, для них програмно окремо розраховується значення потужності. На рис. 3.18 представлені графіки зміни потужності для рухомого конуса та валу.

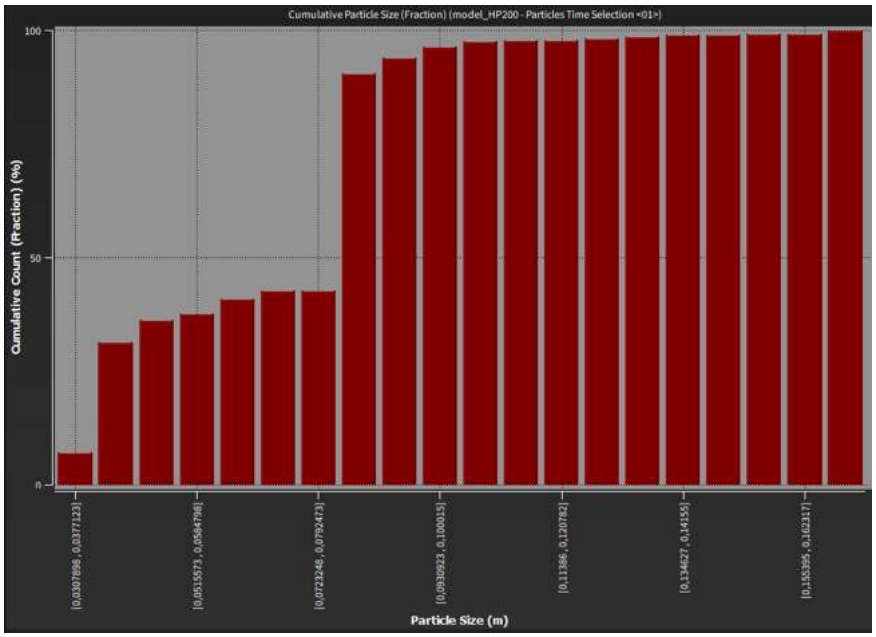


Рис. 3.19. Діаграма розподілу частинок руйнування

Із графіків видно що затрати енергії на обертання валу є незначними в порівнянні із затратами енергії на обертання рухомого конуса. Крім цього слід

відмітити, що при моделюванні в якості матеріалу використовувався граніт міцністю на стиск 200-250 МПа.

Діаграма розподілу частинок руйнування зображена на рис. 3.19. Як бачимо діаграма не є ідеалізованою, що пов'язано із розрахунковими ресурсами.

3.5. Дослідження енергетичних затрат на процес руйнування матеріалів вібраційними дробильними машинами

Енергія, що споживається електродвигуном витрачається на здійснення роботи по дробленню матеріалу, на потенціальну енергію деформації пружної системи, на подолання сил тертя, на теплові втрати, на деформацію деталей дробарки та інші втрати. Найбільші енергозатрати при роботі дробарки йдуть на дроблення матеріалу, кінетичну енергію дробильних плит та потенціальну енергію деформації пружин [145], [146].

Частина потенціальної енергії витрачається на руйнування матеріалу. Знаючи загальні переміщення, які виникають в матеріалі при його руйнуванні, та застосовуючи умову мінімуму потенціальної енергії деформації можна записати наступне [133]:

$$U_{п} = G\iiint[\varepsilon_{\rho\rho}^2 + \varepsilon_{\theta\theta}^2 + \varepsilon_{\phi\phi}^2 + \frac{\nu}{1-2\nu}e^2 + \frac{1}{2}(\gamma_{\rho\theta}^2 + \gamma_{\theta\phi}^2 + \gamma_{\rho\phi}^2)]\rho^2 \mathrm{Sin}\phi d\rho d\theta d\phi . \qquad (3.97)$$

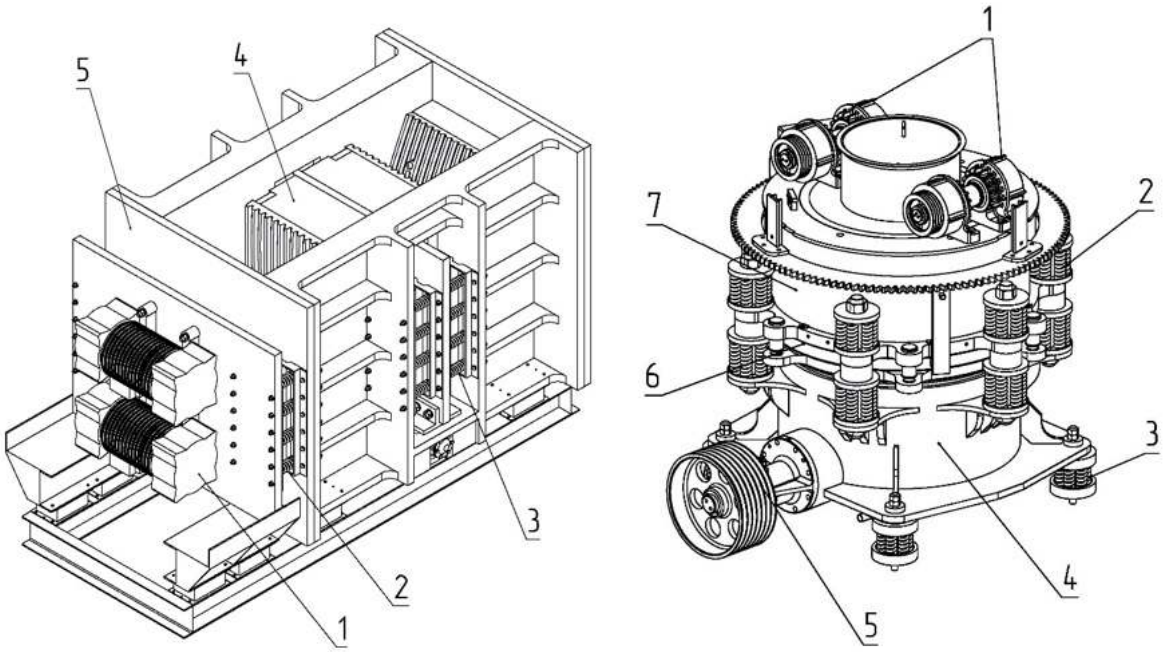
Знаючи затрати енергії на руйнування матеріалу можна перейти до визначення енергозатрат на процес в цілому [144].

Розглянемо дві дробильні системи з вібраційним приводом, які представлені на рис. 3.20.

Вібраційна щокова дробарка (рис. 3.20, а) виконана у вигляді трьох масової резонансної системи, в якій реалізовані прямолінійні коливання і динаміка якої відбувається за тримасовою схемою. Віброзбуджувач 1 з опорною плитою є першою або активною масою, рухомий корпус 5 –другою масою, середня плита з внутрішніми бронями 4 – третя маса. Всі маси

дробарки попарно з’єднані між собою пружними системами 2 і 3 [117].

Вібраційна конусна дробарка (рис. 3.20, б) складається із віброзбуджувачів 1, які встановлені на нерухомому конусі 7 дробарки. Нерухомий конус 7 з’єднується з корпусом дробарки 4 через регулювальне кільце 6 та пружну систему 2. Корпус 4 дробарки встановлюється на фундамент через пружну систему 3. Рухомий конус дробарки приводиться в рух через привід 5 [147].



а б

Рис. 3.20. Моделі вібраційних дробарок: *а – вібраційна щокова дробарка з трьома коливальними масами; б – конусна дробарка з вібраторами на корпусі*

Енергія, що споживається електродвигунами дробарок (рис. 3.20, а, б), витрачається на здійснення роботи по дробленню матеріалу. Додатково затрати енергії йдуть на деформацію пружної системи, подолання сил тертя, теплові втрати, деформацію деталей дробарки та інші втрати [142]. Проте найбільші енергозатрати при роботі дробарок йдуть на кінетичну енергію дробильних плит та потенціальну енергію деформації пружин [135].

На основі загального рівняння енергозатрат для вібраційної щокової дробарки з трьома коливальними масами, було виведено наступне рівняння

[130]:

$$E_{заг}=\left[\sum_{n=1}^{3}\frac{m_n\dot{x}_n^2}{2}\right]+\left[\frac{1}{2}\left(c_{оп}x_2^2+c_1\left(3x_1^2-4x_1x_2+2x_2^2\right)+4c_2\left(x_2-x_3\right)^2\right)\right], \quad (3.98)$$

де m_n – відповідно n-на маса дробарки, кг; c_1,c_2 – жорсткість пружин, що з'єднують між собою маси дробарки; x_1, x_2 та x_3– відповідні переміщення мас дробарки, мм; $c_{оп}$ – жорсткість зв'язків системи, яка з'єднує машину з фундаментом.

При визначенні загальної енергії вібраційної конусної дробарки (рис. 3.20, б) приймаємо, що рухомий конус є абсолютно жорстким циліндром, який котиться по твердому недеформованому тілу, що має форму еліпса [140],[141]. В свою чергу, приймаємо, що корпус дробарки з вібраторами є тверде тіло з масою $m_{заг}$ і моментом інерції I, який закріплений на нерухомій основі пружинами жорсткістю $c_{із}$:

$$E_{заг}=\left[\frac{1}{2}m_{рк}\times(v_x{}^2+v_y{}^2)+\frac{I_{рк}\times\dot{\varphi}^2}{2}+\frac{1}{2}m_{нк}v_{нк}{}^2\right]+\left[\frac{c_{др}\left(n\times x_1\right)^2}{2}+\frac{c_1x_1{}^2}{2}\right], \quad (3.99)$$

де $T_1=\frac{1}{2}m_{рк}\times(v_x{}^2+v_y{}^2)+\frac{I_{рк}\times\dot{\varphi}^2}{2}$ – кінетична енергія обкочування рухомого конуса [4]; $T_2=\frac{1}{2}m_{нк}v_{нк}{}^2$ – кінетична енергія коливань нерухомого конуса; $m_{рк}$ – маса рухомого конуса; $I_{рк}$ – центральний момент інерції конуса; x_1,y_1 – декартові координати центра конуса; φ – кут повороту рухомого конуса навколо власної осі; $m_{нк}$ – загальна маса нерухомого конуса; $v_{нк}$ – швидкість вертикальних переміщень нерухомого конуса; $c_{др}$ – коефіцієнт жорсткості матеріалу; c_1 – коефіцієнт жорсткості пружної системи, яка з'єднує нерухомий конус і корпус дробарки.

За модель матеріалу руйнування був прийнятий піщаник з межею міцності до 20 МПа. Ґрунтуючись на рівняннях руху вібраційної щокової дробарки, чисельним методом були визначені швидкості переміщення коливальних мас дробарки, які представлені на рис. 3.21.

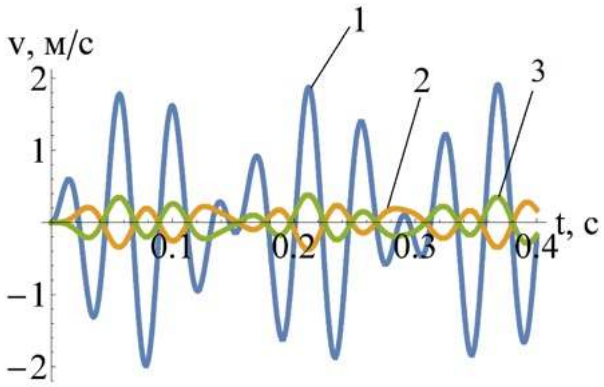


Рис. 3.21. Швидкості переміщення мас вібраційної щокової дробарки: *1 – перша маса; 2 – друга маса; 3 – третя маса*

Відносно графіка 3.21 слід зазначити, що дані швидкості коливання мас дійсні за умов частоти збурювального зусилля f=19 Гц та загальної маси лабораторної установки $m_{заг}$=334 кг.

Використовуючи рівняння руху мас вібраційної щокової дробарки, були побудовані графіки затрат кінетичної енергії, яка витрачається на переміщення коливальних мас вібраційної дробарки рис. 3.22.

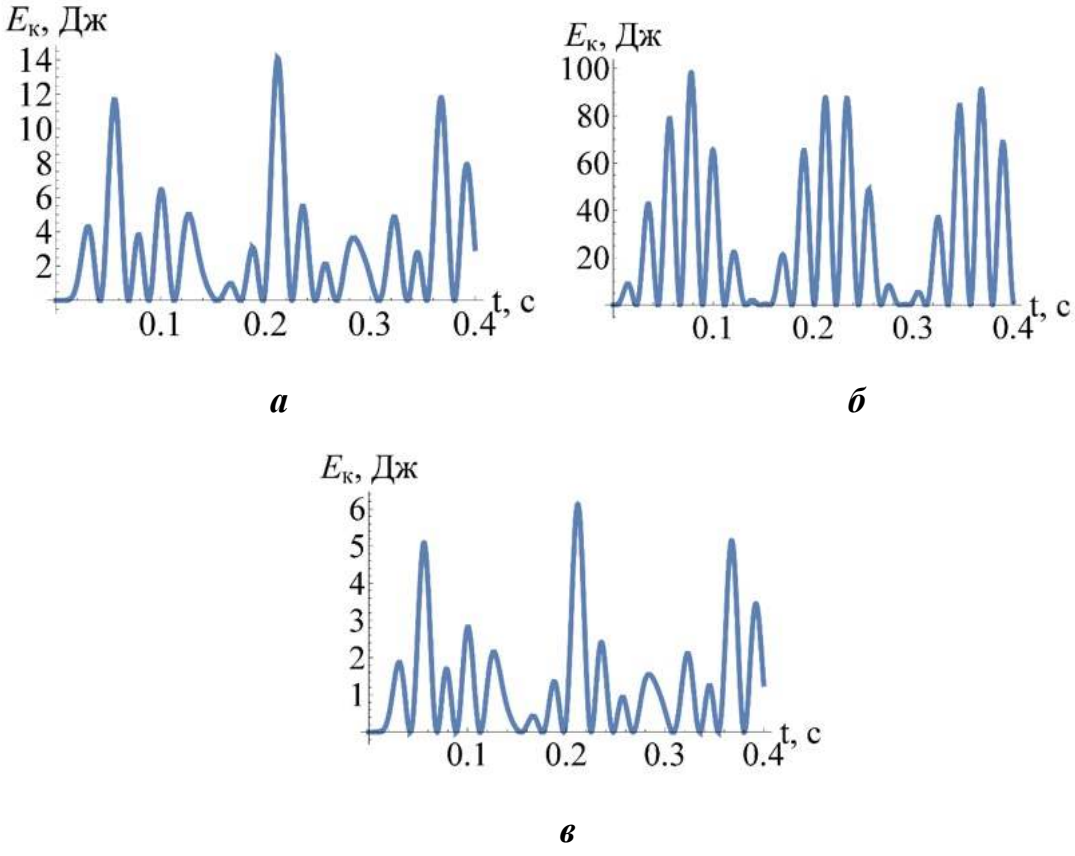


Рис. 3.22. Графік зміни кінетичної енергія коливальних мас вібраційної щокової дробарки: *а – перша маса; б – друга маса; в – третя маса*

З графіків на рис. 3.22 зрозуміло, що загальна кінетична енергія руху мас знаходиться в межах 120 Дж. Проте рівняння (3.98), які були використані для побудови графіків рис. 3.22, не враховують втрати на сили сухого та в'язкого тертя. Переміщення коливальних мас дробарки, визначене чисельним методом на основі рівняння руху, зображено на рис.3.20.

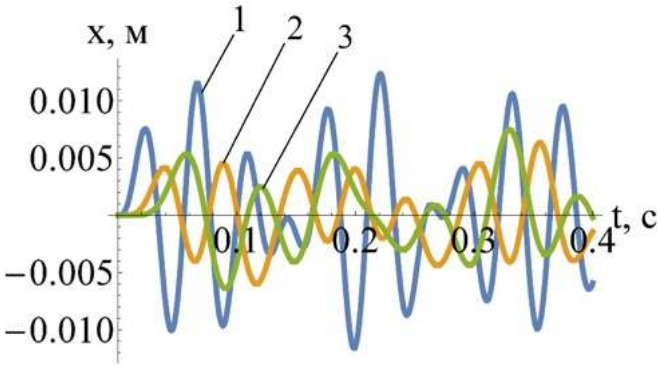


Рис. 3.23. Зміна амплітуди коливальних мас вібраційної щокової дробарки:
1 – перша маса; 2 – друга маса; 3 – третя маса

З графіка рис. 3.23 видно, що налаштування системи є вірним, тобто друга та третя маси коливаються в протифазі. Сумарна амплітуда переміщення другої та третьої коливальних мас знаходиться в межах 8-10 мм. Мінімально-необхідне значення амплітуди коливання дробильних плит вібраційної дробарки, при якому відбувається руйнування, знаходиться в межах 3 – 5 мм.

Графік загальних затрат потенціальної енергії на процес руйнування в камері дроблення вібраційної щокової дробарки зображено на рис. 3.24. Даний графік було побудовано чисельним методом, використовуючи рівняння (3.98).

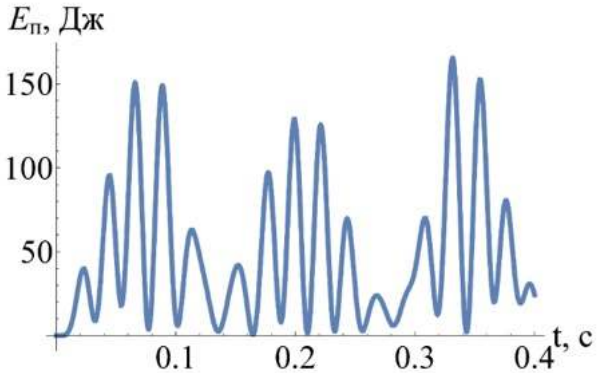


Рис. 3.24. Графік зміни потенціальної енергії вібраційної щокової дробарки

Графіки рис. 3.21 та рис. 3.24 свідчать про незначні затрати енергії на процес руйнування. Тут слід зазначити, що систем налаштована на резонансний режим роботи. Тобто на графіках рис. 3.21 та рис. 2.24 не відображаються затрати енергії на вихід системи в резонансний режим та на підтримання її роботи в даному режимі. Крім цього слід враховувати, що з метою спрощення, рівняння руху не враховують дисипацію енергії.

Для оцінки енергії руйнування тіла, яке містить тріщину були побудовані графіки миттєвої сили, яка виникає при зіткненні дробильних плит другої та третьої маси вібраційної дробарки з матеріалом рис. 3.25. Для побудови даного графіка були використані рівняння (3.98) та (3.99).

Наведений графік (рис. 3.25) засвідчує адекватність розрахункової схеми прийнятим передумовам. Так, перша маса рухається в протифазі з другою масою. Третя маса, акумулюючи енергію, є допоміжним джерелом передачі енергії на процес подрібнення матеріалу.

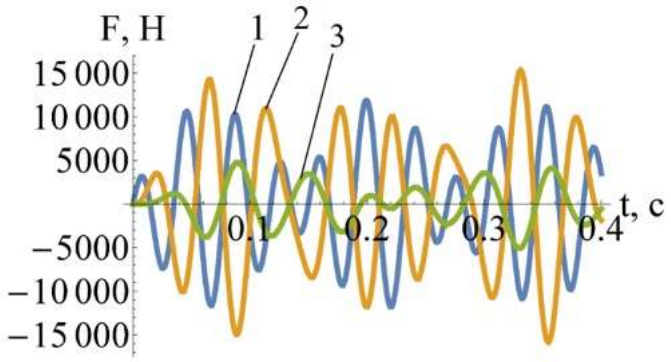


Рис. 3.25. Значення миттєвої сили при русі коливальних мас вібраційної щокової дробарки: *1 – перша маса; 2 – друга маса; 3 – третя маса.*

В рівнянні (3.98) для визначення енергозатрат вібраційної щокової дробарки опір матеріалу на руйнування розглядається, як приєднана маса. Тобто показник жорсткості матеріалу є тим параметром який включає енергозатрати на мікрорівні. В рівнянні (3.99) для вібраційної конусної дробарки таким параметром є безпосередньо коефіцієнт жорсткості матеріалу. Таким чином, отримані аналітичні залежності (3.98), (3.99) розкривають

фізичну сутність процесу подрібнення, враховують умови взаємодії дробарки та матеріалу, який підлягає подрібненню. Практичне застосування отриманих залежностей потребує числових значень характеристик конкретного матеріалу, що є предметом подальших досліджень.

3.6. Дослідження руху матеріалу в камері дроблення

В розділі 1 були виконані дослідження зміни впливу частоти обертів привідних валів дробильних машин на зміну їх продуктивності. Дані дослідження побудовані на врахуванні кінематики рух ланок дробильних машин і не враховували силовий вплив.

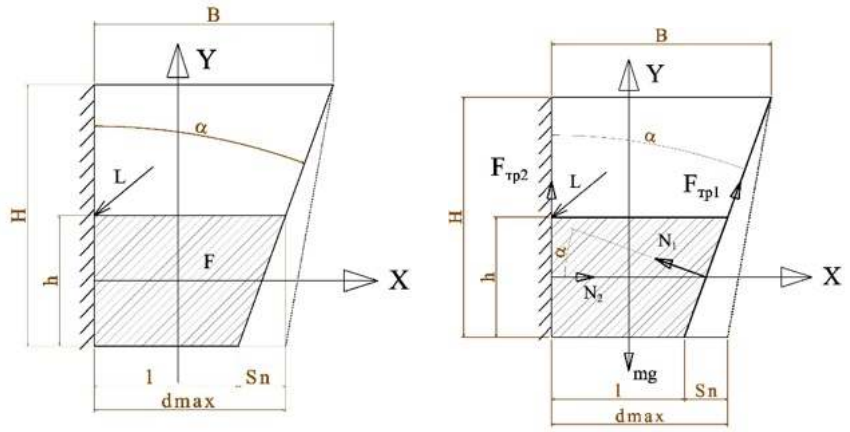
В цілому частота коливань робочого органу дробильної машини визначається на основі умови, що за час відхилення $t_{від}$ рухомої щоки на відстань S під дією сили тяжіння за час $t_{вип}$ випадають куски подрібненого матеріалу, що мають висоту h. Цю умову можна записати:

$$t_{від} \geq t_{вип}, \tag{3.100}$$

При кутовій швидкості ω, рад/с час віддалення рухомої щоки визначатиметься наступним чином – $t_{від} = \pi/\omega$.

Класично для визначення часу випадіння матеріалу приймається, що камера подрібнення є глибокою, робочий орган відходить від початковго положення у нове положення на хід S_H паралельно початковому положенню, рис. 3.26, а. Тоді з вивантажувального отвору дробарки випадає призма матеріалу висотою h. Використовуючи закон вільного падіння та умову записану вище для часу відходу щоки, запишемо рівняння для раціональної кутової швидкості:

$$\omega = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{2S_H}{gtg\alpha}}}, \tag{3.101}$$



а б

Рис. 3.26. Схема до визначення частоти обертання ексцентрикового валу: а – класична схема; б – запропонована схема

Проте робочий орган дробарки не переміщується паралельно початковому положенню. А матеріал в камері дроблення особливо у верхній її половині при переміщенні в нижню частину, ковзає по поверхням робочих органів дробарки. Внаслідок цього в місцях дотикання матеріалу до поверхонь дробильних плит виникають сили тертя, які сповільнюють рух матеріалу, рис. 3.26, б.

Для визначення частоти коливання робочого органу дробарки спроєктуємо всі сили які діють на матеріал на відповідні вісі. На основі цього отримаємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} F_{\text{тр2}} + F_{\text{тр1}} Cos\alpha - mg + N_1 Sin\alpha = ma; \\ N_2 - N_1 Cos\alpha + F_{\text{тр1}} Sin\alpha = 0. \end{cases} \quad (3.102)$$

З другого рівняння системи (3.102) визначаємо N_2:

$$N_2 = N_1 Cos\alpha + fN_1 Sin\alpha = N_1(Cos\alpha + fSin\alpha), \quad (3.103)$$

Тоді перше рівняння системи (3.102) запишеться наступним чином:

$$fN_1(Cos\alpha + fSin\alpha) - mg + N_1(Sin\alpha + fCos\alpha) = ma, \quad (3.104)$$

або

$$N_1(1+f)(Cos\alpha + Sin\alpha) - mg = ma, \quad (3.105)$$

Звідки

$$a = \frac{N_1(1+f)(Cos\alpha+Sin\alpha)-mg}{m}, \quad (3.106)$$

Враховуючи рівняння (3.106) можемо записати вираз для визначення шляху який пройде матеріал:

$$\mathrm{h} = \frac{(N_1(1+f)(Cos\alpha+Sin\alpha)-mg)t_{\text{вип}}^2}{2m}, \tag{3.107}$$

Тоді

$$t_{\text{вип}} = \sqrt{\frac{2hm}{(N_1(1+f)(Cos\alpha+Sin\alpha)-mg)}}, \tag{3.108}$$

Враховуючи, що

$$h = \frac{S_{\text{H}}}{tg\alpha}, \tag{3.109}$$

Залежність (3.108) буде мати наступний вигляд:

$$t_{\text{вип}} = \sqrt{\frac{2S_{\text{H}}m}{(N_1(1+f)(Cos\alpha+Sin\alpha)-mg)tg\alpha}}, \tag{3.110}$$

Далі визначаємо залежність для мінімального значення частоти коливання робочого органу дробарки:

$$\omega = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{2S_{\text{H}}m}{(N_1(1+f)(Cos\alpha+Sin\alpha)-mg)tg\alpha}}}, \tag{3.111}$$

Тоді продуктивність щокової дробарки буде визначатись на основі залежності:

$$Q = \frac{108000\omega LSdk}{\pi tg(\alpha)} = \frac{108000LSdk}{tg(\alpha)\sqrt{\frac{2S_{\text{H}}m}{(N_1(1+f)(Cos\alpha+Sin\alpha)-mg)tg\alpha}}}. \tag{3.112}$$

На основі залежності можна відмітити, що кутова частота околивань робочого органу дробильної машини при врахуванні сил тертя та за умови малої маси матеріалу відрізняється на коефіцієнт - $N_1(1+f)(Cos\alpha+Sin\alpha)$. Звісно при великих значеннях сили N_1 значення кутової частоти буде прямувати до нуля так як матеріал майже перестає рухатись внаслідок його стиснення. В такому випадку розгляд сил тертя слід обмежити проміжком від початку віддалення рухомого робочого органу дробильної машини від нерухомого до моменту початку стиснення матеріалу. Якщо не враховувати сили спаювання поверхонь внаслідок їх стиснення, то залишається сила ваги матеріалу. В такому випадку залежність (3.111) можна записати наступним чином:

$$\omega = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{2S_{\text{H}}}{(g(1+f)(Cos\alpha+Sin\alpha)-g)tg\alpha}}}, \qquad (3.113)$$

Приймаючи в якості дробильної машини щокову дробарку із отвором 600х900, ходом рухомої щоки 25 мм та кутом захвату в 20 градусів можна встановити вплив коефіцієнту тертя на раціональну частоту коливання рухомої щоки, рис. 3.27.

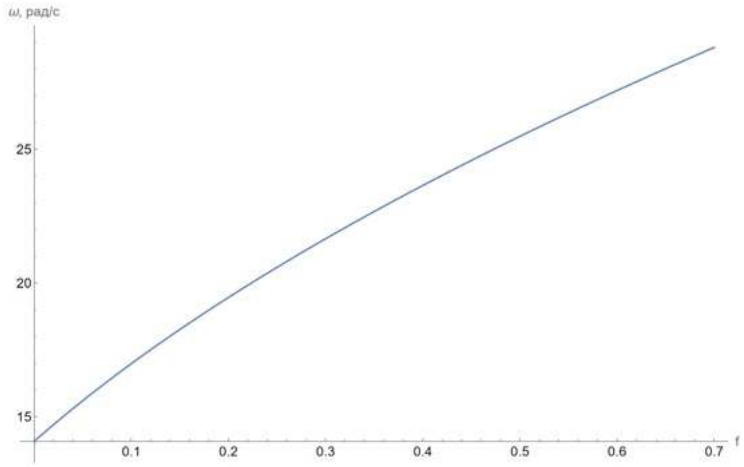


Рис. 3.27. Вплив коефіцієнту тертя на частоту обертів ексцентрикового валу для щокової дробарки розміром 600х900.

3.7. Побудова синергетичної моделі енергозатрат процесу подрібнення матеріалів в камерах дробильних машин

Враховуючи вище зазначені дослідження математичних моделей дробильних машин та враховуючи реологію матеріалів, що подрібнюються можна відмітити наступне. Оптимальне значення сумарної енергія, що необхідно підвести до дробильної машини складається із наступних складових:

$$E_{\text{заг}} = E_{\text{р}} + E_{\text{д}} + E_{\text{в}}, \qquad (3.114)$$

де $E_{\text{заг}}$ – загальна енергія підведена до системи; $E_{\text{р}}$ – енергія руйнування матеріалу (утворення тріщин, їх ріст і об’єднання в магістральну тріщину); $E_{\text{д}}$ – енергія, яка не йде на утворення тріщини (енергія контактної взаємодії, теплові втрати тощо); $E_{\text{в}}$ – втрати енергії в ланках машини.

В такому випадку для кожної дробильної машини розглянутої в роботі можна записати рівняння балансу енергії.

Вібраційна щокова дробарка:

$$\left[\sum_{n=1}^{3}\frac{m_n\dot{x}_n^2}{2}\right]+\left[\frac{1}{2}\left(\begin{matrix}c_{\text{оп}}x_2^2+\\+c_1(3x_1^2-4x_1x_2+2x_2^2)+\\+4c_2(x_2-x_3)^2\end{matrix}\right)\right]=E_{\text{м}}-(E_{\text{р}}+E_{\text{д}}+E_{\text{в}}),\quad(3.115)$$

де $E_{\text{м}}$ – енергія двигуна. Частина рівняння (3.115) з лівої сторони не враховує розсіяння енергії в процесі роботи дробарки.

З урахуванням дисипації енергії в елементах конструкції вібраційної щокової дробарки рівняння (3.115) набуде наступного виду:

$$\left[\sum_{n=1}^{3}\frac{m_n\dot{x}_n^2}{2}\right]+\left[\frac{1}{2}\left(\begin{matrix}c_{\text{оп}}x_2^2+\\+c_1(3x_1^2-4x_1x_2+2x_2^2)+\\+4c_2(x_2-x_3)^2\end{matrix}\right)\right]+\quad(3.116)$$
$$\left[\frac{1}{2}b_1(\dot{x}_1-\dot{x}_2)^2+2b_2(\dot{x}_2-\dot{x}_3)^2\right]=E_{\text{м}}-(E_{\text{р}}+E_{\text{д}}+E_{\text{в}}),$$

Аналогічні рівняння можна записати для ексцентрикової щокової дробарки:

$$\left[\begin{matrix}\left(\begin{matrix}\frac{I_1}{2}+\frac{1}{2}\left(I_2+m_2\left(L_8^2+\left(\frac{L_1}{2}\right)^2-2L_8\left(\frac{L_1}{2}\right)\left(\frac{r}{L_1}Sin[\varphi_1]\right)\right)^2\right)R_1+\frac{1}{2}I_4R_3+\\\frac{1}{2}\left(I_3+m_3\left(L_9^2+\left(\frac{L_2}{2}\right)^2-2L_9\left(\frac{L_2}{2}\right)Cos[\gamma_3]\right)^2\right)R_2+\frac{1}{2}I_5R_1\left(\frac{L_6}{L_3}\right)^2\end{matrix}\right)\dot{\varphi}_1^2\\-\left(\frac{m_1gr}{4}+\frac{1}{2}c_m^2k_4-\frac{m_2g}{2}\right)\varphi_1^2+\left(m_3g\frac{L_2}{2}Cos[\varphi_3]k_1+\frac{m_4gL_4Sin[\varphi_4]k_4}{2}+\frac{m_5gL_3Sin[\varphi_1]k_3}{2}\right)\varphi_1+\\\frac{m_2gr}{2}-\frac{b_mR_3\dot{\varphi}_1^2}{2}\end{matrix}\right]=\quad(3.117)$$
$$\left(E_{\text{м}}-(E_{\text{р}}+E_{\text{д}}+E_{\text{в}})\right),$$

Для вібраційної конусної дробарки:

$$\left[\frac{1}{2}m_{рк}\times({v_x}^2+{v_y}^2)+\frac{I_{рк}\times\dot{\varphi}^2}{2}+\frac{1}{2}m_{нк}{v_{нк}}^2\right]+\left[\frac{c_{др}(n\times x_1)^2}{2}+\frac{c_1{x_1}^2}{2}\right]\quad(3.118)$$
$$=E_{\text{м}}-(E_{\text{р}}+E_{\text{д}}+E_{\text{в}})$$

Ексцентрикова конусна дробарка:

$$M_{дв}\dot{\varphi}-\left[\begin{matrix}J_1A\omega^2\,Sin(\omega t)-\frac{J_2A\omega^2\,Sin\left(\frac{\omega t}{n_1}\right)}{n_1^3}-\frac{J_3A\omega^2\,Sin\left(\frac{\omega t}{n_1n_2}\right)}{n_1^3n_2^3}+\\+f_1F_{r1}r_1+f_2F_{r2}r_2+F_{др}[(e\times Sin\,\alpha)+f_3(r_{81}+r_{91})]\end{matrix}\right]\dot{\varphi}\quad(3.119)$$
$$=E_{\text{м}}-(E_{\text{р}}+E_{\text{д}}+E_{\text{в}}),$$

Розглянемо залежності для визначення енергії в правій частині рівнянь (3.116)-(3.119). Енергія руйнування $E_р$ визначається на основі відомого рівняння:

$$E_p = \frac{\sigma^2 V}{2E}, \tag{3.120}$$

Враховуючи залежність (2.153) рівняння для енергії руйнування матиме наступний вид:

$$E_p = \frac{\left(\frac{\sin\pi\gamma\cos\pi\gamma}{\pi} f'(x) - \left(\frac{\cos^2\pi\gamma}{\pi^2}\left((t_2+t_1)+x\right)^{\frac{1}{2}-\gamma}\left((t_2+t_1)-x\right)^{\frac{1}{2}+\gamma}\int_{-a}^{a}\left(\frac{(t_2+t_1)+h}{(t_2+t_1)-h}\right)^{\gamma}\frac{f'(h)dh}{\sqrt{(t_2+t_1)^2-h^2}(h-x)}\right)\right)^2 V}{2E_2}, \tag{3.121}$$

Тут слід відмітити, що в рівнянні (3.121) приймаємо тіло 2 в якості матеріалу. Функція f ’(x) є похідною від функції f(x), яка визначається рівнянням (2.150). Параметр γ визначається рівнянням (2.156), яке включає коефіцієнт тертя між тілами, що дотикаються.

Далі визначимо енергію дисипації при руйнуванні матеріалу $E_д$. Сила демпфування визначається на основі рівняння:

$$F_д = bx\omega = b\dot{x}, \tag{3.122}$$

За умов гармонічного руху:

$$\dot{x} = A\omega Cos(\omega t), \tag{3.123}$$

Енергію можна визначити, як затрати потужності за деякий період. Тобто

$$E_д = Pt = F_д\dot{x}t = bA^2\omega^2 Cos^2(\omega t)t = \pi bA^2\omega Cos^2(\omega t), \tag{3.124}$$

де $t = \frac{\pi}{\omega}$ – період коливань.

Враховуючи (3.113) залежність (3.124) буде мати вигляд:

$$E_д = \frac{bA^2\pi^2 Cos^2(\omega t)}{\sqrt{\frac{2S_H}{(g(1+f)(Cos\alpha+Sin\alpha)-g)tg\alpha}}}, \tag{3.125}$$

Енергія втрат у вузлах дробильної машини визначається, як сума втарт в кожному окремому вузлі. Так потужність, яка витрачається на тертя в підшипниковій опорі визначається на основі рівняння:

$$P_{тр} = \pi F f dn, \tag{3.126}$$

де F – сила яка діє на підшипниковий вузол, Н; f – коефіцієнт тертя кочення, зведений до валу; d – діаметр ціпфи валу, м; n – частота обертів, об/с. Тоді енергія на тертя:

$$E_{\text{тр}} = \pi F f d, \tag{3.127}$$

Тоді енергія сумарних втарт на тертя визначається як:

$$E_{\text{в}} = \sum_{i=1}^{n} \pi F_n f_n d_n, \tag{3.128}$$

де n – кількість ланок дробарки між дробильними плитами та двигуном.

Таким чином загальний вираз для енергії в правій частині рівнянь руху дробильних машин матиме наступний вигляд:

$$\Delta E = E_{\text{м}} - \tag{3.129}$$

$$\left(\frac{\left(\frac{\sin \pi\gamma \cos \pi\gamma}{\pi} f'(x) - \left(\frac{\cos^2 \pi\gamma}{\pi^2} \left((t_2+t_1)+x \right)^{\frac{1}{2}-\gamma} \left((t_2+t_1)-x \right)^{\frac{1}{2}+\gamma} \int_{-a}^{a} \left(\frac{(t_2+t_1)+h}{(t_2+t_1)-h} \right)^{\gamma} \frac{f'(h)dh}{\sqrt{(t_2+t_1)^2-h^2}(h-x)} \right) \right)^2 V}{2E_2} + \right.$$

$$\left. + \frac{bA^2\pi^2 Cos^2(\omega t)}{\sqrt{\frac{2S_{\text{H}}}{(g(1+f)(Cos\alpha+Sin\alpha)-g)tg\alpha}}} + \sum_{i=1}^{n} \pi F_n f_n d_n \right),$$

РОЗДІЛ 4 ЗАСТОСУВАННЯ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ МЕХАНІЧНОГО РЕЖИМУ ПРИ ПРОЕКТУВАННІ ДРОБИЛЬНИХ МАШИН

4.1 Нейронні мережі в якості інструменту для визначення енергозатрат процесу дроблення

Аналізуючи вище розглянутий матеріал по визначенню енергозатрат процесу руйнування матеріалів з врахуванням наявності тріщини, можна прийти до наступного висновку. Перше це те що задачі в цілому є складною і потребує врахування різних методик розрахунку та різних факторів які можуть впливати на процес дроблення матеріалу. По друге ми бачимо, що задача є багаторівневою і на кожному рівні по суті є свій набір параметрів. Якщо до цього всього врахувати те, що фізичні властивості гірських порід можуть відрізнятися за умов різних місць їх видобутку так і можуть відрізнятись при їх видобутку з одного кар'єру, то задача перетворюється в статистичну задачу з багатьма невідомими.

При вирішенні такої задачі можна вибрати декілька шляхів. Один із таких шляхів це спрощення задачі і вирішення її в локальній області. Інший шлях це створення системи, яка би поєднала параметри багаторівневої задачі. Бажано, щоб така система була самоадаптованою та вчилася як зробити себе кращою. Тобто іншими словами побудова синергетичної інтелектуальної системи.

Вище ми розглядали синергетичний підхід, який спрямований на поєднання мікро та макрорівнів розповсюдження тріщини. Проте така синергетична модель описує процес розвитку тріщини. В даному розділі ми розглянемо систему, яка може поєднати велику кількість параметрів, які впливають на процес руйнування.

До таких інтелектуальних систем відносяться нейронні мережі. Нейронні мережі здатні розпізнавати закономірності та адаптуватись до зміни

навколишнього середовища. Нейронна мережа із системою нечіткої логіки може робити висновки та приймати відповідні рішення. В свою чергу набір алгоритмів який включає нейронні мережі, теорію нечітких множин, безпохідні методи оптимізації або еволюційний алгоритм має загальну назву – м'які обчислення.

На сьогодні існує декілька видів нейронних мереж, які використовуються для вирішення практичних задач. За своєю архітектурою нейронні мережі поділяються на повнозв'язні та неповнозв'язні, на з випадковими та з регулярними зв'язками, із симетричними та несиметричними зв'язками.

Неповнозв'язні нейронні мережі описуються неповнозв'язними орієнтованими графами і розділяються на одношарові та багатошарові з прямими, перехрещеними і зворотними зв'язками.

До неповнозв'язних нейорнних мереж відноситься неокогнітрон Фукушими, згорткові нейорнні мережі та ін.

Неокогнітрон складається із нейронних шарів, кожен із яких включає масив площин. Кожен елемент масиву включає дві площини нейронів. Перша площина отримує сигнали від попереднього шару і виділяє деяку інформацію. Ця інформація далі обробляється нейронами другої площини. Нейрони вихідного шару виконують завершальну інваріантну обробку інформації.

Згорткова нейронна мережа спеціальна архітектура штучних нейронних мереж спрямована на розпізнавання зображень та входить в склад технологій глибокого навчання. Архітектура такої мережі однонаправлена, багатошарова. Для навчання такої мережі використовуються стандартні методи, один із поширених є метод зворотного розповсюдження помилки.

В повнозвязних нейронних мережах кожен нейрон передає свій вихідний сигнал самому собі та іншим нейронам. Всі вхідні сигнали подаються всім нейронам. Вихідними сигналами можуть бути всі або деякі вихідні сигнали нейронів.

Нейронні мережі прямого розповсюдження є статичними. Динамічні нейронні мережі є такі мережі, які використовують значення попередньо розрахованої величини для обчислення її на наступних кроках.

Класифікація нейронних мереж по виду функції активації: 1) розривні; 2) ступінчасті; 3) безперервні.

Переваги нейронних мереж без зворотного зв'язку є їх простота та гарантованість отримання відповіді на виході. До недоліків слід віднести те що вони потребують великої кількості нейронів для алгоритмів. В свою чергу це призводить до збільшення часу розрахунку та до складності навчання.

Переваги нейронних мереж із зворотним зв'язком. В першу чергу це невеликий розмір мережі. Простіший процес навчання та економія часу. Недоліками таких мереж є те що вони потребують спеціальних умов, які забезпечать збіжність розрахунків.

Сфера застосування нейромереж постійно розширюється. Основними напрямки їх використання є: 1) регресивний аналіз; 2) класифікація даних; 3) кластеризація даних; 4) стиснення інформації; 5) відновлення втрачених даних; 6) оптимізація.

4.2. Теорія нечітких множин

До розуміння нечіткої множини можна прийти виходячи з розуміння меж самої множини. Так наприклад, якщо розглянути просту умову приналежності деякого параметру x до деякої множини A, тобто $x \in A$, якщо x>100. Якщо цю умову застосувати до практичної задачі, то ми отримаємо неточність, яка полягає в суворому розділенні множини. Іншими словами, якщо уявити, що розмір матеріалу діаметром 100.01 мм входить в множину і одночасно відноситься до матеріалів крупної фракції, то розглянувши матеріал розміром в 99.99 мм можна сказати, що він не входить в множину A, проте ми не можемо сказати, що такий матеріал відноситься до маленької фракції. Таким чином ми приходимо до розуміння нечіткої множини. Як

випливає з розглянутого прикладу нечітка множина це множина без чітких меж. Тобто перехід між значеннями які належать множині А і значеннями, які не належать множині А в нечіткій множині відбувається поступово. Такий плавний перехід характеризується функціями належності, які надають нечітким множинам гнучкості.

Таким чином нечітка множина це множина елементів х разом із функцією приналежності, яка визначає наскільки елемент х належить або не належить множині А. Класично це можна записати наступним чином:

$$A= \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\}, \quad (4.1)$$

де $\mu_A(x)$ – функція приналежності (MF). Функція приналежності може приймати значення від 0 до 1 таким чином визначаючи приналежність елемента х до множини А. В залежності (4.1) множину Х часто називають всесвітом діскурса або просто всесвітом. Всесвіт Х може включати дискретні елементи (упорядковані або не упорядковані) і безперервні елементи.

Для кращого розуміння нечіткої множини розглянемо простий приклад. Приймемо, що Х={граніт, базальт, мрамор}. Уявімо, що гірські породи, які входять до множини Х є в деякій степені зруйнованими. Тоді нечітка множина В, яка визначає на скільки зрунована кожна порода запишеться наступним чином: В={(граніт, 0.6),(базальт, 0.8),(мрамор, 0.7)}. Така нечітка множина є неупорядкованою, так як кожна окрема людина може по своєму визначити степінь зрунованості матеріалу. Тепер розгялнемо множину Х, якій належить декілька фракцій гірської породи, а саме Х ={10, 20, 40, 50, 60, 80, 90}. Нечіткою множиною є приналежність матеріалу до фракції 50 мм. Тоді В={(10,0.2), (20,0.4), (40,0.8), (50,1.0), (60,0.8), (80,0.4), (90,0.2)}. Дана множина є упорядкованою. Таким чином побудова нечіткої множини залежить від двух факторів: 1) визначенні множини відповідної множини (всесвіту діскурса); 2) визначенні відповідної функції приналежності.

Нечітким множини включають в себе наступні оновні визначення та властивості: носій (support); ядро(core або kernel); нормальна (normality) або субнормальна множина; перехрестні точки (crossover point); уномодальність

(singleton); α-зріз; випуклістю (convexity); смугою пропуску нормальних або випуклих множин (bandwidths of normal and convex fuzzy sets); симетричністю (symmetry) та ін. Більш детально з перерахованими визначеннями та властивостями нечітких множин можна ознайомитись із джерела [22], [23].

Основними операціями над чіткими множинами є обєднання перетин і доповнення. Аналогічні операції можна виконувати і над нечіткими множинами [22], [23]. Крім цього важливою в нечітких множинах є операція вкладення. Так множина А включає множину В (або множина А є підмножиною В або множина А є меншою або рівною множні В) тоді і тільки тоді коли вираз для функції належності буде мати наступний вигляд - $\mu_A(x) \le \mu_B(x)$ для всіх х.

Нечітка множина повністю характеризується функцією приналежності (MF). Коротко розглянемо класи параметризованих функцій, які використовуються для визначення функції приналежності (MF) для одного та двох вимірів.

Класи функції приналежності з одним входом або одновимірні MF. До таких функцій відносяться наступні функції: 1) трикутна; 2) трапеціодальна; 3) гаусівська; 4) узагальнена дзвоноподібна; 5) сігмоїдальна.

Трикутна та трапеціоїдальна функції є схожими. Відмінність полягає у кількості вхідних параметрів. Так трикутна функція задається трьома параметрами {a,b,c} і має наступний вигляд:

$$triangle(x;a,b,c) = \begin{cases} 0, & x \le a. \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a \le x \le b. \\ \dfrac{c-x}{c-b}, & b \le x \le c. \\ 0, & c \le x. \end{cases}, \qquad (4.2)$$

Три параметри в формулі (4.2) визначають положення х. В трапеціїдальній функції на вхід подаються чотири параметри. Обидві функції широко використовуються в області моделювання та тестування в реальному

часі. Проте дані функції не є гладкими в кутових точках, що можна побачити при побудові відповідних графіків [23].

Гаусівська функція MF приймає на вхід два параметри, є нелінійною. Один із параметрів визначає ширину інший центр. Узагальнена дзвоноподібна функція також є нелінійною. На вхід приймає три параметри один з який регулює крутизну в точках перегину. Сама функція є прямим узагальненням розподілу Коші, який використовується в теорії ймовірностей.

Гаусівська та узагальнена дзвоноподібна функція широко використовуються для визначення нечітких множин. Функції Гауса володіють такими властивостями як інваріантність відносно множення та перетворенням Фур'є. Неодоліком Гусівських та узагальнених дзвоноподібних функцій MF є те що вони не можуть відображати асиметричність функцій приналежності.

Для відображення асиметричності функцій приналежності використовуються сигмоїдальні функції. Сигмоїдальна функція визначається як:

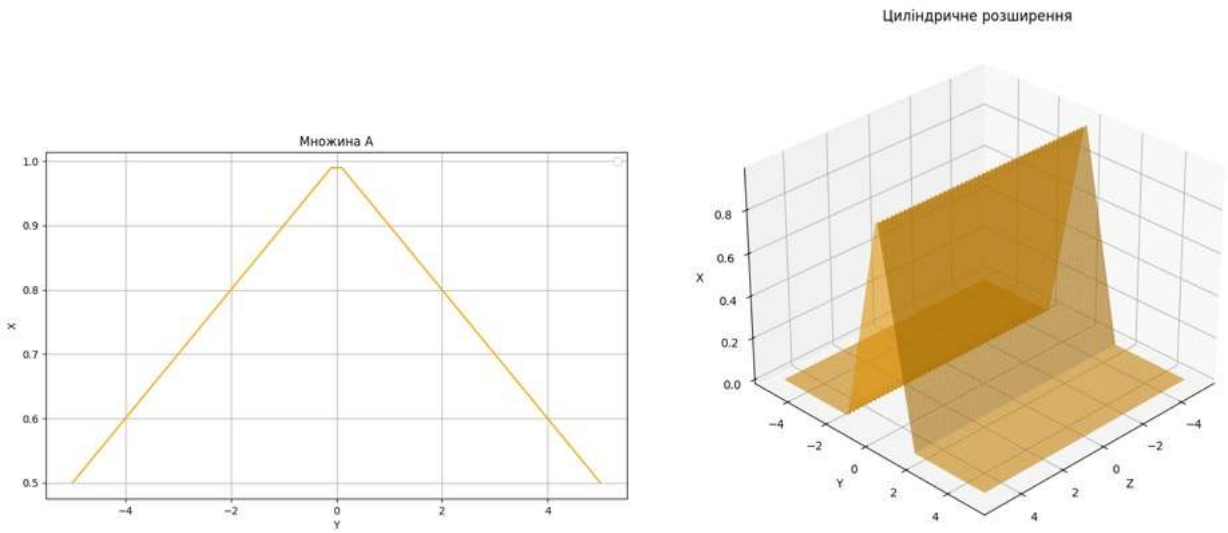
$$sig\left(x;a,c\right)=\frac{1}{1+\exp\left[-a\left(x-c\right)\right]}, \tag{4.3}$$

В формулі (4.3) а контролює нахил в точці x=c.

В залежності від знака перед а сигмоїдальна функція може бути відкрита правору або ліворуч. Сигмоїдальні функції такого типу широко використовуються, як функції активації штучних нейронних мереж. Для того щоб нейронна мережа моделювала поведінку системи нечіткого логічного висновку бажаним є синтезувати закриту сигмоїдальну функцію.

До поширених функцій з двома входами (двовимірні), які використовуються для функцій приналежності відносяться: 1) циліндричне розширення; 2) проекція нечіткої множини; 3) композитні та некомпозитні.

Циліндричним розширенням нечіткої множини є по суті розширення графіка по координаті Z, рис. 4.1, а.



а б

Рис. 4.1. Приклад розширення множини A: а) множина A; б) циліндричне розширення множини A

В цілому двовимірні функції MF можна поділити на дві категорії: композитна та некомпозитна. Якщо двовимірну функцію MF можна виразити аналітично за допомогою двох MF і записати у вигляді одного аналітичного виразу то таку функцію називають композитною в іншому випадку функція є некомпозитною [23].

4.3. Базові адаптивні нейронні мережі

Одною із перших мереж в якій реалізовувались методи самонавчання був персептрон Розенблата. Метою розробки Розенблата було створити зорову систему розпізнавання образів. Навчання такого персептрона відбувалось шляхом внесення коригувальних даних в вагову функцію та в деяке порогове значення. Для двокласових задач використовувався один вихідний вузол. Якщо класовість задачі була рівною 3 або більше то кількість вихідних вузлів відповідно збільшувалась. Одиницею виходу в такому персептроні є лінійний пороговий елемент із деяким пороговим значенням. Алгоритм навчання

такого одношарового персептрона повторює деякий набір кроків до того моменту поки вагові коефіцієнти не збіжаться.

Адаптивний лінійний елемент (ADALINE). Є прикладом простої нейронної мережі здатної до самонавчання. Приклад такої мережі представлений на рис. 4.2.

Вихід мережі рис. 5 є лінійна комбінація входів плюс постійний член w_0:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i + w_0 \tag{4.4}$$

Основною задачею при роботі із нейронною мережею ADALINE є знаходження необхідного набору вагових коефіцієнтів таких щоб вхід-вихід системи був найбільш ближчим до входу-виходу набору бажаних даних.

При рішенні задачі знаходження вагових коефіцієнтів можна скористатися методом найменших квадратів. Проте використання методу найменших квадратів в даному випадку призведе до витрати значних обчислювальних ресурсів. З метою зменшення затрат на обчислення існує правило дельти для коригування вагових коефіцієнтів.

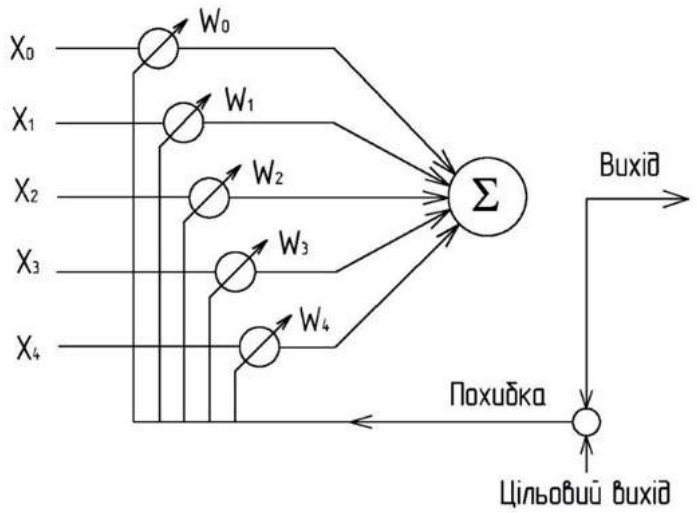


Рис. 4.2. Приклад простої нейронної мережі під назвою ADLINE

Таким чином міра помилки може бути виражена наступним рівнянням:

$$E_p = \left(t_p - f(x)_{op}\right)^2 \tag{4.5}$$

де t_p – необхідний вихід; $f(x)_{op}$ – вихід по факту.

Для зменшення помилки шляхом градієнтного спуску можна скористатись наступною залежністю, яка оновлює значення вагових коефіцієнтів w_i:

$$\Delta_p w_i = \eta\left(t_p - f\left(x\right)_{op}\right)x_i, \tag{4.6}$$

Так як дельта правило мінімізує квадратичні помилки, то це правило отримало назву пройедурою навчання за методом найменшого середнього квадрата.

Дельта правило має наступні особливості: 1) простота; 2) можливість навчати кожен вузол мережі окремо; 3) навчання по методу «шаблон за шаблоном», тобто оновлення вагових коефіцієнтів відбувається після представлення кожного шаблону. Слід зазначити, що в свій одношарова мережа ADALINE отримала поширення внаслідок чого була створеня її розширена версія MADALINE (тобто набір із окремих мереж ADALINE). Проте недолік такої мережі залишився, а саме її одношаровість. Практичне застосування ADALINE отримала в системах де необхідним є шумозаглушення (електрокардіографи, лінії міжміського телефонного звязку, антени та ін.).

Багатошарові персептрони із зворотнім поширенням (MLP) по суті є адаптивною мережею. Вузлова функція в багатошарових персептронах є складовою суми вагових коефіцієнтів та диференційованої нелінійної функції активації. Найпоширенішими функціями активації в багатошарових персептронах є:

1) логістична функція;

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}; \tag{4.7}$$

2) функція гіперболічного тангенса:

$$f(x) = \tanh\left(x/2\right) = \frac{1-e^{-x}}{1-e^{-x}}; \tag{4.8}$$

3) функція ідентифікації:

$$f(x) = x. \tag{4.9}$$

Логістична і гіперболічна функція апроксимують сигнум і ступінчасту функцію при цьому забезпечуючи ненульові похідні. Найчастіше логістичну і

гперболічну функцію активації використовують при рішенні задач класифікації та регресії.

Сфера застосування багатошарових персептронів із зворотнім поширенням помилки є розпізнавання образів, обробка сигналів, автоматичне керування. Відомими додатками в яких використовується MLP є NETtalk, та ALVINN. Перший використовується для вимовляння англійського тексту, а другий для керування автономним транспортним засобом. Крім цього MLP використовують в технологіях оптичного розпізавання тексту (OCR).

Мережа радіальної базисної функції RBFN. Представлена на рис. 4.3. Функція авктивації і-го блоку має наступний вигляд:

$$w_i = R_i(x) = R_i\left(\|x - u_i\| / \sigma_i\right),\ i = 1, 2, ..., H, \tag{4.10}$$

де x – багатовимірний вхідний вектор; u_i – вектор з аналогічною розмірністю до вектору x; H – кількість радіальних базисних функцій; $R_i(x)$ – і-та радіальна базисна функція з єлиним максимумом на початку координат.

Вхідний та прихований шари зєднуються ланками без вагових функцій. Зазвичай в якості радіальної базисної функції R(x) приймають функцію Гаусса:

$$R_i(x) = \exp\left(-\frac{\|x - u_i\|^2}{2\sigma_i^2}\right), \tag{4.11}$$

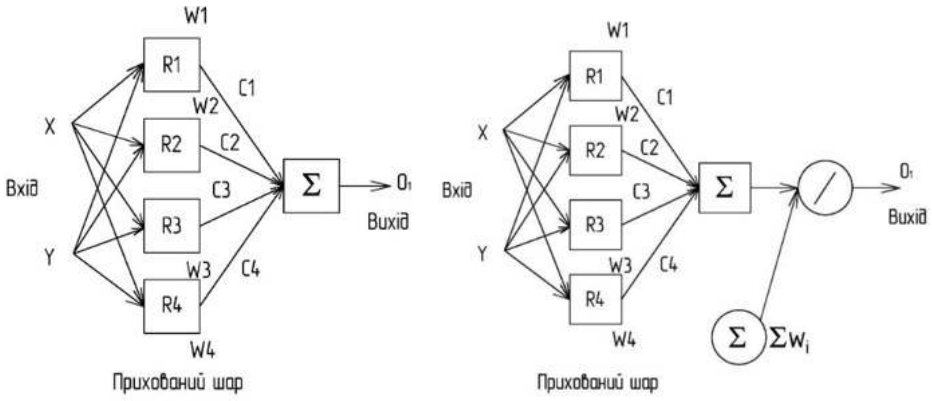
або логістичну функцію

$$R_i(x) = \exp\left(\frac{1}{1 + \exp\left[\|x - u_i\|^2 / \sigma_i^2\right]}\right), \tag{4.12}$$

Вихідне значення радіальної базисної функції обчислюється за допомогою двох методів. Перший метод відображений на рис. 4.3, а полягає в обчисленні зваженої суми вихідних значень кожного блоку (у випадку рис.4.3, а вихідного блоку прихованого шару). Розрахунок зваженої суми виконується за наступною залежністю:

$$d(x) = \sum_{i=1}^{H} c_i w_i = \sum_{i=1}^{H} c_i R_i(x), \tag{4.13}$$

де c_i – вихідне значення повязане з і-м блоком;



а б

Рис. 4.3. Схема мережи радіальних базисних функціїй: а) з використанням зваженої суми; б) з використанням середньої зваженої суми

Іншим методом визначення виходу RBFN є розрахунок середнього зваженого значення, рис. 4.3, б. Розрахунок виконується за наступною залежністю:

$$d(x)=\frac{\sum_{i=1}^{H} c_i w_i}{\sum_{i=1}^{H} w_i}=\frac{\sum_{i=1}^{H} c_i R_i(x)}{\sum_{i=1}^{H} R_i(x)}. \qquad (4.14)$$

Використання методу середнього зваженого є більш складнішим в обчислювальному плані, проте цей метод дає більш точніший результат.

Однією із варіацій мережи радіальної базисної функції є варіація Моода-Даркена, відмінність якої полягає в присвоєнні лінійної функції виходу прихованого блоку (тобто функції c_i). В роботі [4] зазначається, що RBFN Моода-Даркена для моделювання хаотичного часового ряду Маккі-Гласса показав кращі результати чим класичний RBFN. Крім цього здатність апроксимації може бути покращена за рахунок контрольованих коригувань функцій центру та форми радіального базису.

4.4. Загальні принципи моделі машинного навчання

Навчання із підкріпленням є основною моделлю машинного навчання і полягає в навчанні методом проб і помилок за допомогою чого обчислювальний агент вчится виконувати відповідну дію.

В цілому можна виділити чотири основні чотири основні архітектури навчання з підкріпленням: **1) тільки стратегічна; 2) підкріплене порівняння; 3) адаптивна еверстична критика; 4) Q-навчання**.

Задача про навчання із підкріпленням через її універсальність використовується в багатьох напрямках науки, таких як теорія ігор, теорія керування, статистика, генетичні алгоритми тощо.

Простим прикладом для розуміння навчання із підкріпленням є задача під назвою «подорож із джекпотом». Мета задачі знайти оптимальний шлях, який приведе до винагороди. В даному випадку рух поинається із певної точки. Вся ділянка простору до винагороди розбивається на мережу доріг. На кожному повороті встановлюється умовна опорна точка. При досягненні цієї опорної точки ми отримуємо підказку в якому напрямку рухатись. Підказка базується на двох варіантах. Якщо опорна точка має чорний колір то нам необхідно рухатись в одному напрямку, якщо точка білого кольору то необхідно рухатись в протилежному напрямку. Таким чином методом проб і помилок ми знаходимо оптимальний шлях.

Проте виникає питання чи можливо використовувати такий метод для більшості задач оптимізації. Якщо продовжити розгляд поставленої задачі на прикладі ігор, то виявляється такий метод не підходить для досягнення перемоги при грі в шахи. Причина полягає в тому, що при грі в шахи ми маємо велику варіацію ходів без зазначення того чи наближаємось ми до перемоги чи ні. Така задача має проблему часового розподілу кредитів. В цьому випадку нам необхідно визначити, яку частину структури нам необхідно змінити і в якій мірі, щоб підвищити шанси на перемогу. Одним із вірантів рішення такої проблеми є введення функції оцінювання. В цілому ми приходимо до широкого кола задач в яких навчання відбувається із затримкою підкріплення, при якій тимчасова послідовність вхідних векторів стану спрямована на оптимізацію функції оцінки. Функція оцінювання створює скалярні значення станів, які допомагають у пошуку оптимальних траєкторій [44, 60, 63, 97].

Основними проблемами функції оцінки є: 1) як розробити ефективну функцію оцінювання; 2) як зберігати функцію оцінки; 3) як налаштувати функцію оцінки. Крім цього при виборі функції оцінки потрібно співвідносити два головні параметра – точність функції оцінки та її вартість.

Функції оцінки можна зберігати у вигляді таблиць, символьних правил, дерев рішень або параметричних апроксиматорів [21].

4.5. Особливості використання адаптивної мережі нейронно-нечіткого висновку ANFIS при моделюванні процесу дроблення матеріалів

Аналізуючі останні дослідження в області проектування дробильних машин стає зрозумілим, що в більшості випадків для розрахунку таких параметрів, як потужність, продуктивність або загальні енергозатрати використовуються емпірічні залежності, які постійно вдосконалюються. Так, наприклад, для розрахунку енергозатрат в теорії Бонда існує такий параметр, який має назву індекс роботи по Бонду. За останні десятиліття даний параметр покращувала велика кількість дослідників. В роботі [9] зазначається, що при використанні теорії Бонда до розрахунку реальної дробильної системи було зафіксовано значне перевищення енергозатрат в порівнянні з фактичним її значення на реальній дробарці. З іншого боку закони Ріттінгера та Кірпічева-Кіка при опису енергозатрат використовують різні теоретичні бази. Закон Ріттінгера грунтується на утворенні нових поверхонь, а закон Кірпічева-Кіка на утворенні нових об’ємів. В зв’язку з цим закон Кірпічева-Кіка краще описує процеси дроблення, а закон Ріттінгера процеси помолу.

Основними параметрами, які впливають на продуктивність дробильної системи є розміри вхідного отвору, розміри вихідного отвору, частота коливань робочого органу, кут захвату. Як бачимо з попередніх розділів ці параметри можуть варіювати в значних межах, крім цього існують різні методики визначення цих параметрів.

Таким чином важливим при проектуванні дробильної системи є врахування даних, які надають виробники дробильного обладнання та проектувальники такого обладнання. Проте в роботі [10] зазначається, що реальні конструкції дробильного обладнання створюються із значним запасом міцності, що пов’язано із неврахуванням в розрахунках багатьох реальних факторів, які відбуваються при дробленні матеріалів, і які зазначались раніше в роботі.

Виходячи із зазначеного вище існує потреба у створенні системи, яка буде на етапі проектування визначати необхідні параметри механічного режиму дробильної машини в залежності від поставлених умов, а також в подальшому приймати участь в оптимізації робочого процесу.

Спроба прив’язати енергозатрати та продуктивність дробарки до фізичних властивостей породи проводилась в роботі [11]. В роботі встановлена емпірична залежність між характеристиками міцності матеріалу гірських порід і споживаною потужністю дробарки, та розміром вихідного матеріалу для конусної дробарки.

Для оптимізації енергоефективності дробильної системи необхідно правильно моделювати робочі процеси, які відбуваються під час дроблення. Моделювання на основі даних про споживання енергії під час процесу дроблення може бути виконано за допомогою методу м’яких обчислень [12]. Мережа ANFIS використовує метод м’яких обчислень [13], тому краще підходить до вирішення задачі оптимізації продуктивності та енергоспоживання дробильних систем ніж інші нейронні мережі.

4.6. Побудова та дослідження кластерної моделі для класифікації параметрів механічного режиму дробильного обладнання

Кластеризація даних широко використовується для організації, поділу на категорії даних, стиснення даних та побудови моделей. Поширеними методами кластеризації даних, які використовуються нейронними мережами є: K-середнє (чітка або жорстка кластеризація), C-середнє (нечітка або м'яка кластеризація), метод гірської та субтрактивної кластеризації. В роботі розглянемо поширену кластеризацію K-середнє та C-середнє.

Поділ даних на окремі кластери вимагає наявності функції подібності, яка приймає на вхід параметри, а на виході ми отримуємо значення, що відображає подібність елементів кластера. Так як більшість вхідних параметрів є чутливими до діапазонів зміни їх значень, тому вони повинні бути нормалізовані в межах деякого параметру. Методи кластеризації використовуються в поєднанні з мережами радіальних базисних функцій або нечітким моделюванням.

K-mean. Застосовується при стисненні зображень або текстових даних, попередньої обробки даних для моделювання систем із використанням радіальних мереж базисних функцій та декомпозиції завдань у гетерогенних архітектурах нейронних мереж.

Алгоритм k-mean розбиває набір даних на групи і знаходить центри в кожній групі (ценртоїди). В свою чергу функція вартості або міри приналежності мінімізується. Функція вартості може бути визначена наступним чином:

$$f(w) = \sum_{i=1}^{c} f(w)_i = \sum_{i=1}^{c} \left(\sum_{k, x_k \in G_i} \left\| x_k - c_i \right\|^2 \right), \tag{4.15}$$

де $f(w)_i$ – є функція вартості в кожній окремій групі i; G_i – згруповані дані (кластери); c_i – центроїд; x_k – набір даних (векторів); c – кількість кластерів.

Розділені групи даних визначаються матрицею належності M, в якій елемент m_{ij} може приймати значення або 1 або 0. Алгоритм прийняття відповідного значення буде мати наступний вигляд:

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ якщо } \left\| x_j - c_i \right\|^2 \le \left\| x_j - c_k \right\|^2, \text{ для кожного } k \ne i, \\ 0 \text{ в іншому випадку.} \end{cases} \tag{4.16}$$

Центроїд можна визначити наступним чином:

$$c_i = \frac{1}{|G_i|} \sum_{k, x_k \in G_i} x_k, \tag{4.17}$$

де $|G_i|$ є величина G_i.

Основні кроки алгоритму k-mean наступні: 1) визначення центроїда c_i, зазвичай це досягається шляхом випадкового вибору точок із даних; 2) визначення матриці належності m_{ij}; 3) визначення функції вартості, та порівняння її з певним значенням допуску; 4) оновлення значення центроїда.

Продуктивність алгоритму, k-mean залежить від початкових позицій центрів кластерів, тому доцільно або використовувати деякі зовнішні методи для пошуку хороших початкових центрів кластерів або запускати алгоритм кілька разів, кожен з іншим набором початкових центрів кластерів.

Нечітка кластеризація C-mean (FCM). Це алгоритм в якому кожна точка даних певною мірою належить до кластеру. Таким чином кластеризація c-mean є більш м'якою в порівнянні із жорсткою кластеризацією k-mean. Точка при кластеризації c-mean може належати до кількох груп із відповідним ступенем приналежності між 0 і 1. Функція вартості реалізовується на основі на основі наступної залежності:

$$f(w) = \sum_{i=1}^{c} f(w)_i = \sum_{i=1}^{c} \sum_{j}^{n} u_{ij}^m d_{ij}^2, \tag{4.18}$$

де u_{ij} приймає значення між 0 та 1; $d_{ij} = ||c_i - x_j||$ - евклідова відстань між центром i-го кластера та j-ю точкою даних; m $\epsilon[1,\infty)$ – ваговий показник.

Умовою досягнення бажаного результату функцією представленою в залежності (4.19) є параметри центроїд та матриця відповідності, які визначаються за наступними залежностями:

$$c_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} u_{ij}^m x_j}{\sum_{j=1}^{n} u_{ij}^m}, \tag{4.19}$$

та

$$u_{ij} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{c} \left(\frac{d_{ij}}{d_{kj}} \right)^{2/(m-1)}}, \tag{4.20}$$

Послідовність роботи алгоритму c-mean можна описати наступним чином: 1) визначення матриці відповідності із випадковими значеннями між 0 та 1; 2) розрахунок центроїдів нечітких кластерів; 3) визначення функції вартості, та порівняння її з певним значенням допуску; 4) розрахунок нової матриці відповідності u.

Метод кластеризації c-mean можна використовувати до розподілу на кластери параметрів механічного режиму дробильних машин та подальшого прогнозування їх розподілу.

Для початку розглянемо визначення потужності, щокової дробарки на основі енергетичної гіпотези Кірпічева-Кіка. Сама залежність для визначення потужності наведена в джерелі [2] і має наступний вигляд:

$$N = \frac{\sigma^2 \times L \times n}{3.8 \times E} \left(D^2 - d^2 \right), \tag{4.21}$$

де D – розмір куска вихідного матеріалу, м; d – розмір продукту дроблення, м; σ – границя міцності на стиск матеріалу, який руйнується, МПа; L – довжина камери дроблення, м; n – частота обертів ексцентрикового валу, об/с; E – модуль пружності матеріалу, який руйнується, ГПа.

В роботі [5] зазначається, що потужність розрахована по залежності (4.21) перевищує реальні значення потужностей дробильних машин. Проте в роботі [5] розглядаються радянські зразки технікі і які є застарілими на сьогодні. Для визначення коефіцієнта пропорційності були розраховані відповідні значення потужності на основі залежності (4.21) для машин, які були прийняті в критеріальному аналізі в розділі 1. Значення розрахованої та реальної потужностей, а також коефіцієнтів подібності наведені в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1. Потужності щокової дробарки та коефіцієнти подібності

Модель дробарки	Розрахункова потужність, кВт	Реальна потужність, кВт	Коефіцієнт пропорційності
Meka MJ110	552,298	132	4,18
TyssenKruppEB12-10N	776,875	132	5,88
Metso C120	650,954	160	4,068
Telsmith 3258	854,93	149	5,73
Sandvik CJ412	555,4	132	4,2

Із таблиці 4.1 стає зрозумілим, що значення потужності розраховані по залежності (4.21) перевищують значення реальної потужності дробильних машин в 4-5 разів. В роботі [5] причина значного перевищення розрахункових значень потужності полягає в прийманні максимального розміру дробильного матеріалу, який потрапляє в камеру дроблення. Тобто камера дроблення дробарки по довжині звужується в напрямку розвантажувального отвору і через це вона не може бути заповнена повністю кусками максимального розміру. Проте якщо прийняти, що в камеру дроблення потрапляє по одному куску максимального розміру, то формула буде давати завищені значення і потребуватиме коригування, за допомогою відповідних коефіцієнтів. З іншого боку енергетичну залежність по визначенню потужності дробарки також входять параметри фізичних характеристик матеріалу, які також мають свій вплив на завищенні значення потужності.

Розглянемо вплив на коефіцієнт пропорційності розміру вхідного матеріалу дробарки, а також його міцності. З цією метою були побудовані відповідні графіки рис. 4.4 та рис. 4.5.

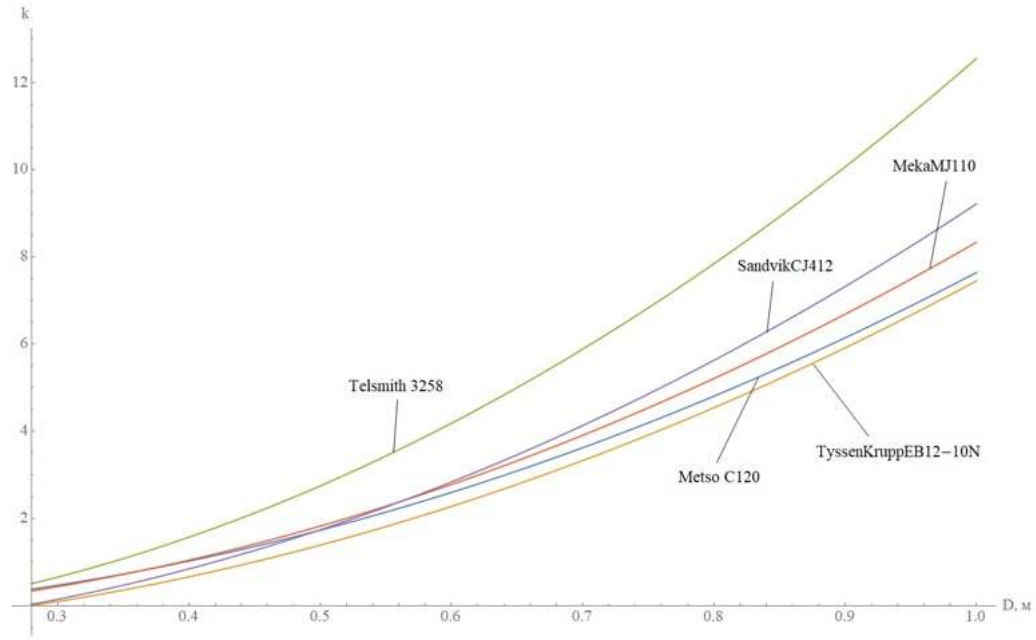


Рис. 4.4. Вплив розміру матеріалу на енергетичний коефіцієнт для щокових дробарок із складним рухом щоки

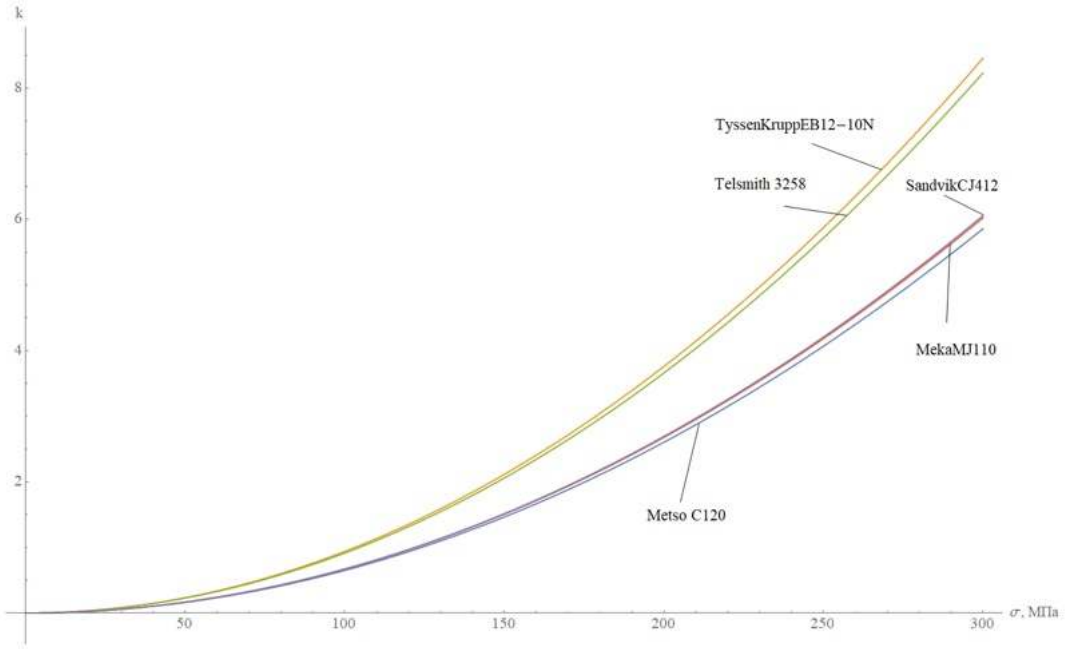


Рис. 4.5. Вплив міцності матеріалу на енергетичний коефіцієнт для щокових дробарок із складним рухом щоки

Із графіка рис.4.4 стає зрозуміло, що якщо прийняти запропоноване значення для вхідного матеріалу в роботі [5] розміром 0,5 від максимального, то це зменшить коефіцієнт пропорційності в двічі. Звісно додатково в роботі [5] пропонується введення поправочного коефіцієнта b, який враховуватиме число кусків, які можуть вкластись по довжині камери дроблення, проте цей

коефіцієнт визначається на основі грубого заокруглення і не враховує той факт, що по довжині може розміститись не максимальне значення кусків. З іншого боку залежність (4.21) буде виконуватись, якщо розмір матеріалу буде в межах 0,3 - 0,45 м. Із графіка 4.5 стає зрозумілим, що на коефіцієнт пропорційності, також впливає міцність матеріалу. Так для дробарок розмірами в межах 900х1200 мм потужність розрахована за формулою (4.21) наближається до розрахункової за умов міцності матеріалу в межах 100-130 МПа. Тобто залежність (4.21) виконується без врахування коефіцієнтів b та k, за умов руйнування матеріалу відповідної міцності, вказаної вище. Таким чином врахування коефіцієнту b, та k в роботі [5] наближає розрахункові значення потужності за формулою (4.21) до реальних, але разом з тим вносить в залежність долю емпіризму, не враховуючи всі можливі випадки розміщення матеріалу, а також фізику процесу. Ґрунтуючись на цьому більш вірним шляхом буде введення в залежність (4.21) коефіцієнтів, які будуть враховувати геометрію робочих тіл, та фізичні властивості структури матеріалів, що руйнуються. Проте визначення коефіцієнтів ґрунтуватиметься на основі аналізу параметрів існуючих дробильних машин із використанням мережі нейронно-нечіткого висновку.

Приймаючи коефіцієнт пропорційності в залежності (4.21) в межах k=0.3-0.5, розглянемо кластерну задачу вплив потужності на продуктивність щокових дробарок.

Реалізацію задачі будемо виконувати за допомогою мови програмування python та відкритих бібліотек для моделювання нейромереж. Основний принцип полягає в передачі деякого об’єму даних в обчислювальний модуль на базі мови програмування python. Після чого на основі розглянутого вище алгоритму нейронної мережі, програма розбиває вибірку на декілька кластерів. Нейронна мережа на основі відповідного алгоритму визначає до якого кластеру віднести новий набір даних. Таким чином побудована модель може вирішувати задачу класифікації. В даному випадку ми проведемо дослідження на основі параметрів для щокової дробарки. В подальшому

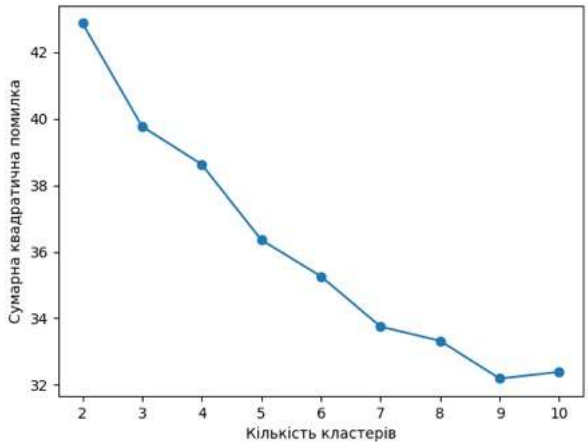
задачу можна розширити на класифікацію по типорозміру або по різним класам машин.

Весь код програми наведено в додатку А, рис. А.13. В цілому структура коду наступна. Для виконання розрахунків необхідно імпортувати наступні бібліотеки: 1) для роботи з багатовимірними масивами; 2) для аналізу та обробки табличних даних; 3) для роботи з нечіткою логікою; 4) для створення графіків. Вихідний код таких бібліотек знаходиться у відкритому доступу. А бібліотека для роботи з нечіткою логікою побудована на методах розглянутих раніше в роботі. Вихідними даними для задачі кластеризації будуть слугувати значення розрахованої потужності по залежності (4.21) з врахуванням середнього значення енергетичного коефіцієнта k_c=0.216 та значення продуктивності розраховане по залежності (1.7). Занесемо ці дані в таблицю А.7 додатку А, яка містить значень параметрів для щокових дробарок.

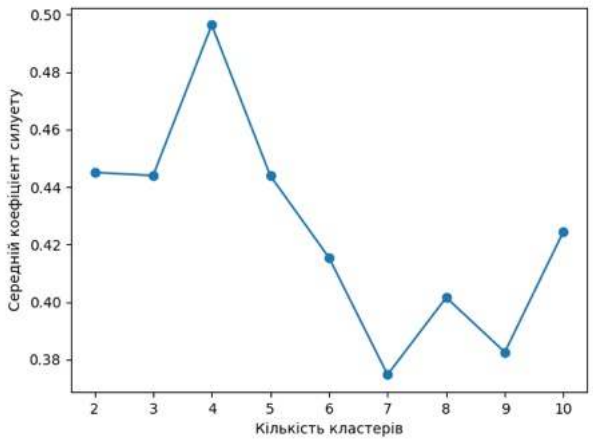
Для визначення оптимального значення кластерів можна скористатись декількома техніками: 1) метод ліктя (Elbow Method); 2) коефіцієнт силуету (Silhouette Score); 3) індекс Сіє-Бені (Xie-Beni Index).

На основі графіків 4.6 приймаємо оптимальне значення кількості кластерів рівним 4. Наступним параметром яким потрібно задатись є фактор нечіткості m. Чим більше значення m тим менш чіткими будуть межі між кластерами і тим більше об’єкти можуть належати до кількох кластерів з різними ступенями приналежності. Поширеним значенням фактору нечіткості є 2, яке дає збалансовані значення між нечіткістю та точністю.

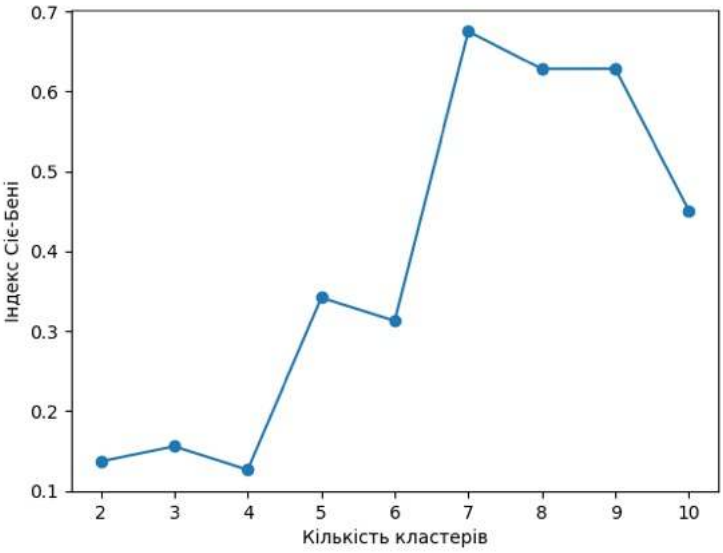
Кількість ітерацій можна прийняти в межах 500. Підвищення кількості ітерація суттєво не змінює загальну картину. Кількість ітерація визначає максимально допустиму кількість циклів обчислень для знаходження оптимальних центрів кластерів і ступенів приналежності. Значення допуску до збіжності приймаємо рівним 0.0001.



а



б



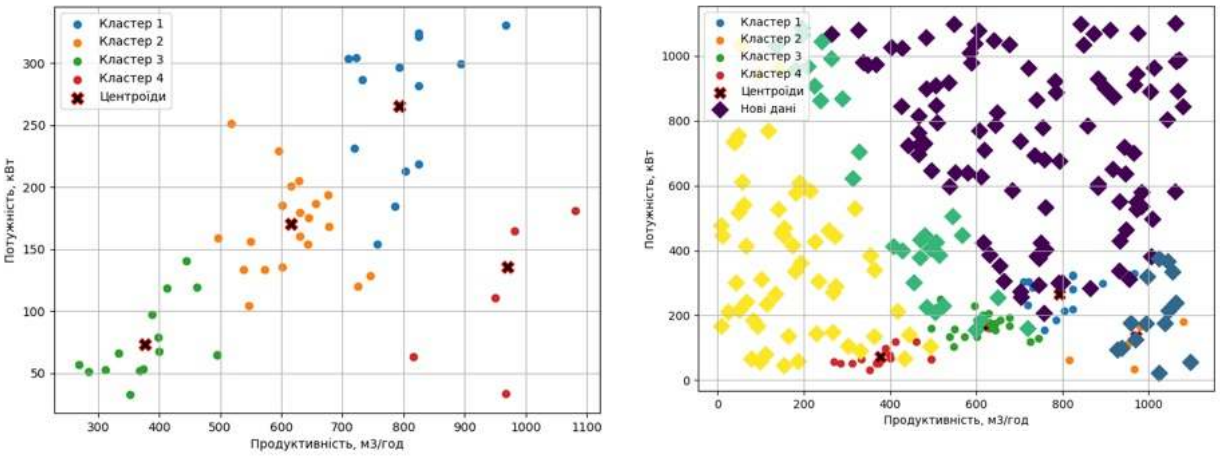
в

Рис. 4.6. Графіки до визначення оптимального числа кластерів: а- метод ліктя; б - коефіцієнт силуету; в - індекс Сіє-Бені

На основі прийнятих вище даних будуємо графік кластеризації щокових дробарок за параметрами потужності та продуктивності, рис. 4.7, а, та з використанням даних таблиці А.7 додатку А.

З графіка ми бачимо розподіл даних на 4 групи. Для цих груп були визначені відповідні центри – центроїди. Тепер наступним кроком є додавання точок з довільним значеннями продуктивності та потужності. На основі побудованої моделі система визначить до якого класу відноситься щокова дробарка. Графік із доданими новими даними представлена на рис. 4.7, б.

Створена кластерна модель дозволить автоматизувати процес вибору дробильної машини на основі її параметрів механічного режиму.



а б

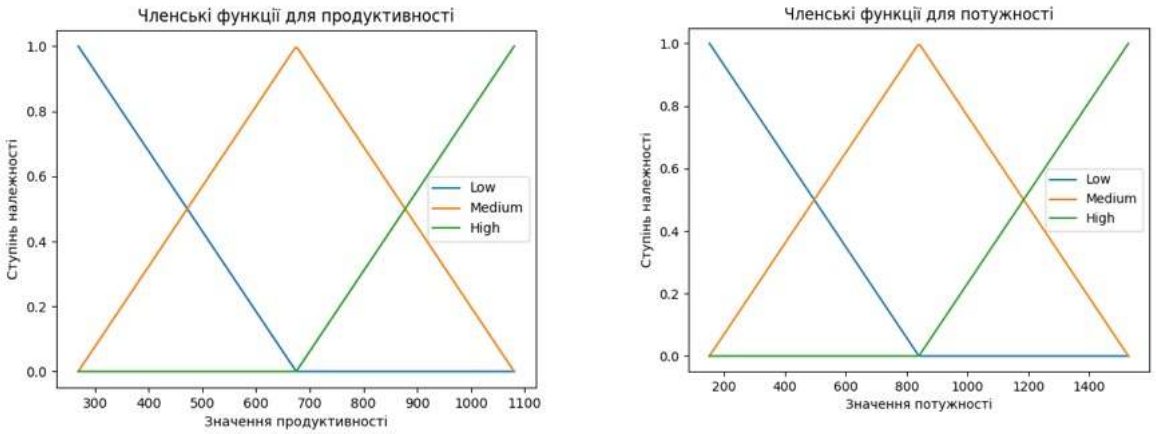
Рис. 4.7. Кластеризація щокових дробарок по параметрам продуктивності та потужності: а – кластерна модель; б – модель із доданими новими значеннями

4.7. Побудова та дослідження моделі ANFIS з метою оптимізації проектування дробильного обладнання

Як зазначалось раніше значення потужності в таблиці А.7 додатку А розраховані на основі залежності (4.21), яка видає завищені значення. На основі реальних значень потужності щокових дробарок були встановлені відповідні коефіцієнти для кожного типу дробильної машини. На основі підготовлених даних було визначено середнє значення цього коефіцієнту, яке складає k= 0.2162. Звісно використання середнього значення також дає значні відхилення потужності для кожного окремого типу дробарки.

Нами був підготовлений алгоритм на основі адаптивної нейронної нечіткої мережі. Загальна структура скрипту наведена на рис. А.14 в додатку А. Скрипт має наступні етапи виконання. В програму передаються вхідні дані в яких визначаються набір параметрів. В нашому випадку ми прийняли два параметри, це потужність та продуктивність. Вихідним параметром було прийнято коефіцієнт пропорційності для розрахункових значень потужності. Хоча в цілому можна було прийняти набір параметрів, який входить у

залежність для визначення потужності (4.21). В подальшому планується розвивати дану модель. Після отримання вхідних параметрів, алгоритм створює нечіткі множини. Потім відбувається процес перетворення значень вхідної змінної в нечіткі значення, який має назву фазифікації. Далі створюються логічні правила з метою підготовки моделі для визначення вихідного параметру.



а б

Рис. 4.8. Членські функції приналежності параметрів щокових дробарок: а – продуктивності; б - потужності

Із особливостей слід відмітити, використання трикутної функції приналежності, при створенні нечіткої множини та застосування на останньому шарі моделі лінійної регресії для коригування вихідних параметрів. Графіки для членських функцій приналежності зображені на рис. 4.8.

На основі членських функцій, процесу фазифікації, нечітких правил та вагових коефіцієнтів та регресійної моделі була створена модель для визначення коефіцієнтів пропорційності. Графік порівняння реальних даних для коефіцієнту пропорційності взятих із таблиці А.7 додатку А та розрахованих даних на основі адаптивної нейро-нечіткої моделі представлено на рис. 4.9.

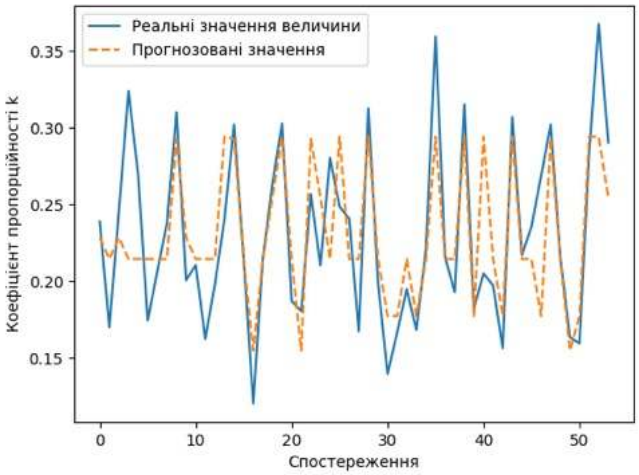


Рис. 4.9. Графік значень коефіцієнта пропорційності на основі моделі ANFIS

З графіка рис. 4.9 видно що прогнозовані значення на основі ANFIS є в цілому допустимими. Для оцінки реальних значень були підготовлені тестові значення параметрів потужності, продуктивності та енергетичного коефіцієнта, таблиця А.8, додаток А. Тут слід зазначити, що навчання моделі виконувалось на дробильних машинах з розмірами вхідних отворі 900х600, 900х1200, 1200х1500. Тому для інших розмірів вхідних отворів коефіцієнти пропорційності можуть мати більші значення відхилень.

На основі проведеного дослідження можна зазначити, що середнє значення похибки складає 11%. Така похибка є чималою проте слід зазначити, що навчальна модель не включала в себе дробарки з простим рухом щоки. Значення відхилення коефіцієнт можна покращити за рахунок наступних дій: 1) збільшити навчальну модель по типу машин; 2) змінити або збільшити кількість вхідних параметрів; 3) використовувати інші членські функції; 4) використання інших методів визначення максимуму функції.

Звісно, що класична модель ANFIS має обмеження по вхідним параметрам, тому для роботи із великою кількістю параметрів необхідно використовувати більш складні нейромережі.

Дану модель ANFIS можна використовувати при визначенні інших параметрів механічного режиму щокової дробарки, за умов обґрунтування,

складності визначення таких параметрів на початкових етапах проектування дробильної машини. Звісно до недоліків використання такого методу можна віднести, не прямий зв'язок із іншими параметрами машини та фізичними характеристиками робочого середовища. В даному випадку цей зв'язок вибудовується в нейромережі і є закритим. Перевагами такого методу є можливість побудови системи із зворотнім зв’язком, яка може підлаштовуватись під зміни характеристик машини та робочого середовища і яка може враховувати значну кількість параметрів.

На основі розглянутого вище методу визначення коефіцієнта пропорційності, запропоновано модифіковане рівняння для визначення потужності процесу дроблення, яке має наступний вигляд:

$$N = \frac{k_{an}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\sigma^2 \times L \times n}{3.8 \times E}\left(D^2 - d^2\right), \qquad (4.22)$$

де $k_{an}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)$ - коефіцієнт пропорційності визначений на основі адаптивної нейро-нечіткої мережі.

4.8 Стохастичний опис кінетики процесу дроблення

Функціонування складної системи, такої як дробильна машина, може відбуватися при дії вхідних випадкових керованих сигналів (функцій, процесів), а також при різних випадкових збурюваннях (шумів). Тому процеси, що відбуваються в таких системах, є випадковими, а самі системи мають назву стохастичні. Для вивчення таких систем будуються відповідні математичні моделі. Математичний опис системи в загальному будується на основі простору станів. Теорія простору станів відповідає визначенню системи за допомогою наступної пари параметрів (t,x), де t є час, який належить множині $t \epsilon T$, а x(t) – n-мірний випадковий вектор, що належить множині $x \epsilon X$.

Пару (t,x) називають подією або фазою, а множину (T, X) простором подій або фазовим простором системи.

Основними моделями в інженерних та наукових дослідженнях є динамічні структури із зосередженими параметрами. Розвиток безперервних систем описується звичайними диференціальними рівняннями, а дискретних – рекурентними або рівняннями різниць.

Динаміка безперервних стохастичних систем може бути охарактеризована рівнянням Ланжевена:

$$dX_t = \varphi(x,t) + \sigma(x,t)u + H(x,t)V(t), \qquad (4.23)$$

де φ(x,t) – векторна нелінійна функція; σ(x,t) та H(x,t) – матрична нелінійна функція; V(t) – n-мірний вектор центрованого гаусівського білого шуму із симетрично додатнім визначенням матриці інтенсивності G(t) і матрицею кореляційних функцій K_v (t,t); u – r-мірна (r<<n) векторна функція керування.

Матриця кореляційних функцій визначається наступним чином:

$$K_v(t,t) = G(t)\delta(t-t'), \qquad (4.24)$$

де δ(t) – дельта-функція Дірака.

Дискретною автоматичною системою називається така в якій хоча б в одному місці контура керування діє дискретний сигнал (квантований по часу або по рівню). Внаслідок квантування по часу динаміка такої системи описується різницевими рівняннями. Одним із таких рівнянь є n-мірне векторно-різницеве або ітераційне рівняння наступного виду:

$$X(h+1) = \psi(h+1, X(h)) + q(h+1, X(h))u(h) + g(h+1, X(h))V(h), \qquad (4.25)$$

де X(h) - випадковий n-мірний вектор; ψ(h+1,X(h)) - векторна функція; q(h+1, X(h)), g(h+1,X(h)) - матричні нелінійні функції; u(h) – r-мірний вектор керування (r≤n); V(h) - n-мірний дискретний гаусівський шум, що включає симетричну матрицю інтенсивності G(h) із кореляційною функцією $K_v(h,h^{/})$.

В свою чергу кореляційна функція $K_v(h,h^{/}) = G(h)\delta_h$, де δ_h є дельта-функцією Кронекера. Таким чином рівняння (4.73) та (4.74) характеризують еволюцію нелінійних систем. При лінійних функціях φ(X,t), ψ(h+1,x(h)) та

незалежності матриць σ, H, q, g від X ці рівняння описують динаміку лінійних систем.

При інтегруванні рівняння (4.24) отримуємо векторний n-мірний безперервний марківський процес X(t) першого порядку. Для повного опису марківського процесу необхідно мати дві функції, що характеризують розподіл вірогідностей: 1) функція щільності вірогідності ω_1 (X,t); 2) функція щільності вірогідності переходу або умовна функція щільності вірогідності ω_2 (X,t).

Для нескінченного n-мірного простору повинна виконуватись умова нормування:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \omega_1\left(X,t\right)dx = 1, \qquad (4.26)$$

Функція щільності вірогідності стану та умовна функція щільності вірогідності переходу визначається із диференціального рівняння Фоккера - Планка, яке записується наступним чином:

$$\frac{\partial \omega_1\left(x,t\right)}{\partial t} = -\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial}{\partial y_k}\left(A_k\left(x,t\right)\omega_1\left(x,t\right)\right) + \frac{1}{2}\sum_{k,l=1}^{n} \frac{\partial^2}{\partial y_k \partial y_1}\left(B_{k,l}\left(x,t\right)\omega_1\left(x,t\right)\right), \quad (4.27)$$

де $A_k(x,t)$ – компоненти вектора зносу (дрейфу), визначають детерміністичний рух; $B_{k,l}(x,t)$ – компоненти дифузійної матриці B(y,t).

Якщо процес розглядається в нескінченному просторі, то він повинен задовольняти також граничним вимогам типу $\omega_1(\pm\infty,t)$ по будь-якій компоненті вектора x.

Вектор дрейфу A(x,t) та дифузійна матриця B(x,t) представляють собою локальні характеристики марківського багатовимірного неперервного процесу. Ці характеристики обчислюються на основі використання рівняння (4.25) та стохастичних інтегралів. Поширеним є використання диференціалів в несиметризованій формі Ito та симетризованій формі.

Використовуючи визначення стохастичного інтеграла в симетризованій формі, отримаємо вирази для вектору дрейфу A(x,t) та дифузійної матриці B(x,t) у вигляді:

$$A(x,t)=\varphi(x,t)+\sigma(x,t)u(t)+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial H_i(x,t)}{\partial y_i}G(t)H_i^T(x,t),$$
$$B(x,t)=H(x,t)G(t)H^T(x,t), \qquad (4.28)$$

де $H_i(x,t)$ – і-ий рядок матриці $H(x,t)$.

Якщо використовувати визначення стохастичного інтегралу у формі Ito, то третій член у виразі (4.28) буде відсутнім. Якщо матриця $H(x,t)$ не залежить від вектору x, то формули для вектору дифузії при визначенні стохастичного інтегралу симетризованій та несиметризованій формі співпадають.

Для розрахунку рівняння (4.27) необхідним є визначення щільності вірогідності. З цією метою можна скористатись декількома методами: 1) метод кінцевих різниць, який ґрунтується на наближених ітераційних процедурах, шляхом дискретизації рівняння по часу та заміни векторів A та B на їх прирости відповідно; 2) метод Монте-Карло; 3) спектральні методи.

На основі викладеної стохастичної теорії протікання процесів розглянемо процес руйнування матеріалу в камері дроблення дробильних машин. Опис кінетики процесу в дробильних машинах будемо проводити на основі використання енергетичних законів руйнування.

Спочатку приймемо наступні положення. Крупність частинки руйнування буде визначатись величиною x, тоді швидкість процесу дроблення можна визначити, як dx/dt. В свою чергу швидкість процесу дроблення можна визначити, як суму середньої швидкості плюс параметр, який визначає відхилення від середньої швидкості $\delta(t)$. В цілому рівняння можна записати наступним чином:

$$\frac{dx}{dt}=\frac{dx_c}{dt_c}+\delta(t), \qquad (4.29)$$

де $\delta(t)$ – випадкова дельта – корельована функція часу інтенсивності b.

На наступному кроці необхідно задатись рівнянням енергетичних затрат на процес руйнування. В даному випадку розглянуті енергетичні гіпотези в другому розділі можна об’єднати, одною залежністю:

$$dE = -k\frac{dx}{x^n}, \tag{4.30}$$

де k – коефіцієнт пропорційності; x – середній розмір матеріалу; n – показник степені, що залежить від крупності матеріалу. Якщо приймати показник степені, в якості цілого числа від 1 до 4 будемо отримувати різні енергетичні закони.

Підставляючи рівняння (4.30) в (4.29) отримаємо наступну залежність:

$$\frac{dx}{dt} = -mx^n + \delta(x), \tag{4.31}$$

де m =1/k-dE/dt – коефіцієнт, який залежить від закону зміни питомої енергії дроблення.

Таким чином випадковий процес дроблення може бути описаним за рахунок одномірної щільності вірогідності $\omega_1(x,t)$, яка за своїм смислом аналогічна диференціальній характеристиці крупності матеріалу, в момент часу t.

Як зазначалось раніше для визначення щільності вірогідності необхідно скористатись рівнянням (4.27). В спрощеному вигляді рівняння (4.27) можна записати наступним чином:

$$\frac{\partial\omega_1(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(A(x,t)\omega_1(x,t)\right) + \frac{\partial^2}{\partial^2 x}\left(B(x,t)\omega_1(x,t)\right), \tag{4.32}$$

Таким чином на основі рівняння (4.31) ми можемо записати наступне:

$$\frac{\partial\omega_1(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(mx^{f(x)}\omega_1(x,t)\right) + \frac{\partial^2}{\partial^2 x}\left(B(x,t)\omega_1(x,t)\right), \tag{4.33}$$

Вирішити рівняння (4.33) можна аналітичним або чисельним шляхом. В свою чергу аналітичне рішення має деякі складнощі. Розглянемо спочатку аналітичне рішення. Методи аналітичного рішення рівняння (4.33) можна поділити на наступні: 1) потенціальної функції або інтегрального множника; 2) розклад за власними функціями.

Розглянемо рішення із використанням першого методу. Граничними умовами будуть наступні: 1) коефіцієнт дифузії є константа; 2) $\omega_1 = 0$.

Друга гранична умова зазначає, що розглядається стаціонарний випадок, тобто коли t=0, а саме розподіл ймовірності більше не змінюється із часом.

В такому випадку ми можемо записати рівняння (4.33) наступним чином:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(mx^{f(x)}\omega_1(x)\right)=-\frac{\partial^2}{\partial^2 x}\left(B(x)\omega_1(x)\right), \tag{4.34}$$

Виконуючи відповідні інтегрування щільність вірогідності буде наступною:

$$\omega_1(x)=K_1 e^{-\frac{m\times x^{1+n}}{B_0\times(1+n)}}. \tag{4.35}$$

Умовою нормування є наступна:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\omega_1(x)dx=1, \tag{4.36}$$

Підставляючи в рівняння (4.36) стаціонарний розподіл отримаємо:

$$K_1=\left(\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{\kappa(x)}{B_0}}dx\right)^{-1}, \tag{4.37}$$

В кінцевому вигляді рівняння для щільності вірогідності буде мати наступний вигляд:

$$\omega_1(x)=\frac{e^{-\frac{m\times x^{1+n}}{B_0\times(1+n)}}}{\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{m\times x^{1+n}}{B_0\times(1+n)}}dx}. \tag{4.38}$$

Додатковою граничною умовою при рішенні даної задачі є визначення меж інтегрування нормувальної константи. Тут слід зазначити, що нижня межа відповідає за мінімально можливий розмір частинки, а верхня межа за максимально можливий. Для конкретної дробильної машини верхня межа по суті обмежується розміром вхідного отвору - D. Нижню межу визначити більш складніше, проте можна задатись деяким граничним рівнем мінімальної крупності, тобто d.

Рішення рівняння (4.38) можна отримати з використанням методу власних функцій або чисельно. Крім цього слід зазначити, що рішення рівняння (4.38) є стаціонарним і не враховує часову еволюцію. Для врахування зміни щільності вірогідності можна скористатись наступною залежністю:

$$\omega_1(x,t) = \omega_1(x) f(x,t), \tag{4.39}$$

де $\omega_1(x)$ – знайдений стаціонарний розв'язок; $f(x,t)$ – функція, яка відповідає за часову релаксацію.

Функцію $f(x,t)$ можна визначити на основі розкладу за власними функціями наступним чином:

$$f(x,t) = \sum_n c_n e^{-\lambda_n t} \xi_n(x), \tag{4.40}$$

де $\xi_n(x)$ – власні функції операторів Ліувілля (що містять $A(x)$ і $D(x)$); λ_n – власні значення оператора Ліувілля, що визначають швидкість затухання мод; c_n – коефіцієнти розкладу, що визначаються із початкових умов.

Тут слід зазначити, що метод розкладу по власним функціям аналогічним шляхом можна було застосувати до визначення щільності вірогідності $\omega_1(x,t)$.

Розглянемо чисельне рішення рівняння (4.40) методом скінчених різниць. Суть даного методу полягає в розв'язанні диференціальних рівнянь шляхом апроксимації похідних за допомогою кінцевих різниць.

Задаючи параметр λ_n отримуємо розклад за власними функціями в наступному вигляді:

$$f(x,t) = c_0\xi_0(x) + c_1 e^{\lambda_1 t}\xi_1(x) + c_2 e^{\lambda_2 t}\xi_2(x) + ... + c_n e^{\lambda_n t}\xi_n(x), \tag{4.41}$$

де $\xi_0(x)$ – власна функція для стаціонарного розв'язку; $\lambda_0 = 0$ – відповідає стаціонарному розв'язку $\omega_1(x,t)$; λ_n - визначають перехідні режими, які затухають з часом.

Загальний код чисельного розв'язку на основі розкладу по власним функціям згідно (4.40) представлено в додатку А (скрипт для знаходження: значень змінної часової релаксації – рис. А.15; власних функцій для різних

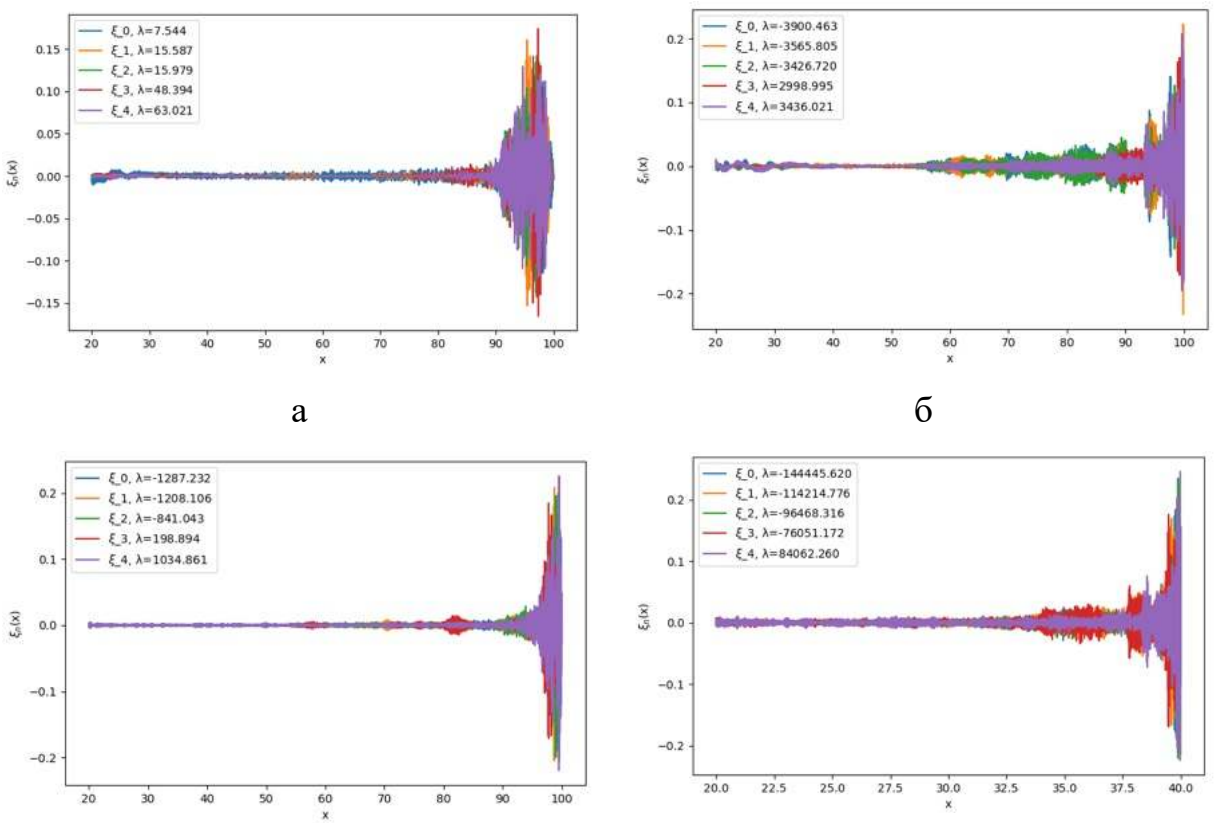
значень k та впливу коефіцієнту динамічності на відносну частоту при руйнуванні граніту – рис.А.16).

Нижче наведемо результати розрахунків на основі відповідних вихідних даних. Для цього необхідно задатись границями простору, тобто визначити межі x. Розмір продукту дроблення для щокових дробарок лежить в межах 100-300 мм, для дробарок крупного дроблення, та 20-100 мм для дробарок середнього дроблення. Для конусних дробарок середнього дроблення - 10-51 мм, мілкого дроблення 5-20 мм. Ударні дробарки з вертикальним валом – 0.01 мм - 4 мм. Ударні дробарки з горизонтальним валом середнього дроблення – 10 – 50 мм, мілкого дроблення 2- 10 мм. Валкові дробарки мілкого дроблення 0 – 8 мм, середнього дроблення – 8-50 мм.

Тут слід розуміти, що значні межі простору призводять до збільшення розрахункових потужностей або за умов недостатньої дискретизації можуть знижувати точність результатів розрахунків.

Ще одним параметром є визначення числа вузлів сітки, тобто кроку дискретизацію простору. В даному випадку, для великих діапазонів на основі розрахунків було встановлено число вузлів сітки $N \geq 5000$, для середніх діапазонів $N \geq 1000$, для невеликих діапазонів $100 \geq N \geq 500$. Хоча в цілому дані значення є відносними, тобто для менших діапазонів можна задавати і більшу дискретизацію. В цілому для знаходження оптимальних значень сітки краще використовувати відповідні алгоритми підбору. Кількість власних значень приймаємо - $\lambda_n = 5$.

На рис. 4.10 представлені графіки власних функцій Ліувілля для діапазону $20 \leq x \leq 100$ мм, та для різних значень коефіцієнта n, який визначає енергетичний закон дроблення. Як бачимо за умов значення коефіцієнту n=3, визначення функцій значно ускладняється на діапазоні 20-100 мм, тому було прийнято рішення зменшити діапазон від 20-40 мм.



а б

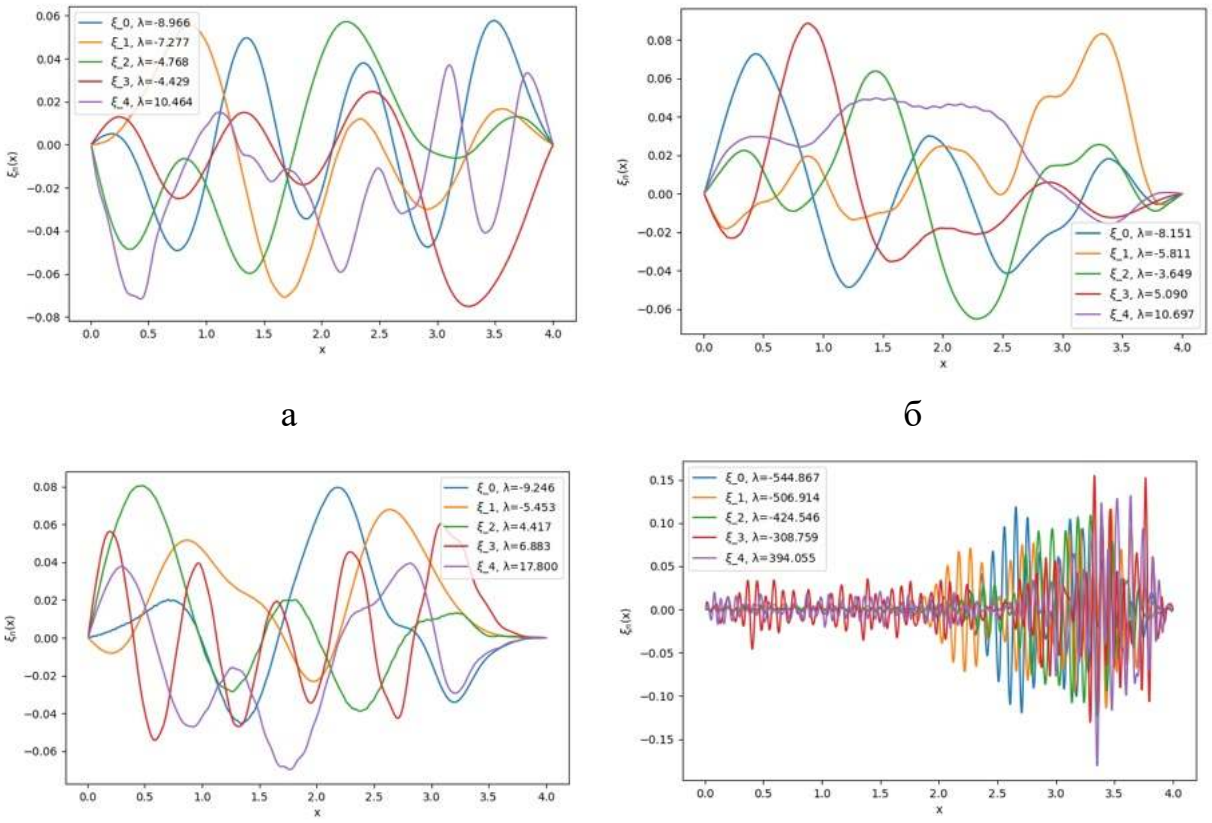
в г

Рис. 4.10. Графіки власних функцій L для розподілу в межах 20≤x≤100:

а – B_0=1, N=5000, m=1, n=1(закон Кірпічева-Кіка), λ_n =5; б - B_0=1, N=5000, m=1, n=2(закон Ріттінгера), λ_n =5; в - B_0=1, N=5000, m=1, n=1.5(закон Бонда), λ_n =5; г - B_0=1, N=5000, m=1, n=3, λ_n =5.

На рис. 4.11 представлені графіки власних функцій Ліувілля для діапазону 0.01≤x≤4 мм. З графіків 4.10 та 4.11 можна заначити, що при розгляді великих діапазонів розподілу виникає необхідність в значних розрахункових ресурсах, поділу на сітку з числом вузлів більшим за 50000. Для малих діапазонів достатньою є сітка в 1000 вузлів. З графіку 4.22 видно значні відмінності власних функцій оператора L для різних енергетичних законів. Найбільша дисипація енергії припадає на першу функцію розподілу де власне значення λ оператора L є від'ємним. В даному випадку відповідні значення λ складають: 1) для n=1 – λ = -8.966; 2) для n=1.5 – λ = -8.151; 3) для n=2 – λ = -9.246; 4) для n=3 – λ = - 544.867. Власні значення λ визначають швидкість затухання процесу. Якщо λ є від'ємним значенням то внесок відповідної власної функції $\xi_0(x)$ у розподіл $\omega_1(x,t)$ зменшується. Проте чим

більше абсолютне значення λ тим швидше система переходить в рівноважний стан. Тобто коефіцієнт λ виступає у ролі демпфера системи.



а б

в г

Рис. 4.11. Графіки власних функцій L для розподілу в межах 0.01≤x≤4:

а – B_0=1, N=1000, m=1, n=1(закон Кірпічева-Кіка), λ_n =5; б - B_0=1, N=1000, m=1, n=2(закон Ріттінгера), λ_n =5; в - B_0=1, N=1000, m=1, n=1.5(закон Бонда), λ_n =5; г - B_0=1, N=1000, m=1, n=3, λ_n =5.

Максимальні абсолютні значення належить власній функції при λ_n=5, та при λ_n=1 (рис. 4.11). В цілому така картина може відповідати процесу руйнування матеріалу в камері дроблення. Так на першому етапі зближення матеріалу з робочими органами дробильної машини відбувається значне розсіяння енергії. Далі відбувається передача енергії матеріалу та його руйнування. На основі чого вивільняється значна кількість енергії, частина із якої йде на процес руйнування. Після руйнування баланс енергії переходить в рівноважний стан.

Для рис. 4.11, г максимальне значення коефіцієнта оператора L знаходиться при $\lambda_n=1$.

Тобто перша функція розподілу відповідає моменту зближення робочого органу дробарки та матеріалу, подальші функції $\xi_n(x)$ описують процес переходу в рівноважний стан системи. Далі розглянемо вплив на систему параметрів значень оператора L, що визначають швидкість затухання мод λ_n та коефіцієнта дифузії B_0.

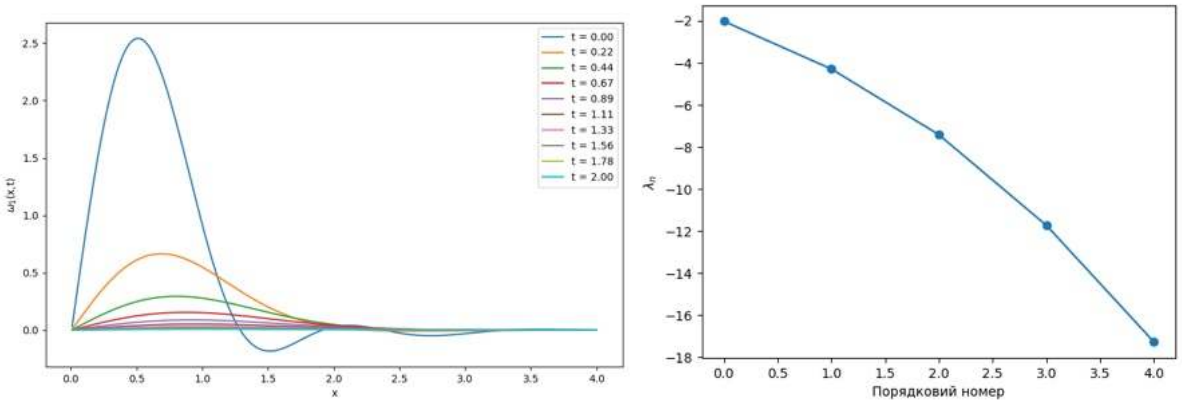
Коефіцієнт дифузії описує наскільки швидко система “розчинається” в просторі. Якщо використовувати, такий підхід до вирішення задачі руйнування матеріалів, то коефіцієнт дифузії описує наскільки швидко система приходить в рівноважний стан, тобто швидкість переходу системи із одного фазового стану в інший. Умовно кажучи перехід від суцільного матеріалу до зруйнованого. Вплив коефіцієнту дифузії на власні функції $\xi_n(x)$ у розподіл $\omega_1(x,t)$ зображено на рис. А.17 - А.19, додаток А. Графіки побудовано для трьох власних функції $\xi_n(x)$ при значення коефіцієнта дифузії B_0 = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0. На графіках значення коефіцієнту m=1 відповідає закон Кірпічева-Кіка, а m=2 відповідає закон Ріттінгера. Як бачимо в цілому із загальної картини поведінки власних функцій на графіках рис. А.17 - А.19, додаток А при коефіцієнті m=1 перехід системи у рівноважний стан є повільнішим ніж при коефіцієнті m=2. Дані графіки дають нам уявлення відносно вибору раціонального закону дроблення при необхідності отримання відповідних діапазонів готового продукту.

Власні значення оператор λ_n визначають швидкість затухання перехідних режимів. Розглянемо вплив власних значень на розподіл $\omega_1(x, t)$. Розрахунок будемо виконувати для початкового розподілу у вигляді гаусівської функції:

$$f(x) = e^{-x^2}, \qquad (4.42)$$

Таким чином на рис. 4.12, а представлено графік зміни розподілу ймовірності на певному діапазоні величин в залежності від різних часових точок.

Безпосередньо числові значення λ_n в залежності від порядкового номеру власної функції зображені на рис. 4.12, б.



а б

Рис. 4.12. Графіки: а - впливу коефіцієнту дифузії λ_n на власні функції $\xi_n(x)$ у розподілі $\omega_1(x, t)$ при різних значеннях t; б - зміна коефіцієнту λ_n в залежності від номеру власної функції $\xi_n(x)$

Як бачимо із графіків рис. 4.12, а найбільший вплив на розподіл мають перші власні функції до 5 функції. Тобто при розгляді наступних функцій значення коефіцієнту λ_n є настільки великим, що призводять до швидкого згасання власних функцій $\xi_n(x)$.

Далі розглянемо вплив коефіцієнту дрейфу на власні функції $\xi_n(x)$ розподілу $\omega_1(x, t)$. В цілому коефіцієнт дрейфу A(x,t) в рівнянні (4.27) визначає швидкість вивільнення енергії. Вище в роботі ми розглянули швидкість процесу руйнування матеріалу на основі узагальненого закону дроблення. Виходячи із цього були досліджений вплив коефіцієнту n, який визначає вид закону дроблення. Проте дисипацію енергії в залежності (4.27) визначає коефіцієнт m:

$$m = \frac{1}{k}\frac{dE}{dt}, \tag{4.43}$$

В рівнянні (4.43) зміна енергії по часу по суті є потужність, яка витрачається на процес дроблення.

Коефіцієнт k є коефіцієнтом пропорційності, який визначається експериментальним шляхом. Таким чином визначаючи роботу на процес

дроблення, можна встановити дисипацію енергії при руйнуванні матеріалів робочими органами дробильних машин.

В цілому можна зазначити, що при малих значеннях коефіцієнта m, дисипація енергії на процеси утворення зон пластичності, теплову та звукову або інші види енергії не пов'язані з утворення та магістральним зростанням тріщини є незначними і це свідчить про фазове перетворення енергії. Тобто в такому випадку ми можемо стверджувати що тіло, до якого підводиться енергія має низьку щільність або володіє фізичними властивостями не твердого тіла. В іншому випадку за умов значних значень коефіцієнта m, переважаючим типом розсіяння енергії є дисипативні сили.

Так як серед енергетичних законів фізичні властивості матеріалу явно внесені в рівняння Кірпічева-Кіка, то для дослідження впливу фізичних параметрів матеріалу на власні значення функцій будемо визначати на основі цього закону.

Тут слід зазначити, що для визначення власних функцій $\xi_n(x)$ розподілу $\omega_1(x, t)$ враховуючи енергетичний закон Кірпічева-Кіка, та саме в умовах його застосування до розрахунку затрат енергії в щокових дробарках рівняння (4.30) буде мати наступний вигляд:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{k_\sigma}{x^2} + \delta(x), \tag{4.44}$$

де k_σ – коефіцієнт пропорційності, який враховує фізичні властивості матеріалу, та особливість конструкції щокової дробарки.

Таким чином відповідні графіки власних функції $\xi_n(x)$ для поширених видів матеріалів, які будуть руйнуватись щоковими дробарками із розміром вхідного отвору 900x1200 представлені на рис. А. 20, додаток А.

З графіка рис. А. 20, додаток А можна зазначити, що дисипація енергії для різних типів матеріалів відрізняється. Такі матеріали як граніт, габбро, мармур найбільше поглинають енергії при руйнуванні. Пісчаник та вапняк мають дещо менші значення, проте ці матеріали мають широкий діапазон зміни фізичних властивостей, в роботі приймались максимально можливі значення

міцності. Такі матеріали, як крейда мають найнижчий показник розсіяння енергії.

При побудові графіків рис. А. 20, додаток А коефіцієнт дифузії B_0 приймався рівним 0.1, по причині, того, що його значення не повинно перевищувати значення коефіцієнту m, тобто врахування умови крихкого руйнування.

Далі розглянемо вплив дробильного обладнання, тобто для щокових дробарок із вхідним отвором 1500х2100. Відповідні графіки представлено на рис. А. 21, Додаток А.

З графіків рис. А. 21, Додаток А прослідковується збільшення дисипації енергії. Це може бути пов'язано із збільшенням об'єму матеріалу, збільшенням чисельних ударних процесів при переходах від руйнування міжзернового до зернового, неоптимального заповнення дробильного простору та інші.

Для конусних дробарок рівняння (4.44) буде аналогічним, відмінність тільки полягатиме в коефіцієнті k_σ, який описуватиме фізичні властивості матеріалів та характеристику конусної дробарки.

Графіки власних функції $\xi_n(x)$ для розподілу $\omega_1(x, t)$ для конусних дробарок з діаметром конуса d_k=1300 (середнього дроблення), рис. А. 22, додаток А, та для d_k=1500 (крупного дроблення), рис. А. 23, додаток А.

4.9. Використання методів реверсивного-інжинірингу при проєктуванні дробильних машин

Технологія реверсивного інжинірингу по суті є зворотною щодо класичної технології розробки та створення промислових об'єктів. Основою реверсивного інжинірингу, є обробка цифрових копій об'єктів з використанням цифрової фотокамери або 3D сканера.

На сьогодні для розв'язання прикладних задач у будівництві, архітектурі, промисловому моделюванні та мистецтві широко застосовується

фотограмметрія. Процес реверсивного інжинірингу складається з етапів 3D-сканування виробу та оброблення даних сканування після чого цифрові дані перетворюють у відповідний CAD-файл, за допомогою якого можна змінювати форму і топологію моделі відповідно до проєкту.

Фотограмметрія ґрунтується на декількох різних методах: 1) методі лазерної триангуляції (використовуються лазерні сканери), 2) методі структурованого світла (використовуються оптичні сканери). В свою чергу лазерна триангуляція є технологією машинного зору, яка використовується для отримання тривимірних даних шляхом поєднання джерела лазерного світла з камерою. Лазерний промінь і камера спрямовуються на контрольну точку. Якщо відомий кутовий зсув α між джерелом лазера та сенсором камери, різницю глибин можна виміряти за допомогою тригонометричних обчислень. Висока швидкість виявлення дає змогу відстежувати положення рухомої деталі будь-якої машини. Отримана точність може досягати однієї тисячної від відстані. За дифузного відбиття дальність може бути обмежена вимогою отримання певної відбитої оптичної потужності.

Переваги лазерного променя порівняно з іншими джерелами світла полягають у його хвильових властивостях, а саме когерентності, здатності випромінювати світло одного кольору та з однаковою орієнтацією. Однак лазерний промінь має і недоліки, які проявляються під час освітлення поверхонь із високою шорсткістю висококогерентним променем. У результаті можна спостерігати оптичне явище, під назвою спекл-ефект.

Положення точки P у системі координат відеокамери (CCS) може бути описане вектором $R^c = (X^c, Y^c, Z^c)^T$. У системі координат лазера (LSC) точка описується вектором $R^l = (X^l, Y^l, Z^l)^T$. Ці два вектори можуть бути взаємно виражені таким рівнянням:

$$R^c = R^{cP} R^P + T^{cP}, \tag{4.45}$$

де R^{cP} — матриця повороту, яка визначає поворот системи координат лазера відносно системи координат відеокамери, тобто повороти осей X^l, Y^l, Z^l на

відповідні кути α, β та γ. Вектор $T^{cP} = (T_x, T_\gamma, T_z)^T$ є вектором перенесення між системами координат.

Сьогодні більшість цифрових засобів фотографування та відеозапису зберігають додаткову інформацію. Програма для створення 3D-моделей вилучає цю інформацію та записує її у спеціальний файл, у якому зазначаються висота, кут повороту камери, дані довготи та широти. Кожному пікселю на одній фотографії відповідає відповідний піксель на інших фотографіях. Далі, якщо точку знайдено на трьох або більше фотографіях, програма обчислює координати цієї точки у просторі та зберігає їх. У процесі оброблення фотографій створюється хмара точок, яка використовується для формування полігональної сітки. Полігональна сітка — це сукупність точок і ліній, які визначають форму багатогранного об’єкта.

Для оброблення цифрових даних використовується спеціалізоване програмне забезпечення. Найпоширенішими програмами є: Geomagic Design X, Autodesk ReMake, Agisoft Photoscan, Reality Capture, Pix4D.

Найкращим програмним забезпеченням для фотограмметрії з відкритим вихідним кодом є: 3DF Zephyr, COLMAP, MeshLab, Meshroom, MicMac, VisualSFM, OpenMVG.

Основною науковою проблемою реверсивного інжинірингу сьогодні є вдосконалення алгоритмів і програмного забезпечення, а також упровадження цієї технології у виробництво. Використання реверсивного інжинірингу в поєднанні із нейронними мережами може скоротити час та оптимально розрахувати параметри механічного режиму при проєктуванні та створенні нових зразків дробильної техніки та модифікації існуючих конструкцій.

РОЗДІЛ 5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОЧОГО ПРОЦЕСУ ДРОБИЛЬНОЇ МАШИНИ З РІЗНИМИ СИЛОВИМИ НАВАНТАЖЕННЯМИ НА МАТЕРІАЛ

5.1. Вибір та огляд експериментальних методів дослідження

Розглядаючи процес руйнування матеріалу за рахунок роздавлювання або стирання поширеним є метод всебічного розтягу нескінченної пружної площини з кінцевим розрізом. В даному випадку зазначена розрахункова схема на основі якої проводять серію дослідів. В основному випробування на розтяг використовується для визначення характеристик металів. На основі таких дослідів визначаються границя міцності при розтязі, границя текучості, деформації руйнування.

Поширеним дослідами по визначенню енергії руйнування є руйнування матеріалів з використанням пресу. В основному матеріал для таких дослідів має правильну форму – це може бути форма кубу або шару. Форма робочої поверхні пресу може бути площинною або у вигляді циліндрів. Так при проведені дослідів роздавлювання граніту та мармуру у формі куба, робочою поверхнею преса у формі циліндру, руйнуюче напруження від тиску склало в середньому 145 кг/см^2 [40]. Головним недоліком використання пресу є опис статичного процесу руйнування, не врахування геометрії камери дроблення та масовості процесу. Для мягких порід є поширеним використання методу запропонованого Міжнародним товариством з механіки гірських порід (ISRM), який наведено в джерелі [99], [100], [101].

Стандартизованими методами випробування гірських порід на одноосьовий стиск є: 1) ASTM D2938-95: Стандартний метод випробування міцності на необмежений стиск непошкоджених зразків породи; 2) ASTM D3967-95: Стандартний метод випробування міцності на розрив непошкоджених зразків породи. Окремим тестом є використання клину, який вставляють в прорізь дискового зразка, а потім пресом прикладають

навантаження із протилежного боку до диска (END test). Тест дозволяє встановити зв'язок між питомою енергією дроблення та в’язкістю до руйнування [102].

В роботах [102],[103] розглянуто систему для тестування руйнування матеріалів HECT (High Energy Consumption Test), яка розроблена компанією Allis-Chalmers. Дана система призначена для визначення чистої енергії руйнування частинки, є можливість гнучкого контролю сили або переміщення, може імітувати широкий діапазон налаштувань дробарки. Основна ціль тестів HECT отримання функцій руйнування для різних розмірів вхідного матеріалу. Машина має обмеження по степені дроблення, яку рекомендується приймати в межах 1,6 до 3,3, а геометрія зразка для HECT тестів обмежується циліндричною формою кернів.

В роботі [51] для визначення зусиль на щоці та енергії дроблення використовується модель лабораторної дробарки. Максимальне зусилля визначається на основі визначення середнього значення всіх сил на протязі циклу зближення дробильних щік. Недоліком є те що визначена енергія є загальною енергією яка витрачається на процес роботи дробарки.

В роботі [41] розглянуті досліди по руйнуванню матеріалу в камері дроблення щокової дробарки з метою визначення оптимальної стадійності дроблення. В самій роботі зазначається, що дробарка оснащена пристроями для визначення сили та енергії в процесі дроблення, проте детального опису схеми зняття вимірів автори не наводять.

При розгляді теорії розповсюдження тріщини слід звернути увагу на процес дисипації енергії. На основі цього твердження розглядаються такі питання, як залежність енергії руйнування від швидкості розповсюдження тріщини, розмір та форма зони дисипації. Відповідь на поставлені питання можна отримати за рахунок проведених експериментальних досліджень і при цьому враховувати, що результати досліджень будуть залежати від дослідного зразка та навколишнього середовища. Далі розглянемо найбільш поширені методи, які використовуються при дослідженні швидкості розповсюдження

тріщини, а саме: 1) з використанням датчиків швидкості; 2) імпедансний метод; 3) високошвидкісна фотографія; 4) ультразвуковий метод.

Датчики швидкості складаються із ряду струмопровідних дротів, розміщених на деякій відстані один від одного, перпендикулярно до уявного напрямку розповсюдження тріщини. Вони утворюють напівмостову схему. Момент розриву дротів внаслідок розповсюдження тріщини відображається на осцилографі. Детально даний метод описується в джерелах [80]-[85].

Слід зазначити, що такий метод дозволяє виміряти середню швидкість на порівняно великих робочих довжинах при цьому розмір даних про початок росту тріщини є занадто малим. Додатково при такому методі виникає проблема одночасного руйнування дроту і розповсюдження т ріщини, що може бути пов'язаним із властивостями окремих матеріалів та методом закріплення дроту. Таким чином загальним недоліком методу є складність визначення часу затримки при руйнуванні дроту.

Імпедансний метод описується в джерелі [86] полягає у вимірюванні імпедансу між двома точками пластинки, які розташовані симетрично на кожній із сторін тріщини і пов'язані з високочастотним джерелом струму. За рахунок скін-ефекту струму високої частоти, щільність струму поблизу поверхні тріщини буде дуже велика за виключенням ділянок навколо вершин тріщини і зони поруч із точками контакту. Також щільність не залежатиме від довжини тріщини. Даний метод дозволяє безперервно вимірювати довжину тріщини в залежності від часу. Недоліком методу є те що імпеданс є дуже чутливим до ширини тріщини та зрізаності або нерівномірності поверхні руйнування.

Високошвидкісна фотографія є одним із найбільш широко використовуваним методом реєстрації розповсюдження тріщини. На сьогодні швидкісні камери для наукових досліджень можуть працювати із швидкостями до 10^6 кадрів за секунду. В джерелах [87]-[90] описуються дослідження з використанням високошвидкісних камер. Недоліком таких камер є те що найкращі результати можна отримати для прозорих зразків. Для

непрозорих зразків є необхідним полірування поверхні.

Ультразвуковий метод побудований на використанні ліній Уоллнера, що утворюються при перетині фронту тріщини поперечними хвилями, які виникають при перетині фронту тріщини поперечними хвилями [92]-[95]. Поперечні хвилі створюються за рахунок ультразвуку. При накладенні таких хвиль на напруження у вершині тріщини виникають періодичні збурення, яке є достатньо великим, щоб залишити відмітки часу на поверхні руйнування. Ці відмітки мають вид гребнів, і стають помітними при відповідному освітленні. Швидкість руйнування оцінюється по розташуванню гребнів та частоті хвиль. Такий метод ідеально підходить для матеріалів, які мають дуже гладкі поверхні руйнування. Проте швидкість розповсюдження тріщини також можна виявити по лініям Уолнера без зовнішнього генератора хвиль, а саме по наборам ліній, які взаємно перетинаються між собою [91].

Слід відмітити деякі важливі експериментальні дані по визначенню енергії руйнування. Першим фактом є деякі відмінності в енергії руйнування монокристалічних та полікристалічних тіл. Так при руйнуванні монокристалів при низьких рівнях швидкостей прикладання навантаження та низьких рівнях самого напруження, поверхня, яка утворюється внаслідок руйнування є більш гладкою. При збільшенні напружень на поверхні руйнування з'являються канавки з великою щільністю розташування, що свідчить про значні рівні енергії руйнування. Значний вплив на швидкість руйнування відіграє температура, при збільшенні якої швидкість розповсюдження тріщини знижується, та підвищується щільність канавок. В дослідах по руйнуванню монокристала [96], було встановлено, що гранична швидкість тріщини приблизно є рівною третій частині швидкості поздовжньої хвилі. Звісно в даному випадку це значення є приблизним і може відрізнятись в залежності від фізичних властивостей матеріалу.

В полімерних матеріалах розповсюдження тріщини є більш дискретним явищем, тут мається на увазі із непостійною швидкістю розповсюдження. В джерелі [86] зазначається, що спереду магістральної тріщини утворюються

система мікротріщин, які потім об’єднуються із магістральною. В свою чергу дотичні напруження впливають на напрямок площини відриву і можуть бути причиною розгалуження тріщини.

В крихких матеріалах таких як більшість гірських порід енергія утворення нової поверхні або об’єму є видом енергії, яка розсіюється в процесі розповсюдження тріщини. Таким чином можна зазначити наступне, що енергія, що розсіюється пов’язана з геометрією поверхні руйнування, а саме збільшується при збільшенні степені шорсткості поверхні.

Якщо розглядати рівноважну тріщину в твердому тілі на основі рівняння енергетичного балансу то можна записати наступне:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{dE_{п}}{dt} + \frac{dT}{dt} + \frac{dB}{dt}, \tag{5.1}$$

де A – робота зовнішніх сил; $E_{п}$ – пружна складова акумульованої енергії; T – кінетична енергія; B – розсіяна енергія, до якої може відноситись поверхнева енергія, пластична і в’язка енергії.

За умови розгляду лінійно пружного тіла в якого дисипація енергії відбувається при русі тріщини можна компоненти рівняння (5.1) записати наступним чином:

$$\frac{dT}{dt} = \iiint_{V} \gamma \sum_{1}^{3} \dot{u}_i \ddot{u}_i dV, \tag{5.2}$$

$$\frac{dE_{п}}{dt} = \iiint_{V} \sum_{1}^{3} \sum_{1}^{3} \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dV, \tag{5.3}$$

$$\frac{dB}{dt} = \gamma_s \frac{dS}{dt}, \tag{5.4}$$

де V – загальний об’єм тіла; u_i – складова вектора переміщення; S – поверхня тріщини; γ_s – кількість енергії, яка необхідна для утворення одиниці площі поверхні руйнування; dS/dt – міра швидкості руйнування; γ – щільність.

Введення кінетичної енергії в рівняння балансу енергії для тіла з рівноважною тріщиною було запропоновано в джерелі [97]. Для кінетичної енергії плоского тіла з тріщиною, яка розповсюджується внаслідок одновісного розтягу, в джерелі [97] було запропоновано наступне рівняння:

$$T = \frac{1}{2} k_1 m_1 a^2 \dot{a}^2 \left(\sigma^2 / E^2\right), \tag{5.5}$$

де k_1 – постійна, яка залежить від коефіцієнту Пуассона; m_1 – маса одиниці площі пластинки; a – напівдовжина тріщини.

Із рівняння (5.1) слідує, що швидкість розсіяння енергії dB/dt дорівнює швидкості зміни енергії тріщини (dA/dt-$dE_п$/dt-dT/dt) за умов, що швидкість росту тріщини є постійною. Якщо швидкість зміни енергії тріщини починає перевищувати швидкість дисипації енергії, то надлишок енергії буде витрачатись на прискорення розповсюдження тріщини.

Цікаве припущення відносно розгалуження тріщини було запропоновано в джерелі [90],[98], яке полягає в тому, що хвилі відбиваючись від поверхні тріщини починають накладатися на хвилі від напружень, які виникають на кінцях тріщини. Якщо ці хвилі є хвилями розширення, то вони призводять до розповсюдження тріщини без розгалужень. В іншому випадку, якщо хвилі є хвилями зсуву, то вони намагаються повернути площину розриву і призводять до розгалудження.

Широкий набір методів по визначенню енергії руйнування матеріалів використовувався для визначення індексу роботи по Бонду.

Сам Бонд визначав індекс роботи за допомогою спеціального маятникового тесту. Маятниковий пристрій складався із двох молотів підвішених до коліс, як це зображено на рис. 5.1. Молоти підіймались на відповідну висоту, після чого відпускались і одночасно наносили удар по частинці матеріалу з двох різних боків.

Залежність для визначення індекса роботи по Бонду мала наступний вигляд [22]:

$$W_i = \frac{CI}{\rho} \ , \tag{5.6}$$

де C = 53.49 – константа, яка перетворює чисельно та розмірно ударну міцність на індекс роботи; I – ударна міцність, кгм/мм; ρ - щільність дослідного зразка.

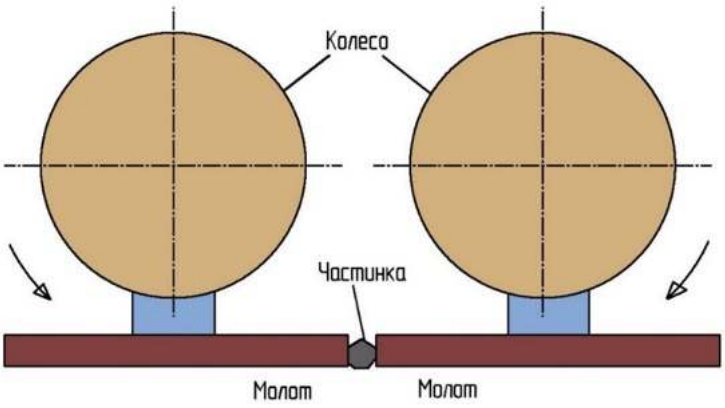


Рис. 5.1. Маятниковий пристрій для визначення індексу роботи по Бонду

Ударна міцність I після кожного досліду визначалась наступним чином, кгм/мм:

$$I = \frac{2 \times m_h \times h}{d} \quad , \tag{5.7}$$

де m_h – маса молота, кг; h – висота на яку підіймають молот, м; d – товщина дослідного зразка в мм.

Після 10-20 дослідів приймалось середнє значення ударної міцності.

Класичний маятниковий тест Бонда вважається на сьогодні не досить точним саме по причині неврахування експлуатаційної здатності матеріалу до руйнування. Проте даний тест був вдосконалений компанією Метсо.

Серед інших методів визначення індексу роботи дроблення по Бонду найвідомішими є: маятниковий тест Нараянана та Уайтса, тест на падіння JKMRC, випробування помелу в кульовому та стрижневому млині.

Розглянемо більш детально тести які визначають індекс роботи по Бонду для зони дроблення.

Тест Нараянана та Уайтса включав два маятника, рис. 5.2. В даному тесті досліджувальний зразок руйнується на підвішеному маятнику за рахунок удару по зразку іншим маятником. Під час удару частина енергії поглинається дослідним зразком, частина енергії передається на нерухомий маятник, який зміщується від дії сили удару та починає коливатися. Третя частина енергії розсіюється.

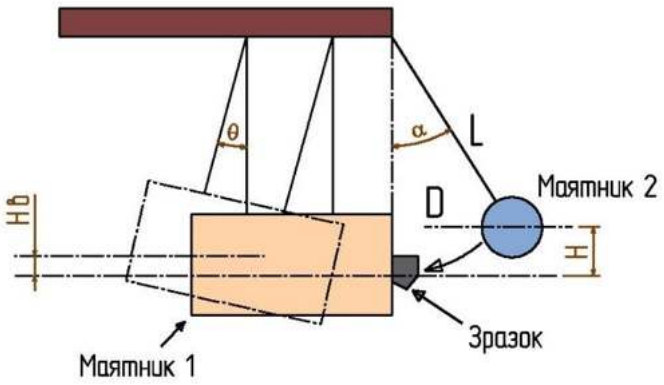


Рис. 5.2. Метод для визначення індексу роботи по Бонду розроблений Нараянаном та Уайтсом

Енергія руйнування за тестом Нараяна та Уайтса визначається наступним чином, кВтгод/т:

$$E = E_s\left(1-\varepsilon^2\right)\left(\frac{M_B}{M_S+M_B}\right), \tag{5.8}$$

де E_s – енергія рухомого маятника (ударника) до точки удару із дослідним зразком

$$E_s = M_s L\left(1-\cos\alpha\right), \tag{5.9}$$

M_s – маса рухомого маятника (ударника), кг; L – довжина тросу на якому підвішується маятник; α - кут відхилення від вертикальної осі рухомого маятника (ударника); M_B – маса нерухомого маятника (ковадло); ε - коефіцієнт затухання ($\varepsilon = 0-0.2$). В джерелі [33] зазначається, що за умов масивного нерухомого маятника (ковадла) енергія добре узгоджується з енергією, яка витрачається в млинах з автогенним та напівавтогенним помолом (SAG mill). З іншого боку при використанні менш масивного ковадла енергія руйнування добре узгоджується з енергією, яка витрачається в стрижневих та кульових млинах.

При визначенні енергії руйнування в тесті на падіння (JKMRC Drop Weight test) використовується метод розроблений дослідником Брауном [34]. На рис. 5.3 зображена установка для визначення енергії руйнуванням методом

Брауна. Зразок поміщається на жорстку важку опорну плиту і розчавлюється вантажами, що падають із заданої висоти.

За таких умов енергія руйнування зразка визначається із наступної залежності, кВтгод/т:

$$E = H_E \frac{0.0272 M_c}{\bar{M}}, \tag{5.10}$$

де H_E =H-HR – висота падіння вантажу (ударника), см; H – висота на яку підіймають вантаж (ударник), см; HR – висота від основи на якій розміщений дослідний зразок, до вантажу після його падіння на зразок, см; M_c – маса ударника, кг; $\bar{M}$ - маса зразка, кг.

Для таких дослідів приймають зразки матеріалу, щільність яких знаходится в межах 2800-4000 кг/м^3. За таких умов енергія дроблення коливається від 0,01 до 50 кВтгод/т для частинок розміром 10 – 50 мм.

Енергія руйнування, визначена цим методом, добре узгоджується з енергією, яка витрачається на процес руйнування в дробарках та млинах типу AG/SAG.

Після руйнуванні кожного зразка падаючою масою, уламки збираються і визначається їх розмір, а також визначається параметр T_{10}. Параметр T_{10} використовується для визначення енергії руйнування і був запропонований Ведоном [36]. Даний параметр повязує міцність руйнування та питому енергію руйнування. T_{10} визначається як відсоток породи який проходить через сито і складає 1/10 частину від вихідного розміру породи.

Залежність між T_{10} та питомою енергією руйнування має наступний вигляд [3]:

$$T_{10} = A(1 - e^{-bE_G}), \tag{5.11}$$

де A та b константи (A≈50, b≈0.4 для твердих порід; A≈80, b≈1 для мяких порід); E_G – питома енергія дроблення.

Параметр Ab є керуючим параметром. При побудові графіка залежності T_{10} від E_G параметр Ab є дотичною до цього графіка. Добуток Ab приймає значення 30 для твердих гірських порід. Якщо значення добутку Ab

знаходится в межах 43 – 56, то це відповідає середньотвердим гіським породам. За умов якщо значення добутку Ab більше 127 в такому випадку порода є мякою.

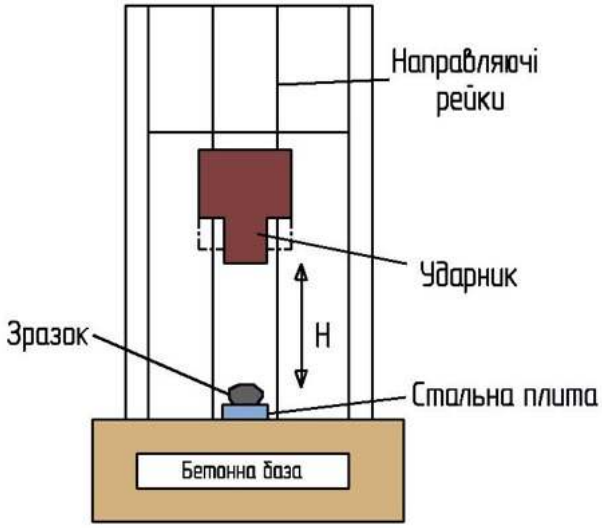


Рис. 5.3. Установка для визначення енергії руйнування методом Брауна

В джерелі [37] наведено залежність, яка корелює значення параметра T_{10} з індексом роботи по Бонду для кульового млина:

$$Ab = -3.5W_i + 117, \tag{5.12}$$

Параметр T_{10} можна вважати індексом ступеня руйнування. Чим твердіша гірська порода тим менше значення T_{10} для заданої вхідної енергії. Знаючи значення T_{10} отримане в результаті заданої вхідної енергії можна розрахувати повний розподіл продукту за розміром. Для дробарок значення T_{10} знаходится в межах 10 – 20 %.

Параметри A та b повязані з ударною міцністю матеріалу індексом падаючої маси DW_i , кВтгод/год.

Компанія Morrell розробила тест з використанням млина SAG (SMC test) з метою визначення параметрів для JK Drop Weight test. Для визначення енергії руйнування компанія Morrell пропонує наступне рівняння[38],[39]:

$$SE = SKM_i 4\left(P_{80}^{f(P_{80})} - F_{80}^{f(F_{80})}\right), \tag{5.13}$$

де SE – енергія руйнування, кВтгод/т; M_i – індекс роботи дроблення по Морелу; K – константа (K=1 – для дробарок у замкнутому циклі, K=1,19 – для дробарок у відкритому циклі; S – параметр твердості грубих частинок для дробильних схем, які включають в себе дробарки та помольні валки високого тиску; $f(F_{80})=-(0.295+(F_{80}/1000))$; $f(P_{80})=-(0.295+(P_{80}/1000))$.

Параметр твердості грубих частинок визначається із наступної залежності:

$$S = K_S \left(F_{80} P_{80}\right)^{0.2}, \tag{5.14}$$

де K_S – константа (для класичних дробарок K_S = 55, для помольних валків високого тиску K_S = 35).

Індекси роботи Бонда для барабанного кульового млина та стержневого млина є схожими та визначається із наступної залежності, кВтгод/т:

$$W_i = \frac{C_1}{D^{0.23} G^m 10\left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}}\right)}, \tag{5.15}$$

де C_1 – коефіцієнт (для кульового млина C_1 = 48.95; для стержневого млина C_1 = 68.2); D – розмір отвору грохота в мікрометрах; G – маса нетто підрешітного матеріалу на один оберт млина; m – коефіцієнт (для кульового млина m=0.82; для стержневого млина n=0.625).

Так як Бонд визначав індекс роботи з використанням лабораторного млина, то використанні залежності (5.15) необхідно врахувати поправочні коефіцієнти на промислові умови. Бонд визначив такі коефіцієнти. До них відносяться: 1) Коефіцієнт який враховує перетворення мокрого помолу на сухий (K_1); 2) Коефіцієнт перетворення мокрого помолу закритого циклу в мокрий помол відкритого циклу (K_2); 3) Коефіцієнт негабаритного живлення (K_3); 4) Коефіцієнт додаткової тонкості помелу (K_4); 5) Коефіцієнт корецїї за умов низького степеню дроблення для кульових млинів (коли степінь дроблення менше (K_5); 6) Коефіцієнт корекції при умові високого або низького степеню дроблення для стержневих млинів (K_6); 7) Коефіцієнт діаметру млина (K_7); 8) Коефіцієнт корекції для стрижневого млина (K_8).

Метод Бонда для вимірювання індекса роботи є складним і трудомістким, а тому для спрощення таких досліджень різними вченими були запропоновані **апроксимуючі методи** визначення параметрів в формулі для індекса роботи по Бонду. Розглянемо найбільш поширені з них. Метод Магдаліновича зменшує кількість необхідних лабораторних досліджень з п'яти до двох. При першому досліді визначають степінь дроблення для надмірно здробленого матеріалу. Це значення потім використовуєть для регулювання кількості обертів млина під час другого помелу, щоб забезпечити 250 % циркуляційного завантаження. По методу Мандоловича параметр G в залежності (5.15) пропонується визначати за допомогою наступного рівняння:

$$G = \frac{M_{US} - \frac{1}{3.5} M\left(1 - m_0\right)}{N_2}\ , \tag{5.16}$$

M_{us} - маса підрешітного продукту, кг; M – загальна маса, кг; m_0 – маса надрешітного продукту при використанні тестового грохота (другий дослід); N_2 – кількість обертів за секунду млина при проведенні другого дослідження. Метод Магдаліновича скорочує час на проведення вимірювань. За умови однорідності гірської породи метод Магдаліновича має похибку в межах 7% в порівнянні з оригінальними дослідженнями [37].

Використання методу з нестандартним млином та живленням. Метод побудований на тому, що приблизне значення індексу роботи можна отримати, якщо є зразок породи із відомим індексом роботи [38]. Тобто нестандартний млин може бути «відкалібрований» з використанням породи із відомим індексом роботи. Тобто спочатку виконують дослід з помелом породи в якої відомий індекс роботи по Бонду, а потім дослід з помелом руди у якої невідомий індекс роботи по Бонду. При цьому всі умови при двох помелах однакові. Тоді на основі рівняння (5.16) визначають невідомий індекс роботи:

$$W_{ін}\left(\frac{1}{\sqrt{P_н}} - \frac{1}{\sqrt{F_н}}\right) = W_{ів}\left(\frac{1}{\sqrt{P_в}} - \frac{1}{\sqrt{F_в}}\right), \tag{5.17}$$

де $W_{ін}$ – невідоме значення індексу роботи; $W_{ів}$ – відоме значення індексу роботи; $P_н$,$F_н$ – параметри P_{80},F_{80} для породи з невідомим індексом роботи; $P_в$,$F_в$ – параметри P_{80},F_{80} для породи з відомим індексом роботи.

В джерелі [5] зазначається, що даний метод є трудомістким.

Методи симуляції. Один із алгоритмів методу симуляції був розроблений Капуром [39]. Індекс роботи обчислюється за емпіричним рівнянням:

$$W_i = 2.648 P_1^{0.406} \left(-G_2\right)^{-0.81} \left(R_0 M_1\right)^{-0.853} \left(1 - R_0\right)^{-0.099}, \qquad (5.18)$$

де G_2 -параметр помелу; P_1 – 80% продукту який пройшов через сито після першого помолу; M_1 – маса продукту живлення при першому помолі; R_0 – коефіцієнт.

В джерелі [40] висвітлено той факт, що процес періодичного дроблення можна змоделювати за рахунок рівняння балансу розміру та маси при помелі. З цього можна заключити наступне, що тест Бонда на визначення індексу роботи можна змоделювати використовуючи функцію розподілу руйнування та функцію відсотка руйнування. Люіс [41] розрахував ці функції з першого циклу помелу. В джерелі [42] пішли ще далі і розрахували параметри функції руйнування для двох типів породи (м’яка порода та тверда порода) та змоделювали тест Бонда. Їх результати дали похибку в межах 7% для твердої породи та 15% для м’якої породи в порівнянні з оригінальним тестом Бонда. В іншому дослідженні [43], яке проводилось з використанням методу Люіса зазначається про значну розбіжність змодельованих значень індексу роботи по Бонду в порівнянні з виміряними. Таким чином дані дослідження потребують більш ретельного вивчення.

Для визначення енергетичного показника, який входить в рівняння до розрахунку потужності дробарок ударного типу використовувалась лабораторна установка на основі копра [44]. Подрібненню підлягали одиничні зразки масою 60-80 грам, за рахунок удару молота масою 8 кг, який падає із висоти 0.5 м. Показником дробимості приймався вихід фракції розміром 0-7 мм. На основі цих дослідів були запропоновані емпіричні залежності для енергетичного показника дроблення:

$$\omega_R = 22/V_{max} \text{ або } \omega_R = 22/(V_{max}K), \quad (5.19)$$

де K – питома поверхня продукту дроблення фракції 0…7 мм, (K=100-150 $см^2/см^3$).

5.2 Методика досліджень на фізичних моделях. Обладнання для проведення експерименту.

Для дослідження параметрів робочого процесу в камері дроблення дробильної машини була розроблена методика експериментальних досліджень.

Актуальним на сьогодні показником дробильної машини є її енергоефективність. Тому методологія експериментальних досліджень побудовано навколо визначення енергозатрат процесу дроблення. Тут слід зазначити, що задача полягає в визначенні необхідно-мінімальної кількості енергії необхідної для початку процесу розповсюдження магістральної тріщини в зразку матеріалу.

З іншого боку задача полягає у створенні узагальненої моделі для опису енергозатрат в різних типах дробильних машин. Опис такої моделі є доволі складною задачею через необхідність врахування великої кількості параметрів. Як розглядалось раніше в роботі в якості інструменту для побудови моделі можна скористатись нейронною мережею.

Повертаючись до затрат процесу дроблення тут слід звернути увагу на відмінність в цілому процесів руйнування матеріалів в камері дроблення окремих типів дробильних машин. Як зазначалось в першому розділі руйнування в дробильних машинах відбувається в основному по послабленому перерізу після переходу за межу міцності нормальних і дотичних напружень, які виникають в матеріалі при його пружній деформації, а саме при стисненні, розтягу, згину, здвигові. В більшості випадків в камері дроблення будь-якої дробарки до матеріалу прикладається комбінація перерахованих методів руйнування. Проте на основі принципу роботи

дробильних машин зазвичай можна виділити переважаючий метод руйнування. Так, наприклад в щокових та конусних дробарках переважаючим методом руйнування є роздавлювання, в зубчастих та валкових дробарках є розколювання та роздавлювання, в молоткових та роторних дробарках – удар.



Рис. 5.4. Маятниковий копер

В загальному ми приходимо до відмінностей в розрахункових схемах прикладання навантаження до матеріалу в камері дроблення. Тобто при дослідженні параметрів процесу руйнування щокових, конусних та валкових дробарок за звичай умовно фіксується положення робочих органів в часі і руйнування розглядається, як статичний процес. На противагу в роторних та молоткових дробарках процес розглядається як динамічний. Ці відмінності

необхідно враховувати при проведені досліджень. Одним із варіантів вирішення поставленої проблеми є використання коефіцієнтів подібності.

Далі з метою обґрунтування методології проведених досліджень необхідно розглянути обладнання на якому виконувались дослідження.

На основі вище зазначеного для проведення дослідів було обрано маятниковий копер КМ-30, який зображено на рис. 5.3.

Маятниковий копер призначений для проведення дослідів на відповідних зразках металів та сплавів на ударний згин. В цілому досліди на маятниковому копрі є схожими до описаного в розділі методу визначення індексу роботи по Бонду розробленого Нараянаном та Уайтсом. Відмінність полягає в тому, що Нараян та Уайтс використовували 2 маятники. І як зазначалось вище, що за умов масивного нерухомого другого маятника енергія визначена в дослідах Нараянаном та Уайтсом добре узгоджувалась з енергією, яка витрачалась в млинах (SAG mill).

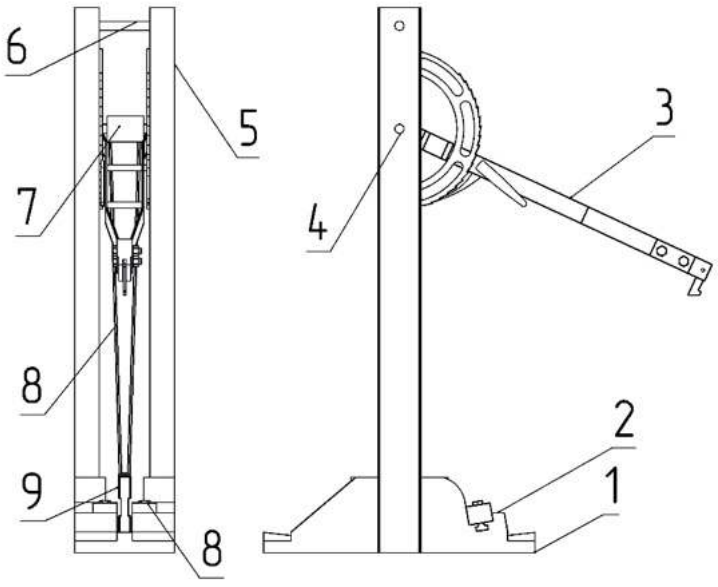


Рис. 5.5. Будова маятникового копра

Будова маятникового копра представлена на рис. 5.5. Копер складається із масивної чавунної плити 1 із закріпленими на ній стійками 5. Зверху стійки стягнуті шпилькою 6. Вісь 4 маятника встановлена в підшипниках, які запресовані в стійки 5. Сам маятник закріплений на вісі за допомогою квадратного профіля 7, до якого через шпильки 8 підвішений ударник 9.

Встановлення маятника у відповідне положення відбувається за рахунок храпового механізму 3. Зразок вкладається на спеціально призначене місце 2 на станині і притискається до букс 8.

Дослідження на маятниковому копрі ґрунтується на принципі вимірювання роботи, яка затрачається на руйнування зразка, шляхом співставлення енергії фізичного маятника в момент удару з енергією, якою він володів після удару. Технічні характеристики маятника наведені в таблиці Б.1, додаток Б.

Дослід проводиться наступним чином. Дослідний зразок вкладається на направляючі станини нижньою своєю гранню. Бічною гранню (під 90° до нижньої грані) зразок прикладається до букс. Після встановлення зразка виконується встановлення маятника у відповідне положення і далі за рахунок механізму спускання маятник переводиться у вільний коливальний рух. При першому коловому русі маятник руйнує зразок ударом ножа, який є частиною конструкції ударника. Висота падіння маятника визначається за допомогою кута α.

Основною характеристикою копра є запас енергії, що визначається як добуток маси маятника на відстань від осі його качання до центру удару.

Розрахункова схема маятника зображена на рис. 5.6. Маятник масою m піднятий на визначений кут і маючий висоту центру удару H буде володіти деяким запасом енергії.

Після вільного падіння і зустрічі маятника із дослідним зразком маятник затратить частину запасеної енергії на руйнування зразка та підніметься на визначений кут, при якому його центр удару займе висоту H_1.

Робота, що витрачається на руйнування зразка визначається як різниця запасів енергії маятника до і після удару по формулі:

$$\Delta E = g \cdot m \cdot (H - H_1) = F \cdot l \cdot (cos\,\beta - cos\,\alpha), \qquad (5.20)$$

де ΔE – робота, яка витрачається на руйнування зразка, Дж; m – маса маятника, кг; g – прискорення вільного падіння, м/с^2; H – висота підйому центру удару маятника відносно точки зустрічі ударника із зразком до удару, м; H_1 – висота

підйому центру удару маятника відносно точки зустрічі ударника із зразком після удару, м; l – відстань від осі качання маятника до центру удару; α – кут зарядки маятника; β – кут підйому маятника після руйнування зразка.

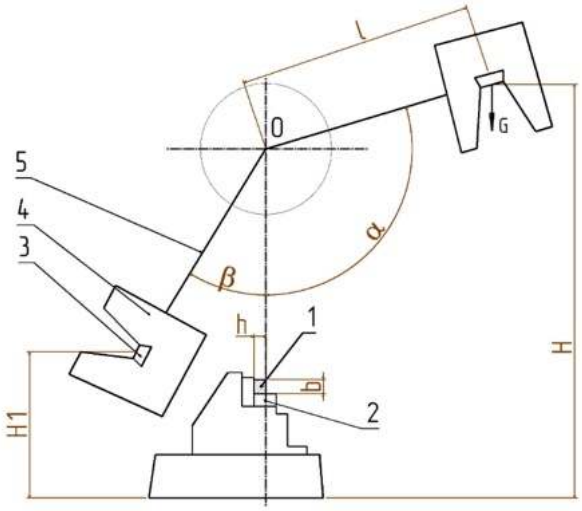


Рис. 5.6. Розрахункова схема маятникового копра: 1 – дослідний зразок; 2 – зона встановлення зразка; 3 – ніж молота; 4 – маятник; 5 – штанга; α – кут зарядки маятника; β – кут підйому маятника; b – ширина зразку; l – відстань до центру удару; G – маса маятника; h – товщина зразка.

Заздалегідь для проведення досліджень були підготовлені зразки, рис. 5.7. В основному розміри зразків коливаються в межах: 1) довжина - 90±4 мм; 2) ширина - 30±1 мм; 3) висота 30±1 мм. Матеріал зразків: 1) граніт; 2) габбро; 3) мармур.



Рис. 5.7. Підготовлені зразки для випробувань

Виміри розмірів зразків виконувались із використанням повіреного штангенциркуля, рис. 5.8.



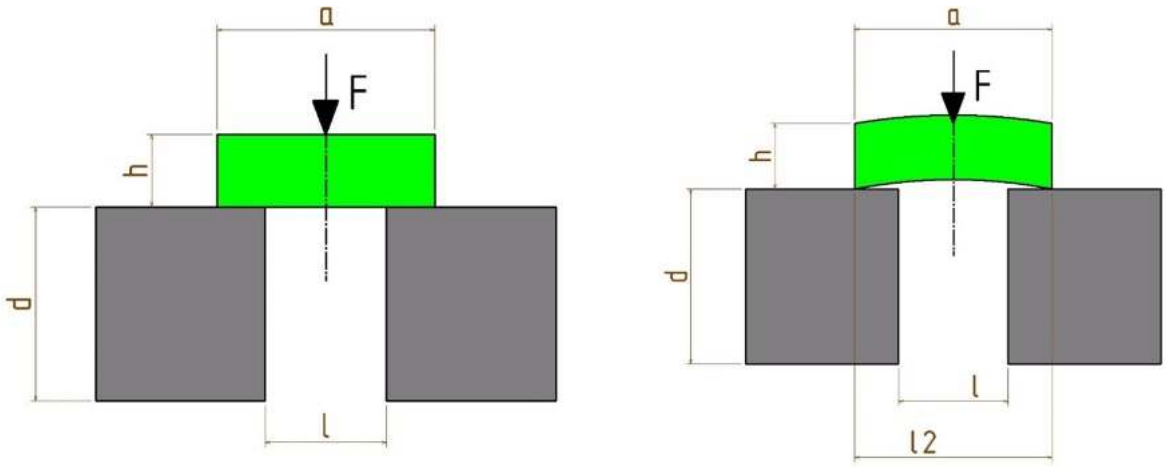
Рис. 5.8. Повірений штангенциркуль

Тут слід зазначити, що саме місце розміщення зразка очищувалось після кожного проведеного досліду. Крім цього перед проведенням дослідів була перевірена геометрія поверхонь на які кладеться зразок за допомогою пристрою для вимірювання шорсткості, рис. 5.9.



Рис. 5.9. Пристрій для вимірювання шорсткості поверхонь TR200

Слід розглянути вплив поверхні обпирання зразка та довжини зразка на можливу похибку вимірювань. На рис. 5.10 представлена навантажувальна схема.



а б

Рис. 5.10. Схема навантаження зразка:

а – відстань між точками опори l; б – відстань між точками опри l_2.

Із рисунка 5.10 ми бачимо, що відстань між опорами складає довжину l. Проте за умов незначного викривлення поверхні зразка, нерівності поверхні самих упорів може виникати ситуація, коли точки обпирання зразка зміщуються.

Для балки на двух опорах при статичній дії навантаження по центру прогин та напруження визначаються за наступними залежностями:

$$x_s = \frac{F_h l^3}{3EJ}; \quad \sigma_c = \frac{F_h l}{2W}. \tag{5.21}$$

де W – момент опору перерізу. Для прямокутного перерізу залежність для статичного напруження буде мати наступний вигляд:

$$\sigma_c = \frac{3 \times m \times g \times l}{a \times b^2}, \tag{5.22}$$

Враховуючи, що l є відстанню між опорами і той факт, що мінімальна можлива відстань між опорами в даних дослідах була 50 мм, а максимально можлива 90 мм, можна визначити вплив l, a та b на результати вимірів.

Спочатку розглянемо вплив параметра l, рис. 5.11.

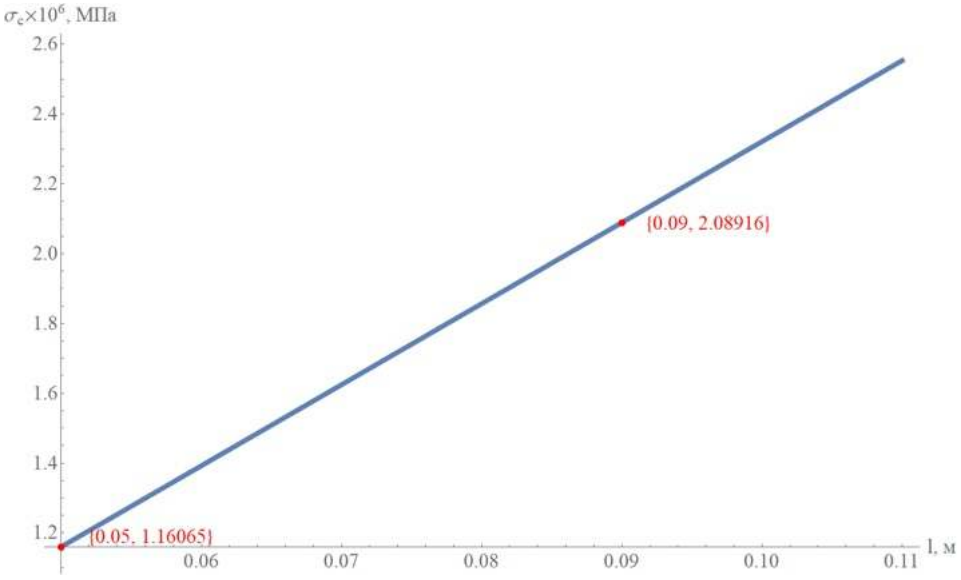
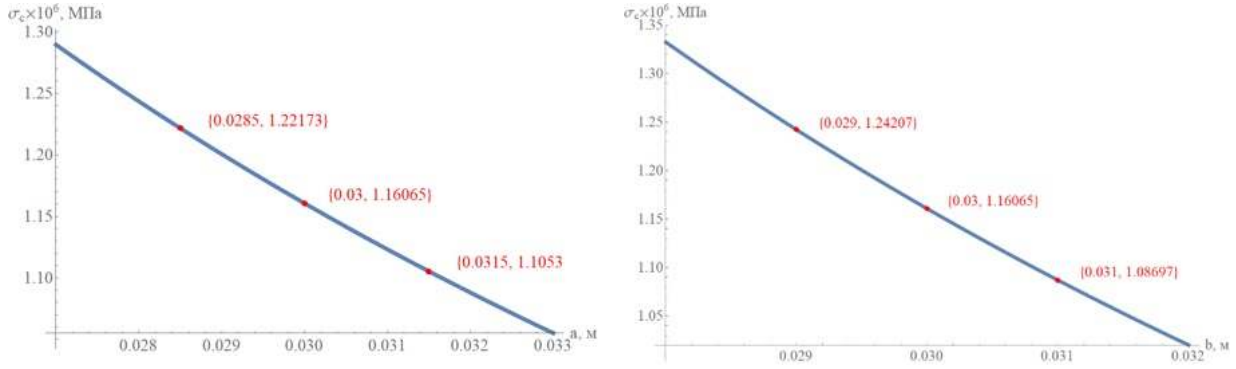


Рис. 5.11. Графік впливу відстані між опорами l на статичне напруження σ_c

Із графіка рис.5.11 можна зробити висновок, що різниця в точках опори на 40 мм може спричиняти похибку в 55%. Таким чином для отримання значень статичного напруження, яке не буде перевищувати похибку в 5%, значення точок опори може змінюватися в межах ± 4 мм.

Далі розглянемо вплив поперечного перерізу на статичне напруження, рис. 5.12.



а б

Рис. 5.12. Графіки впливу розмірів поперечного перерізу зразка на статичне напруження: а – вплив a на σ_c; б – вплив b на σ_c

З графіків рис. 5.12 можна зазначити, що відхилення розміру b повинно бути меншим ніж розміру a. В даному випадку b є шириною зразка в поперечному перерізі, а є висотою. На невеликому діапазоні зміни величини

графіки 5.12, а та 5.12, б є майже однаковими і відображають лінійну залежність геометричних розмірів перерізу від статичного напруження. В цілому відхилення розмірів перерізу a та b не повинно перевищувати ±1-1,5 мм. За умови квадратного поперечного перерізу точність розмірів зразка не повинна перевищувати ±0.5-1 мм.

5.3. Вимірювально-реєструюче обладнання для визначення характеристик моделі

Вимірювально-реєструюче обладнання представлено на рис. 5.13. Складається із енкодера OMRON E6B2-CWZ6C, із великим значенням розподільної здатності, блоку керування та ПК для зчитування результатів вимірювання.

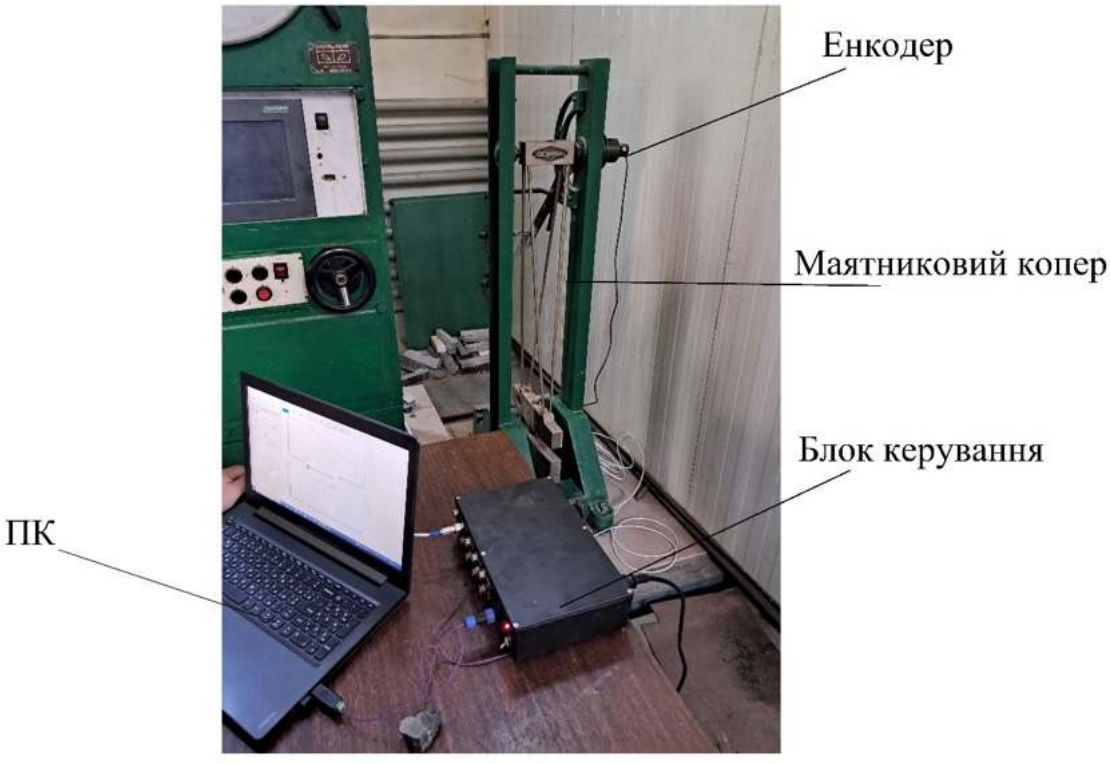
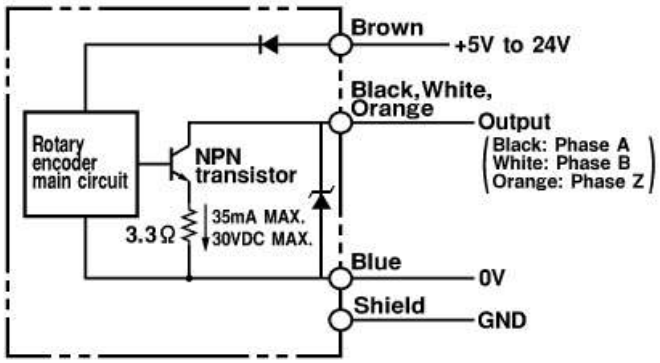


Рис. 5.13. Вимірювально-реєструюче обладнання

Енкодер є електромеханічний пристрій за допомогою, якого можна визначити положення вісі або валу при їх обертанні навколо осі. Енкодери можна класифікувати на інкременті та абсолютні. Інкрементний енкодер –

пристрій, який визначає кут повороту обертового об’єкту, видаючий імпульсний цифровий код. Використовується для визначення швидкості обертання валу (осі) та кута відхилення валу. На вісь обертання маятника копра енкодер кріпиться за допомогою відповідної муфти. Технічні характеристики енкодера представлені в таблиці Б.2, Додаток А. На рис. 5.14, а представлений сам енкодер, а на рис. 5.14, б його електрична схема.





а б

Рис. 5.14. Енкодер OMRON E6B2-CWZ6C: а – загальний вид; б – електрична схема

Блок керування складається із плати STM32F103C8T6 2, блока живлення 4, тороідального трансформатор 3, модуля перетворювача інтерфейсів TTL UART 1, конденсаторів та вивідних каналів. Схема блока керування представлена на рис. 5.15.

Модуль перетворювача інтерфейсів TTL UART призначений для узгодження рівнів сигналів між платою (мікроконтролером) STM32 та комп’ютером. Тороідальний трансформатор використовується, як захист мікроконтроллера від стрибків напруги, формування стабільної напруги живлення, захист від шумів, зниження пускового струму та високочастотних гармонік.

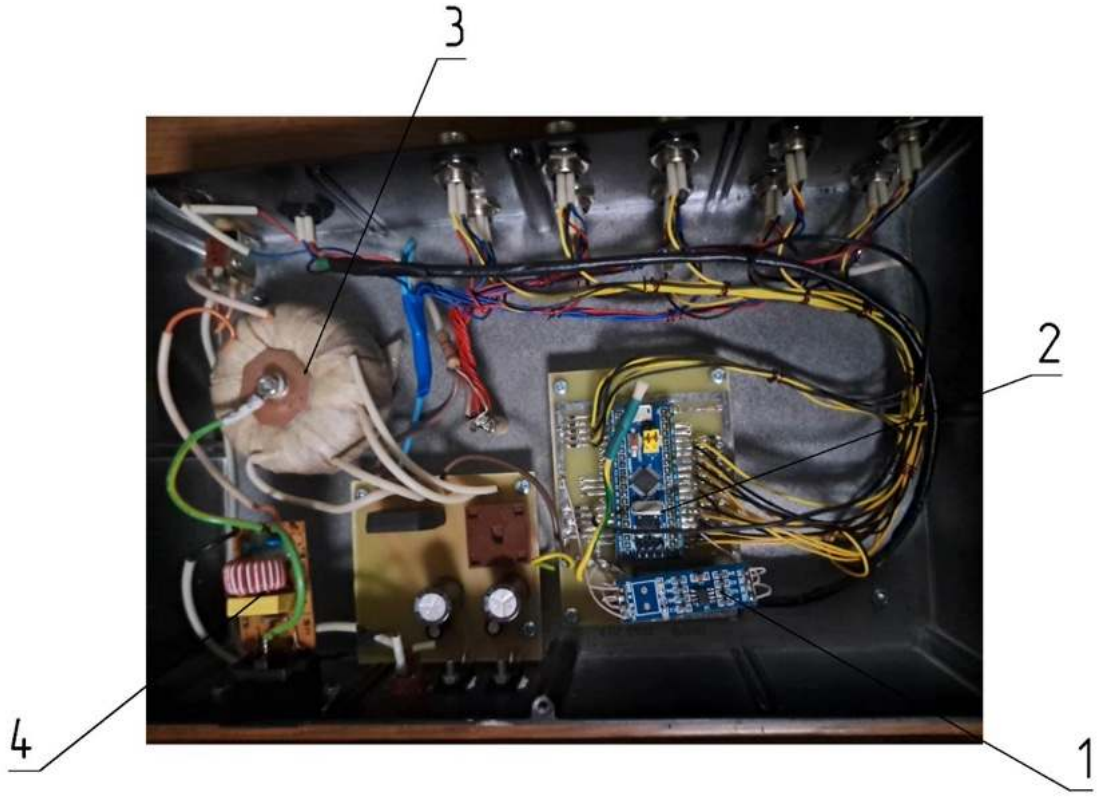


Рис. 5.15. Блок керування: 1 - перетворювача інтерфейсів TTL UART; 2 – плата STM32F103C8T6; 3 - тороідальний трансформатор; 4 – блок живлення

5.3. Обробка результатів експериментальних досліджень

Результати експериментальних дослідження були занесені в табличку 5.1.

Таблиця 5.1. Результати експериментальних досліджень

Характеристика перерізу				Отримані результати				
№ зразка	Площа перерізу, $м^2$	Довжина, мм	Тип	α	β	E_s	E_1	Кут
1.	0.00142	405	граніт	33.187	15.142	27.796	13.898	
2.	0.00142			40.522	19.597	39.384	19.6921	
3.	0.00142			39.802	30.487	20.238	20.238	
4.	0.00142	210		40.432	33.637	15.454	15.454	
5.	0.00144	359		40.545	33.885	15.211	15.211	
6.	0.00144	179		40.477	27.112	28.025	28.025	
7.	0.00144	180		40.387	36.832	8.38	8.38	
8.	0.00121	65	габро	62.325	58.41	12.855	12.855	

9.	0.00121	60		62.19	52.695	30.204	30.204	сколи
10.	0.00071	100	граніт	62.212	58.477	12.261	12.261	сколи
11.	0.00071	98		47.79	37.26	26.854	26.854	
12.	0.00145	99		62.28	55.44	22.107	22.107	
13.	0.00145	97		62.19	51.705	33.159	33.159	сколи
14.	0.00112	74		62.122	56.092	19.542	19.542	Під кутом
15.	0.00112	75		62.325	58.545	12.420	12.420	
16.	0.0013	69		62.28	56.34	19.292	9.646	Під кутом
17.	0.0013	72		62.28	55.305	22.527	22.527	
18.	0.00123	217	габро	47.745	40.005	20.254	10.127	
19.	0.00123			47.745	37.935	25.172	25.172	
20.	0.00093	80	граніт	62.257	52.537	30.902	15.451	
21.	0.00096	85		62.257	60.547	5.6727	5.6727	
22.	0.00096	97		62.46	57.87	15.04	15.04	Під кутом
23.	0.00096	96		47.767	44.707	8.349	4.1745	
24.	0.00096	98		47.7	46.305	3.855	3.855	
25.	0.00179	98		62.145	54.99	23.052	23.052	
26.	0.00179	99		62.37	44.73	53.401	53.401	сколи
27.	0.00179	65		69.48	59.535	33.875	33.875	Під кутом
28.	0.00134	100		62.257	50.512	36.892	36.892	Під кутом
29.	0.00134	99		62.235	55.26	22.516	22.516	
30.	0.00121	100		62.325	53.28	28.89	14.445	
31.	0.00121	98		62.257	49.702	39.24	39.24	
32.	0.00118	100		40.365	32.365	18.11	18.11	
33.	0.00118	103		40.59	26.235	29.789	29.789	Під кутом
34.	0.0012	310		40.567	23.557	33.993	11.331	
35.	0.0012	155		40.432	29.677	23.306	23.306	
36.	0.0012	155		40.387	29.902	22.773	22.773	

37.	0.0011	103		40.68	16.29	43.621	43.621	Під кутом
38.	0.0011	93		47.655	43.29	11.755	11.755	
39.	0.00247	98	мармур	62.235	49.05	41.036	10.259	
40.	0.0011	106		62.46	57.015	17.763	17.763	Під кутом
41.	0.00138	108		62.257	54.472	25.025	25.025	сітка
42.	0.00153	101	граніт	62.19	55.35	22.086	22.086	
43.	0.00153	99		62.325	34.74	77.35	77.35	сколи

Далі були розглянуті особливості руйнування окремих зразків. На рис. 5.16, а представлено зразок №1 та результат його руйнування рис. 5.16, б.



а



б

Рис. 5.16. Руйнування зразка №1:

а – підготовка до руйнування; б – зруйнований зразок

Тут слід зазначити, що декілька зразків для порівняння результатів мали значну довжину. Нижче в роботі ми розглянемо вплив довжини зразків на результати руйнування за допомогою маятникового копра. Аналізуючи зруйнований зразок, рис. 5.16, б можна помітити, що він зруйнувався розділенням на три частини, тобто при руйнуванні утворились дві площадки.

Якщо розглядати енергію руйнування віднесену до площі новоутвореної поверхні, то в такому випадку необхідно енергію руйнування розділити на 2 для оцінки утворення одної площини. Таким чином енергія руйнування віднесена до площі поперечного перерізу зразка №1 буде складати E = 13.89815 Дж. В таблиці 5.3 ми окремо зазначили відповідно енергію необхідну для утворення одної площини.

Отримані після руйнування зразка № 1 три частини також були зруйновані. В таблиці вони позначені з додавання додаткової цифри в номері. Внаслідок руйнування зразка № 1.1 також було отримано три окремі частини. Два інші зразка №1.2 та № 1.3 зруйнувались тільки по одній площині.

На основі даних представлених в таблиці 5.3 можна побудувати графік їх розсіву залежності затраченої енергії руйнування від площі поперечного перерізу зразка.

Із розсіву даних представлених на рис. 5.17 можна зробити висновок, що енергія руйнування зразка площа поперечного перерізу, якого варіює від 0,0001 м^2 до 0,0015 м^2 знаходиться в межах 10 – 30 Дж.

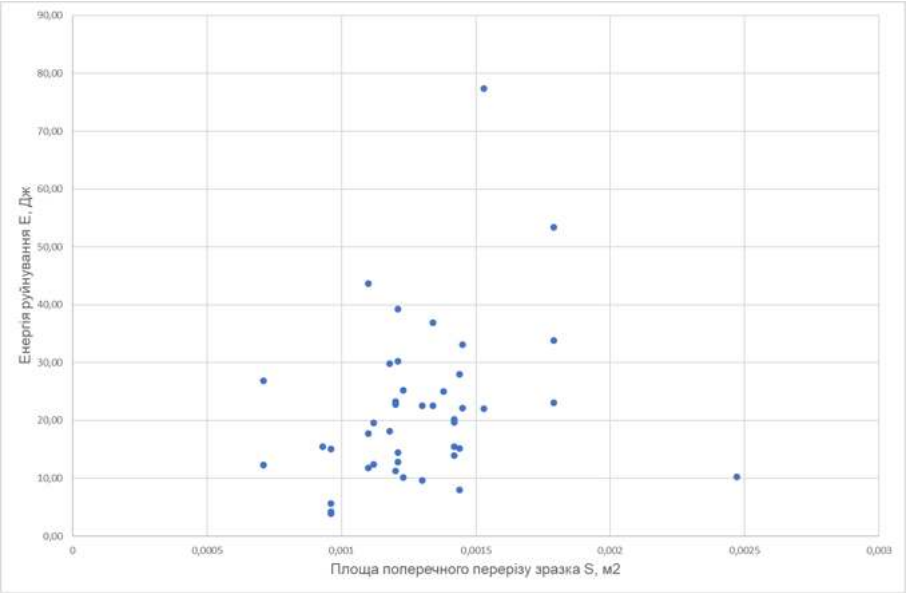


Рис. 5.17. Розсів даних залежності енергії руйнування зразка від площі його поперечного перерізу

Розкид даних можна пояснити наступними твердженнями. При руйнуванні полікристалічних матеріалів велику роль відіграють границі зерен і величина зерна є важливим структурним параметром, який визначає закономірність цього процесу. При міжзерновому руйнуванні границі зерен є бар'єрами для рухомих дислокацій і сприяють утворенню дислокаційних скупчень. Тому границі зерен є найкращим місцем для зародження тріщин та розповсюдження тріщин.

При внутрішньозерновому руйнуванні границі зерен є перешкодами для розповсюдження тріщин. Тріщина може перетнути границю не змінюючи траекторію тільки у випадку дуже малих кутах взаємного орієнтуванні кристалів. В інших випадках границя зерен є неперборною перешкодою розвитку тріщини. У випадку, якщо тріщина все ж таки перетинає міжзернову границю, то під дією локальної концентрації напружень в зоні прориву тріщини виникають нові тріщини у відповідних площинах сколу сусідніх зерен. Утворення нових тріщин та сходинок сколу при їх поєднанню – все це потребує додаткових затрат підведеної енергії до зразка та перешкоджає розповсюдженню магістральної тріщини.

Таким чином за умов якщо зразок має більш однорідну структуру або розповсюдження тріщини відбувається по міжзерновому механізму після удару і за умов, що розділення зерен зразка проходить по площині удару в такому випадку зразок руйнується в одній площини із затратою мінімальної енергії. У випадку, якщо при ударі ударник копра потрапляє на суцільне зерно то в більшості випадків тріщина зароджується з двох боків зерна на межах його розділення внаслідок чого ми отримуємо дві або три площини руйнування які можуть супроводжуватись додатковими сколами через потрапляння магістральної тріщіни при її рухові на межу розділення зерен. Іншим випадком виникнення площини руйнування, яка має кут з площиною поперечного перерізу зразка. В даному випадку магістральна тріщина потрапляє на границю розділення зерен, внаслідок чого вона починає рухатись по границі, ти самим змінюючи напрямок руху.

Далі розглянемо вплив швидкості на параметри руйнування. По суті схема дослідної установки представляє із себе математичний маятник, який внаслідок відхилення руйнує зразок. Рівняння вільних коливань маятника запишуться наступним чином:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = 0; \tag{5.23}$$

де m – маса маятника; b та c – коефіцієнт опору (Нс/м) та коефіцієнт пружності (Н/м); x – переміщення, м.

Загальний розв'язок рівняння (5.23) має наступний вигляд:

$$x = e^{-bt/2m}\left(A_1\cos(\omega_0 t) + A_2\sin(\omega_0 t)\right), \tag{5.24}$$

На основі рівняння (5.24) частота власних коливань буде:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m} - \left(\frac{bt}{2m}\right)^2}, \tag{5.25}$$

Пружність системи можна визначити з умов рівності нулю коефіцієнту опору b=0. Тоді

$$c = \omega_0^2 m. \tag{5.26}$$

Показник bt/2m в рівнянні (5.26) відображає опір і темп згасання руху системи і має назву логарифміного декременту коливань. Експериментально логарифмічний декремент коливань можна визначити за осцилограмами згасаючих коливань системи:

$$\delta = \ln\frac{x_n}{x_{n+1}}, \tag{5.27}$$

де x_n, x_{n+1} – амплітуда згасаючих коливань, що відповідають початку та кінцю періоду коливань.

Визначити коефіцієнт δ можна і через коефіцієнт поглинання енергії ψ:

$$\psi = 2\delta, \tag{5.28}$$

де $\psi = \Delta E/E$; $\Delta E = E_s$ – енергія, яка поглинається системою за один період коливань; E – загальна енергія системи.

Тоді рівняння (5.28) можна записати наступним чином:

$$\delta = \frac{\Delta E}{2E}, \tag{5.29}$$

Виходячи із рівнянь (5.27) та (5.28) можна записати наступне рівняння для визначення коефіцієнту опору:

$$b = \frac{\Delta Ec}{2E\pi\omega}, \tag{5.30}$$

На основі вищезазначеного випишемо значення логарифмічного декременту, коефіцієнту опору та пружності, а також швидкості в момент удару для кожного зразка в таблицю 5.2.

Таблиця 5.2. Основні параметри коливальної системи в процесі удару

№ п/п	ψ	δ	E, Дж	b	ω_0, рад/с^2	m, кг	c, н/м	v, м/с
1.	0,843	0,421	32,951	11,996	4,188	21.318	374.045	1.757
2.	0,812	0,406	48,452	11,559				2,13
3.	0,432	0,216	46,815	6,147				2.094
4.	0,32	0,160	48,246	4,555				2.126
5.	0,313	0,156	48,505	4,459				2.132
6.	0,579	0,289	48,349	8,243				2.128
7.	0,174	0,087	48,144	2,475				2.124
8.	0,118	0,059	108,19	1,689				3.184
9.	0,28	0,140	107,768	3,985				3.178
10.	0,113	0,056	107,837	1,617				3.179
11.	0,405	0,202	66,292	5,761				2.492
12.	0,204	0,102	108,049	2,909				3.182
13.	0,307	0,153	107,768	4,375				3.178
14.	0,181	0,090	107,556	2,583				3.1749
15.	0,114	0,057	108,19	1,632				3.184
16.	0,178	0,089	108,049	2,539				3.182
17.	0,208	0,104	108,049	2,965				3.182
18.	0,306	0,153	66,175	4,352				2.49
19.	0,38	0,190	66,175	5,409				2.49

20.	0,286	0,143	107,977	4,07				3.181
21.	0,052	0,026	107,977	0,747				3.181
22.	0,138	0,069	108,612	1,969				3.1903
23.	0,126	0,063	66,232	1,792				2.491
24.	0,058	0,029	66,057	0,829				2.488
25.	0,214	0,107	107,628	3,046				3.1758
26.	0,492	0,246	108,33	7,01				3.1863
27.	0,258	0,129	131,204	3,671				3.506
28.	0,341	0,170	107,977	4,859				3.181
29.	0,208	0,104	107,909	2,967				3.179
30.	0,267	0,133	108,19	3,797				3.1841
31.	0,363	0,181	107,977	5,168				3.181
32.	0,376	0,188	48,093	5,355				2.122
33.	0,612	0,306	48,608	8,715				2.134
34.	0,7	0,350	48,556	9,956				2.1328
35.	0,483	0,241	48,246	6,869				2.126
36.	0,473	0,236	48,144	6,727				2.124
37.	0,893	0,446	48,815	12,708				2.138
38.	0,178	0,089	65,94	2,535				2.486
39.	0,38	0,190	107,909	5,408				3.1798
40.	0,163	0,081	108,612	2,325				3.1903
41.	0,231	0,115	107,977	3,296				3.181
42.	0,204	0,102	107,768	2,914				3.178
43.	0,714	0,357	108,19	10,167				3.184

Ґрунтуючись на визначених коефіцієнта опору можна побудувати відповідні амплітудо-частотні характеристики залежності коефіцієнту динамічності від відносної частоти для відповідного матеріалу, рис. 5.18.

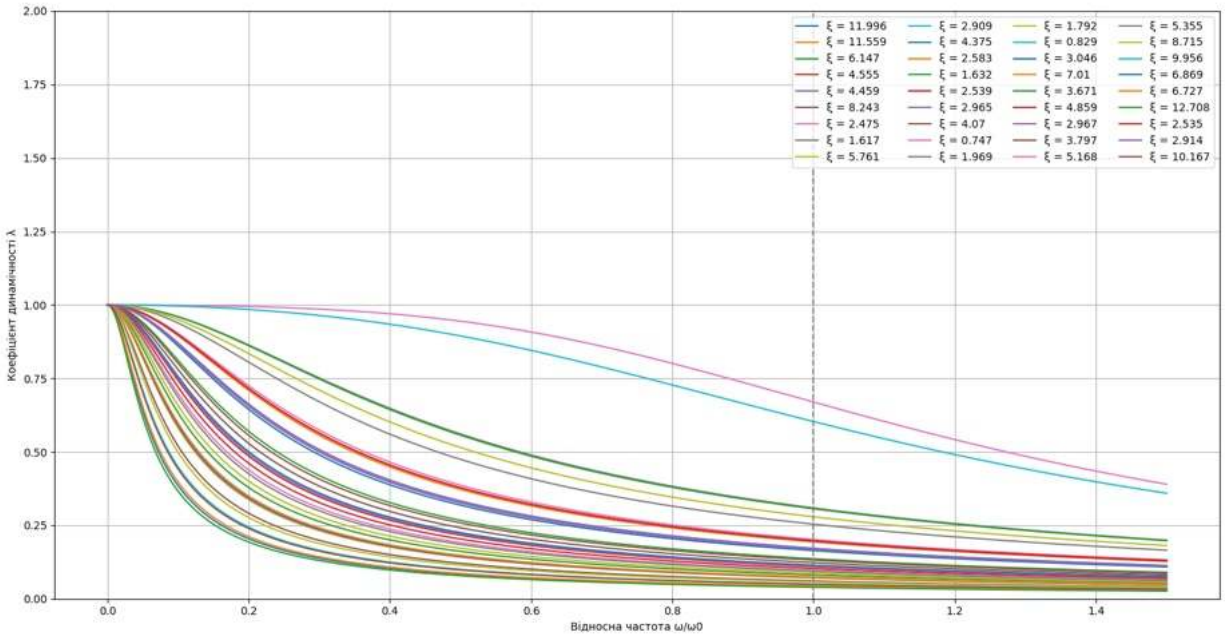
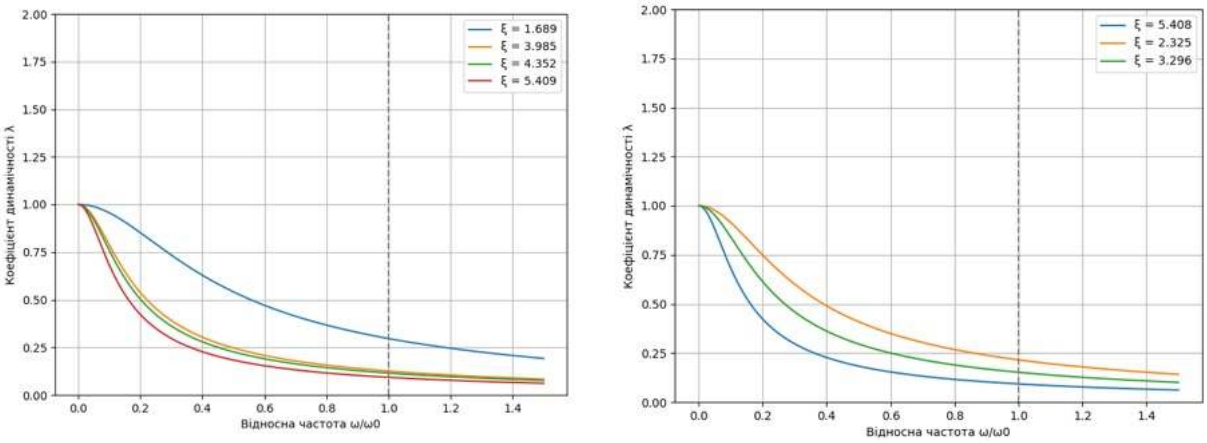


Рис. 5.18. Залежність коефіцієнту динамічності від відносної частоти при руйнуванні граніту

Аналогічні графіки будуємо для габро та мармуру, рис. 5.19.

Графіки рис. 5.18 та рис. 5.19 можуть слугувати в якості оцінки енергозатрат при руйнуванні матеріалів, які мають різні фізичні властивості. Аналізуючи графік рис. 5.18 слід зазначити, що діапазон зміни кривої коефіцієнта динамічності є дещо широким, це пояснюється додатковими факторами, які необхідно враховувати. Першим фактором є те, що дослідні зразки граніту були із декількох різних родовищ, другим фактором є невпорядкована структура зерен матеріалу, тобто при руйнуванні породи ударним методом, контакт молотка із породою може здійснюватись в точці, яка є границею розділу зерен або в точці, яка знаходиться на поверхні породи паралельно центру зерна. В цих двох випадках затрати енергії на руйнування можуть відрізнятись. Окремим випадком є коли прикладення навантаження здійснюється на межі розділу границь зерен проте на шляху руху тріщини розташоване суцільне зерно, тоді тріщина може огинати поверхню зерна, змінюючи напрямок руху. Це все призводить до відмінностей у витраченій енергії на руйнування. Третім фактором є форма поверхні зразка, та форма

поверхні била або молотка, кут прикладення навантаження, накладання додаткових гармонік на обертальні органи дробильної машини.



а б

Рис. 5.19. Залежність коефіцієнту динамічності від відносної частоти:

а – габро; б - мармур

Розглядаючи більш детально другий фактор та енергетичний закон поверхонь, слід зазначити про поверхню самої тріщини, а саме про її зрізаність, яка визначає відмінності в енергозатратах на процес руйнування окремих зразків.

5.4. Визначення параметрів моделі руйнування

Розглянемо алгоритм визначення параметрів моделі руйнування Тавареса на основі експериментальних даних.

Значення питомої енергії руйнування для частинки можна визначити на основі верхнього усіченого логарифмічного розподілу та на основі параметрів руйнування, що описують матеріал [121]. Даний розподіл енергії частинки побудовано на ймовірності її руйнування під впливом різних питомих контактних енергій. Середня енергія руйнування розподілу змінюється залежно від розміру частинки. Така залежність описується рівнянням [122]:

$$E_{50} = E_{\infty}\left[1+\left(\frac{d_0}{d_j}\right)^{\varphi}\right], \tag{5.31}$$

де E_∞, d_0 та φ – параметри моделі підігнані до експериментальних даних; d_j – розмір окремої частинки.

Розподіл ймовірності руйнування задається як:

$$P_0 = \frac{1}{2}\left[1 + erf\left(\frac{\ln E^* - \ln E_{50}}{\sqrt{2\sigma^2}}\right)\right], \tag{5.32}$$

де $E^* = \frac{E_{\max} E}{E_{\max} - E}$, E_{max} – верхнє значення усіченого розподілу, яке представлено енергією, що в чотири рази перевищує медіанну енергію; σ^2 – геометрична дисперсія розподілу.

Процес накопичення пошкодження частинкою відбувається за умови, якщо енергія контакту не перевищує енергію руйнування. Накопичене пошкодження сприятиме тому, що при наступному контакті частинка буде менші міцною. Пошкодження яке отримує частинка і яке не призводить до руйнування записується наступним чином [121]:

$$D = \left[\frac{2\gamma}{(2\gamma - 5D + 5)}\frac{E_{cs}}{E}\right]^{\frac{2\gamma}{5}}, \tag{5.33}$$

де γ – коефіцієнт накопичення пошкодження. Енергія частинки коригується після навантаження на основі наступного рівняння:

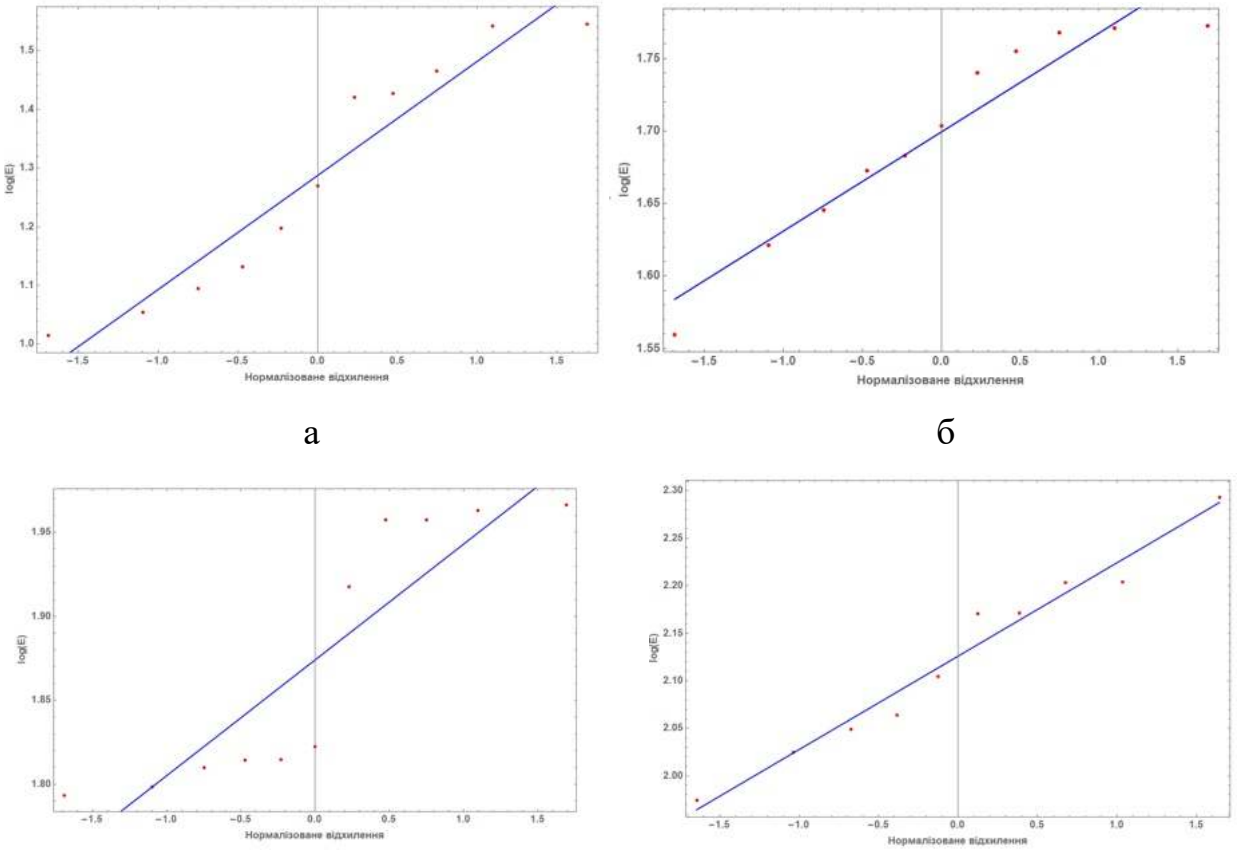
$$E^{new} = E^{old}(1 - D), \tag{5.34}$$

При руйнуванні частинки її фрагменти генеруються на основі алгоритму Лагерра-Воронного. Розмір фракцій продуктів дроблення буде пов’язана із енергією навантаження частинки відповідно до значення T_{10}, яке відповідає відсотку маси від початкової частинки, що проходить крізь сито розміром отворів, рівним 10% від початкового розміру частинки.

Повний розподіл розмірів частинок можна виразити за допомогою неповної бета-функції:

$$t_n = \frac{100}{\int_0^1 x^{a_n - 1}(1 - x)^{\beta_n - 1}\,dx}\int_0^{t_{10}/100} x^{a_n - 1}(1 - x)^{\beta_n - 1}\,dx, \tag{5.35}$$

Крім описаних вище параметрів для моделі Тавареса необхідним є визначення мінімальної енергії та мінімального розміру частинки.



а б

в г

Рис. 5.20. Графіки до визначення дисперсії логарифма енергії руйнування: а – перший набір; б – другий набір; в – третій набір; г – четвертий набір

З метою калібрування даних дослідні зразки класифікуються від найбільшого до найменшого розміру. Потім тестуються на установці для ударного навантаження, на якій є можливість визначити параметри сили-деформації. Крім цього необхідно записати масу частинок. Після чого необхідно визначити момент руйнування частинки. Для цього на графіку сила-деформація необхідно визначити перше падіння сили, приблизно після 0.5 мм деформації. У випадку використання маятникового копра процедура визначення енергії руйнування зразка дещо відрізняється (див. вище). З метою подальших викладок проведена серія дослідів була розділена на 4 групи по принципу затрачуваної енергії на руйнування від меншого значення до більшого. Таким чином були підготовлені відповідні таблиці, в які були занесені значення питомої енергії руйнування – таблиця В.1 – В.4, додаток В. Значення персентилю визначалось на основі рівняння:

$$P = \frac{i - 0.5}{N}, \tag{5.36}$$

де N – кількість дослідів; і – порядковий номер досліду.

Дисперсія енергії руйнування для чотирьох наборів визначається на основі графіків рис. 5.20.

Для чотирьох наборів визначені відповідні нахили кривої:1) σ= 0.1942; 2) σ= 0.0681; 3) σ= 0.0689; 4) σ=0.0982. Тоді квадрати стандартних відхилень відповідно будуть: 1) σ^2 = 0.0377; 2) σ^2 = 0.00463; 3) σ^2 = 0.0047; 4) σ^2 =0.0096.

Середнє значення дисперсії відповідно буде рівним - σ^2=0,0141.

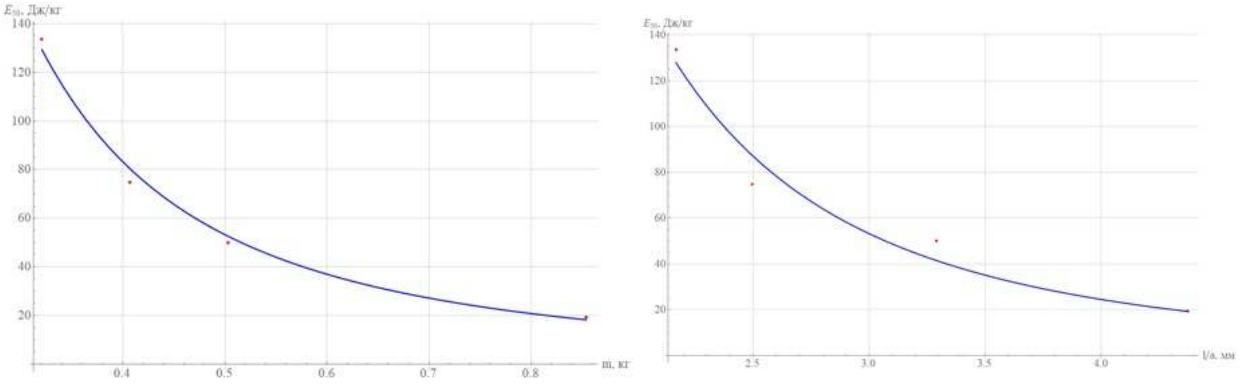
Далі необхідно визначити медіанну енергію руйнування частинки – E_{50}. Це енергія на одиницю маси, при якій 50% частинок розміром d руйнуються. Дана енергія визначається на основі залежності (5.31) при умові, що параметри, які входять в залежність є відомими. В іншому випадку використовується залежність [119]:

$$E_{50} = 10^{\frac{\left[\sum_{i=1}^{n} \log(E)\right]}{n}}, \tag{5.37}$$

Значення медіанної енергії, а також розміри частинок заносимо у таблицю В. 5, додатку В. В цілому можна зазначити, що для зразків більших розмірів повинна затрачатись менша кількість енергії . Проте в таблиці В. 5, додатку В можна помітити, що середній розмір поперечного перерізу зразка знаходиться в приблизно однакових межах, а зміни медіанної енергії є значними. З цієї причини до таблиці були додані маси зразків. Тобто зразки мали дещо відмінний поздовжній розмір і це видно вище в роботі. Тому оцінку затрат енергії краще вести по параметру відношення поперечного перерізу до поздовжнього розміру. Для порівняння була складена відповідна таблиця В. 6, додатку В.

Для визначення параметрів рівняння (5.31) E_∞, d_0 та φ будуємо графік залежності маси частинки від медіанної енергії, рис. 5.21. Дані беремо із В. 5, додатку В. Тут слід зазначити, що в класичній методології використовується залежність розміру частинки від медіанної енергії. Так як в нас дослідні зразки

мають не стандартну форму, тобто один із розмірів є більшим ніж інший, то краще в даному випадку скористатись масою частинки.



а б

Рис. 5.21. Графік залежності медіанної енергії руйнування зразка від:

а – маси частинки; б – співвідношення сторін

Параметр E_∞ визначає енергію при нескінченно великому розміру або маси частинки. Розмір d_0 є розміром частинки, при якому енергія руйнування вдвічі більша ніж при E_∞. Показник крутизни є φ, який контролює наскільки різко E_{50} зростає, коли частинки зменшуються. На основі графіка рис. 5.21, а приймаємо $E_\infty = 18$ Дж/кг. Проте для визначення d_0 нам необхідно побудувати графік залежності медіанної енергії від параметру, який визначає співвідношення розмірів зразка, рис. 5.21, б. Необхідні дані наведені в таблиці В. 5, додатку В.

З графіка рис.5.21 а та б визначаємо масу m та l/a частинки при яких енергія руйнування вдвічі більша за енергію E_∞. Далі враховуючи відому щільність частинок можемо записати нерівність:

$$a = \sqrt[3]{\frac{m_k}{h_k \rho}}, \tag{5.38}$$

Дана залежність дає можливість визначити розмір частинки $d_0 = 40.8$ мм. Показник крутизни можна визначити на основі дотичної до графіків рис. 5.21. Рівняння (5.31) можна переписати у наступному вигляді:

$$\ln\left(\frac{E_{50}}{E_\infty}\right) = \varphi \ln\left(1 + \frac{d_0}{d_{50}}\right), \tag{5.39}$$

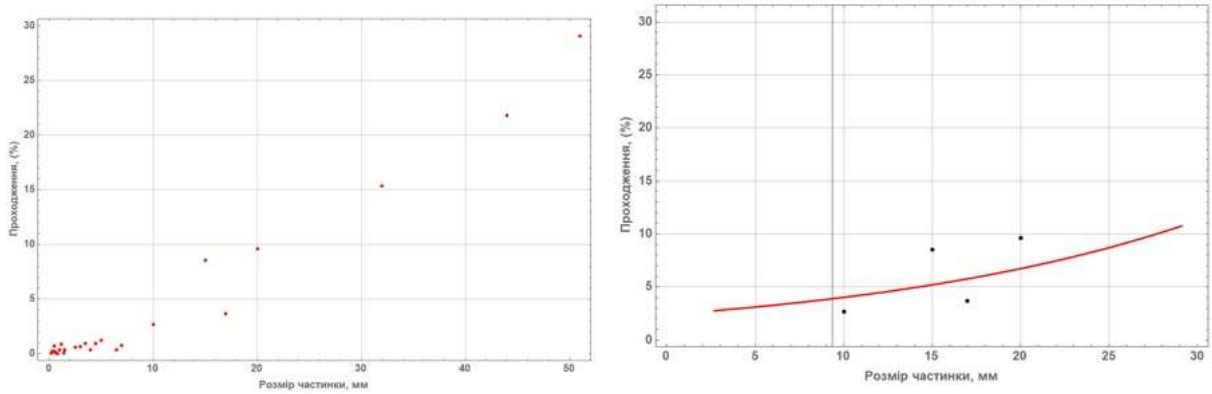
Будуємо графіки де вісь x визначається рівнянням – $\ln(1+d_0/d_{50})$, а вісь y – $\ln(E_{50}/E_\infty)$. Та визначаємо нахил φ, який знаходиться в межах $0{,}266 \leq \varphi \leq 0{,}4408$.

Параметри моделі t_{10}, A та $b^{/}$ визначаються на основі рівняння:

$$t_{10} = A\left[1 - \exp\left(-\frac{b^{/} E_{cs}}{E}\right)\right], \tag{5.40}$$

Рівняння (5.40) є аналогічним до рівняння (5.11). Для визначення параметру t_{10} необхідно побудувати графік розсіву матеріалу. Тобто розміру продукту руйнування в залежності від відсотка проходження через сито. З цією метою в процесі проведення експерименту частинки зруйнованого матеріалу збираються та просіюються через сито. Далі на основі побудованого графіку визначають значення t_{10}, яке є десятою часткою від початкового розміру матеріалу.

Для першого набору даних розкид значень зображено на рис. 5.22, а та відповідна модель лінійної регресії на рис. 5.22, б.



а б

Рис. 5.22. Графік ситового аналізу для першого набору даних:

а – значення ситового аналізу; б – модель лінійної регресії

На основі регресійної моделі отримуємо функцію для першого набору даних $f_1(x) = 2.41147e^{0.0513978x}$.

Регресійні моделі для трьох інших наборів даних зображено на рис. 5.23.

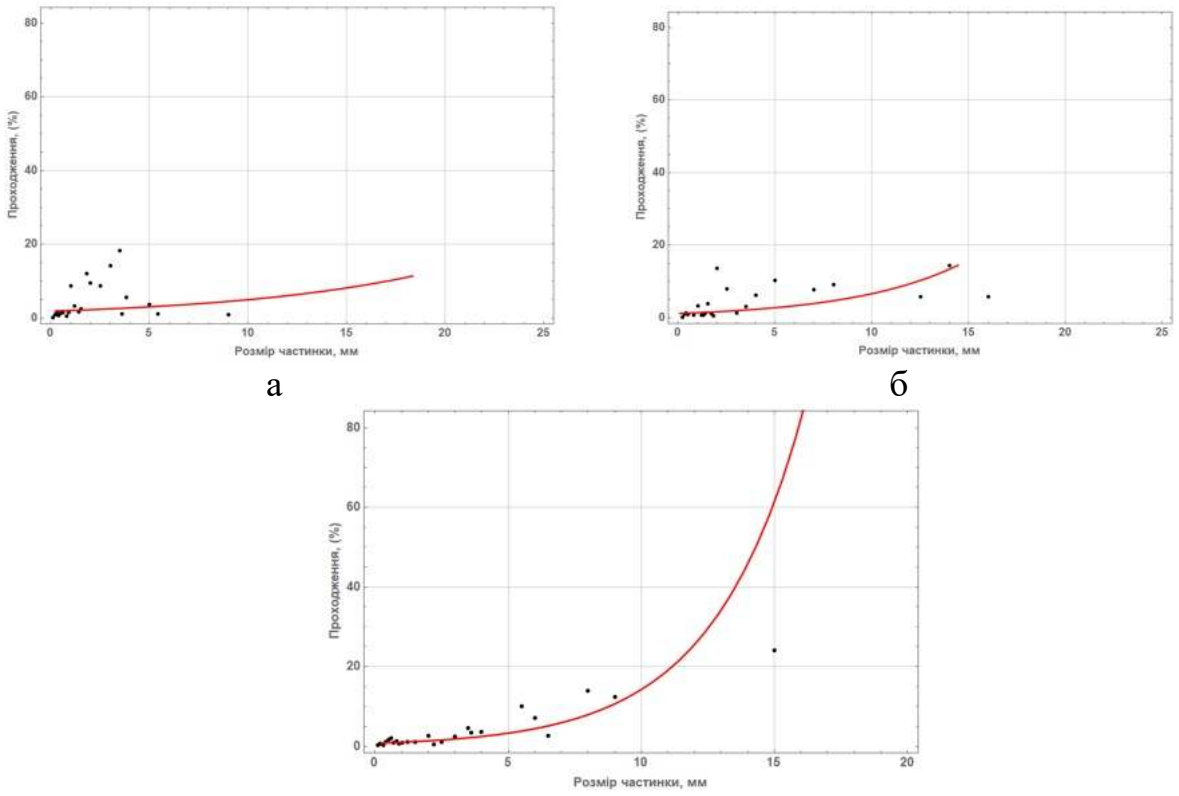


Рис. 5.23. Моделі лінійної регресії для: а -другий набір; б – третій набір; в – четвертий набір

Відповідні функції для регресійних моделей представлені нижче:

$$f_2(x)=1.83318e^{0.0994296x}\ f_3(x)=1.13794e^{0.175862x}\ f_4(x)=0.768883e^{0.292001x}, \qquad (5.41)$$

Використовуючи функції (5.43) та (5.44) будуємо відповідні графіки розсіву частинок руйнування та визначаємо значення параметру t_{10}, рис. 5.24. На графіку вертикальна пунктирна лінія відображає 1/10 початкового розміру частинки.

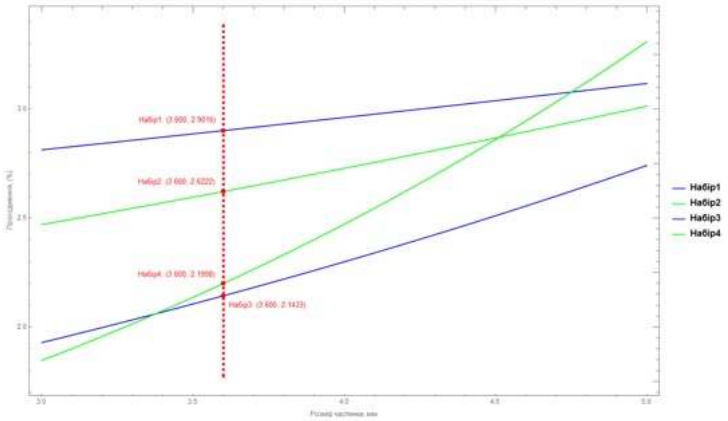


Рис. 5.24. Розподіл розміру частинок для чотирьох наборів даних

Після визначення значення t_{10} необхідно встановити функціональну залежність відносно значення співвідношення енергій – E_{cs}/E_{50}, рис. 5.25.

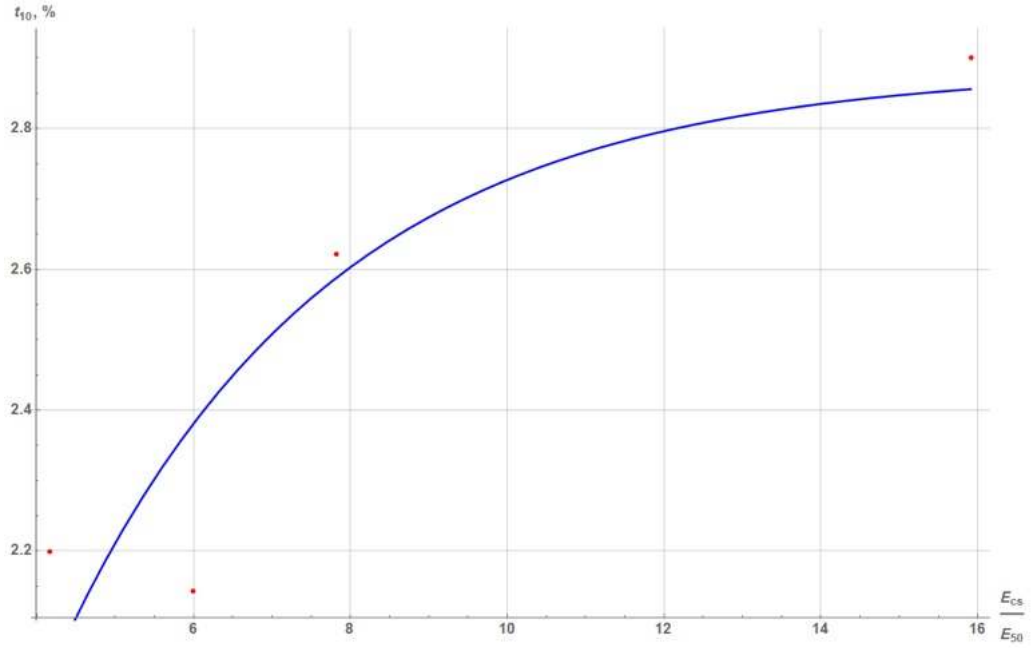


Рис. 5.25. Графік регресивної моделі для залежності t_{10} від E_{cs}/E_{50}

На основі регресивного аналізу функціональної залежності t_{10} від E_{cs}/E_{50} отримуємо значення невідомих параметрів A та $b^{/}$ для залежності (5.40): A=2.7845; $b^{/}$ = 0.32073.

Далі можна визначити для кожного значення енергії руйнування частинки відповідний параметр t_{10}. Та побудувати відхилення для частинок менших та більших розмірів.

На даному етапі дослідження були визначені всі параметри моделі Тавареса крім параметра γ. Даний параметр входить в залежність (5.33) і дає можливість визначити пошкодження, яке отримує частинка без руйнування. В даній роботі оцінити цей параметр можна в самому програмному комплексі Ansys.

РОЗДІЛ 6. РЕКОМЕНДАЦІЇ ПО ВПРОВАДЖЕННЮ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

6.1 Технологічні вимоги для забезпечення ефективної роботи дробильного обладнання

Вибір технології виготовлення будівельних матеріалів та підбір оптимального дробильного обладнання є актуальною на сьогодні задачею. Розглядаючи широке коло дробильних машин, та відповідний широкий спектр будівельних матеріалів ми зіштовхуємось із вирішенням складної багатовекторної задачі вибору відповідного дробильного обладнання в залежності від задач та умов виробництва будівельних матеріалів.

Ефективність роботи дробильного обладнання визначається мінімальними енергозатратами при максимальній продуктивності. На ранніх етапах створення дробильного обладнання основним напрямком вдосконалення таких машин була розробка оптимальних конструкцій. В результаті було створено цілі ряди конструктивних рішень по кожному типу дробильних машин розглянути в першому розділі. Це свідчить про великий набір задач, які необхідно було вирішувати за рахунок створення конструкцій таких машин.

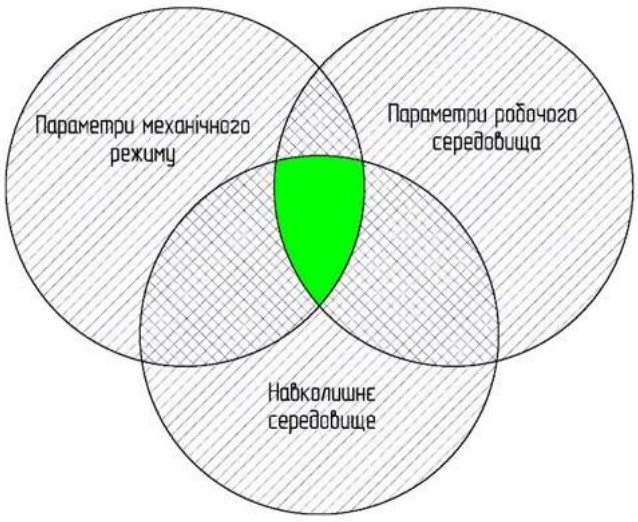


Рис. 6.1. Комплекс вимог дробильної техніки

Основними вимоги, які висуваються до дробильної техніки знаходяться в множині параметрів механічного режиму та параметрів робочого середовища, рис.6.1. До такої множини можна віднести вимоги до розміру вхідного матеріалу, забезпечення максимальної продуктивності при мінімальних енергозатратах, мінімальне пилоутворення, швидке розвантаження матеріалу, уніфікованість та простота конструкції, максимально можлива рівномірність продукту дроблення, безпека роботи з обладнанням.

Так розглядаючи окремо кожну групу дробильних машин можна відмітити наступні твердження. Перевагами, щокових дробарок є проста конструкція, висока продуктивність і зрівноваженість, можливість дробити матеріал значних розмірів, кращі експлуатаційні характеристики дробильних плит та в цілому механізму дробарки. Проте в таких машин є значні недоліки, а саме циклічність роботи та значна енергоємність процесу дроблення. Значна енергоємність процесу виникає внаслідок втрат енергії в елементах конструкції дробильних машин, переподрібненням матеріалу в камері дроблення або не достатнім його руйнуванням та виникненням лещадних форм, втратами енергії на процеси, які супроводжують руйнування (акустичне та теплове розсіяння енергії, пластичні деформації в деяких матеріалах ті інші).

Конусні дробарки в порівнянні із щоковими дробарками займають менше площі, є більш енергоефективними та мають вищий коефіцієнт руху. Особливістю таких машин є більш складна схема навантаження матеріалу, тобто його руйнування відбувається за рахунок стискальних, стиральних та згинальних навантажень. Це дозволяє конусним дробаркам дробити матеріали підвищеної міцності та отримувати більш якісний продукт дроблення в порівнянні із щоковими дробарками, а саме більш кубовидний матеріал. На сьогодні конусні дробарки мають широкий спектр типів машин, які володіють підвищеною продуктивністю, надійністю та оснащені системами автоматизації, проте якісний та кількісний вплив на фізичні процеси

безпосереднього руйнування матеріалів в камері дроблення конусними дробарками залишається на попередньому рівні. Тобто такі параметри як степінь дроблення та частота коливань конуса залишаються незмінними, а експлуатаційні витрати вдалося зменшити незначно. Крім цього до недоліків конусних дробарок слід віднести еліптичність і неконцентричність броньових плит конусів, підвищені радіальні зазори в привідному механізмі, чутливість до нерівномірності завантаження. Так само, як і в щокових дробарках процес руйнування не є ефективним, тобто матеріал може зазнавати багатократного навантаження від робочих органів дробильної машини, а через швидкий знос дробильних плит рівень нерівномірності навантаження може підвищуватись.

Валкові дробарки в свою чергу володіють простотою будови та надійністю. Вони є економнішими в порівнянні із конусними дробарками. Основним недоліком їх є невисока продуктивність та обмежена міцність матеріалів, окрім дробарок HPGR. Значний вплив на процес дроблення, як зазначалось в розділі 1 мають швидкість обертання валків, кут захоплення та коефіцієнт тертя матеріалу по валкам. Кут захоплення та коефіцієнт тертя коливаються в достатньо широких межах і при нерівномірності продукту живлення, сильно змінюються по мірі просування в камері дроблення. Якщо розглядати дробарки HPGR то вони можуть працювати із міцним матеріалом, проте весь матеріал, який проходить через дробарку в достатній мірі пресується після чого він потребує додаткової обробки для розділення на окремі зерна. Тут виявляються додаткові дві проблеми, а саме підвищення затрат енергії та необхідність постійно контролювати зазор між валками. Так само як і в конусних та щокових дробарках у валкових дробарках відбувається знос валків, що може при незначних його значеннях змінювати параметри процесу дроблення.

В дробарках ударної дії застосовується значним чином відмінний від попередніх типів дробарок метод руйнування – удар. Перевагами таких машин є компактність конструкції, високий степінь дроблення, низькі енергозатрати та висока якість продукту дроблення в порівнянні із попередніми типами

дробарок. Основним недоліком таких машин є швидких знос робочих органів, обмеженість по розмірам завантажувального матеріалу. В цілому процес руйнування залежить від швидкості руху робочого органу та частинки матеріалу, поверхні контакту, абразивності матеріалу. Сам матеріал також зазнає неоднократного навантаження робочими органами дробарки, внаслідок співударяння або удару по відбійним плитам. Це все впливає на час перебування частинки в камері дроблення, знижуючи продуктивність та підвищуючи затрати енергії. Крім цього в процесі руйнування матеріалу відбувається значне пилоутворення. Для ударних дробарок існуючі енергетичні закони не дають точного опису енергії руйнування, в зв'язку з цим як було описано в розділі першому, використовують енергетичний коефіцієнт, визначення якого також побудоване на емпіризмі.

Таким чином в поширених типах дробильних машин прослідковується схожа проблематика. В даному випадку можна спостерігати наявність значної кількості емпіричних залежностей, які локально описують процес дроблення і не відображають впливу фізичних процесів. З іншого боку складні емпіричні залежності мають низький рівень практичної реалізації, що призводить до використання більш простих методів при проектуванні або вибору дробильних машин. Також фактори, які мають незначний вплив на процесу руйнування в локальному постановці задачі відкидаються хоча в глобальному плані вплив такого параметру може бути значним і призводити до небажаних результатів.

З іншого боку на сьогодні є відсутньою загальноприйнята методика розрахунку та вибору дробильних машин з врахуванням фізик процесу руйнування в камері дроблення.

6.2 Рекомендації вибору параметрів робочого процесу подрібнення матеріалів

Розглядати робочий процес дробильної машини потрібно на основі врахування комплексу параметрів, який включає набори параметрів робочого середовища, дробильної машини та їх взаємний вплив.

Тут слід враховувати вимоги виробництва відносно готового продукту до яких відносяться: 1) енергозатрати; 2) необхідна продуктивність; 3) розмір та форма продукту дроблення; 4) швидкість виготовлення відповідного продукту. Всі інші параметри відповідно повинні функціонально бути пов’язаними із основними.

Важливим параметром, який приймає участь у всіх розрахунках будівельних машин є зусилля, яке створюється на робочому органі. Можливість регулювати величину зусилля надає широкі можливості в оптимізації конструкції дробильної машини та самого процесу дроблення. З цією метою в третьому розділі були розглянуті математичні моделі дробильних машин, які мають на меті визначити рівні створюваного зусилля в залежності від кута повороту привідного валу. Проте розуміння картини максимальних зусиль є одним із комплексу параметрів, якими необхідно керувати. В цілому визначення оптимальної картини зусиль спрощує підбір обладнання в залежності від фізичних властивостей матеріалу.

Під час вибору параметрів робочого процесу необхідно враховувати фізико-механічні властивості матеріалу. До основних характеристик належать міцність, твердість, крихкість, абразивність, вологість і початковий гранулометричний склад сировини. Матеріали з підвищеною міцністю потребують більших зусиль руйнування, що може супроводжуватися збільшенням навантаження на привод і зростанням енергетичних витрат. Водночас підвищена вологість і наявність дрібнодисперсних фракцій можуть погіршувати проходження матеріалу через робочу камеру та спричиняти порушення стабільності технологічного процесу. Тому режим подрібнення

доцільно встановлювати з урахуванням характеристик конкретної сировини, а за значної неоднорідності її властивостей передбачати попереднє сортування або коригування параметрів подачі.

Важливим є обґрунтування необхідного ступеня подрібнення та крупності кінцевого продукту. Ці показники повинні відповідати вимогам подальшого використання матеріалу, зокрема його сортування, транспортування або повторного застосування у виробництві будівельних матеріалів. Надмірне зменшення розмірів частинок не завжди забезпечує підвищення ефективності технологічного процесу, оскільки потребує додаткових енергетичних витрат і може збільшувати частку небажаних дрібних фракцій. У зв'язку з цим ступінь подрібнення необхідно визначати на основі вимог до готового продукту, конструктивних можливостей обладнання та енергетичної доцільності реалізації відповідного режиму. Якщо необхідну крупність неможливо забезпечити за один технологічний цикл без надмірного навантаження на дробарку, доцільно розглянути можливість застосування багатостадійного подрібнення із проміжним сортуванням матеріалу.

Для щокових дробарок одним із визначальних технологічних параметрів є ширина розвантажувального отвору, який безпосередньо впливає на крупність готового продукту, продуктивність і характер навантаження робочих органів. Зменшення розмірів отвору, як правило, сприяє отриманню дрібнішого матеріалу, проте може супроводжуватися зниженням продуктивності та збільшенням питомих енерговитрат. Збільшення розвантажувального отвору може підвищувати пропускну здатність дробарки, але водночас призводити до збільшення середнього розміру частинок на виході. Тому значення цього параметра слід вибирати з урахуванням необхідної крупності продукту, характеристик матеріалу та допустимих навантажень на конструктивні елементи.

Не менш важливим чинником є вибір частоти обертання приводного механізму та параметрів руху робочих органів. Відповідні характеристики визначають частоту циклів навантаження матеріалу, тривалість його

перебування в робочій камері та інтенсивність взаємодії між частинками й дробильними поверхнями. Збільшення частоти обертання не обов'язково забезпечує пропорційне підвищення продуктивності, оскільки за певних умов може погіршуватися заповнення робочої камери, змінюватися характер переміщення матеріалу та збільшуватися динамічні навантаження. Отже, частоту обертання необхідно узгоджувати з кінематичними характеристиками дробарки, властивостями сировини та режимом подачі.

Для забезпечення ефективної роботи обладнання необхідно підтримувати рівномірну подачу матеріалу до робочої камери. Недостатнє завантаження призводить до неповного використання встановленої потужності та зниження продуктивності, тоді як надмірна подача може спричиняти перевантаження привода, збільшення контактних зусиль і порушення нормального перебігу процесу подрібнення.

Таким чином, вибір параметрів робочого процесу подрібнення матеріалів повинен ґрунтуватися на комплексному врахуванні властивостей сировини, конструктивних характеристик дробарки, режиму завантаження та вимог до готового продукту. Раціональні параметри доцільно визначати шляхом поєднання теоретичних розрахунків, математичного моделювання й експериментальних досліджень із подальшою перевіркою результатів у виробничих умовах. Основним принципом оптимізації має бути досягнення необхідної якості подрібнення за мінімальних питомих енерговитрат, достатньої продуктивності та допустимого рівня механічних і динамічних навантажень. Реалізація такого підходу сприятиме підвищенню енергоефективності дробильного обладнання, зменшенню експлуатаційних витрат і забезпеченню стабільності технологічного процесу.

6.3. Загальний алгоритм розрахунку основних параметрів машини

На рисунку 6.2 представлений алгоритм розрахунку основних параметрів дробильної машини.

Блок 1. Задаються вихідні дані, такі як необхідна потужність $N_в$, продуктивність $П_в$, вихідний та вхідний розмір матеріалу - d, D. Ці параметри зазвичай ставляться перед виробництвом або підбором дробильної машини.

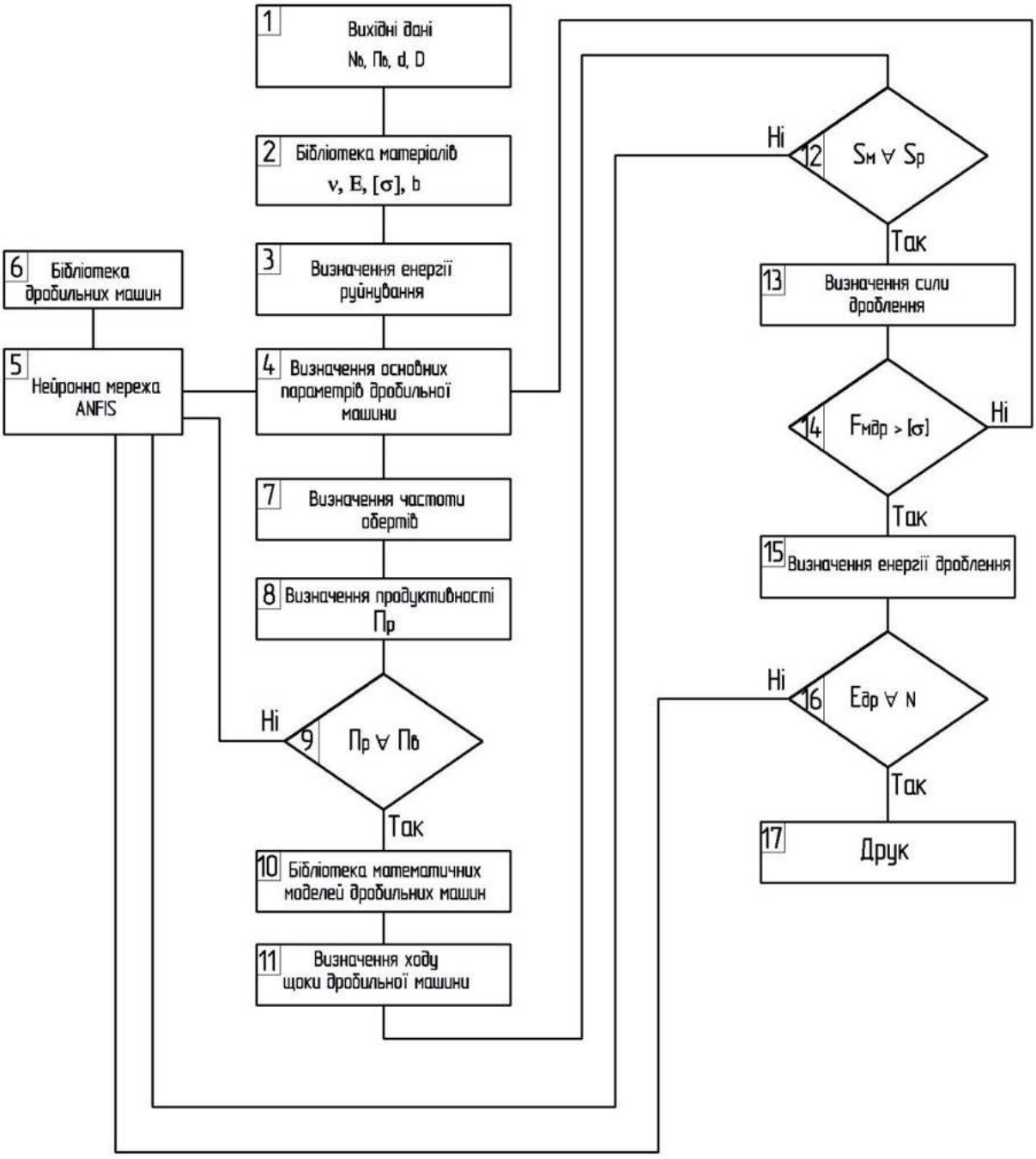


Рис. 6.2. Загальний алгоритм розрахунку основних параметрів дробильної машини

Блок 2. Включає в себе бібліотеку будівельних матеріалів. Для набору даних бібліотеки будівельних матеріалів підключаються такі зовнішні джерела, як USGC (United States Geological Survey), GEOROC (Geochemistry of Rocks of the Oceans and Continents), GeoScienceWorld, mindat.org, BRGM (Bureau de Recherches Géologiques et Minières). Основними параметрами матеріалів є коефіцієнт Пуассона ν, модуль пружності E, допустиме напруження руйнування [σ], коефіцієнт дисипації b, коефіцієнт когезії c, внутрішній кут тертя φ, кут дилитансії ψ. Тут слід зазначити, що частина параметрів фізичних характеристик матеріалів приймається із дослідів, проведених безпосередньо під час виконання даної дисертаційної роботи.

Блок 3. На основі математичної моделі матеріалу визначається енергія руйнування, яка враховує пружну та дисипативну складову зародження та росту тріщини в матеріалі до початку процесу розділення на окремі частини, тобто повного руйнування. Даний блок враховує класичну математичну модель розповсюдження хвиль в твердому тілі, а також математичну модель для чисельного розрахунку на основі безсіткового методу SPH. Тобто в даному блоці реалізована можливість вибору розрахунку в залежності від прийнятої реологічної моделі. Класична модель включає в себе пружну та дисипативну складову, в свій час модель на основі SPH додатково включає складову сил зчеплення та тертя. Внутрішній алгоритм вибору вносить гнучкість в процес, так як дозволяє більш оптимально підібрати реологічну модель в залежності від виду матеріалу дроблення.

Блок 4. На основі вихідних даних, енергії руйнування, типу дробильного матеріалу та характеристик готового продукту дроблення попередньо приймається тип дробильної машин та виконується розрахунок основних параметрів механічного режиму. Такими параметрами є розмір вхідного отвору, розмір вихідного отвору, геометрія дробильної поверхні, необхідна відстань переміщення дробильних органів, кути захвату, геометричні розміри. Паралельно із цим до блоку підєднується блок 5, який включає в себе

підготовлені модулі нейронної мережі. В свою чергу блок 5 підєднується до блоку 6 – бібліотеки дробильних машин, яка включає набір даних по реальним дробильним машинам. Таким чином нейромережа блоку 5 завантажує відповідні дані по дробильним машинам і робить їх аналіз. На основі аналізу та внутрішнього алгоритму розрахунку нейромережа формує набір параметрів механічного режиму для необхідної дробильної машини. Із блоку 4 в нейромережу передаються відповідні вхідні дані. Ці дані також включаються в аналіз та розрахунки. Далі нейромережа передає розраховані параметри дробильної машини на основі існуючих моделей. Передані параметри порівнюються із розрахованими по класичним залежностям. Остаточні значення апроксимуються та передаються на подальший розрахунок, при цьому записуються поправочні коефіцієнти.

Блок 7. Відбувається розрахунок частоти обертів дробарки.

Блок 8. Розрахунок продуктивності дробарки. Даний розрахунок включає в себе оптимізацію з врахуванням частоти обертів машини.

Блок 9. Відбувається порівняння розрахованої продуктивності з прийнятою на основі вихідних даних. При значних розбіжностях в значеннях продуктивності підключається блок 5, в якому нейромережа порівнює значення продуктивності із розрахованим на основі даних реальних машин. Далі значення параметрів коригуються відносно принятого значення продуктивності і передаються в блок 4. Таким чином відбувається повний цикл операцій із підбору частини параметрів механічного режиму з метою їх оптимізації залежно від поставлених умов роботи дробильної машини.

Блок 10. На основі прийнятого типу дробильної машини вибирається відповідна математична модель дробарки. Результатом розрахунку математичної моделі є встановлення оптимальних режимів роботи машини та створенню оптимальної картини навантажень. Дані з розрахованої математичної моделі передаються на наступний блок.

Блок 11. Із даних отриманих по математичній моделі визначається оптимальних рух робочого органу. Це стосується таких дробильних машин, як

щокова та конусна дробарки. Для валкової визначається оптимальне значення зазору між валками. Для молоткової та роторної дробарки перевіряється значення діаметр ротора, його довжини, та встановлюється значення зазору між билами та відбійними плитами. Для роторних дробарок із вертикальним валом, додатково встановлюється геометрія комірок для розгону матеріалу.

Блок 12. Значення розраховані в блоці 11 порівнюються із розрахованими значеннями даних параметрів в блоці 4. Додатково відбувається перевірка із значенням розміру готового продукту. Якщо отримані значення із математичної моделі значно відрізняються від розрахованих значень відбувається запит до блоку 5. В блоці 5 відбувається порівняння розрахованих значень параметрів та отриманих від математичної моделі із значеннями параметрів на основі алгоритму нейромережі. Далі скореговані значення передаються назад до блоку 12.

Блок 13. Із даних по математичній моделі визначається сила дороблення.

Блок 14. Порівняння сили дроблення та міцності матеріалу на руйнування. За умови недостатнього рівня сили дроблення, алгоритм перенаправляється в блок 4.

Блок 15. Визначення загальної енергії дроблення з використанням рівняння енергетичного балансу.

Блок 16. Порівняння загальних енергозатрат із необхідною потужністю заданою по проекту. При значеннях загальної енергії нижчих або занадто вищих ніж потужність дробильної машини, виконується запит до блоку 5 нейромережі.

6.4 Приклад розрахунку

Розглянемо приклади розрахунку дробильних машин статичної та динамічної дії. До машин статичної дії відносяться щокові, конусні та валкові дробарки, а до машин динамічної дії ударні та вібраційні дробарки.

Вихідними даними до розрахунку є: 1) Потрібна продуктивність – Q=100 т/год; 2) Розмір вхідного матеріалу – D=600 мм; 3) Розмір вихідного матеріалу – d=200 мм; 4) тип матеріалу – граніт.

В цілому вихідні дані для окремої дробильної машини формуються на основі дробильно-сортувального заводу. Тому розмір продукту дроблення не є кінцевим розміром продукту, який фігурує в технічному завданні. Більшість фракцій продукту дроблення знаходиться в межах до 100 мм, і виготовлення такого фракційного складу пов'язано із набором машин.

1. Із бібліотеки матеріалів завантажуємо основні фізичні характеристики для граніту, табл. 3.2, табл.5.5: 1) коефіцієнт Пуассона ν =0.23; 2) модуль пружності E = 59300 МПа; 3) міцність на стиск $\sigma_{ст}$ = 181.7 МПа; 4) коефіцієнт опору b = 2,909; 5) щільність середовища ρ =2800 кг/м^3.

2. Визначаємо енергію руйнування. Питомий вираз для енергії руйнування має наступний вигляд:

$$E_{пр} = \frac{\sigma^2}{2E\rho} = \frac{181.7^2}{2 \times 59300 \times 2800} = 99.4 \text{ Дж/кг}, \qquad (6.1)$$

Тут слід зазначити, що дана залежність не враховує зміни напружень та деформацій в залежності від характеристик процесу.

Для пружного середовища на основі хвильового рівняння ми можемо визначити швидкість розповсюдження хвилі при навантаженні матеріалу та власні частоти коливань. Тоді

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{59300}{2800}} = 4600 \text{ м/с} \qquad (6.2)$$

За умов, що l це розмір матеріалу, в даному випадку діаметр вхідного матеріалу є 0.6 м, а діаметр готового матеріалу – 0.2 м. Тоді значення власних частот буде відповідно: ρ_D = 12048 с$^{-1}$; ρ_d = 36144 с$^{-1}$.

Пружньо-вязке середовище. Залежність між напруженням і деформацією представляється рівнянням (3.43). Для малозвязних середовиш (грунт, бетонна суміш) параметр E можна визначати на основі наступного рівняння:

$$E = \frac{\rho\omega^2(k^2-\alpha^2)}{\sqrt{(k^4-\alpha^4)^2+4k^2\alpha^2(\alpha^2+k^2)^2}}, \quad (6.3)$$

Проте для твердих середовищ (граніт, базальт, доломіт та ін.) модуль пружності краще приймати на основі експериментальних даних або із відповідних довідників.

В свою чергу коефіцієнт опору η визначається наступним чином:

$$\eta = 2E\frac{\alpha}{c(k^2-\alpha^2)}, \quad (6.4)$$

де а – коефіцієнт згасання хвилі в середовищі, яке перебуває під дією періодичного навантаження; k – хвильове число (k= w/c).

Для граніту модуль пружності приймаємо із таблиці 5.3 - E = 59300 МПа. В свою чергу коефіцієнт η визначаємо на основі залежності (6.4) – η= 1772418923.

Коефіцієнт згасання визначаємо наступним чином:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\sqrt{1+b^2}-1}{2\left(1+b^2\right)}} = 0.0163, \quad (6.5)$$

Швидкість звукової хвилі приймаємо на основі рівняння (6.2). Частота коливань робочого органу дробарки. Середня частота обертів із вибірки дробарок складає 24.5 об/с. На основі вищезазначених даних визначаємо максимально можливі напруження при переміщенні робочого органу щокової дробарки. Відповідні дані заносимо до таблиці 6.1. На основі розрахованих значень напружень паралельно визначаємо затрати енергії.

Таблиця 6.1. Значення максимальних напружень та відповідні затрати енергії

№п/п	Максимальні напруження σ, МПа	Затрати енергії Е, Дж/кг
1.	245,76	181,87
2.	271,92	222,66
3.	295,34	262,66
4.	315,78	300,28

5.	333,04	334
6.	346,94	362,47
7.	357,34	384,53
8.	364,14	399,3
9.	367,27	406,2
10.	366,7	404,93

Середнє значення максимального напруження за один оберт складає σ=183 МПа, а відповідне середнє значення енергії дроблення 202.46 Дж/кг. Враховуючи час одного оберту визначаємо затрати потужності – 4.93 кВт. Дане значення затрат потужності на руйнування матеріалу є дещо завищеним, через те що не враховує реальної внутрішньої структури матеріалу і визначає затрати потужності для руйнування ідеального кристала. Значення потужності далі буде скориговано на основі визначення загальної потужності дробильної машини та оптимізації на основі алгоритму нейромережі.

Визначаємо основні параметри дробильної машини. В даному випадку щокової дробарки. Розрахункова схема представлена на рис. 6.3.

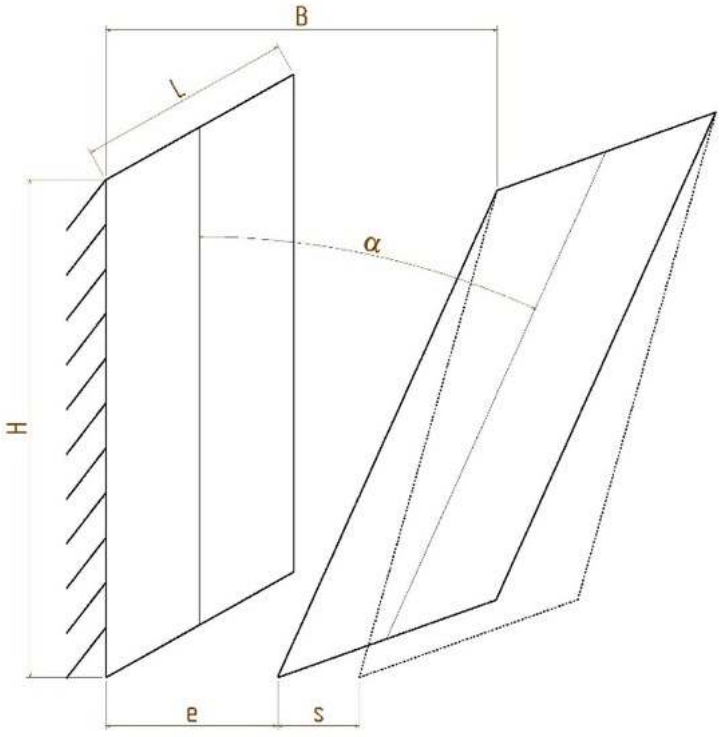


Рис. 6.3. Схема до визначення основних параметрів щокової дробарки

1. Степінь дроблення:

$$i = \frac{D}{d} = \frac{600}{200} = 3, \tag{6.6}$$

2. Ширина вхідного отвору:

$$B = \frac{D}{0.85} = \frac{600}{0.85} \approx 706 \text{ мм}, \tag{6.7}$$

3. Висота камери дроблення:

$$H = (2.0...2.5)B = 1412...1765 \text{ мм}, \tag{6.8}$$

4. Кут захвату. Необхідною умовою захвату каменя між щоками є значення кута, що випливає із співвідношення:

$$\frac{\alpha}{2} \le \varphi \text{ або } \alpha \le 2\varphi, \tag{6.9}$$

де φ – кут тертя. Виходячи із реальних умов дроблення кут зменшують до значень 18…20^0.

5. Хід рухомої щоки S, тобто значення ходу стиску матеріалу в камері дроблення для забезпечення руйнування каменя, визначають з умови:

$$S > \varepsilon_e D, \tag{6.10}$$

де $\varepsilon_e = \sigma_{ст}/E$ – відносний стиск ($\sigma_{ст}$ – напруження стиску; E – модуль стиску); D – розмір куска.

В зв'язку із складною геометрією поверхні дробильного матеріалу на практиці використовують наступні емпіричні залежності. Для дробарок із простим хитанням щоки:

$$\begin{gathered} S_в = (0.01...0.03)B = 7.06...21.18 \text{ мм}; \\ S_н = 8 + 0.26x_к = 60 \text{ мм}. \end{gathered}, \tag{6.11}$$

для дробарок із складним хитанням рухомої щоки:

$$S_в = (0.06...0.03)B; \; S_н = 7 + 0.1x_к, \tag{6.12}$$

де $x_к$ – максимальний розмір розвантажувальної щілини, мм; $S_в$, $S_н$ – хід відповідно у верхній і нижній точках рухомої щоки. Максимальний розмір розвантажувального отвору можна прирівняти до розміру необхідного

готового продукту. Тобто $d=x_к=e+s$. Параметр e в закордонній літературі має визначення C.S.S.

6. Частоту обертання ексцентрикового валу визначають з умови, що за час відхилення $t_{від}$ рухомої щоки на відстань S під дією сили тяжіння за час $t_{вип}$ випадають куски дробленого матеріалу, що мають висоту h.

Залежність для визначення кутової частоти обертів має наступний вигляд:

$$\omega = \frac{\pi\sqrt{gtg\alpha}}{\sqrt{2s_н}} = 17.12\,с^{-1}, \qquad (6.13)$$

Залежність (6.13) розрахована для кута захвату $\alpha=20^0$. Тоді частота обертів:

$$n = \frac{30\omega}{\pi} = 163.56\ об/хв, \qquad (6.14)$$

Виходячи із реальних значень частоти обертів дробильних машин можна зазначити, що даний показник не є оптимальним. В першому розділі ми визначали значення оптимальної частоти обертів в залежності від продуктивності. Тому далі в розрахунку ми відкоригуємо дане значення.

Розрахунок продуктивності. Для розрахунку продуктивності скористаємося залежностями (1.5), (1.6) та (1.20). Додатково, так як залежності (1.5) та (1.20) включають в себе параметр довжини камери дроблення, виконаємо попередній розрахунок даного параметру. Довжина камери дроблення:

$$L = \frac{D-d}{tg\alpha} \approx 1100\ мм, \qquad (6.15)$$

Значення коефіцієнту розпушення приймаємо рівним μ =0.65.

Тоді

$$П_1 = \frac{3600nLsd\mu}{tg\alpha} = 196\ м^3/год. \qquad (6.16)$$

Слід зазначити, що деяку невизначеність в залежність (6.16) привносить коефіцієнт розпушення матеріалу. При різних значеннях коефіцієнту

розпушення продуктивність дробарки може відрізнятись майже в два рази. Тому виконуємо розрахунок продуктивності на основі залежності 1.16.

$$П_{Н} = 60Sn_{c}L\left(2L_{min} + S\right)\left(\frac{i}{i-1}\right) = 330.32 \text{ м}^3 / \text{год}, \quad (6.17)$$

Порівнюючи значення продуктивності на основі залежностей (6.16) та (6.17) можна помітити, що вони відрізняються на величину коефіцієнта розпушення. Таким чином постає питання у виборі значення продуктивності дробарки в широких межах від 90 м^3/год до 330 м^3/год.

Для оптимізації значення продуктивності скористаємося алгоритмом нейромережі. Основна концепція такого алгоритму розглядалась вище і більше детально наведена в додатках даної роботи. Проте для визначення реальних параметрів продуктивності нам потрібні відомі оптимальні параметри машини. Одним із таких параметрів буде частота обертів, так як при розрахунках продуктивності на основі залежності (6.16) та (6.17) оптимальним значення частоти обертів є n=2.72 с$^{-1}$. За другий параметр можна прийняти ширину вхідного отвору. Графік прогнозованих значень продуктивності відносно реальних представлено на рис. 6.4.

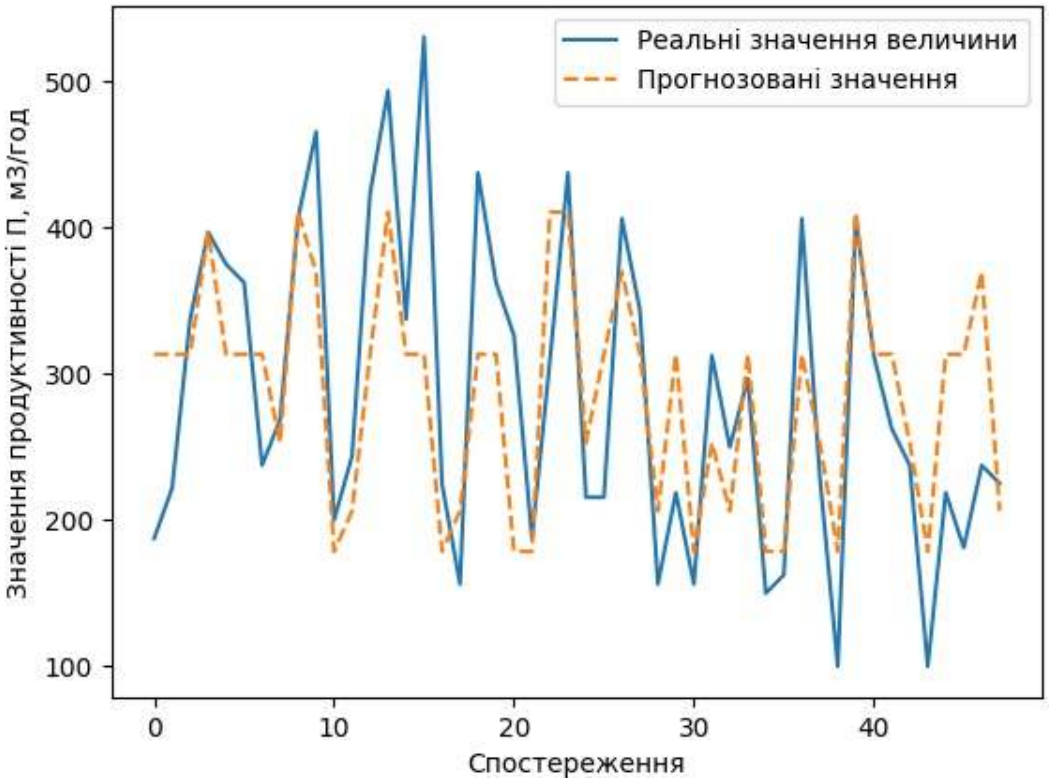


Рис. 6.4. Значення продуктивності визначені нейромережею

Таким чином в нашому випадку значення продуктивності – П = 252.875 $м^3$/год. Такому значенню продутивності відповідає наступний коефіцієнт розпушення матеріалу – μ = 0.83. Значення продуктивності спрогнозоване нейромережею потрапляє в розрахункові межі продуктивності зазначені вище, що вказує на вірність вибору продуктивності. В цілому в довідниковій літературі значення коефіцієнту розпушення лежить в межах 0.3-0.65. Запропоноване значення коефіцієнту розпушення μ = 0.83 є вищим за довідкові значення. Це вказує на те що сам по собі коефіцієнт розпушення може бути рівним μ = 0.65, проте в залежності (6.16) потрібно враховувати додатковий енергетичний коефіцієнт, який складає k_p=1.277, і який враховує параметри процесу, що можуть впливати на продуктивність. Для залежності (6.17) енергетичний коефіцієнт в даній розрахункові задачі буде рівним k_p=0.767. Значення енергетичного коефіцієнту для залежності (6.17) є приблизно зворотно пропорційним значенню k_p=1.277.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі приведено вирішення важливої наукової та практичної задачі, яка полягає у створенні загальної методології розрахунку дробильних машин із врахуванням процесу взаємодії робочого середовища із робочими органами дробильних машин.

1. Аналіз робочих процесів дробильних машин дав змогу встановити, що методологія розрахунку таких машин є не досконалою і включає в себе велику кількість емпіричних методик розрахунку, це в свою чергу призводить до завищених енерговитрат та низькій якості продукту дроблення. Проведені дослідження кінематики дробильних машин дали змогу встановити оптимальні частотні режими їх роботи. Порівнюючи ці дані із реальними конструкціями машин встановлено, що режими роботи таких машин не відповідає теоретичному оптимуму. Це пов'язано із неврахуванням багатьох фізичних процесів та використанням в значній мірі емпіричних підходів при проектуванні дробильних машин.

2. Одержала подальший розвиток методика визначення енергії, яка витрачається на руйнування матеріалу робочими органами дробильних машин. В якості реологічної моделі матеріалу запропоновано використовувати дискретно-елементну модель, яка включає в себе нормальну та тангенціальну складову сил руйнування, силу тертя та поверхневої сили зчеплення. Поверхнева сила зчеплення виникає у вершинах тріщини

3. Проведено експериментальні дослідження руйнування матеріалу за допомогою маятникового копра, виготовлено вимірювально-реєструюче обладнання та створена комп'ютерна програма для зняття показів руху маятника. На основі цього була визначена зміна енергії маятника при руйнуванні дослідних зразків. В якості дослідних зразків використовувались підготовлені бруски із граніту, мармуру та габро. На основі досліджень було встановлено кількість енергії яка йде на руйнування визначеного розміру

матеріалу. Так енергія руйнування зразка площа поперечного перерізу, якого варіює від 0,0001 м^2 до 0,0015 м^2 знаходиться в межах 10 – 30 Дж.

4. На основі експериментальних даних та ґрунтуючись на теорії руйнування Луіса Тавереса була підготовлена відповідна модель. Параметри моделі наступні: σ^2=0.0141, φ=0.3534, E_∞=18 Дж/кг, d_0=40.8мм, A=2.7845, $b^/$=0.32073. Дана модель була використана при моделюванні процесу руйнування матеріалу в конусній дробарці із використанням методу дискретного елементу. Результати моделювання показали завищенні значення енергозатрат, що вказує з одного боку на складність відтворення процесу руйнування матеріалу через значний рівень стохастичності процесу, а з іншого боку відбувається дисипація енергії внслідок тертя частинок матеріалу між собою та по поверхні робочих органів дробильних машин, міжзерногово тертя, нагрівання матеріалу, кінематики дробильної машини та ін. На значні нераціональні витрати енергії також вказують дослідження підготовлених моделей щокової ексцентрикової та вібраційної дробарок.

5. В роботі описана модель контактної взаємодії різних форм дробильних органів машин із матеріалом та з врахуванням сили тертя. Дана модель призначена в подальшому для оптимізації енергозатрат процесу руйнування матеріалів.

6. В зв’язку із значним емпіризмом розрахунку конструкцій дробильних машин та визначенні параметрів механічного режиму, а також у відсутності універсальної методики проектування таких машин були проведені дослідження з використання нейронної мережі типу ANFIS для спрощення процесу створення таких машин на етапі їх проектування. На основі підготовленого набору даних параметрів механічного режиму таких машин та відповідного алгоритму нейронної мережі вдалося отримати параметри машини відповідно до поставлених умов, похибка моделі нейронної мережі склала 11% в порівнянні із реальними значеннями дробильних машин. Алгоритм нейронної мережі можна покращити за рахунок збільшення розміру навчальної моделі, зміни або збільшення кількості вхідних параметрів,

використанні інших членських функцій, використанні інших методів визначення максимуму функції. На основі розглянутої нейромережі запропоновано модифіковане рівняння для визначення потужності процесу дроблення. Розглянута задача кластеризації дробильних машин на основі методу k-mean, мета якої спростити ідентифікацію дробильної машини та визначення діапазонів зміни параметрів для відповідних класів машин.

7. Виконані дослідження стохастичних процесів та на основі диференціального рівняння Фоккера – Планка і енергетичного рівняння встановлено аналітичну залежність для функції щільності вірогідності розподілу матеріалу по фракціям внаслідок руйнування. Окремо досліджена часова еволюція щільності вірогідності на основі власних функцій оператора Ліувілля. Найбільша дисипація енергії припадає на першу функцію розподілу де власне значення λ оператора L є від'ємним. В даному випадку відповідні значення λ складають: 1) для n=1 – λ = -8.966; 2) для n=1.5 – λ = -8.151; 3) для n=2 – λ = -9.246; 4) для n=3 – λ = - 544.867. Власні значення λ визначають швидкість затухання процесу. Якщо λ є від'ємним значенням то внесок відповідної власної функції $\xi_0(x)$ у розподіл $\omega_1(x,t)$ зменшується. Проте чим більше абсолютне значення λ тим швидше система переходить в рівноважний стан. Найбільший вплив на розподіл мають п'ять перших власних функцій. Дана модель щільності вірогідності розподілу може бути використана при моделюванні процесів руйнування дробильними машинами з використанням методу дискретного елементу на ряду із двома іншими поширеними методиками розподілу – Годена - Шумана та неповним бета розподілом.

8. Ґрунтуючись на отриманих експериментальних даних був визначений коефіцієнт опору для різних матеріалів та встановлені картини залежностей коефіцієнту динамічності від відносної частоти для відповідного матеріалу. Результати даних досліджень дають можливість оцінити кількість енергії, яка розсіюється внаслідок тертя, що виникає між частинками матеріалу при його перерозподілу в камері дроблення та між частинками і робочими органами дробарки при просуванні матеріалу до розвантажувального отвору.

9. Розроблено методику розрахунку основних параметрів дробильних машин та надані рекомендації щодо розробки системи керування робочим процесом дробильної машини в залежності від фізико-механічних параметрів матеріалу та параметрів машини, а також методику проведення експериментальних досліджень з визначення енергії руйнування матеріалу впроваджено в навчальний процес кафедри машин і обладнання технологічних процесів ФАІТ КНУБА України при проведені практичних робіт з дисципліни «Теорія пружності» та «Статика і динаміка машин технологічних процесів».

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

[1]. S. E. Fahlman. Faster-learning variations on back-propagation: an empirical study. In D. Touretzky, G. Hinton, and T. Sejnowski, editors, Proceedings of the 1988 Connectionist Models Summer School, pages 38-51, Carnegie Mellon University, 1988.

[2]. R. L. Watrous. Learning algorithms for connectionist network: applied gradient methods of nonlinear optimization. In Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, pages 619-627, 1991.

[3]. S. Shah, F. Palmieri, and M. Datum. Optimal filtering algorithms for fast learning in feedforward neural networks. Neural Networks, 5(5):779-787, 1992.

[4]. K. Stokbro, D. K. Umberger, and J. A. Hertz. Exploiting neurons with localized receptive fields to learn chaos. Complex Systems, 4:603-622, 1990.

[5]. S. E. Dreyfus and A. M. Law. The art and theory of dynamic programming, volume 130 of Mathematics in Science and Engineering. Academic Press Inc., 1977.

[6]. A. G. Barto, S. J. Bradtke, and S. P. Singh. Learning to act using real-time dynamic programming. Artificial Intelligence, 72, 1995.

[7]. A. G. Barto, R. S. Sutton, and C. J. C. H. Watkins. Sequential decision problems and neural networks. In D. J. Touretzky, editor, Advances in neural information processing systems II, pages 686-693. Morgan Kaufmann, San Mateo, CA., 1990.

[8]. Eloranta, J. The efficiency of blasting versus crushing and grinding. In Proceedings of the 23rd Conference of Explosives and Blasting Technique, Las Vegas, NV, USA, 2–6 February 1997.

[9]. Bearman, R.; Barley, R.; Hitchcock, A. Prediction of power consumption and product size in cone crushing. *Miner. Eng.* 1991, *4*, 1243–1256.

[10]. Bearman, R.T. Jaw and Impact Crushers. In *SME Mineral Processing and Extractive Metallurgy Handbook*; Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc.: Englewood, CO, USA, 2019; p. 367.

[11]. Larison, B.W. Aggregate Production Modeling Using Neural Networks and Belief Networks. Master's Thesis, University of Alberta, Edmonton, AB, Canada, 1999.

[12]. Karaboga, D.; Kaya, E. Adaptive network based fuzzy inference system (ANFIS) training approaches: A comprehensive survey. *Artif. Intell. Rev.* **2018**, 1–31.

[13]. Schönert K. In: Somasundaran P, editor. Advances in mineral processing. New York SME/AIME; 1986. p. 19–31. [Chapter 1].

[14]. Schönert K. 4th Tewksbury Symp., Melbourne; 1979. p. 3.1.

[15]. Schönert K and Knoblock OR, *Zement-Kalk-Gipps II*, 1984. p. 563.

[16]. Rosenfield A. R., Dai P. K., Hahn G. T., In «Proceedings of the 1st International Conference on Fracture, Sendai» (Yokobori T., Kawasaki T., Swedlow J. L., eds.), pp. 223—258, 1965.

[17].Mylonas C, In «Proceedings of the 11th International Congress for Applied Mechanics, Munich», pp. 652—660, 1964.

[18]. Jang, Jyh-Shing Roger. (1997) Neuro-fuzzy and soft computing : a computational approach to learning and machine intelligence / Jyh-Shing Roger Jang, Chuen-Tsai Sun, Eiji Mizutani. Prentice-Hall, Inc. p.640

[19]. Hans-Jürgen Zimmermann (2001). Fuzzy set theory—and its applications (4th ed.). Kluwer. ISBN 978-0-7923-7435-0.

[20]. E. H. Mamdani and S. Assilian. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. International Journal of Man-Machine Studies, 7A):1-13, 1975.

[21]. J.A. Hudson, J.P. Harrison, Engineering Rock Mechanics, Pergamon, Oxford, 1997.

[22]. LS-Dyna (2024). Keyword User Manual. Volume II. Material Models. Ansys Inc. P.2155.

[23]. Michael A. Thomas, Daniel E. Chitty, Martin L. Gildea, and Casey M. T'Kindt Constitutive Soil Properties for Unwashed Sand and Kennedy Space Center. Applied Research Associates, Inc., Albuquerque, New Mexico. NASA/CR-2008-215334.

[24]. Sandler, I. S. and Rubin, D. " An Algorithm and a modular subroutine for the cap model," Int'l. J. Numer. Analy. Meth. Geomech., 3, 1979 pp. 173 – 186.

[25]. Simo, J.C., Kennedy, J.G. and Govindjee, S. (1988) "NonSmooth multisurface viscoplasticity: Loading/unloading conditions and numerical algorithms" International Journal for Numerical Methods in Engineering, **26,** 2161 - 2185.

[26]. Simo, J.C., JW. Ju, K.S. Pister and R.L. Taylor (1988) Assessment of cap model: consistent return algorithms and ratedependent extension, Journal of Engineering Mechanics, 114, 191-218.

[27]. Isenberg, J., Vaughan, D.K., & Sandler, I.S. (1978). Nonlinear soil-structure interaction. Final report.

[28]. Chen, W., & Baladi, G.Y. (1985). Soil Plasticity: Theory and Implementation.

[29]. Schwer, L.E. and Murray, Y.D. (1994), A three-invariant smooth cap model with mixed hardening. Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., 18: 657-688.

[30]. Murray Y (2007) *Users Manual for LS-DYNA Concrete Material Model 159*. Publication no. FHWA-HRT-05-062. Federal Highway Administration.

[31]. Mavko G., Mukerji T., Dvorkin J., (2020) Rock Physics Handbook. Third Edition, Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/9781108333016

[32]. Schon J.H. (2011) Physical properties of rock. Workbook. Handbook of petroleum exploration and production. Series Editor John Cubitt. Elsevier B.V. ISBN: 978-0-444-53796-6.

[33]. Mitchell, E. K., Y. Fialko, and K. M. Brown (2015), Frictional properties of gabbro at conditions corresponding to slow slip events in subduction zones, Geochem. Geophys. Geosyst., 16, 4006–4020, doi:10.1002/2015GC006093.

[34]. Feng, W., Yao, L., Cornelio, C. et al. Physical state of water controls friction of gabbro-built faults. Nat Commun 14, 4612 (2023). https://doi.org/10.1038/s41467-023-40313-x.

[35]. Pedram Zoughy, Hamed Molladavoodi, Saeid Nikoosokhan, Leili Fatahi Mehraban, Numerical modeling of logged wellbore breakouts using cohesion-weakening frictional-strengthening models, Journal of Petroleum Science and Engineering, Volume 198, 2021, 108206, ISSN 0920-4105, https://doi.org/10.1016/j.petrol.2020.108206.

[36]. Omid Pourhosseini, Mahdi Shabanimashcool, Development of an elasto-plastic constitutive model for intact rocks, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Volume 66, 2014, Pages 1-12, ISSN 1365-1609, https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2013.11.010.

[37]. Hossein Rafiei Renani, C. Derek Martin, Cohesion degradation and friction mobilization in brittle failure of rocks, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Volume 106, 2018, Pages 1-13, ISSN 1365-1609, https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2018.04.003.

[38]. Hudson, J.A., Brown, E.T. & Rummel, F.: Controlled Failure of Rock Discs and Rings Loaded in Diametral Compression. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 9 (1972), pp. 241–48.

[39]. Yanagidani, T., Sano, O., Terada, M. & Ito, I.: The Observation of Cracks Propagating in Diametrically-Compressed Rock Discs. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 15 (1978), pp. 225–35.

[40]. Pandey, P., Song, Y., Turton, R.: Chapter 8 modelling of pancoating processes for pharmaceutical dosage forms. In: Salman, M.J.H.A.D., Seville, J.P.K. (eds.) Handbook of Powder Technology, pp. 377–416. Elsevier Science B.V, Amsterdam (2007).

[41]. Wriggers, P.: Computational Contact Mechanics, 2nd edn. Berlin, Springer (2006).

[42]. Karajan, N., Lisner, E., Han, Z., Teng, H., Wang, J.: Particles as discrete elements in LS-DYNA: interaction with themselves as well as deformable or rigid structures. In: 11th LS-DYNA Forum, Ulm (2012).

[43]. Rabinovich, Y.I., Esayanur, M.S., Moudgil, B.M.: Capillary forces between two spheres with a fixed volume liquid bridge: theory and experiment. Langmuir 21, 10992–10997 (2005).

[44]. Flores-Johnson, E.A., Wang, S., Maggi, F. *et al.* Discrete element simulation of dynamic behaviour of partially saturated sand. *Int J Mech Mater Des* **12**, 495–507 (2016). https://doi.org/10.1007/s10999-016-9350-5.

[45]. Назаренко І.І. Машини для виробництва будівельних матеріалів: Підручник – К.:КНУБА, 1999. – 488 с.

[46]. Robert C. Dunne (2019) Mineral Processing & Extractive Metallurgy Handbook. Society for Mining, Metallurgy & Exploration, USA, p. 2258. ISBN 978-0-87335-385-4.

[47]. Numbia B.P., Zhanga J., Xiaa X., Optimal energy management for a jaw crushing process in deep mines, Energy, 15 April 2014, Vol. 68, 337–348, http://doi.org/10.1016/j.energy.2014.02.100.

[48]. Sinha, R.S., Mukhopadhyay, A.K. Failure analysis of jaw crusher and its components using ANOVA. J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng. 38, 665–678 (2016). https://doi.org/10.1007/s40430-015-0393-6

[49]. Yevhen Mishchuk, Ivan Nazarenko (2023) Analysis of the energy laws of material destruction. Strength of Materials and Theory of Structures. No 110. p. 294-315. https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.110.294-315 .

[50]. Paweł Ciężkowski, Jan Maciejewski, Sebastian Bąk (2017) Analysis of energy consumption of crushing processes – comparison of one-stage and two-stage processes. Studia Geotechnica et Mechanica, Vol. 39, No. 2, 2017. DOI: 10.1515/sgem-2017-0012.

[51]. C. Okechukwu1, O. A. Dahunsi, P. K. Oke, I. O. Oladele, M. Dauda and B. M. Olaleye Design and operations challenges of a single toggle jaw crusher: a review. Nigerian Journal of Technology (NIJOTECH) Vol. 36, No. 3, July 2017, pp. 814 – 821. http://dx.doi.org/10.4314/njt.v36i3.22

[52]. G. Kirankumar (2014) Optimization of Jaw Crusher Advance Research and Innovations in Mechanical, Material Science, Industrial Engineering and Management - ICARMMIEM-2014. ISBN 978-93-82338-97-0

[53]. Kostiantyn Zabolotnyi, Olena Panchenko E3S Web Conf. Volume 109,00120, 2019. International Conference Essays of Mining Science and Practice. https://doi.org/10.1051/e3sconf/201910900120

[54]. Wang Yalei, Lv Kun, Chen Zongyuan The Optimization of Jaw Crusher with Complex Motion Aimed at Reducing Stroke Feature Value of Its Outlet. International Journal of Engineering and Technical Research (IJETR) ISSN: 2321-0869 (O) 2454-4698 (P) Volume-8, Issue-01, January 2018.

[55]. Murithi, M., Keraita, J.N., Obiko, J.O. et al. Optimisation of the swinging jaw design for a single toggle jaw crusher using finite element analysis. Int J Interact Des Manuf 18, 6351–6358 (2024). https://doi.org/10.1007/s12008-022-01044-3

[56]. Назаренко І.І. Оцінка та аналіз основних конструктивних схем конусних дробарок /І.І. Назаренко, Є.О. Міщук, В.В. Кучинський// Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. – 2016. – № 88. – С. 47–55.

[57]. Marcin Mazur Determination of crushing energy during vibratory crushing New Trends in Production Engineering – Volume 2, issue 1, 2019. DOI 10.2478/ntpe-2019-0030.

[58]. Sidor J., Mazur M.: Comparative studies of vibratory crushing process performed in jaw crushers, Ceramic Materials, ISSN: 1505-1269. t. 67 nr 1, p. 62-66, 2015.

[59]. Taggart, Arthur F “Hand Book of Ore Dressing”, John Willey & Sons Inc, 1998, Pages 255-280.

[60]. James R. Couper, W. Roy Penney, James R. Fair, Stanley M. Walas (2005) Chemical Process Equipment. Selection and Design. Second Edition. Gulf Professional Publishing is an imprint of Elsevier 30 Corporate Drive, Suite 400, Burlington, MA 01803, USA. ISBN: 0-7506-7510-1.

[61]. Larison, B.W. Aggregate Production Modeling Using Neural Networks and Belief Networks. Master's Thesis, University of Alberta, Edmonton, AB, Canada, 1999.

[62]. Egbe, E.A.P., Olugboji, O.A. Design, Fabrication and Testing of a Double Roll Crusher. International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT) – Volume 35 Number 11 - May 2016.

[63]. Swapan Kumar Haldar Mineral Exploration Principles and Applications. 2018 Elsevier Inc. 352 p. ISBN: 978-0-12-814022-2.

[64]. SOKUR, M.; BILETSKYI, V.; SOKUR, L.; BOZHYK, D.; SOKUR, I. Investigation of the process of crushing solid materials in the centrifugal disintegrators. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, [S. l.], v. 3, n. 7(81), p. 34–40, 2016. DOI: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.71983.

[65]. Rose HE, English JE. Trans IMM 1967;76:C32.

[66]. Gauldie K. Engineering, London 1953;(Oct 9):456.

[67]. Gauldie K. Engineering, London 1954;(April 30):557.

[68]. Mishra SK. Private Commun; 1980.

[69]. Broman J. Eng Mining J June 1984;69.

[70]. Wills BA. Mineral processing technology. 2nd ed Oxford, New York Pergamon Press; 1981.

[71]. Otte O. Proc. Third Mill Operators Conf., Australasian Institute of Mining and Metallurgy: Cobar; May, 1988. 131–6.

[72]. Klymowsky R, Patzelt N, Knecht J, Burchardt E. Proc. mineral processing plant design practice and control. SME conf., Vancouver, 1, 2002, p. 636–68.

[73]. Seebach M, Knobloch OR. SME annual meeting. Denver, Feb. 1987.

[74]. Morrell S, Lim W, Shi F, Tonda L. In: Kawatra SK, editor. Comminution practices. Littleton: SME/AIME; 1997. p. 117–126.

[75]. Hudson G., Greenfield N., J. Appl. Phis., 18 (1947), 405.

[76]. Robertson T.S., J. Iron Steel Inst. (London), 175 (1953), 361.

[77]. Burton F.W., Hall W.J., Welding J. (N.Y.), Res. Suppl., 39 (1960), 379s.

[78]. Hall W.J., Barton F.W., Rep. No 149, Ship Structure Committee, Dep. Of the Navy, Washington, D.C., 1963.

[79]. Wright R.N., Hall W.J., Terry S.W., Nordell W.J., Erhard G.R., Rep. No SSC-170, Ship Structure Committee, Dep Of the Navy, Washington, D.C., 1965.

[80]. Akita Y., Ikeda K., Rep. No 40, Transportation, Tech. Res. Inst., Tokyo, 1959.

[81]. Carlsson A.J., Trans. Roy. Inst. Technol. Stockholm, 205 (1963).

[82]. Schardin H., Struth W., Z. Tech. Phys., 18 (1937), 474.

[83]. Schardin H., Struth W., Glastech. Ber., 16 (1938), 219.

[84]. Wells A.A., Post.D, Proc. Soc. Exptl. Stress Anal., 16 (1958) , 69.

[85]. Beebe W.M., Ph. D. Diss., Calif. Inst. Technol., Pasadena, 1966.

[86]. Van Elst H. C., Trans. AIME, 230 (1964), 460.

[87]. Kerkhof F., Naturwiss., 40 (1953), 478.

[88]. Kerkhof F., In «Proceedings of the 3rd International Congress on High Speed Photography, London», p. 194, 1956.

[89]. Shardin H., In «Fracture» (Averbach B.L., Felbeck D.K., Hahn G.T., Thomas D.A., eds.), p.297, Wiley, New York, 1959.

[90]. Clark A.B.J., Irwin G.R., Exptl. Mech., 6 (1966), 321.

[91]. Gilman J.J., Knudsen C., Walsh W.P., J. Appl. Phys., 29 (1958), 601.

[92]. Mott N.F., Acta Met., 6 (1958), 195.

[93]. Cotterell B., Appl. Mater. Res., 4 (1965), 227.

[94]. International Society for Rock Mechanics (ISRM), Rock Characterization, Testing and Monitoring, ISRM Suggested Methods, Brown, E.T. (Editor). Pergamon Press, Oxford, 1981.

[95]. International Society for Rock Mechanics (ISRM), Suggested methods for determining point load strength, International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstract, 22, 1985, pp 53-60.

[96]. D.S. Agustawijaya The Uniaxial Compressive Strength of soft Rock. Civil Engineering Dimension, Vol. 9, No. 1, 9-14, March 2007 ISSN 1410-9530.

[97]. Donovan, J.G., and M.G. Karfakis. 2004. Adaptation of a simple wedge test for the rapid determination of mode I fracture toughness and the assessment of

relative fracture resistance. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. In press, available on-line.

[98]. Шашенко О.М., Сдвижкова О.О., Гапєєв С.М. Деформованість та міцність масивів гірських порід: Монографія. – Д.: Національний гірничий університет, 2008. – 224 с.

[99]. Кирничанский Г.Т. Елементи теорії деформування і руйнування гірських порід. К.: Наукова думка, 1999. – 179 с.

[100]. Hudson I.A., Brown E.T., Fairhurst Ch. Optimizing the control of rock failure in servo-control-lend laboratory test // Rock Mech.– 1971.– vol.3.– P. 217-224.

[101]. Wawersik W.R., Farhurst Ch. A steady of Brittle Rock Frachture in Laboratory Compression Experiments // Int I. Rock Mech. Min. Sci.– 1970.– vol.7.

[102]. Brace W. F. International Conference on the State of Stress Earth's Crust (W. Judd, ed.), Elsevier, New York, 1964, pp. 110-178.

[103]. Obert L., Effects of Stress Relief and Other Changes in Stress on the Physical Properties of Rock, BuMines RI 6053, US Bureau of Mines, Washington, 1962.

[104]. United States Department of the Interior Bureau of Reclamation. Physical Properties of Some Typical Foundation Rocks. Concrete Laboratory Report No. SP-[107]. Design and Construction Division, Engineering Laboratories Branch, 1953.

[105]. Fu, H.; Li, J.; Li, G.; Li, D. Hysteresis Behavior Modeling of Hard Rock Based on the Mechanism and Relevant Characteristics. Sustainability 2022, 14, 10412. https://doi.org/10.3390/su141610412.

[106]. Peijie LOU, Chengjie LI, Shuling LIANG, Mingming FENG, Bin PAN Hysteresis Characteristics of Brittle Rock Deformation under Constant Load Cyclic Loading and Unloading. ISSN 1330-3651 (Print), ISSN 1848-6339 (Online). https://doi.org/10.17559/TV-20180705053718.

[107]. Hongjun Guo, Ming Ji, Yidong Zhang, Meng Zhang Study of Mechanical Property of Rock under Uniaxial Cyclic Loading and Unloading. Advances in

Civil Engineering. Volume 2018, Article ID 1670180, 6 pages. https://doi.org/10.1155/2018/1670180.

[108]. Mac Lane, S. (1998). *Categories for the working mathematician* (2nd ed.). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-9839-7

[109]. Fong, B., & Spivak, D. I. (2019). Seven sketches in compositionality: An invitation to applied category theory. https://arxiv.org/abs/1803.05316

[110]. Schelokova, M. & Slobodian, S. & Dyrda, Vitalii. (2018). Fractal approach to solid fracture mechanics. Geo-Technical mechanics. 227-259. 10.15407/geotm2018.01.227.

[111]. Fedoskina O.V. (2023) Features of material movement in a vertical chamber of a vibratory jaw crusher when producing a fine-grained product. Geo-Technical Mechanics. № 164, p. 71-78. https://doi.org/10.15407/geotm2023.164.071.

[112]. Gupta A., Yan D.: Mineral Processing Design and Operation, Elsevier Science, 2006.

[113]. Basics in Minerals Processing. Handbook, Metso Minerals, 2015.

[114]. Sidor J., (2008): Preliminary investigations of industrial line of mechanical processing of ceramic wastes for recycling. Polish Journal of Environmental Studies. vol. 17, pp. 507-510.

[115]. Назаренко І.І., Міщук Є.О. (2014) Дослідження процесу руйнування в камері подрібнення вібраційної щокової дробарки Збірник «Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини». – К.: № 84.– 55-63 с.

[116]. Coates, C., & Sooklal, V. (2022). Modern Applied Fracture Mechanics (1st ed.). CRC Press. https://doi.org/10.1201/9781003052050.

[117]. Назаренко І.І., Міщук Є.О. (2024) Механіка машин і процесів подрібнення кам'яних матеріалів: Монографія. Київ: «Видавництво Людмила», 2024, 144 с. ISBN 978-617-555-256-8.

[118] TAVARES, L.M., KING, R.P., 1998. Single-particle fracture under impact loading. International Journal of Mineral Processing, 54, 1–28.

[119]. TAVARES, L.M., 2004. Optimum routes for particle breakage by impact. Powder Technology, 142, 81–91.

[120]. Ivan Nazarenko, Leonid Pelevin, Oleg Dedov, Oleksandr Kostenyuk, Anatoliy Fomin, Mykola Ruchynskyi, Anatoly Sviderskyi, Yevhen Mishchuk, Volodymyr Slipetskyi (2019) Applied problems of motion of mechanical systems under action of power loads. Scientific Route, Estonia, p.54-59.

[121]. Mishchuk, Y., Nazarenko, I., Mishchuk, D., Ruchynskyi, M., Rogovskii, I., Mikhailova, L., Titova, L., Berezovyi, M., & Shatrov, R. (2021) Determiantion of energy characteristics of material destruction in the crushing chamber of the vibration crusher. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 4(7(112), 41–49.

[122]. Mishchuk, Y., I.I.Nazarenko, D.O.Mishchuk Definition of rational operating modes of a vibratory jaw crusher. Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu. 2021, (4): 056 – 062.

[123]. Nazarenko, Ivan and Mishchuk, Yevhen and Kyzminec, Nikolai and Oryshchenko, Serhii and Fedorenko, Oleg and Tsepelev, Sergii, Research of Processes of Producing Materials by Technical Power Loading Systems (December 29, 2021). Dynamic processes in technological technical systems. Kharkiv: PC TECHNOLOGY CENTER, 14-42. doi: 10.15587/978-617-7319-49-7.ch2.

[124]. Yevhen Mishchuk, Ivan Nazarenko (2023) Analysis of the energy laws of material destruction. Strength of Materials and Theory of Structures. 2023, 294-315, № 110, https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.110.294-315.

[125]. Nazarenko, I., Mishchuk, Y., Nechiporuk, V., Albeshchenko, D., & Pereginets, I. (2026). Definition of reliability parameters of the spacer plate of a jaw crusher depending on the characteristics of the working environment and the material of manufacture. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, *1*(7 (139), 13–25. https://doi.org/10.15587/1729-4061.2026.353102

[126]. Міщук, Є. (2024). Аналіз поширених геологічних моделей матеріалів. *Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини*, (104), 5–14. https://doi.org/10.32347/gbdmm.2024.104.0101.

[127]. Міщук, Є. (2025). Аналіз параметрів валкової дробарки для автоматизації процесу дроблення. Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини, (105), 85–90. https://doi.org/10.32347/gbdmm.2025.105.0503.

[128]. Міщук, Є. (2025). Аналіз і оцінка продуктивності щокових та конусних дробарок залежно від частоти обертів робочих органів. Техніка будівництва, (42), 70–82. https://doi.org/10.32347/tb.2025-42.0508.

[129]. Міщук, Є. (2025). Огляд конструкцій та оцінка технологічних і конструктивних параметрів дробильного обладнання будіндустрії. Техніка будівництва, (41), 22–39. https://doi.org/10.32347/tb.2024-41.0403.

[130]. Назаренко, І., Міщук, Є., & Ладкін, П. (2025). Дослідження параметрів вібраційної щокової дробарки з врахуванням дисипативних сил. Техніка будівництва, (42), 138–144. https://doi.org/10.32347/tb.2025-42.0515.

[131]. Міщук, Є. (2024). Оцінка та аналіз навісних дробильних ківшів. Техніка будівництва, (40), 4–19. https://doi.org/10.32347/tb.2024-40.0301.

[132]. Міщук, Є., Міщук, Д., & Капуста, О. (2023). Математичне моделювання кінематики щокової дробарки з простим рухом щоки. Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини, (102), 5–16. https://doi.org/10.32347/gbdmm.2023.102.0101.

[133]. Mischuk, Y., & Nazarenko, I. (2019). Дослідження динаміки вібраційної щокової дробарки двосторонньої дії. Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини, (94), 5–15. https://doi.org/10.32347/gbdmm2019.94.0101.

[134]. Назаренко І.І., Міщук Є.О., Кучинський В.В. (2016) Оцінка та аналіз основних конструктивних схем конусних дробарок. Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. – 2016. – № 88. – С. 47–55.

[135]. І.І. Назаренко, Є.О. Міщук (2017) Дослідження параметрів та режимів роботи вібродробарки. Збірник наукових праць Техніка будівництва. – 2017. – №38. С. 34-42.

[136]. Yevhen Mishchuk. Analysis and assessment of the productivity of jaw crusher depending on the frequency of revolution of the working bodies. VI International Scientific and Practical Conference «Energy-Saving Machines and Technologies» K.: KNUCA, 2025.

[137]. Євген Міщук, Іван Назаренко Аналіз енергетичних законів руйнування матеріалів. IV Міжнародна науково-практична конференція «Енергоощадні машини і технології». Київ, 23 – 25 травня 2023 р.

[138]. Євген Міщук, Іван Назаренко. Аналіз законів та моделей визначення енергетичних витрат на подрібнення. «Енергоощадні машини і технології», Матеріали III Міжнародної науково-практичної конференції, 17-19 травня 2022 р. – К.: КНУБА, с. 15-18.

[139]. Міщук Є.О., Кузьмич Я.О. (2016) Дослідження впливу основних параметрів механічного режиму конусної дробарки на ефективність робочого процесу. Міжнародна науково-технічна конференція «Ефективні технології в будівництві»: К. : КНУБА. – С. 149.

[140]. Міщук Є.О. (2016) Аналіз впливу інерційних параметрів вібраційної щокової дробарки двох сторонньої дії на надійність та довговічність її конструкції. Міжнародна науково-технічна конференція «Ефективні технології в будівництві»: – К. : КНУБА. – С. 54–55.

[141]. Y.Mishchuk, A.Svidersky, D.Rozwadowski (2016) Evaluation and analysis of structures vibration cone crusher. Internatioanl Scientific-Practical Conference of Young Scientists “Build Master Class”. – K.: KNUCA. – p. 187.

[142]. Y.Mishchuk (2016) Research working process vibrating jaw crusher in a view of elastic-viscous-plastic environment. Internatioanl Scientific-Practical Conference of Young Scientists “Build Master Class”. – K.: KNUCA. – p. 182-183.

[143]. Міщук Є.О. (2017) Руйнування гірських порід із використанням електрогідравлічного ефект. Underwater technologies 2017. Industrial and civil engineering. Kyiv. 21-23 march 2017. 10 p.

[144]. Євген Міщук (2018) Дослідження параметрів, які впливають на енергоефективність вібраційної щокової дробарки. XVII Міжнародна науково-технічна конференція «Вібрації в техніці та технологіях». Львів. – p. 125-127.

[145]. Назаренко І.І., Міщук Є.О. (2019) Дослідження методів оптимізації процесу дроблення вібраційної щокової дробарки. XX Міжнародна науково-технічна конференція "Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта". Херсон. С.309-312.

[146]. Є.О. Міщук, Д.О. Міщук (2019) Аналіз інерційних параметрів та методів віброізоляції вібраційної щокової дробарки. XVIII Міжнародна науково-технічна конференція "Вібрації в техніці та технологіях". Київ. С.102-105.

[147]. Міщук Є.О., Кот О.С. (2020) Аналіз динамічних параметрів ексцентрикової конусної дробарки з вібраторами на корпусі. LXXVI Наукова конференція професорсько-викладацького складу, аспірантів, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету. -К: НТУ, 2020 – 124 с.

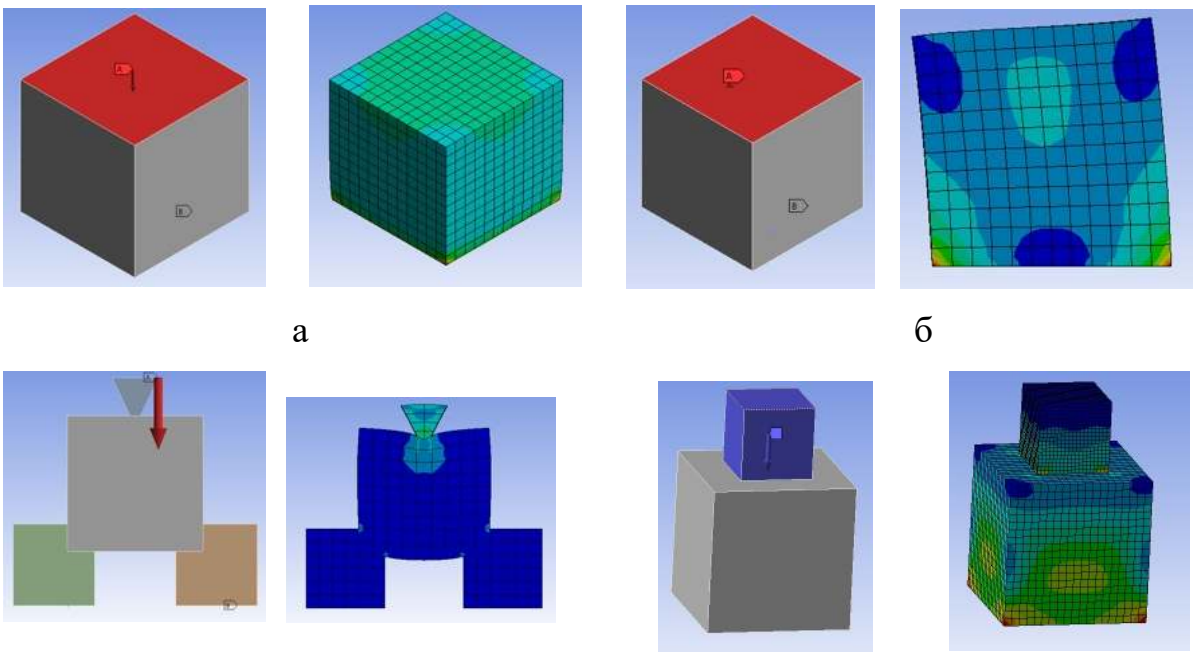
[148]. Євген Міщук, Макар Побийпеч, Сергій Федченко (2024) Критеріальна оцінка основних параметрів дробильних ківшів. «Енергоощадні машини і технології», Матеріали V Міжнародної науково-практичної конференції. – К.: КНУБА, с. 92-95.

[149]. Євген Міщук (2024) Аналіз механізму руйнування середовища робочими органами дробильних машин. «Енергоощадні машини і технології», Матеріали V Міжнародної науково-практичної конференції. – К.: КНУБА, с. 98-101.

[150]. Євген Міщук, Богдан Зелінський (2025) Аналіз процесу руйнування в камері дроблення ударних дробарок. Міжнародна науково-практична конференція молодих вчених "Build Master Class". – К.: КНУБА.

ДОДАТКИ

Додаток А. Набори даних, схеми до розрахунків та результати теоретичних досліджень



а б

в г

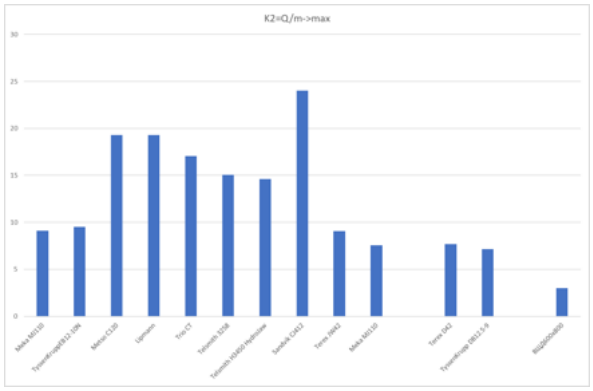
Рис. А.1. Спрощені моделі основних способів механічного подрібнення матеріалів: а – роздавлювання; б – стирання; в – розколювання; г – удар

Таблиця А.1. Технічні характеристики дробильних машин

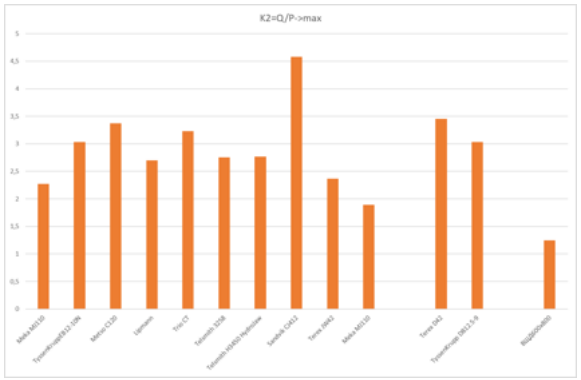
Типорозмір дробарки	**Ступінь дроблення, i**	**Розмір готового продукту d, мм**	**Максимальна продуктивність Q, м^3/год**	**Максимальна потужність P_{max}, кВт**	**Питома енергоємність $E_{пит}$, (кДж/кг)*год**
Щокові дробарки з простим рухом щоки					
900x1200	5.7	130	180	90	0.69
1200x1500	6.45	155	310	160	0.71
1500x2100	7.2	180	600	250	0.58
C200 (Metso)	4	300	1538.75	400	0.36
C160 (Metso)	3.2	300	1193.13	250	0.29
C130 (Metso)	3.2	250	791.8	185	0.32
Щокові дробарки із складним рухом щоки					

250x400	2.62	40	8	17	2.3
400x900	3.4	60	35	45	1.64
600x900	2.55	100	75	75	0.67
C96(Metso)	2.62	175	370	90	0.34
C80(Metso)	2.47	175	321.25	75	0.32
CJ211 (Sandvik)	3.15	200	306.25	90	0.41
CJ411 (Sandvik)	3.33	225	353.12	110	0.43
CJ612 (Sandvik)	3.6	275	503.125	160	0.44
CJ815 (Sandvik)	3.9	300	725	200	0.38
Конусні дробарки крупного дроблення					
900/140	5.35	140	420	250	0.82
1200/150	6.67	150	680	320	0.65
1500/180	6.67	300	1450	400	0.38
GP500S (Metso)	6.67	75	625	315	0.69
CS660 (Sandvik)	8	70	656	315	0.66
CS440 (Sandvik)	10	41	320	220	0.95
G150 (Kubria)	9	56	312,5	315	1,39
Конусні дробарки середнього дроблення					
1200	9.25	20	77	75	1.22
1750	10	25	170	160	1.84
2200	11,67	30	360	250	1.14
HP500 (Metso)	11	51	494	355	0.99
HP800 (Metso)	11	51	750	600	1.1
Вібраційні щокові дробарки					

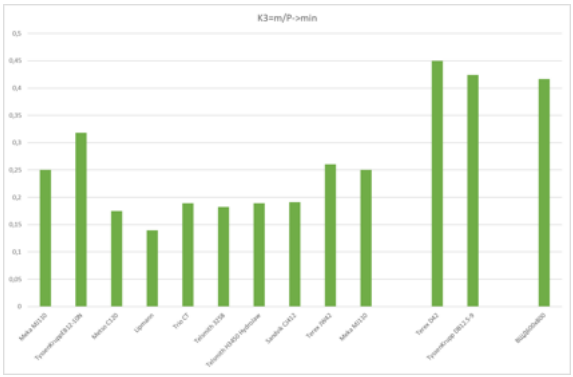
440x800	8,75	40	22	30	1.88
600x800	7,14	70	47	60	1.76
1200x1500	10	100	187,5	110	0.81



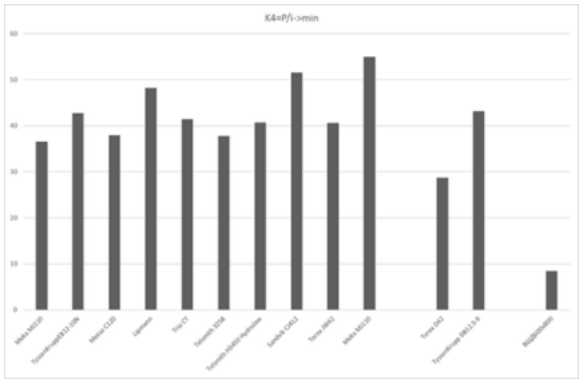
а



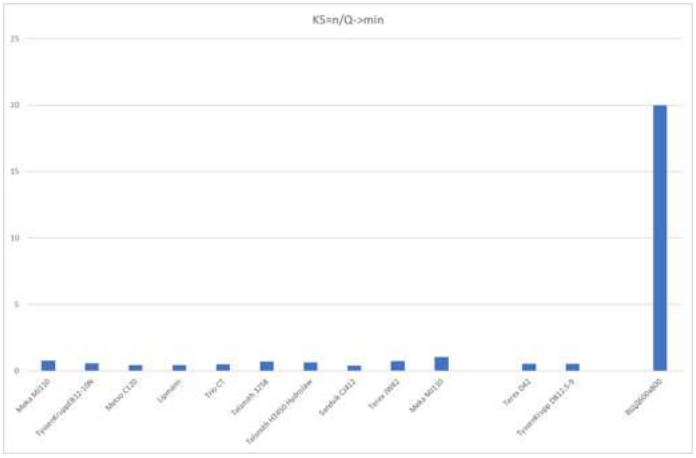
б



в



г

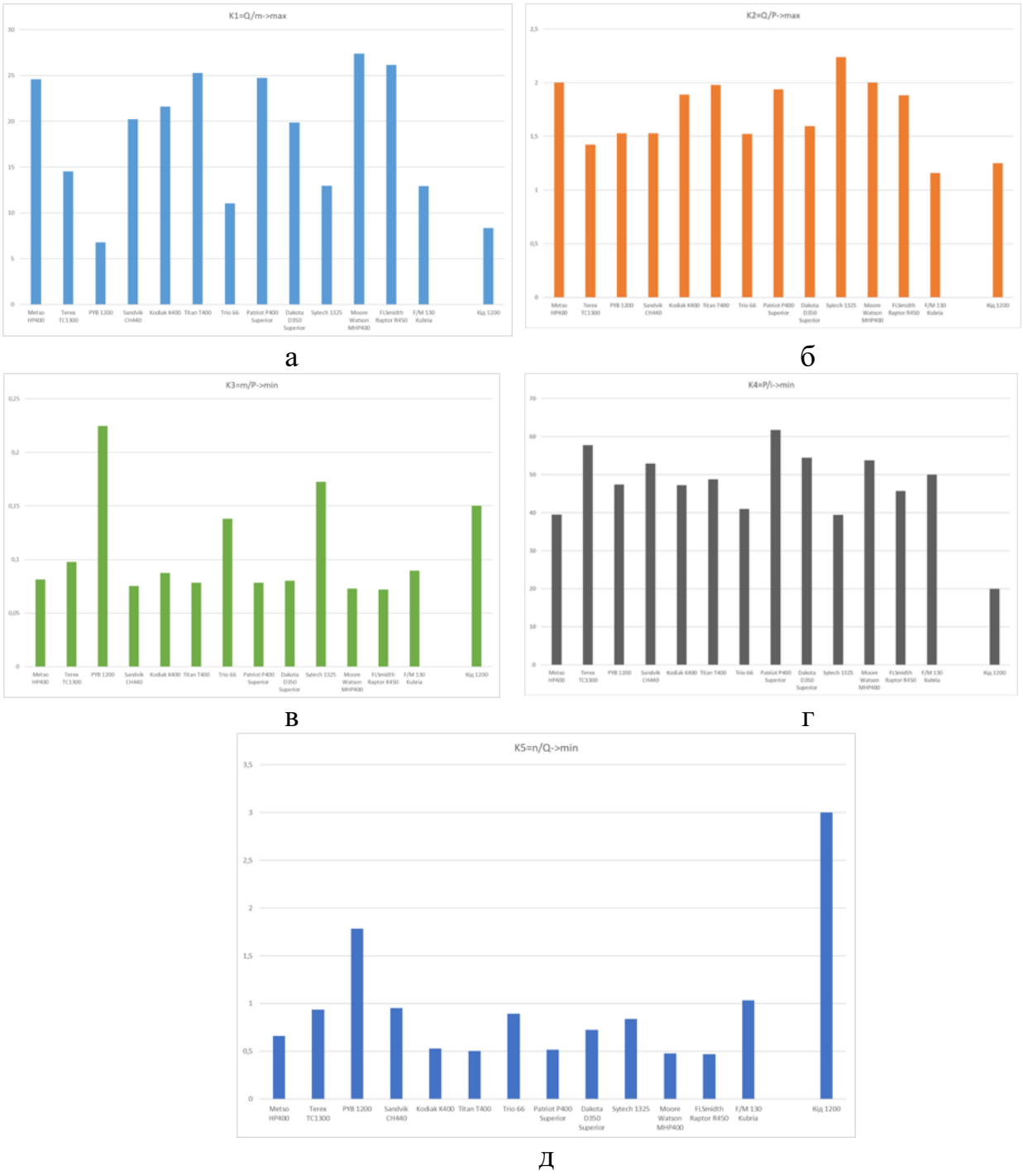


д

Рис. А.2. Гістограми коефіцієнтів впливу для щокових дробарок:

а - продуктивності на масу; б - продуктивності на потужність; в - маси на потужність;

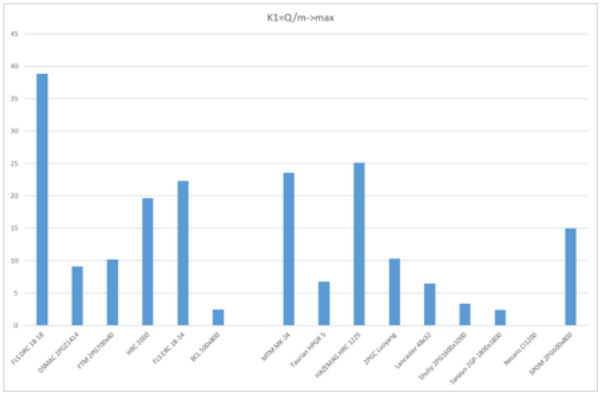
г - потужності на степінь дроблення; д - частоти коливань щоки на продуктивність.



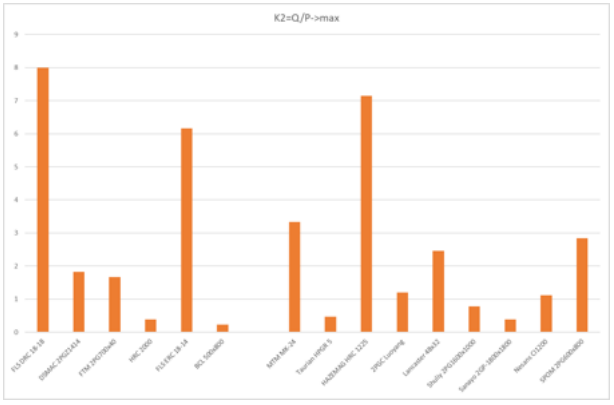
а б в г д

Рис. А.3. Гістограми коефіцієнтів впливу для конусних дробарок:

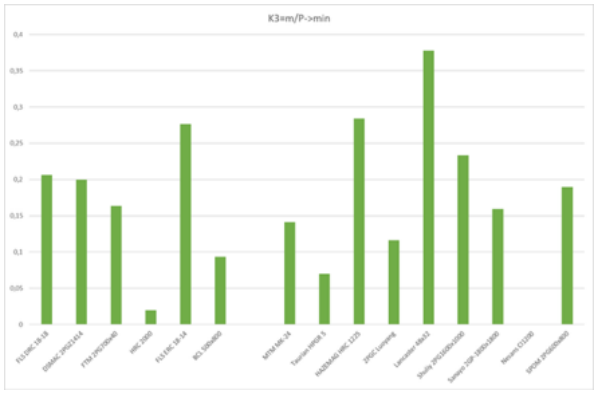
а - продуктивності на масу; б - продуктивності на потужність; в - маси на потужність; г - потужності на степінь дроблення; д - частоти коливань конуса на продуктивність



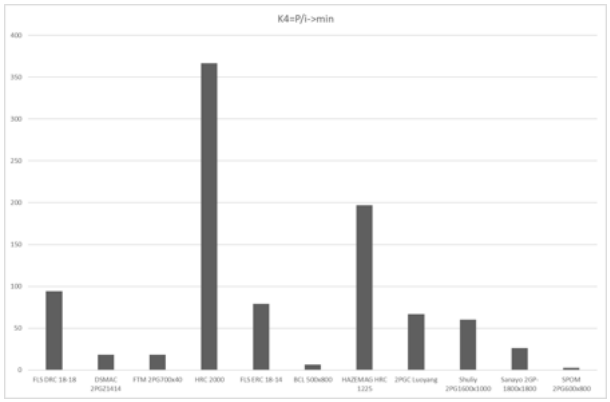
а



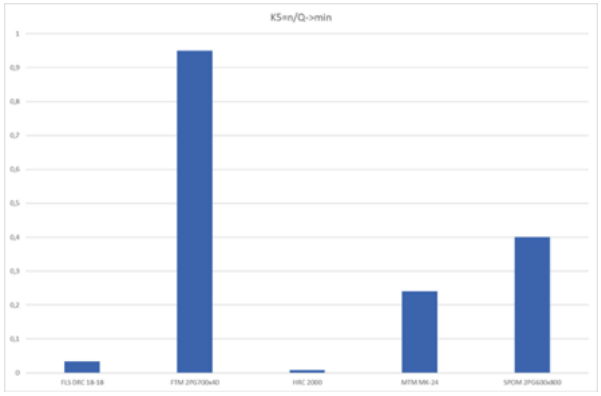
б



в



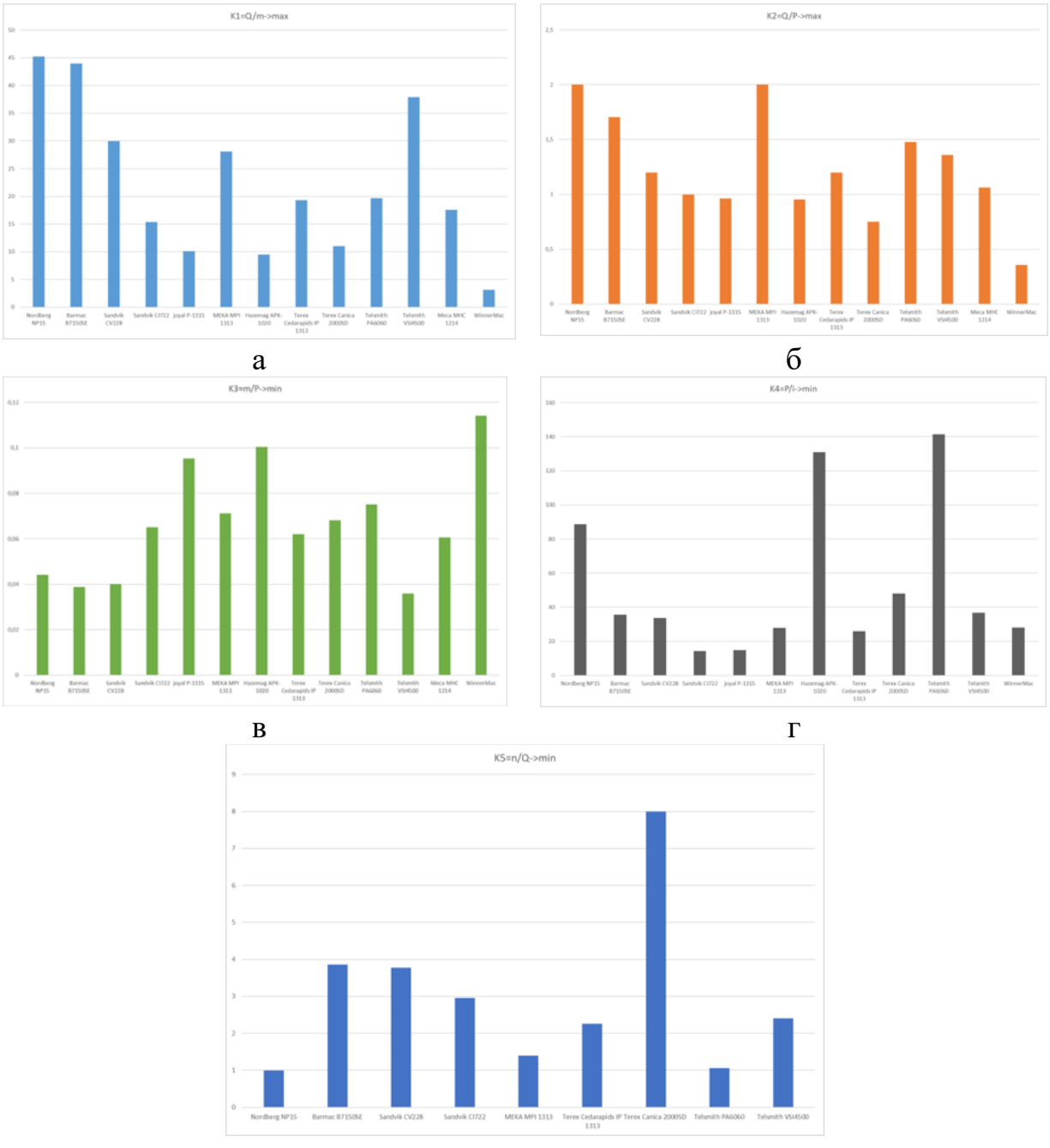
г



д

Рис. А.4. Гістограми коефіцієнтів впливу для валкових дробарок:

а - продуктивності на масу; б - продуктивності на потужність; в - маси на потужність; г - потужності на степінь дроблення; д - частоти обертів на продуктивність.



а б в г д

Рис. А.5. Гістограми коефіцієнтів впливу для ударних дробарок:

а - продуктивності на масу; б - продуктивності на потужність; в - маси на потужність; г - потужності на степінь дроблення; д - частоти обертів на продуктивність

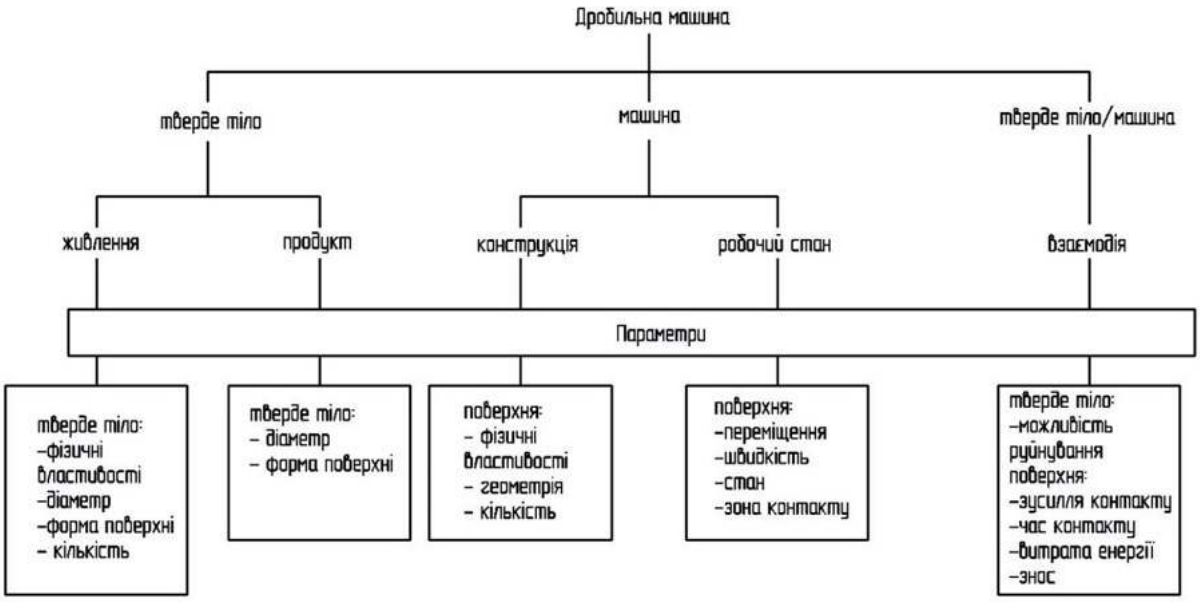
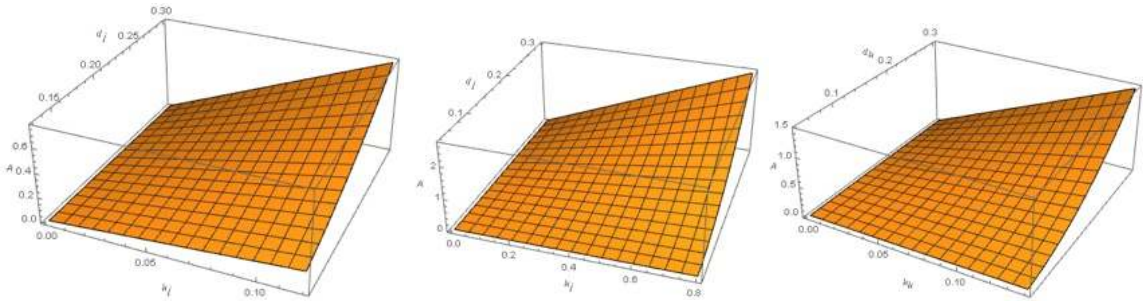
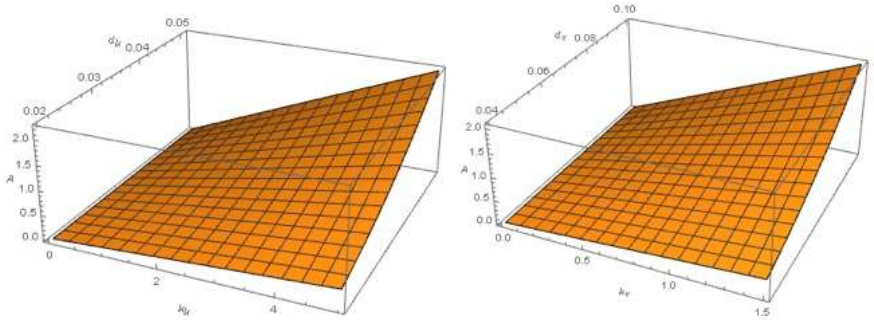


Рис. А.6. Структурна схема процесів дробильної машини

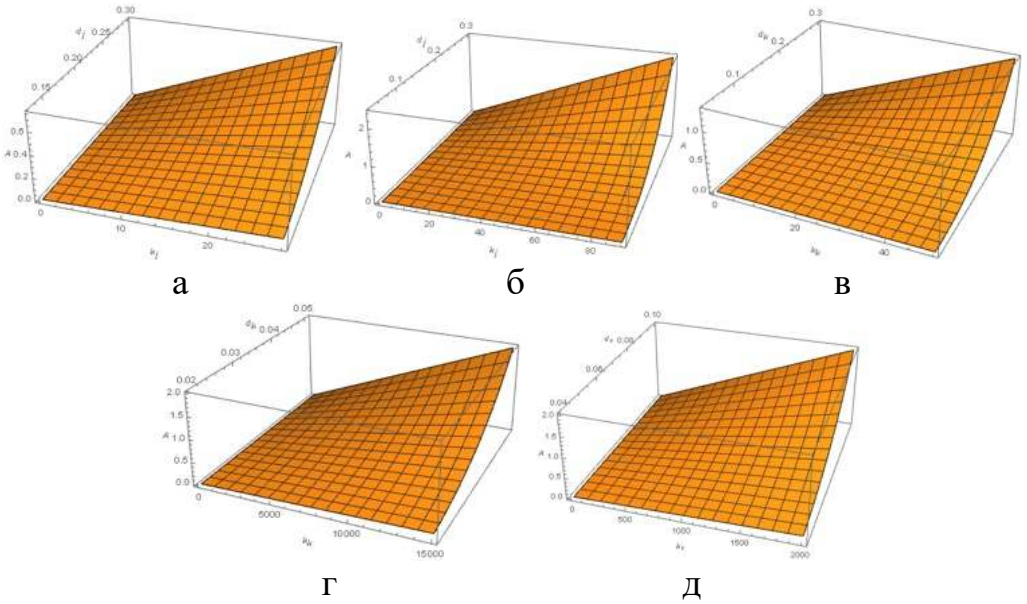


а б в



г д

Рис.А.7. Графіки залежності енергетичного коефіцієнту по теорії Ріттінгера від затрачуваної енергії: а – щокові дробарки з простим рухом щоки; б – щокові дробарки із складним рухом щоки; в – конусні дробарки крупного дроблення; г – конусні дробарки середнього дроблення; д – вібраційні щокові дробарки



а б в г д

Рис. А.8. Графіки залежності енергетичного коефіцієнту по теорії Кірпічева-Кіка від затрачуваної енергії: а – щокові дробарки з простим рухом щоки; б – щокові дробарки із складним рухом щоки; в – конусні дробарки крупного дроблення; г – конусні дробарки середнього дроблення; д – вібраційні щокові дробарки

Таблиця А.2. Енергетичні коефіцієнти

Види дробильних машин	**Середнє значення степені дроблення, і**	**Енергетичні коефіцієнти**		
		Ріттінгера K_r	**Кірпічева-Кіка K_{kk}**	**Закон Родіна, $K_в$**
Щокові дробарки з простим рухом щоки	4,96	0…0,12	0…28	9…18
Щокові дробарки із складним рухом щоки	3,07	0…0,8	0…90	5…10
Конусні дробарки крупного дроблення	7,48	0…0,14	0…50	6,8…14
Конусні дробарки середнього дроблення	10,58	0…5	0…15000	5,9…12
Вібраційні щокові дробарки	8,63	0…1,5	0…2000	5,8…12

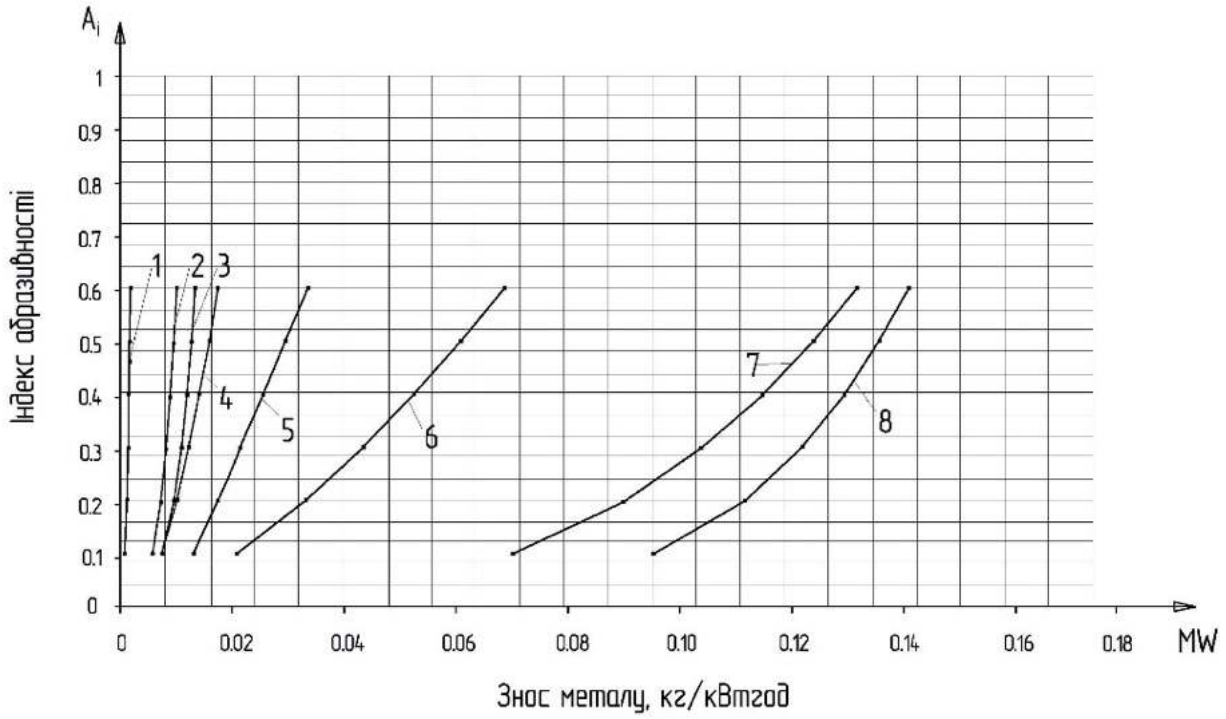
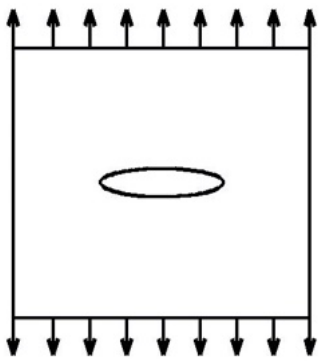
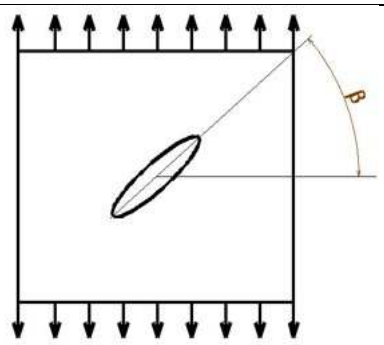
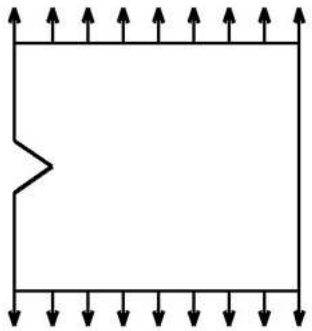
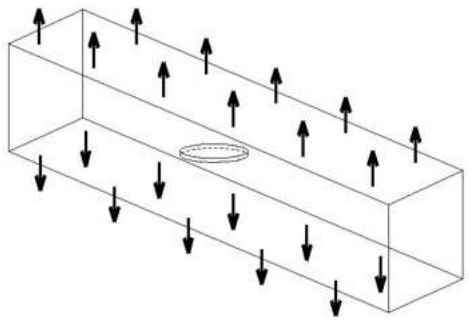


Рис. А.9. Графік залежності індексу абразивності від зносу футерувальних поверхонь дробарок: 1 – ребра футеровки шарового млина сухого помелу; 2 - ребра футеровки шарового млина мокрого помелу; 3 - ребра футеровки стрижневого млина мокрого помелу; 4 - шари шарового млина сухого помелу; 5 – ребра футеровки щокової та конусної дробарки; 6 – валки валкової дробарки; 7 - шари шарового млина мокрого помелу; 8 - стержні шарового млина мокрого помелу.

Таблиця А.3. Типові схеми для визначення КІН K_1

Умова	**Діаграма**	**Рівняння для КІН**
Наскрізна тріщина в нескінченній пластині до країв якої прикладено навантаження розтягу		$K_1 = \sigma\sqrt{\pi a}$

Наскрізна тріщина в нескінченній пластині до країв якої прикладено навантаження розтягу (вісь тріщини утворює кут з віссю прикладеного навантаження)		$K_I = \sigma \cos^2 \beta \sqrt{\pi a}$ $K_{II} = \sigma \cos\beta \sin\beta \sqrt{\pi a}$
Крайова тріщина в нескінченній пластині до країв якої прикладено навантаження розтягу		$K_I = 1.12\sigma\sqrt{\pi a}$
Овальної форми тріщина в нескінченному середовищі		$K_I = \frac{2}{\pi}\sigma\sqrt{\pi a}$

Таблиця А.4. Фізичні характеристики магматичних порід

Фізичні властивості	**Вид матеріалу**			
	Мармур	**Граніт**	**Габбро**	**Гнейс**
Модуль Юнга, МПа	46300	59300	87600	58600
Коефіцієнт Пуассона	0,23	0,23	0,27	0,21

Модуль об’ємної деформації, МПа	28580	36605	63478	33678
Модуль зсуву, МПа	18821	24106	34488	24215
Щільність, кг/м^3	2600-2750	2500-2800	2800-3100	2600-2900
Міцність на одновісне стиснення UCS, МПа	120,5	181,7	200	174,4
Характеристики геомеханічної модель матеріалу				
Тип моделі	Кулона-Мора			
Початковий кут внутрішнього тертя, радіан	0,44156	0,89011	0,75	0,488
Початкова когезія, МПа	21,2	31.68	34,87	30.4
Кут дилітансії, радіан	0,44156	0,89011	0,75	0,488
Залишковий кут внутрішнього тертя, радіан	0.22078	0.445055	0.375	0.244
Залишкова когезія, МПа	6,5	9,8	10.8	9.4

Джерело	[49]	[49], [50]	[49],[51],[52]	[49]

Таблиця А. 5. Фізичні характеристики осадових порід та бетону

Фізичні властивості	**Вид матеріалу**		
	Доломіт	**Вапняк**	**Пісчаник**
Модуль Юнга, МПа	58589	37845	34007
Коефіцієнт Пуассона	0,28203	0,3077	0,23391
Модуль об'ємної деформації, МПа	44800	32800	21300
Модуль зсуву, МПа	22850	14470	13780
Щільність, кг/м^3	2400-2850	2300-2700	2000-2700
Міцність на одновісне стиснення UCS, МПа	100	120,9	90,1
Характеристики геомеханічної моделі матеріалу			
Тип моделі	**Кулона-Мора**		
Початковий кут внутрішнього тертя, радіан	0,010472	0,010472	0,010472
Початкова когезія, МПа	110	42	88
Кут дилітансії, радіан	0,010472	0,010472	0,010472
Залишковий кут внутрішнього	0,005236	0,005236	0,005236

тертя, радіан			
Залишкова когезія, МПа	50	20	40

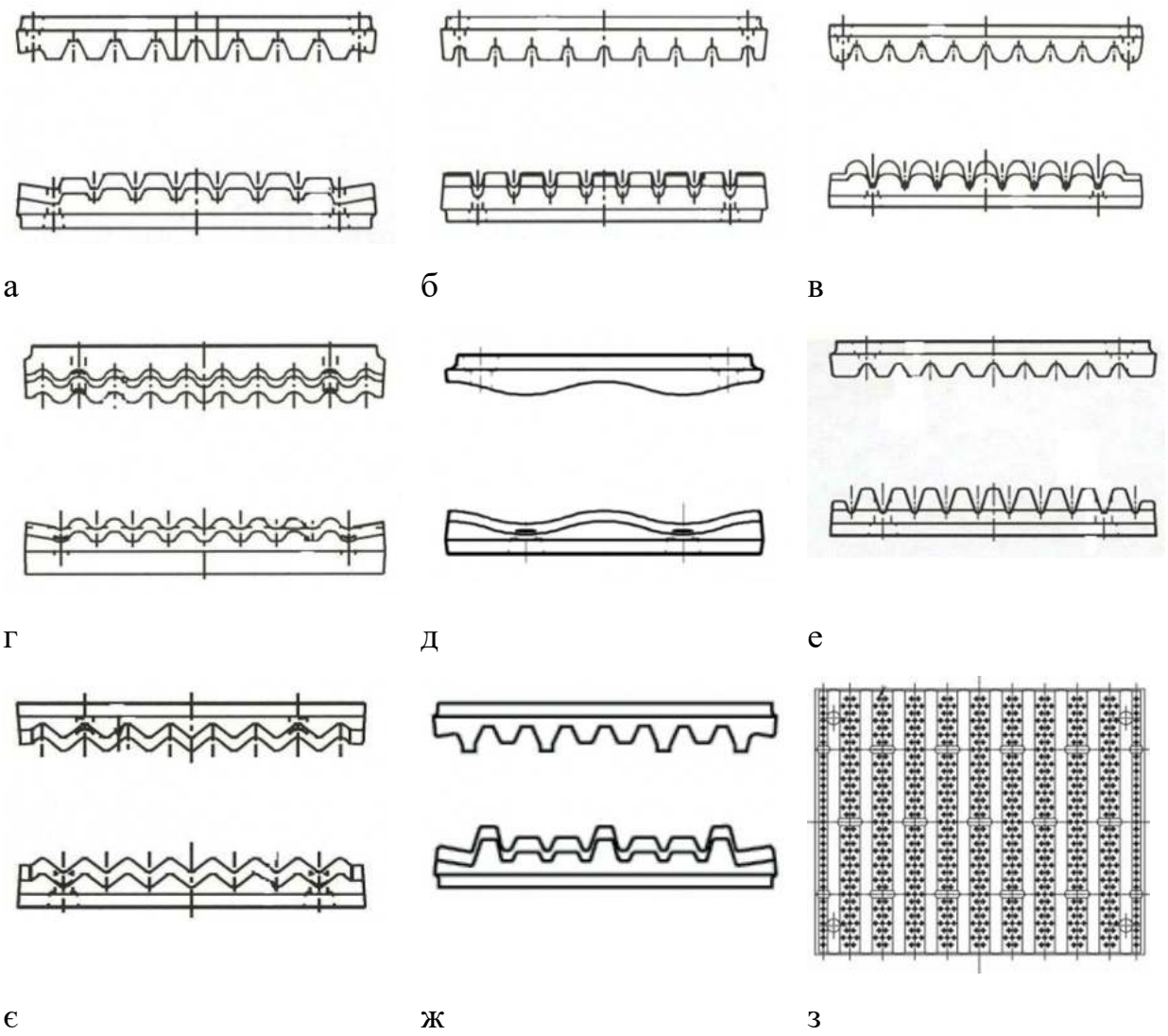


Рис. А.10. Типи профілів дробильних щік щокових дробарок

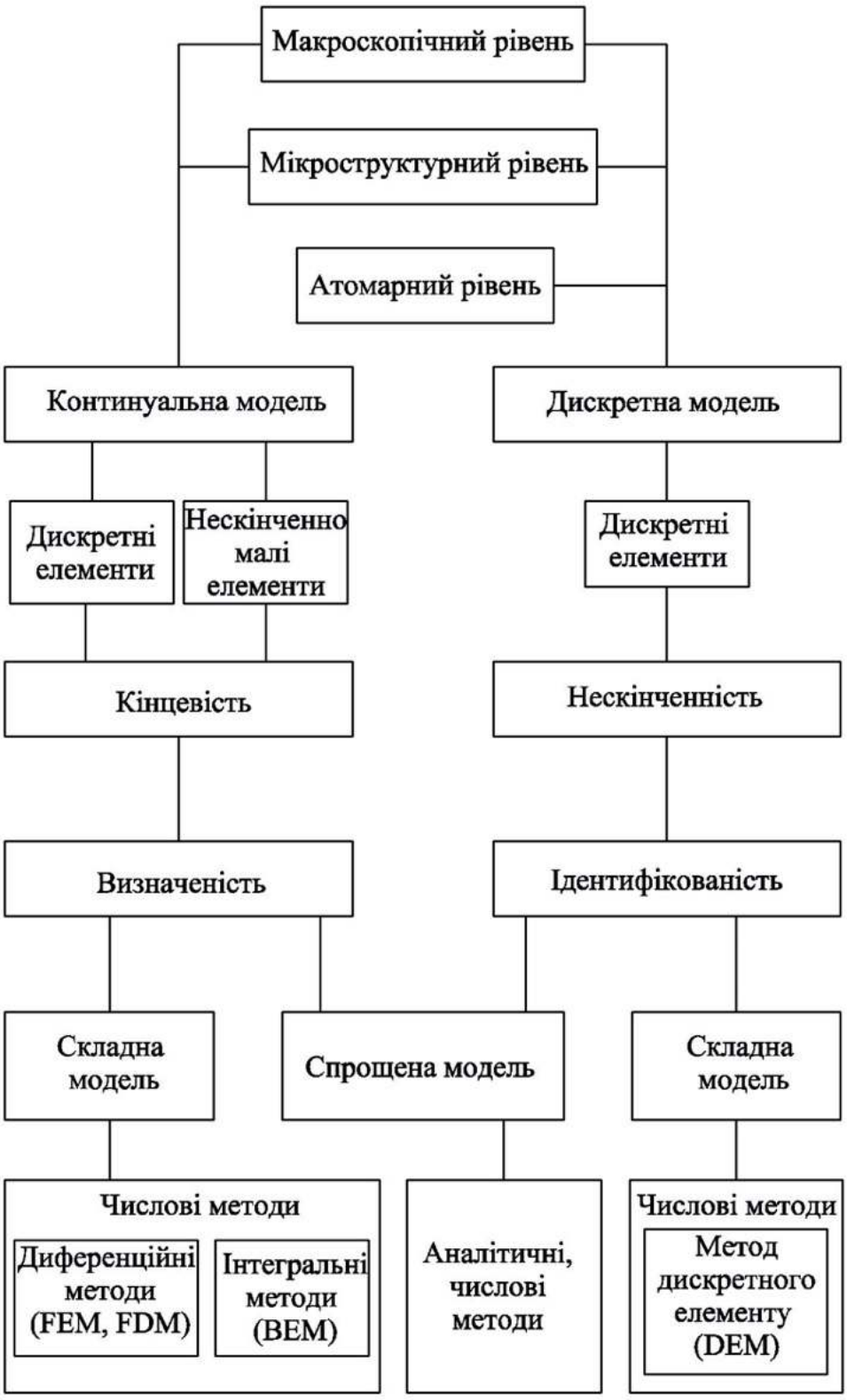


Рис. А.11. Структурна схема побудови фізичних моделей матеріалу

Таблиця А.6. Коефіцієнти пружності для різних матеріалів

Тип будівельного матеріалу	**Максимальна межа міцності на стиск $\sigma_{ст}$, МПа**	**Модуль Юнга Е, ГПа**	**Переміщення дробильної щоки, мм**	
			45	24
			Коефіцієнт пружності, Н/мм	
Граніт	**250**	**70**	**133 962 257,5**	**25 699 404,76**
Діорит	300	100	135 033 955,6	25 905 000
Діабаз	350	110	167 087 470,3	32 054 166,67
Базальт	300	80	168 792 444,4	32 381 250
Габбро	**300**	**100**	**135 033 955,6**	**25 905 000**
Гнейс	200	75	80 020 121,81	15 351 111,11
Мрамор	**250**	**70**	**133 962 257,5**	**25 699 404,76**
Кварцит	300	90	150 037 728,4	28 783 333,33
Глинистий сланець	100	30	50 012 576,13	9 594 444,444
Вапняк	250	70	133 962 257,5	25 699 404,76
Пісчаник	170	50	86 721 807,01	16 636 766,67
Доломіт	250	70	133 962 257,5	25 699 404,76
Лабрадорит	**180**	**70**	**131 283,0123**	13 322 571,43
Скло	7	56	795 875,1303	25 185,41667
Цегла	10,3	20	2 609 351,798	152 681,1917
Бетон	20	23	24 006 036,54	500 579,7101
Текстоліт	40	10	69 446 034,29	4 605 333,333

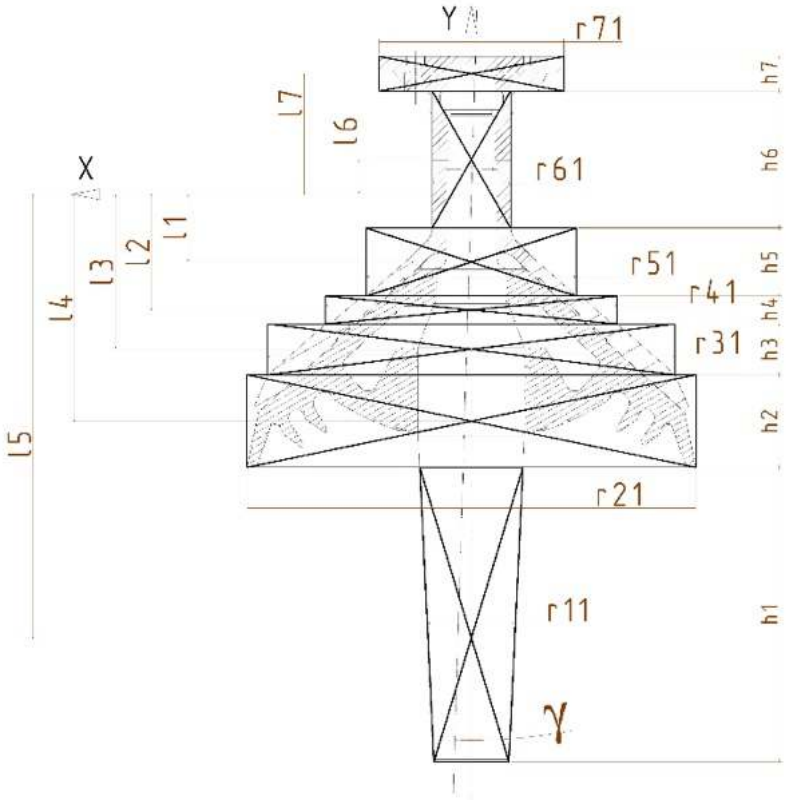


Рис. А.12. Схеми до розрахунку моментів інерції

```python
import numpy as np
import pandas as pd
import skfuzzy as fuzz
import matplotlib.pyplot as plt
# Крок 1: Читаємо дані із файлу у форматі csv
mydata = pd.read_csv('crusher1.csv')
X = mydata.values
# Крок 2: Задаємо вхідні параметри
nc = 4
m = 2
maxi = 500
tol = 1e-4
# Крок 3: Застосовуємо класифікацію C-Means
cntr, u, _, _, _, _, _ = fuzz.cluster.cmeans(X.T, nc,
m, error=tol, maxiter=maxi)
# Крок 4: Визначаємо мітки
mylabels = np.argmax(u, axis=0)
# Крок 5: Вивід результатів
print("Матриця членства (перші 5 рядків):")
print(u[:5])
print("\nЦентри кластерів:")
print(cntr)
print("\nПозначення кластерів (перші 10 точок):")
print(mylabels[:10])
# Крок 6: Зберігаємо результати
np.savetxt('матриця_членства.csv', u.T, delimiter=',',
header='Кластер 1, Кластер 2, Кластер 3, Кластер 4', comments='')
np.savetxt('центри.csv', cntr, delimiter=',',
header='Особливість 1, Особливість 2', comments='')
np.savetxt('мітки.csv', labels, delimiter=',', header='Мітка', comments='')
# Крок 7: Візуалізація результатів
plt.figure(figsize=(8, 6))
for i in range(nc):
    cluster_points = X[mylabels == i]
    plt.scatter(cluster_points[:, 0], cluster_points[:, 1],
mylabel=f"Кластер {i+1}")
plt.scatter(cntr[:, 0], cntr[:, 1], c='black',
marker='X', s=100, label="Центроїди", edgecolors='red')
```

а

```
plt.xlabel('Продуктивність, м3/год')
plt.ylabel('Потужність, кВт')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
# Крок 8: Прогнозування для точок з новими даними
work_data=np.random.uniform(0,1100,(200,2))
u_work = fuzz.cluster.cmeans_predict(work_data.T, cntr, m,
                                     error=tol, maxiter=maxi)
conclusion = fuzz.cluster.cmeans_predict(work_data.T,
                                         cntr, m, error=tol, maxiter=maxi)
for i, r in enumerate(conclusion):
    print(f"Результуюча[{i}] поверхня:", np.shape(r))
first_elem = conclusion[0]
print("Результуюча[0] поверхня:", np.shape(conclusion[0]))
print("\n Степінь приналежності для нових даних:")
print(first_elem)
worklabels = np.argmax(first_elem, axis=0)
print("\nМітки кластерів для нових даних:")
print(worklabels)
plt.figure(figsize=(8, 6))
# Графічне відображення
for i in range(nc):
    cluster_points = X[labels == i]
    plt.scatter(cluster_points[:, 0], cluster_points[:, 1],
                label=f"Кластер {i+1}")
plt.scatter(cntr[:, 0], cntr[:, 1], c='black', marker='X',
s=100, label="Центроїди", edgecolors='red')
plt.scatter(work_data[:, 0], work_data[:, 1], c=worklabels,
marker='D', s=100, label="Нові дані", cmap='viridis')
plt.xlabel('Продуктивність, м3/год')
plt.ylabel('Потужність, кВт')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
```

б

Рис. А.13. Скрипт кластеризації параметрів дробильної машини:

а – перші 38 рядків; б – рядки 39-73.

Таблиця А.7. Вихідні дані по дробильним машинам для задачі кластеризації

№, п/п	**Продуктивність, м^3/год**	**Потужність, кВт**	**Коефіцієнт пропорційності**
1	461.26	552.29	0.239001050297584
2	677.182	776.87	0.169911504424779
3	445.088	650.95	0.245792894851212
4	537.631	617.13	0.324076800871596
5	745.116	593.78	0.26945813376421

6	785.631	853.93	0.174487296516484
7	757.038	711.844	0.206505803891875
8	725.663	555.4	0.237665842820008
9	547.196	483.48	0.310246887730073
10	412.978	548.29	0.200623041710452
11	601.825	626.89	0.210560756475339
12	803.44	985.14	0.162412933119003
13	824.04	1010.4	0.197940762238784
14	400.63	311.69	0.240623123656599
15	494.918	297.84	0.302167755453515
16	655.7	862.39	0.214520025429116
17	966.88	1528.42	0.120385674931129
18	601.2	856.74	0.214765790691593
19	1080.42	838.389	0.263600594504992
20	374.697	247.58	0.302930430486244
21	718.95	1069.11	0.187070800280209
22	893.52	1385.05	0.180498746536482
23	815.8	292.08	0.256776410778908
24	980.76	760.3	0.210440987583845
25	643.7	712.87	0.280555766515
26	389.03	450.45	0.248638779925145
27	572.7	618.83	0.240775941023635
28	676.8	897.02	0.16722018886326
29	368.89	239.82	0.312730948583634
30	615.35	928.23	0.199302290609242
31	731.71	1326.41	0.139473721801707
32	824.04	1499.1	0.166766629119794
33	629.33	949.33	0.194873350817926
34	824.04	1486.45	0.168185924283485

35	550.24	723.68	0.221090909090909
36	333.81	305.84	0.359656906240757
37	517.24	1160.23	0.215473790322581
38	630.48	829.22	0.192952066115703
39	284.29	237.84	0.315329413565518
40	793.14	1370.54	0.182409619257266
41	399.12	365.68	0.20509360769101
42	644.81	811.3	0.197213445277
43	722.19	1407.33	0.156323316728266
44	311.91	244.24	0.307070707070707
45	495.799	736.7	0.217183255813953
46	596.093	1060.77	0.235677564923581
47	824.04	1302.63	0.268686868686869
48	494.91	297.84	0.302167755453515
49	630.48	740.71	0.21600714713204
50	966.88	1528.42	0.163567493112948
51	709.87	1405.2	0.159407547196661
52	269.21	263.45	0.283163213565643
53	351.98	152.01	0.367735141010015
54	950.174	513.12	0.290378517040252

```python
import numpy as np
import pandas as pd
import skfuzzy as fuzz
import skfuzzy.membership as mf
from sklearn.linear_model import LinearRegression
import matplotlib.pyplot as plt
# Крок 1. Передача зовнішніх даних для тренування моделі
def extdata(filename):
    mydata = pd.read_csv(filename)
    X = data.iloc[:, :-1].values
    y = data.iloc[:, -1].values
    return X, y
X, y = extdata("crusher3.csv")
print("Матриця X (вхідні дані):")
print(X)
# Крок 2. Створення нечіткої множини
def cfuzzyset(X):
    numfunc = X.shape[1]
    myfuzset = []
    for i in range(numfunc):
        x_min, x_max = np.min(X[:, i]), np.max(X[:, i])
        x_range = np.linspace(x_min, x_max, 1000)
        # Членські функції
        low = mf.trimf(x_range, [x_min, x_min, (x_min + x_max) / 2])
        medium = mf.trimf(x_range, [x_min, (x_min + x_max) / 2, x_max])
        high = mf.trimf(x_range, [(x_min + x_max) / 2, x_max, x_max])
        myfuzset.append((x_range, low, medium, high))
        if i > 0:
            plt.figure()
            plt.plot(x_range, low, label="Low")
            plt.plot(x_range, medium, label="Medium")
            plt.plot(x_range, high, label="High")
            plt.title(f"Членські функції для потужності")
            plt.xlabel("Значення потужності")
            plt.ylabel("Ступінь належності")
            plt.legend()
            plt.show()
        if i < numfunc - 1:
            plt.plot(x_range, low, label="Low")
            plt.plot(x_range, medium, label="Medium")
            plt.plot(x_range, high, label="High")
            plt.title(f"Членські функції для продуктивності")
            plt.xlabel("Значення продуктивності")
            plt.ylabel("Ступінь належності")
            plt.legend()
            plt.show()
    return myfuzset
```

a

```python
# Крок 3. Фазифікація
def fuzf(X, myfuzset):
    fval = []
    for i in range(X.shape[1]):
        x_range, low, medium, high = fuzzy_sets[i]
        fuzzi_field = []
        for value in X[:, i]:
            low_value = fuzz.interp_membership(x_range, low, value)
            medium_value = fuzz.interp_membership(x_range, medium, value)
            high_value = fuzz.interp_membership(x_range, high, value)
            fuzzi_field.append([low_value, medium_value, high_value])
        fval.append(fuzzi_field)
    return np.array(fval)
# Крок 4. Побудова нечітких правил
def build_rules(fval):
    amount_samples = fval.shape[1]
    amountrules = 3 ** fval.shape[0]
    rules = np.zeros((amount_samples, amountrules))
    for i in range(amount_samples):
        rulenum = 0
        for fz in fval[:, i, :]:
            betterf = np.argmax(fz)
             rulenum =  rulenum * 3 + betterf
        rules[i, rulenum] = 1
    return rules
# Крок 5. Навчання моделі
def funcfortrain(X, y):
    myfuzset = cfuzzyset(X)
    fval = fuzf(X, myfuzset)
    rules = generate_rules(fval)
    # Навчання лінійної регресії на правилах
    model = LinearRegression()
    model.fit(rules, y)
    return model, myfuzset
# Крок 6. Прогнозування на нових даних
def funcprediction (model, X, myfuzset):
    fval = fuzf(X, myfuzset)
    rules = generate_rules(fval)
    return model.predict(rules)
```

б

```python
# Крок 7. Додавання нових даних до тренованої моделі
def main():
    filename = "crusher3.csv"
    X, y = load_data(filename)
    print("Дані завантажено!")
    print("X shape:", X.shape)
    print("y shape:", y.shape)
    model, myfuzset = funcfortrain(X, y)
    predictions = funcprediction(model, X, myfuzset)
    X_new=np.array([[372.42,203.62],[310.5,520.06],[393.41,1032.38],
[455.19,248.87],[790.04,1119.85],[733.61,841.61],[465.3,557.14],
[632.68,208.85],[782.84,1237.5],[365.29,611.84],[332.28,241.05],
[868.13,1500.12],[750.28,959.7],[624.98,651.01],[472.79,382.73],
[498.08,1260.92],[898.15,1873.06],[738.23,1338.27],[549.9,952.16],
[398.73,344.97],[303.74,280]])
    print(X_new)
    forecast=funcprediction(model, X_new, myfuzset)
    print("Передбачені Y для нових даних:", forecast)
    # Візуалізація результатів
    plt.plot(y, label="Реальні значення величини")
    plt.plot(predictions, label="Прогнозовані значення", linestyle="dashed")
    plt.xlabel("Спостереження")
    plt.ylabel("Коефіцієнт пропорційності k")
    plt.legend()
    plt.show()
    print(predictions)
if __name__ == "__main__":
    main()
```

в

Рис. А.14. Скрипт для моделі ANFIS: а – необхідні бібліотеки та кроки 1,2; б – кроки 3-6; в -крок 7.

Таблиця А.8. Набір даних для щокових дробарок для визначення коефіцієнту пропорційності на основі моделі ANFIS

Модель	**Продуктивність, $м^3$/год**	**Потужність, кВт**	**Реальний коефіцієнт $К_{пр}$**	**Коефіцієнт $К_{пр}$ ANFIS**	**Похибка, %**
ЩДП 900х1200	310,5	520,06	0,192	0,228	16
ЩДС 600х900	455,19	248,87	0,321	0,294	9.5
CJC-140	790,04	1119,85	0,178	0,214	17
CJC-130	733,61	841,61	0,19	0,214	11
CJC-110	465,3	557,14	0,236	0,228	3
CJC-90	632,68	208,85	0,359	0,292	18.5
PE1200*1500	782,84	1237,5	0,1778	0,177	0.5
PE900*1200	365,29	611,84	0,215	0.228	6
PE600*900	332,28	241,05	0,311	0.294	5.5
4655B	738,23	1338,27	0,149	0.177	16
4051B	549,9	952,16	0,273	0.214	21.5
ДЩ-6х9	303,74	280	0,267	0.294	9
					Середня 11 %

```
import numpy as np
import scipy.sparse as sp
import scipy.sparse.linalg as spla
import matplotlib.pyplot as plt

x_min, x_max = 0.01, 4
N = 1000  #Кількість вузлів сітки
x = np.linspace(x_min, x_max, N)
dx = x[1] - x[0]
#Дрейфова функція (швидкість)
k=1
m=1
A_x = k*x**m
#Діапазон D0
B0_values = [0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0] #Різні значення коефіцієнта дифузії
num_eigenvalues = 3  #Скільки власних функцій малювати
plt.figure(figsize=(10, 6))

#Перебираємо різні D0
for B0 in B0_values:
    #Матриці скінченних різниць
    diag_main = -2 * np.ones(N)
    diag_upper = np.ones(N-1)
    diag_lower = np.ones(N-1)
    D2 = sp.diags([diag_main, diag_upper, diag_lower], [0, 1, -1]) / dx**2
    diag_main = np.zeros(N)
    diag_upper = np.ones(N-1)
    diag_lower = -np.ones(N-1)
    D1 = sp.diags([diag_main, diag_upper, diag_lower], [0, 1, -1]) / (2 * dx)
    #Оператор Ліувілля
    L = B0 * D2 + sp.diags(A_x) @ D1
    #Обчислення власних значень та функцій
    lambdas, psi = spla.eigs(L, k=num_eigenvalues, which='SM')
    #Малюємо перші власні функції
    for i in range(num_eigenvalues):
        plt.plot(x, np.real(psi[:, i]), label=f'B0={B0}, $\\xi$_{i}')

plt.xlabel("x")
plt.ylabel("$\\xi_n$(x)")
plt.legend()
plt.show()
```

Рис. А.15. Скрипт для знаходження значень змінної часової релаксації при N=1000, m=1, n=1

```python
import numpy as np
import scipy.sparse as sp
import scipy.sparse.linalg as spla
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.cm as cm
import matplotlib.colors as mcolors

# Вихідні дані
D0 = 1.0  # Коефіцієнт дифузії
x_min, x_max = -3, 3  #Межі розрахунку
N = 5000  # Число вузлів сітки
num_eigenvalues = 3  # Кількість власних значень
k_values = np.linspace(1, 50, 100)  # Діапазон значень k
# Створення сітки
x = np.linspace(x_min, x_max, N)
dx = x[1] - x[0]
# Підготовка легенди
fig, ax = plt.subplots(figsize=(10, 6))
norm = mcolors.Normalize(vmin=min(k_values), vmax=max(k_values))
cmap = cm.viridis
print("Початок обчислень...")
# Обчислення власних функцій для різних k
for i, k in enumerate(k_values):
    # Дрейфова функція
    A_x = k * (x**2 + x + 2)
    # Матриця другої похідної
    diag_main = -2 * np.ones(N)
    diag_upper = np.ones(N-1)
    diag_lower = np.ones(N-1)
    D2 = sp.diags([diag_main, diag_upper, diag_lower], [0, 1, -1]) / dx**2
    # Матриця першої похідної
    diag_main = np.zeros(N)
    diag_upper = np.ones(N-1)
    diag_lower = -np.ones(N-1)
    D1 = sp.diags([diag_main, diag_upper, diag_lower], [0, 1, -1]) / (2 * dx)
    # Оператор Ліувілля L
    L = D0 * D2 + sp.diags(A_x) @ D1
    # Обчислення власних значень і функцій
    try:
        lambdas, psi = spla.eigs(L, k=num_eigenvalues, which='SM')
        psi = np.real(psi)  #виключення комплексної частини
    except Exception as e:
        print(f"Помилка при k = {k}: {e}")
        continue  # Пропускаємо цей k, якщо сталася помилка
    # Вивід проміжного результату для перевірки
    print(f"Знайдено λ для k={k}: {np.real(lambdas)}")
    # Побудова графіка першої власної функції
        ax.plot(x, psi[:, 0], color=cmap(norm(k)), alpha=0.7, label=f"k={k:.2f}"
    if i % 5 == 0 else "")
    # Додаємо шкалу кольорів
    sm = cm.ScalarMappable(cmap=cmap, norm=norm)
    sm.set_array([])
    cbar = plt.colorbar(sm, ax=ax)
    cbar.set_label("k")
    # Оформлення графіка
    ax.set_xlabel("x")
    ax.set_ylabel("ψ_0(x)")
    ax.set_title("Залежність першої власної функції від k")
    ax.legend()
    plt.show(block=True)
```

a

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Діапазон частот
lambda_values = np.linspace(0, 1.5, 1000)

# Різні коефіцієнти демпфування ξ
xi_values = [11.996, 11.559, 6.147,
4.555,4.459,8.243,2.475,1.617,5.761,2.909,4.375,2.583,1.632,2.539,2.965,4.07,0
.747,1.969,1.792,0.829,3.046,7.01,3.671,4.859,2.967,3.797,5.168,5.355,8.715,9.
956,6.869,6.727,12.708,2.535,2.914,10.167]
plt.figure(figsize = (8, 6))

for xi in xi_values:
    K_d = 1 / np.sqrt((1 - lambda_values**2)**2 + (2 * xi * lambda_values)**2)
    plt.plot(lambda_values, K_d, label=f'ξ = {xi}')

plt.xlabel('Відносна частота ω/$ω_0$', fontsize=18)
plt.ylabel('Коефіцієнт динамічності λ', fontsize=18)
plt.xticks(fontsize=18)
plt.yticks(fontsize=18)
plt.axvline(x=1, color='gray', linestyle='--')
plt.legend(ncol=4, loc='upper right', fontsize=14)
plt.grid()
plt.ylim(0, 2)  #Обмеження осі Y для наочності
plt.show()
```

б

Рис. А.16. Скрипт для визначення: а - власних функцій для різних значень k; б - впливу коефіцієнту динамічності на відносну частоту при руйнуванні граніту

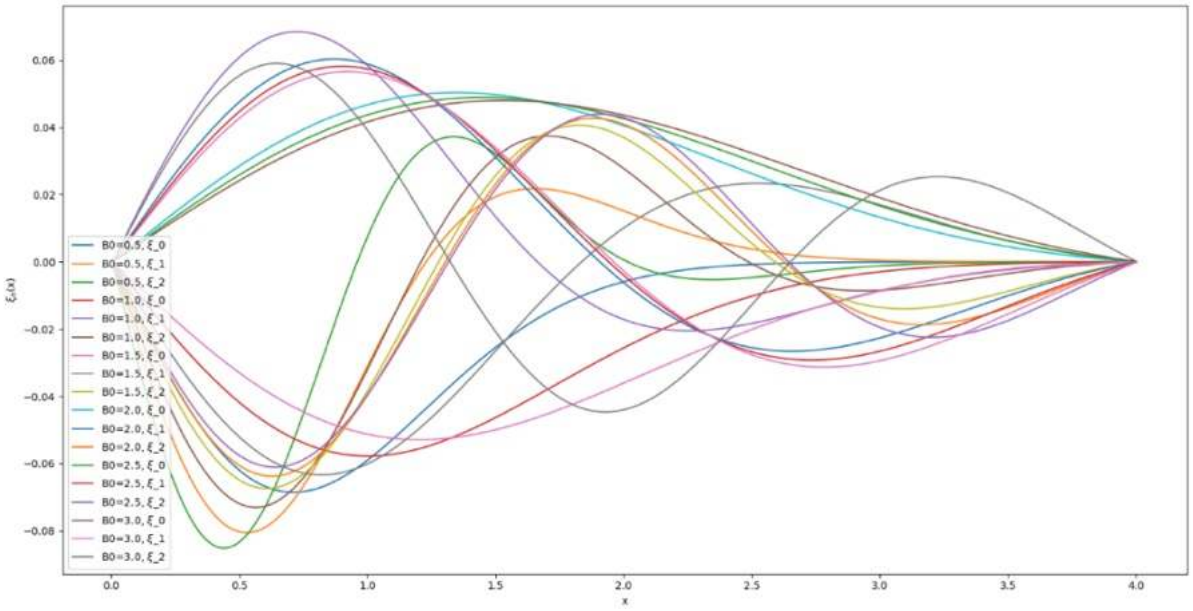


Рис. А.17. Вплив коефіцієнту дифузії B_0 на власні функції $\xi_n(x)$ у розподілі $\omega_1(x, t)$ при N=1000, m=1, n=1.

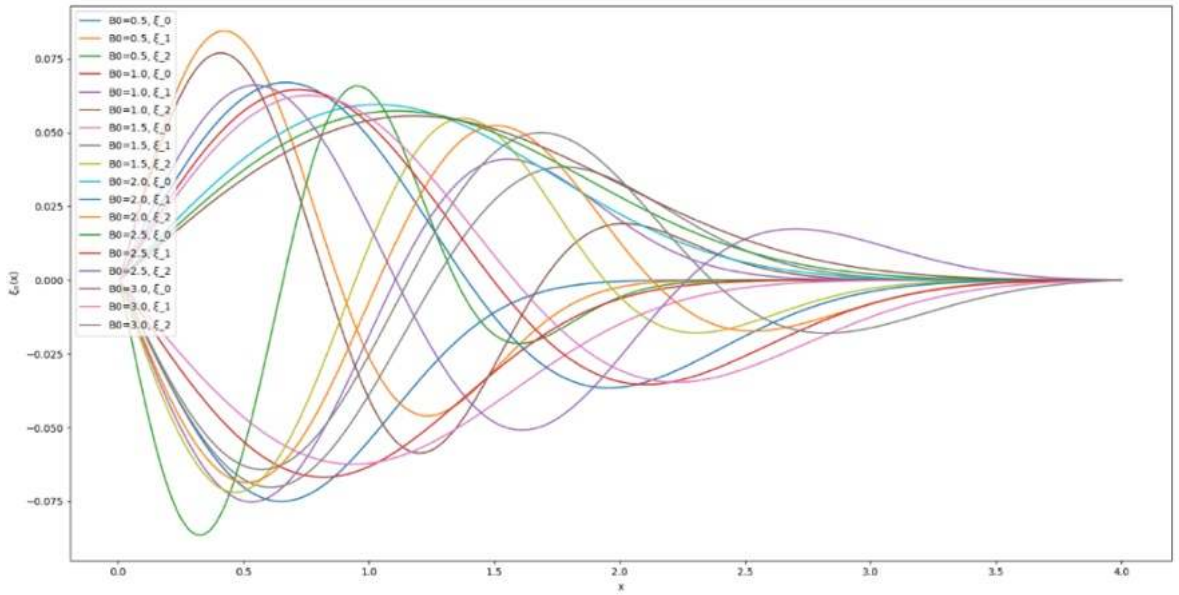


Рис. А.18. Вплив коефіцієнту дифузії B_0 на власної функції $\xi_n(x)$ у розподілі $\omega_1(x, t)$ при N=1000, m=1, n=2

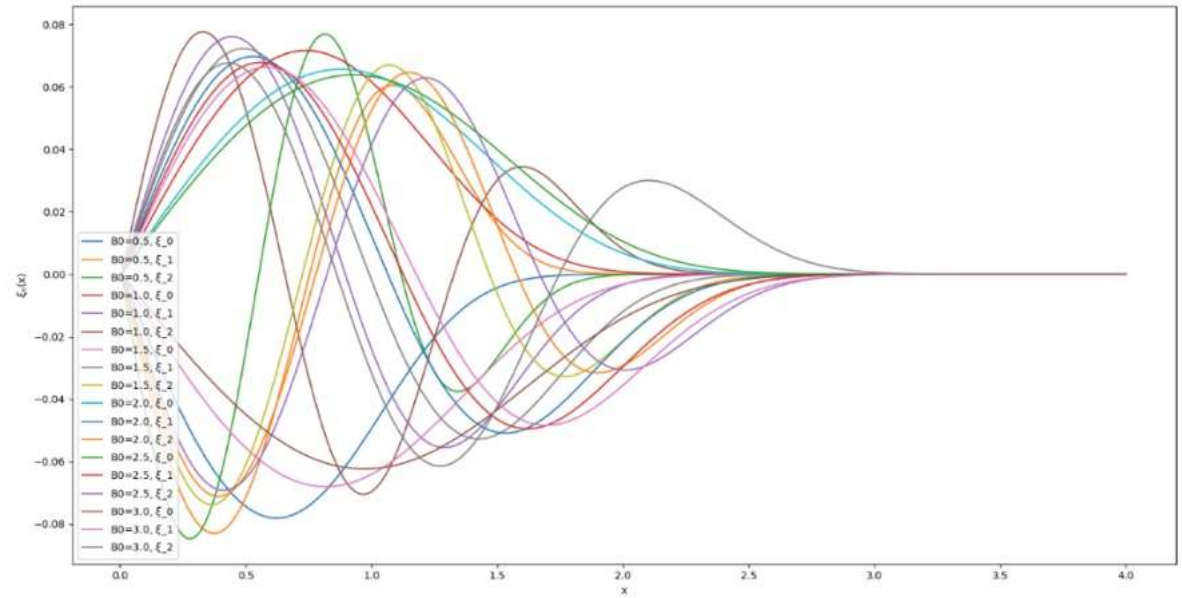


Рис. А.19. Вплив коефіцієнту дифузії B_0 на власні функції $\xi_n(x)$ у розподілу $\omega_1(x, t)$ при N=1000, m=1, n=3.

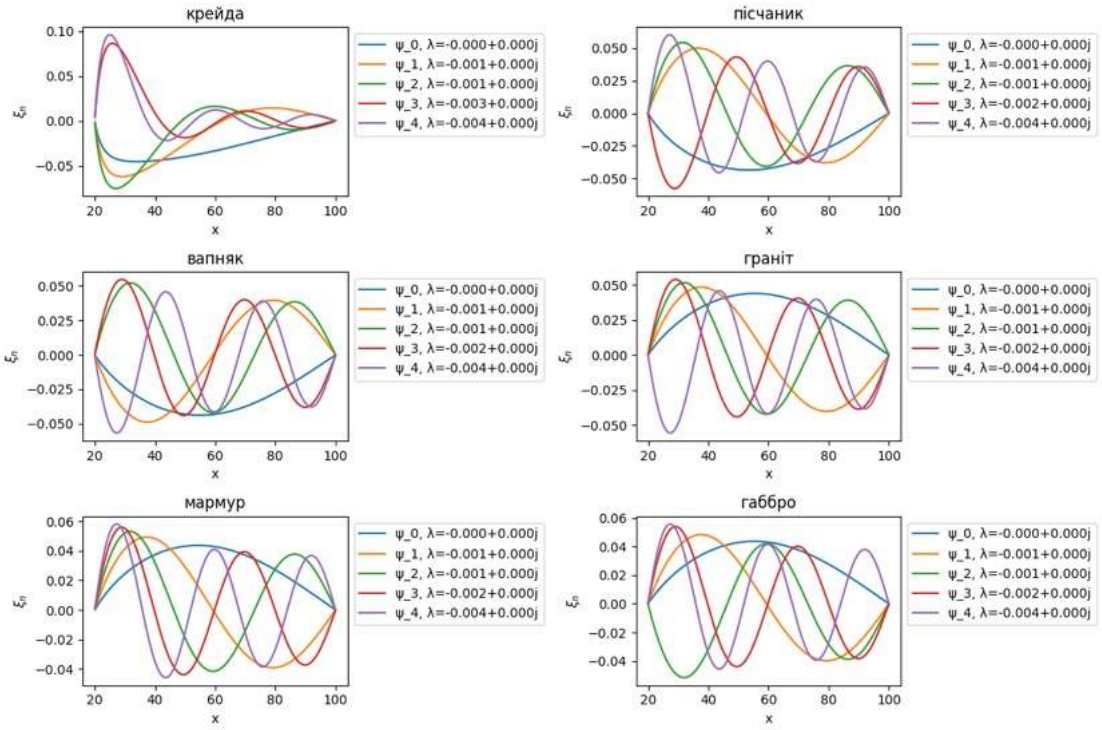


Рис. А.20. Графіки власних функції $\xi_n(x)$ для розподілу $\omega_1(x, t)$ в залежності від фізичних властивостей порід руйнування при L=1200 мм, B_0=0.1

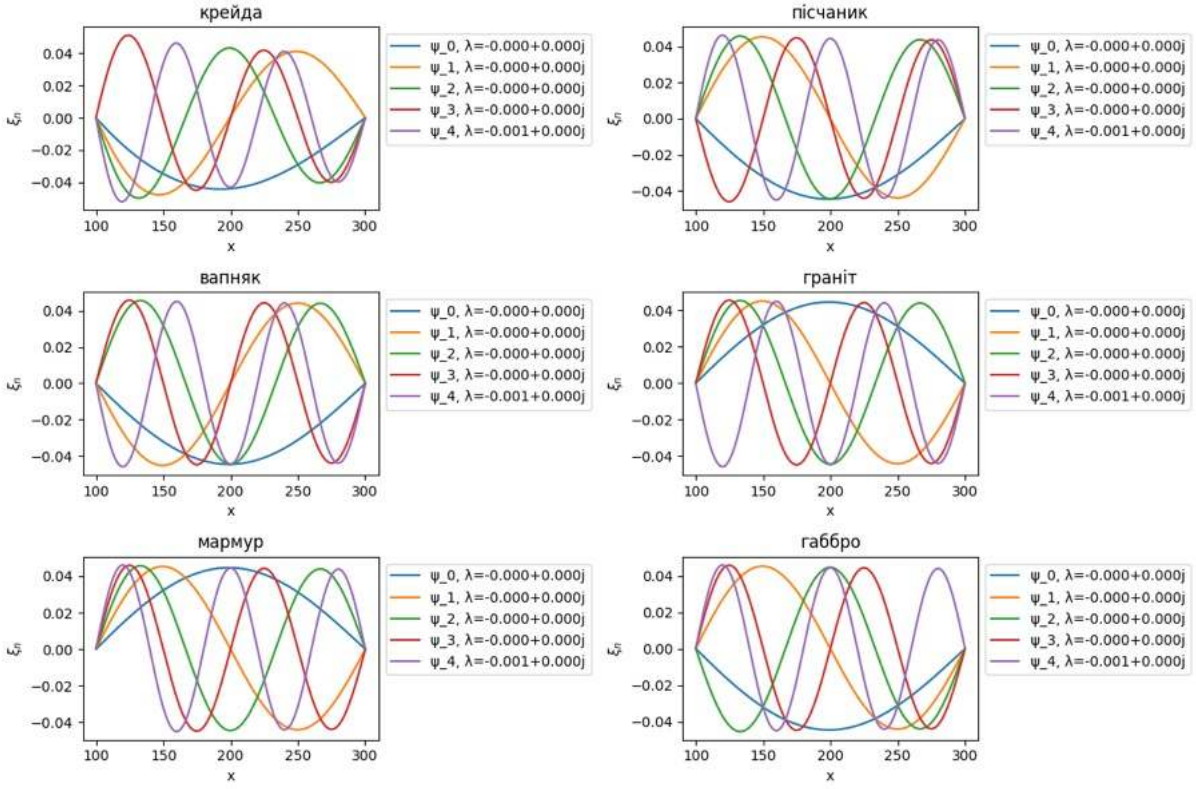


Рис. А.21. Графіки власних функції $\xi_n(x)$ для розподілу $\omega_1(x, t)$ в залежності від фізичних властивостей порід руйнування при L=2100 мм, B_0=0.1

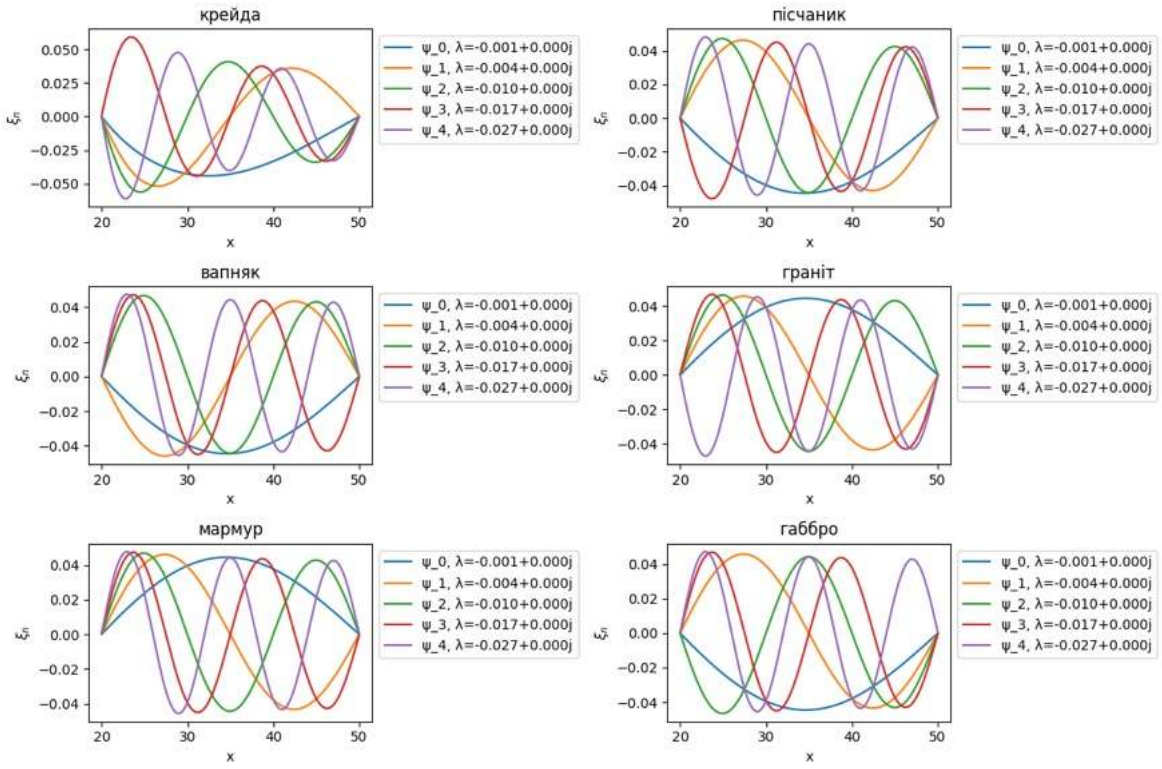


Рис. А.22. Графіки власних функції $\xi_n(x)$ для розподілу $\omega_1(x, t)$ в залежності від фізичних властивостей порід руйнування при d_k=1300 мм, B_0=0.1.

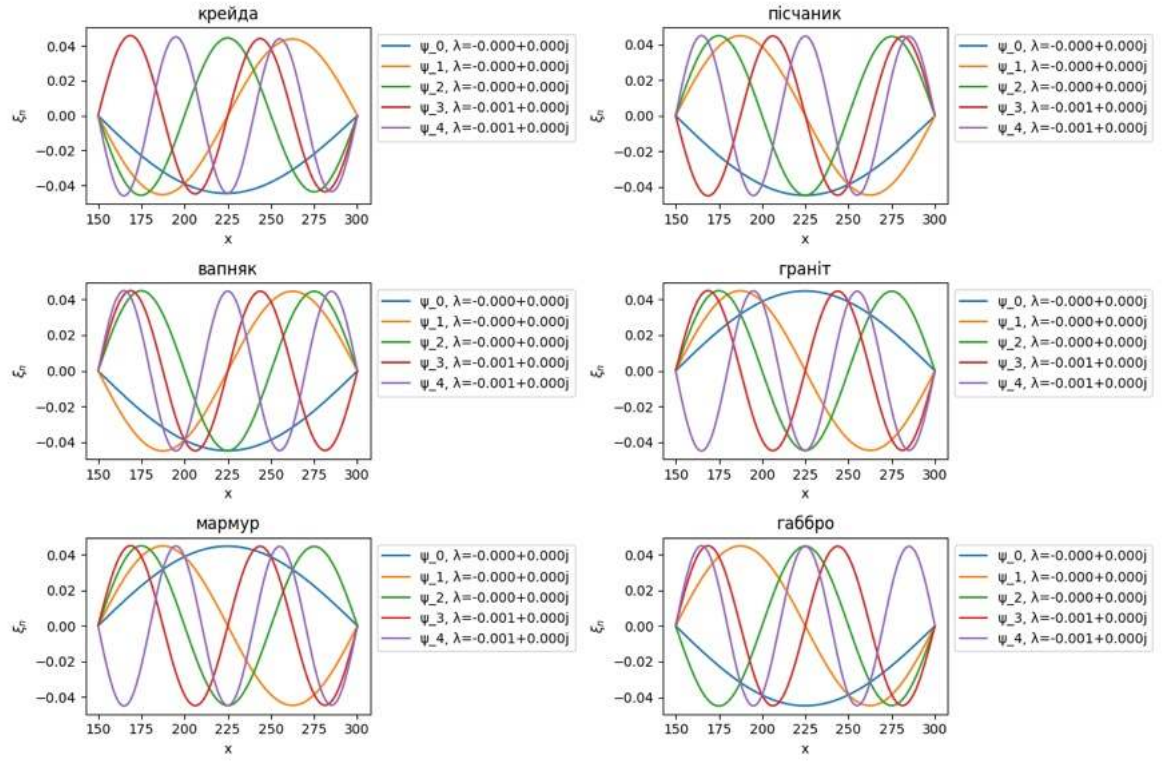


Рис. А.23. Графіки власних функції $\xi_n(x)$ для розподілу $\omega_1(x, t)$ в залежності від фізичних властивостей порід руйнування при d_k=1500 мм, B_0=0.1.

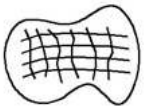
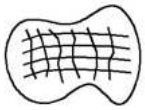
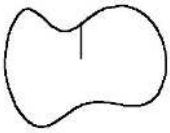
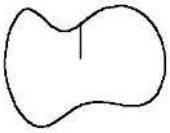
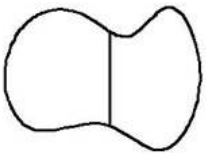
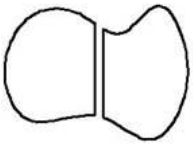
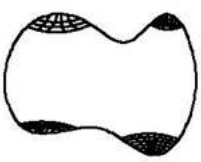
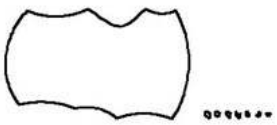
Таблиця А.9. Фізичні властивості гірських порід та інженерних матеріалів

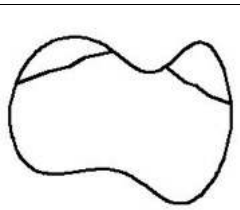
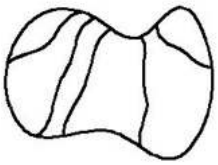
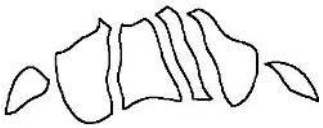
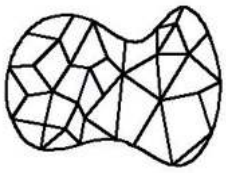
Тип гірської породи	**Максимальна межа міцності на стиск $\sigma_{ст}$, МПа**	**Модуль Юнга Е, ГПа**	**Енергетичний коефіцієнт $K_{kk}=\frac{\sigma_{ст}^2}{2E}$**
Граніт	250	59.3	0,526
Діорит	300	100	0,45
Діабаз	350	110	0,556
Базальт	300	80	0,562
Габбро	300	87.6	0,513
Гнейс	200	58.6	0,341
Мармур	250	46.3	0,674
Кварцит	300	90	0,5
Глинистий сланець	100	30	0,167
Вапняк	250	70	0,446
Пісчаник	170	50	0,289
Доломіт	250	70	0,446
Скло	7	56	0,0004
Цегла	10,3	20	0,0026
Поліетилентерефталат (PET)	55	2,7	0,56
Акрилонітрилбутадієнстирол (ABS)	40	2,3	0,347
Нейлон 6	70	1,8	1,361
Поліамід	85	2,5	1,445
Поліпропілен	40	1,9	0,421
Акриловий пластик (PMMA)	70	3,2	0,765
Бетон	20	23	0,008
Текстоліт	40	10	0,08

Таблиця А.10. Значення дослідних параметрів конусної дробарки

m_1	22	F_r	$3x10^6$	r_4	0.223
r_1	0.04	F_k	630752	r_5	0.97
f_1	0.002	n_1	2.07	r_6	0.88
f_2	0.02	n_2	2.105	r_7	0.63
r_r	0.05	m_2	239	r_8	0.453
r_2	0.188	r_3	0.163	r_9	0.17
r_{10}	0.4	r_{11}	0.188	h_1	0.636
h_2	0.2	h_3	0.11	h_4	0.06
h_5	0.147	h_6	0.296	h_7	0.075
l_5	0.96	l_4	0.49	l_3	0.335
l_2	0.25	l_1	0.146	l_6	0.075
l_7	0.26	r_x	0.88	r_y	0.94
m_3	108	m_4	413	m_5	480
m_6	197	m_7	78	m_8	48
m_9	52	q	0.05	γ	2.3
β	40	$L_{др}$	0.562	L_e	0.891

Таблиця А.11. Стадії руйнування матеріалу

№	Стадії руйнування	Навантажена частинка	Вихідний матеріал
1	ослаблення		
2	розтріскування		
3	розломлювання		
4	розсипання		

5	сколювання		
6	розщеплювання		
7	дезінтеграція		

Таблиця А.12. Види гірських порід, які використовуються в будівництві

Порода	**Щільність, кг/м^3**	**Межа міцності при стисненні, МПа**	**Застосування в будівництві**	**Вид гірської породи**
Граніт	2530-2720	100-300	Заповнювач для бетону, облицювальні плити, сходи, підлоги, бортові камені, пам'ятники, гідротехнічні споруди	Вивержена, інтрузівна
Сієніт	2400-2750	150-300	Заповнювач для бетону, у виробництві кераміки та скла, отримання глимнозему в алюмінієвій промисловості, виробництво деяких видів цементу	Вивержена, інтрузівна
Діорит	2700-2900	180-300	Дорожні камені, облицювальні плити	Вивержена, інтрузівна
Габро	2800-3100	100-280	Гідротехнічні споруди, щебінь, облицювальні плити	Вивержена, інтрузівна

Кварцовий порфір (Ріоліт)	2400-2670	130-270	Заповнювач для бетону, штучний камінь	Вивержена, ефузивна
Діабаз	2800-300	200-300	Заповнювач для бетону, штучний камінь, плити, бруківка, облицювальний матеріал	Вивержена, ефузивна
Базальт	2700-3300	100-500	дорожні покриття	Вивержена, ефузивна
Порфірит	2200-2800	60-240	Облицювальний матеріал, щебінь, бруківка	Вивержена, ефузивна
Пемза	400-1400	1,9-2,9	Теплоізоляційний матеріал, активна добавка до вапна та цементу	Вивержена, ефузивна
Вулканічний туф	1250-1350	8-80	Великі стінові блоки, облицювальний матеріал, добавки до повітряного вапна і цементу	Вивержена, ефузивна
Пісковик	2250-2670	30-266	Заповнювач для бетону, облицювання опор мостів і будівель, дорожні покриття	Осадова
Конгломерат, брекчія	2600-2850	50-160	Щебінь, штучний камінь, облицювальний матеріал	Осадова
Гіпс	2200-2400	4-40	Облицювальний матеріал внутрішніх стін будівель	Осадова
Ангідрит	2800-3000	62-102	Облицювальний матеріал внутрішніх стін, в'яжучі матеріали	Осадова
Вапняк	2700-2900	0,4-300	Заповнювач для бетону, облицювальні плити, архітектурні деталі, вапно, портландцемент	Осадова
Доломіт	2850-3000	16-60	Заповнювач для бетону, облицювальні плити, в'яжучі матеріали	Осадова
Крейда	2690-2720	10-45	Малярські роботи, замазка, вапно портландцемент	Осадова

Трепел, діатоміт	1200-2500	3-3,5	Теплоізолюючі, легкий цегла, гідравлічні в'яжучі, активні мінеральні добавки і бетони	Осадова
Глинистий сланець	2700-2900	60-120	Покрівельні матеріали	Метаморфічна
Гнейс	2650-2870	150-200	Бутові камені для фундаментів будівель	Метаморфічна
Мармур	2200-2600	50-190	Облицювання внутрішніх стін будівель	Метаморфічна
Кварцит	2680	140-200	Облицювання будівель і опор мостів	Метаморфічна

Таблиця А.13. Відносна твердість мінералів по шкалі Мооса

Мінерали	**Твердість**	**Способи визначення твердості**
Тальк	1	Легко дряпається нігтем
Кам’яна сіль	2	Легко дряпається нігтем
Кальцит	3	Легко дряпається нігтем
Плавиковий шпат	4	Дряпається ножом під невеликим тиском
Апатит	5	Дряпається ножом під невеликим тиском
Ортоклаз	6	Злегка дряпає скло
Кварц	7	Дряпає скло
Топаз	8	Дряпає скло
Корунд	9	Дряпає скло
Алмаз	10	Дряпає скло

Додаток Б. Характеристики експериментального обладнання

Таблиця Б.1. Технічні характеристики маятникового копра КМ-30.

№ п/п	Параметр	Значення
1.	Тип копра	маятниковий
2.	Вид досліджень	згин на двох опорах внаслідок удару

3.	Робоча кромка ножа маятника	прямолінійна
4.	Підйом маятника	Ручний
5.	Спосіб встановлення дослідних зразків	ручний із допомогою пристосування
6.	Номінальне значення потенціальної енергії	209 Дж (21,318 кгм)
7.	Швидкість руху маятника в моменту	
8.	Втрата енергії при вільному коливанні маятника за половину повного коливання не більше	±0.5 %
9.	Допустиме відхилення запасу потенціальної енергії маятника від номінального значення не більше	0.5 %
10.	Різниця між відстанню L від осі коливання маятника до середини зразка та відстанню від осі коливання маятника до центру удару	не перевищує + 1 % від відстані L
11.	Розміри ножа молота: - кут загострення - радіус заокруглення	 40±1° $3^{+0.5}$ мм
12.	Розміри опор: - кут скосу опор - радіус заокруглення опор	 11±1° $1^{+0.5}$ мм
13.	Відстань між опорами	від 40 до 100 мм
14.	Число ступенів запасу енергії	16
15.	Найбільший запас енергії маятника	30 кгм
16.	Габаритні розміри копра: - ширина - довжина - висота	 330 мм 680 мм 1440 мм
17.	Вага копра без упаковки	не більше 300 кг

Таблиця Б.2. Технічні характеристики енкодера OMRON E6B2-CWZ6C

Параметр	**Значення**
Тип	Інкрементний
Живлення	5В-24В
Споживаний струм	80 мА
Роздільна здатність	2000 кроків за оберт
Максимальна частота відклику	100 кHz

Максимальна частота обертів	6000 об/хв
Діаметр	40 мм
Матеріал валу	Сталь SUS420J2
Початковий крутний момент	0.98 мН
Момент інерції	1 x 10^{-6} kg.m^2

Додаток В. Набори даних для експериментальних досліджень

Таблиця В.1. Дані для першого набору зразків

№	Розмір, мм	Маса, кг	Енергія руйнування частинки, Дж/кг (E)	Персентиль	Log(E)	Нормальне відхилення,
1	37.5/210	0,77532	10.3353263	0,045454545	1,014324192	-1,69062163
2	38/359	1,344096	11.31689998	0,136363636	1,053727478	-1,096803562
3	38/180	0,67392	12.43471035	0,227272727	1,094635673	-0,747858595
4	37.5/405	1,49526	13.53476987	0,318181818	1,131450876	-0,472789121
5	31/98	0,244608	15.75990973	0,409090909	1,197553726	-0,229884118
6	37.5/405	1,49526	18.5894092	0,5	1,269265587	0
7	37.5/405	1,49526	26.33923197	0,590909091	1,420603107	0,229884118
8	31/85	0,21216	26.73783937	0,681818182	1,42712631	0,472789121
9	35/217	0,7873845	29.1858679	0,772727273	1,465172612	0,747858595
10	31/96	0,239616	34.8432492	0,863636364	1,542118647	1,096803562
11	34.5/310	0,9672	35.14578164	0,954545455	1,545873206	1,69062163

Таблиця В. 2. Дані для другого набору зразків

№	Розмір, мм	Маса, кг	Енергія руйнування частинки, Дж/кг (E)	Персентиль	Log(E)	Нормальне відхилення,
1	35/217	0,7873845	36.27267042	0,045454545	1,55957953	-1,69062163
2	38/179	0,670176	41.81737335	0,136363636	1,62135675	-1,096803562
3	33/93	0,26598	44.19505226	0,227272727	1,645373652	-0,747858595
4	34.5/155	0,4836	47.09057072	0,318181818	1,672933954	-0,472789121
5	34.5/155	0,4836	48.19272126	0,409090909	1,68298145	-0,229884118
6	42.3/98	0,456092	50.54243442	0,5	1,703656156	0
7	39.1/101	0,401778	54.97065544	0,590909091	1,740130915	0,229884118
8	33.5/75	0,2184	56.86813187	0,681818182	1,754868962	0,472789121
9	33.1/106	0,30316	58.59282227	0,772727273	1,767844417	0,747858595
10	34.35/100	0,3068	59.02868318	0,863636364	1,771063095	1,096803562
11	38.1/99	0,37323	59.23157302	0,954545455	1,772553266	1,69062163

Таблиця В.3. Дані для третього набору зразків

№	Розмір, мм	Маса, кг	Енергія руйнування частинки, Дж/кг (E)	Персентиль	Log(E)	Нормальне відхилення,
1	31/97	0,242112	62.12001057	0,045454545	1,793231521	-1,69062163
2	34.78/65	0,2320175	62.86370972	0,136363636	1,798400006	-1,096803562
3	37.1/108	0,387504	64.57997853	0,227272727	1,810097896	-0,747858595
4	49.6/98	0,629356	65.20316006	0,318181818	1,814268644	-0,472789121

5	36.6/99	0,344916	65.27966229	0,409090909	1,814777899	-0,229884118
6	26.6/100	0,1846	66.41928494	0,5	1,822294196	0
7	36/69	0,23322	82.72017837	0,590909091	1,917611462	0,229884118
8	38/97	0,36569	90.67516202	0,681818182	1,95748834	0,472789121
9	33.4/74	0,215488	90.68718444	0,772727273	1,957545919	0,747858595
10	34.7/100	0,3146	91.83089638	0,863636364	1,962988824	1,096803562
11	36/72	0,24336	92.56656805	0,954545455	1,966454162	1,69062163

Таблиця В.4. Дані для четвертого набору зразків

№	Розмір, мм	Маса, кг	Енергія руйнування частинки, Дж/кг (E)	Персентиль	Log(E)	Нормальне відхилення,
1	34.3/103	0,316004	94.26779408	0,05	1,974363344	-1,644853627
2	36.6/100	0,3484	105.8897819	0,15	2,024854054	-1,036433389
3	42.3/65	0,30251	111.9797693	0,25	2,049139568	-0,67448975
4	42.3/99	0,460746	115.901169	0,35	2,064087816	-0,385320466
5	34.7/98	0,308308	127.2753221	0,45	2,104744205	-0,125661347
6	33.1/103	0,29458	148.0786204	0,55	2,17049236	0,125661347
7	26.6/98	0,180908	148.4400911	0,65	2,171551212	0,385320466
8	30.5/80	0,19344	159.7497932	0,75	2,203440305	0,67448975
9	34.7/60	0,21417	160.0127146	0,85	2,204154493	1,036433389
10	39.1/99	0,393822	196.4085297	0,95	2,293160345	1,644853627

Таблиця В.5. Зведена медіанна енергія руйнування частинок у відношенні до їх поперечного перерізу та маси

Верхній розмір, мм	Нижній розмір, мм	Середній розмір, мм	Максимальна маса, кг	Мінімальна маса, кг	Середня маса, кг	E_{50}, (J/kg)
38	31	34.5	1,49526	0,21216	0,85371	19.497
42.3	33	37.65	0,78738	0,2184	0,50289	50.0384
49.6	26.6	38.1	0,62935	0,1846	0,40697	74.8351
42.3	26.6	34.45	0,46074	0,1809	0,32082	133.6591

Таблиця В.6. Зведена середня енергія руйнування частинок яка враховує коефіцієнт відношення поперечного перерізу до довжини зразка

Верхній розмір, мм	Нижній розмір, мм	Середній розмір, мм	E_{50}, J/kg
0,364705882	0,092592593	0,228649237	19.3838
0,446666667	0,161290323	0,303978495	50.0384
0,535076923	0,266	0,400538462	74.8351
0,650769231	0,271428571	0,461098901	133.6591

Додаток Г. Впровадження результатів дослідження

POBI water ОБИРАЙ ЧИСТЕ ДОВКІЛЛЯ

Товариство з обмеженою відповідальністю
„ПОБІ ВОТЕР ІНЖИНІРИНГ ”

03113, м. Київ, вул. Дружківська, буд. 12, тел (093) 664-85-16, (066) 325-10-65
www.pobi.com.ua, email- pobiwater@gmail.com

№ 06052026-1 від 06.05.2026 р.

До спеціалізованої Вченої ради
Д 26.056.08 КНУБА

Довідка
Про впровадження наукових результатів
Міщука Є.О. у виробництво ТОВ «ПОБІ ВОТЕР ІНЖИНІРИНГ»

Впродовж 2021-2025 рр авторським колективом у складі д.т.н. проф. Назаренка І.І., к.т.н., доц. Міщука Є.О. та д.т.н., доц. Дєдова О.П. проводилась науково-дослідна робота, присвячена дослідженню впливу параметрів механічного режиму машини для подрібнення матеріалів на якість готового продукту.

Заповнювач виготовлений із гірських порід відіграє важливу роль при влаштуванні споруд водовідведення, а також опорних конструкцій. В результаті проведених досліджень встановлені особливості геометрії робочих органів дробильних машин, які впливають на якість готової продукції. Встановлено, що збільшення дрібних фракіцй в камері дроблення підвищує складові сил тертя. Це призводить до зниження енергоефективності процесу виготовлення готової продукції.

Методика і результати досліджень якості готового будівельного матеріалу, який виготовлений за рахунок машин для подрібнення прийняті до впровадження в товариство з обмеженою відповідальністю «ПОБІ ВОТЕР ІНЖИНІРИНГ».

Технічний директор
ТОВ «ПОБІ ВОТЕР ІНЖИНІРИНГ»
к.т.н. О.В. Поліщук

ПРИВАТНЕ ПІДПРИЄМСТВО "КОНТАКТ"
12114 смт Нова Борова, вул. Іршанська, 3/20, Житомирська обл.
код 13559654, ІПН 1355965

21.06.2026

До спеціалізованої Вченої ради
Д 26.056.08 КНУБА

Довідка
Про впровадження наукових результатів
Міщука Є.О. у виробництво ПП "Контакт"

Впродовж 2024-2025 рр. к.т.н., доц. Міщуком Є.О. проводилась науково-дослідна робота, присвячена дослідженню параметрів та режимів руйнування гірських порід.

У межах дослідження використано результати щодо визначення загальних енергетичних витрат процесу руйнування гірських порід, дисипативних втрат енергії у вузлах технологічного обладнання. Крім цього були визначені силові параметри процесу навантаження гірських порід під час їх руйнування, а також навантаження, що виникають у вузлах і елементах конструкції обладнання та за умови використання зразків гірських порід із різними фізико-механічними властивостями.

Отримані результати дали можливість уточнити енергетичні та силові характеристики процесу руйнування, підвищити достовірність оцінювання режимів роботи обладнання та можуть бути використані для вдосконалення конструкцій дробильних машин і підвищення їх експлуатаційної ефективності.

Директор О.І.Стасів